

高速走行新幹線編成車両とレールおよび 橋梁との連成振動解析[†]

田 辺 誠*・涌 井 一**・松 本 信 之**

ABSTRACT A finite element formulation and an efficient numerical method to solve for the combined dynamic behavior of a Shinkansen train, irregular rail and bridge are described. A mechanical model for rail-wheel interaction is given. A general form to describe the relationship of creep force and the slipping rate between rail and wheel is given. A finite element analysis program DIASTARS has been developed to analyze the dynamic behavior of a Shinkansen train running at a high speed, irregular rail and bridge. Numerical examples are demonstrated. The effectiveness of the proposed method is discussed.

1. はじめに

近年、新型の高速新幹線車両と、車両の高速走行における安全性や乗り心地を十分に満足する新しい線路構造の開発¹⁾は、鉄道に対する社会的な要請に応える上での重要な課題となっている。

新幹線編成車両が橋梁上を高速走行すると、各車両とレールおよび橋梁間での連成振動が生じる。車両が橋梁上のレールを高速走行することによりレールと橋梁が振動し、この振動が、車輪を通して車両に伝播し、また車両間の連結器を通して各車両に伝わり、さらに車輪とレールを経て橋梁に反射し、こうして車両とレールおよび橋梁間で反復することになる。ここで車輪は、レール上面を自由走行していることから、レール上面で、横方向（線路直角方向）とヨーイング方向の車輪とレール間の相対運動である、いわゆる蛇行動（hunting behavior）が生じる。またレール自身は、車輪とレール間の作用力であるクリープ力により横方向に変形し、さらにレールには一般に、施工上の誤差である高低狂い、通り狂いや水準狂いとよばれる、それぞれ線路の上下、左右およびローリング方向の不整を有することから、新幹線編成車両の高速走行にとも

なって、一般に、車両と橋梁は複雑な動的連成挙動を呈することになる。

鉄道車両と橋梁との連成振動の研究は、Wen²⁾、ORE³⁾等により、1960年頃から始まり、松浦^{4,5)}により、在来線車両と桁橋との連成振動の解析が、モード座標を用いて行われた。また田辺他⁶⁾により、有限要素法を用い、1両の新幹線車両と3次元橋梁との連成振動解析が行われた。ただしここでは、車輪とレールは、線路方向を除いて一体として運動するものとして扱われた。車輪のレール上での滑りを考慮した、新幹線車両と橋梁との連成振動解析理論は、涌井他⁷⁾、田辺他⁸⁾により与えられ、新幹線車両一両が、2径間のスラブ橋梁上を高速走行する際に生じる、車両と橋梁の連成振動現象が解析された。

本論文では、一般の n 両編成の新幹線車両と不整を有するレールおよび橋梁間での連成振動解析のための有限要素定式化と、モーダル法を用いた数値計算法が述べられる。また、新幹線編成車両が橋梁上のレールを高速走行する際に生じる、車両、レールおよび橋梁間の連成振動解析プログラム DIASTARS（Dynamic Interaction Analysis for Shinkansen Train And Railway Structure）が開発された。実験結果との比較や、実際問題への適用を通して、本法の有効性が議論される。

2. 定 式 化

2.1 新幹線編成車両の運動方程式

新幹線の各車両は、それぞれ、車体と2つの台車および4つの輪軸の計7つのコンポーネントで構成さ

Dynamic interaction analysis of a high-speed Shinkansen train, rail and bridge. By Makoto Tanabe (Kanagawa Institute of Technology), Hajime Wakui and Nobuyuki Matsumoto (Railway Technical Research Institute).

*神奈川工科大学機械システム工学科

**財団法人鉄道総合技術研究所構造物技術開発事業部

[†]1996年8月15日受付 1997年1月13日再受付

れ、これらのコンポーネント間はバネおよびダンパーで結合されるものとしてモデル化する (図1)。また車両間の連結器についても、バネとダンパーによりモデル化することにする。これらのコンポーネント間のバネには、一般にストッパーがついており、バネの伸縮が常に一定限度以下におさまるように設計されていることから、ここではこれらのストッパーを有するバネの変位-力関係を、区分的線形モデルにより表現することにする (図2)。図2で U_p , U_m は、それぞれ、ストッパーが作動する点でのバネの伸びと縮み量を表している。ここで、車両を構成するコンポーネント自体は剛体とみなし、車両が等速走行するものと仮定すると、車体と台車は、それぞれ左右 (y)、上下 (z)、ローリング (ϕ)、ピッチング (θ)、およびヨーイング (ψ) の5自由度により、また各輪軸は、左右、上下、ローリング、およびヨーイングの4自由度により、運動を表すことができる。したがって、車両は、1両あたり31自由度を有することから、 n 両編成の新幹線車両の運動は、 $31 \times n$ の自由度により表すことができ、その運動方程式は、以下のように得ることができる。

$$M^o \ddot{X}^o + D^o \dot{X}^o + K^o X^o = F^o \quad (1)$$

ここで、 X^o , F^o は編成車両の変位ベクトルと荷重ベクトル、 M^o , D^o , K^o は、それぞれ、編成車両の質量、減衰および剛性マトリックスである。ただし上添字 o は車両に関係した物理量を表している。

2.2 車輪とレール間の相互作用

1) 左右およびヨーイング方向

車輪がレール上を走行すると、一般に、レール上面

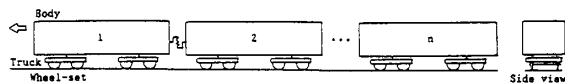


図1 Mechanical model of a Shinkansen train

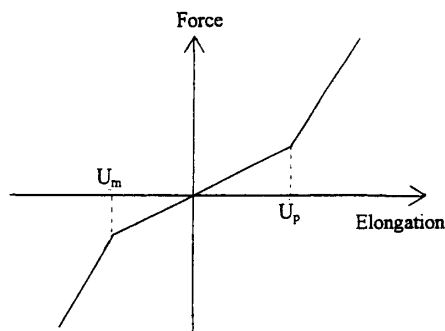


図2 Mechanical model of the spring with stopper

の左右およびヨーイング方向にすべりが生じ、そのすべりにともなう、車輪とレール間にクリープ力が発生する。いま、車輪の単位時間あたりのすべりを走行速度 V で除したものをすべり率とすると、左右 (y) および線路方向 (x) のすべり率 S_y , S_x は、 d を車輪とレール間の相対変位、 R を車輪の公称半径として (図3)、以下のように書くことができる⁷⁾。

$$S_y = (\dot{d} + R\phi_w - V\psi_w) / V \quad (2)$$

$$S_x = (\dot{\psi}_w + V\phi_w / R) b / V \quad (3)$$

ここで、下添字 w は、車輪に関する物理量を表し、 ϕ_w , ψ_w はそれぞれ、輪軸のローリングおよびヨーイングである。また、 b はレールと車輪の左右の接触点間の距離の半分の値を、 $\dot{}$ 記号は時間微分を表している。ここで、車輪とレール間のすべり率によって生じる車輪とレール間のクリープ力 Q_c をすべり率の関数として、以下の一般形で表すことにする。

$$Q_c = Q_c(S_y) \quad (4)$$

線形クリープ理論では、 C を動的クリープ係数として、以下のように表すことができる⁹⁾。

$$Q_c = -CS_y \quad (5)$$

ここで、 C は車輪の静輪重を P_s 、動輪重を P_d として、以下のように求めることができる。

$$C = C_r (P_d / P_s)^{2/3} \quad (6)$$

ただし、 C_r は静的クリープ係数で、車輪とレールの弾性率とレールの接触楕円面の形状より定まる定数である。一方、線路方向のクリープ力から定まるヨーモーメント T_c についても、左右輪での動的クリープ係数をそれぞれ C_1 , C_2 として、以下のように求めることができる。

$$T_c = -b(C_1 + C_2)S_x \quad (7)$$

式(5), (7)はそれぞれ、車輪とレール間の左右およびヨー方向の、滑り率とクリープ力を結びつける構成方程式となっている。

2) 上下およびローリング方向

いま、車輪は十分滑らかなレール上面を走行し、レ

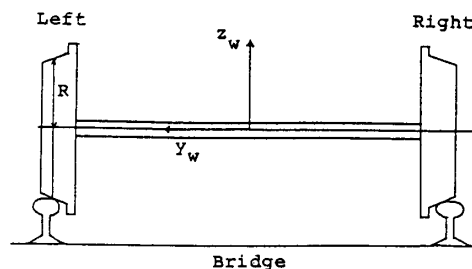


図3 Rail and wheelset

ール上でジャンピングがないものと仮定すると、すべての車輪の上下及びローリング方向の変位ベクトル U_w は、車輪とレールの接触点近傍の橋梁節点の変位ベクトル U_b を用いて、以下のように表すことができる。

$$U_w = TNU_b + I, \quad (8)$$

ここで N は、車輪のレール上の接触点の変位をその近傍の橋梁節点の変位から補間するための補間関数、 T はレールと橋梁が定義されている全体座標系から車両系への座標変換マトリックスである。また I は、レールの上下およびローリング方向の不整量のベクトルである。式(8)は、車輪とレールの上下およびローリング方向の変位を結合する時間依存の制約条件式となっている。

2.3 橋梁の運動方程式

橋梁はその構造形式により、はり、トラス、シェル、ソリッド、バネおよび質量などの各種の有限要素によりモデル化することができ、以下の運動方程式を得ることができる。

$$M^b \ddot{X}^b + D^b \dot{X}^b + K^b X^b = F^b \quad (9)$$

ここで、 M^b 、 D^b 、 K^b はそれぞれ橋梁の質量、減衰、および剛性マトリックス、 F^b は橋梁の荷重ベクトルで、上添字 b は橋梁に関する物理量を表している。

3. 数値計算法

新幹線編成車両が、橋梁上のレールを高速走行するさいに生じる、レールおよび橋梁間の連成振動は、式(1)の新幹線編成車両の運動方程式と式(9)の橋梁の運動方程式を、車輪とレール間の、左右およびヨーイング方向の相互作用を表す式(5)、(7)と、車輪とレールの上下およびローリング方向の変位を結合する制約条件式(8)のもとで連立して解くことにより求めることができる。

式(8)を式(1)に代入して U_w を消去し、式(9)と重ね合わせ、編成車両と橋梁の全体の運動方程式を以下のように得ることができる。

$$M\ddot{X} + D\dot{X} + KX = F \quad (10)$$

ここで X は、編成車両と橋梁の変位ベクトルから U_w をのぞいたベクトル、 M 、 D 、 K はそれぞれ、全体の質量、減衰、および剛性マトリックス、 F は全体の荷重ベクトルである。ただしここで、車輪とレール間の左右およびヨーイング方向の相互作用力は F の中に加えられていることに注意する。 M 、 D 、 K は非線形であるので、これを下添字が 0 の線形項と、下添字が n の非線形項に、以下のように分ける。

$$M = M_0 + M_n \quad (11)$$

$$D = D_0 + D_n \quad (12)$$

$$K = K_0 + K_n \quad (13)$$

式(11)、(12)、(13)を式(10)に代入し、非線形項を右辺の荷重項に移し

$$M_0 \ddot{X} + D_0 \dot{X} + K_0 X = F - M_n \ddot{X} - D_n \dot{X} - K_n X \quad (14)$$

三次元が多径間の橋梁上を、10両を越える新幹線の編成車両が走行することを考えると、総自由度数は多大となる。そこで式(14)の非線形の運動方程式を効果的に解くために、モード法を適用することにする¹⁰⁾。

いま、変位ベクトル X を m 個のモードベクトル ϕ_i ($i=1, m$) を用いて以下のように表す。

$$X = \phi_1 Z_1 + \phi_2 Z_2 + \cdots + \phi_m Z_m \quad (15)$$

ここで、 Z_i ($i=1, m$) は i 次のモードに対応した一般化座標である。式(15)をマトリックス表示して、

$$X = \Phi Z \quad (16)$$

ただし、

$$\Phi = [\phi_1, \phi_2, \cdots, \phi_m] \quad (17)$$

$$Z = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_m \end{bmatrix} \quad (18)$$

Φ は m 個の固有モードを並べた長方形マトリックスである。また、モードの性質より、 Φ は次の K_0 と M_0 に関する以下の直交性の条件を満足する。

$$\Phi^T K_0 \Phi = [\omega_i^2] \quad (19)$$

$$\Phi^T M_0 \Phi = I \quad (20)$$

ここで、 $[\omega_i^2]$ は、 ω_i を i 次の固有角振動数として、 i 対角成分が ω_i^2 の対角マトリックス、 I は m 元の単位マトリックス、 T は転置記号である。式(16)を式(14)に代入し、前方より Φ^T を掛け、式(19)、(20)を用いて整理すると、

$$\ddot{Z} + \underline{D}\dot{Z} + [\omega_i^2]Z = \underline{F} \quad (21)$$

ただし、

$$\underline{F} = \Phi^T (F - M_n \ddot{X} - D_n \dot{X} - K_n X) \quad (22)$$

$$\underline{D} = \Phi^T D_0 \Phi \quad (23)$$

ここで、式(21)の左辺の第2項を右辺に移し、荷重項として扱うことにより、式(21)の左辺は Z_i ($i=1, m$) に関し非連成となることから、これを Newmark 法により時間方向に離散化し、時間増分 Δt 単位に効率よく解くことができる。ただし、式(21)は非線形常微分方程式であることから、時間増分 Δt 単位に、 Δt 内での不釣合力が充分小さくなるまで反復計算を行う必要がある。ここで、用いる Δt の大きさによっては、 Δt 内の反復計算が収束しないことがあるが、この場

合には、収束する Δt が得られるまで、 Δt を自動的に細分して、応答計算を行っている。このモデル変換により、 Δt 内の反復計算を高速度に行うことができる。

6. 数値計算例

ここで述べた手法にもとずき、新幹線編成車両とレールおよび橋梁との連成応答解析プログラム DI-ASTARS が開発された。最初の計算例は、不整を有するレール上での新幹線車両の高速走行試験結果¹¹⁾との比較である。この走行試験は、上越新幹線の実際の軌道を用いて行われた。図4は新幹線車両が、波長40 m、振幅8 mm、波数3の左右方向の不整を有するレールを各種の速度で走行した場合の、車体の後部台車中心位置での左右方向の最大加速度の試験結果を、本計算結果と比較したものである。計算結果は試験結果とよく一致している。

図5は、長さ34 m、幅9.8 mの4径間コンクリート橋梁のレール上を、5両編成の新幹線列車が、350

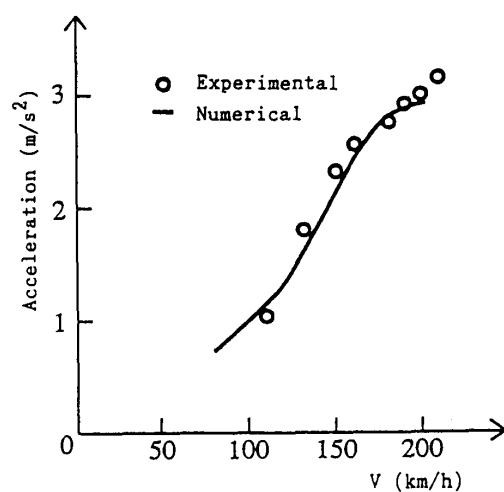


図4 Maximum transverse acceleration of the body on the rear truck due to the transverse rail irregularity

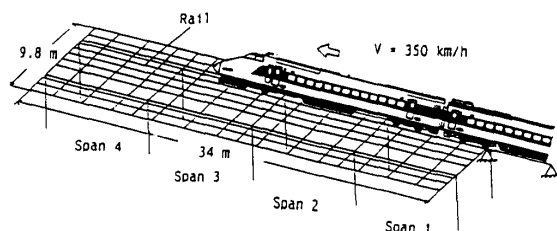


図5 Shinkansen train running on a four-span concrete bridge at a speed of 350 km/h

km/h で高速走行する問題を表している。図6、図7はそれぞれ、橋梁の第1スパンおよび第2スパン中央での、鉛直方向のたわみ応答の計算結果を表している。5両編成であることから、10台の台車が着目点近辺を通過するのに対応して、最大振幅が第1スパンで0.35 mm、第2スパンで0.34 mm程度の、10個のスパイク状のするどい応答が生じている。第2スパンの応答が第1スパンの応答に比して若干小さいのは、この橋梁は連続形式であることから、第1スパン上の荷重が第2スパンにたいし、上方向に変形する作用（アップリフト）を及ぼしていることによる。実際、第1車両が第1スパン上にある時刻 $t=0.1$ sec 程度までは、第2スパン中央は、正方向（上方向）の応答を示している（図7）。また図8、図9はそれぞれ、第1車両の前台車中央位置での車体の鉛直方向の変位および加速度の応答を示している。図10は、第1車両第1車輪

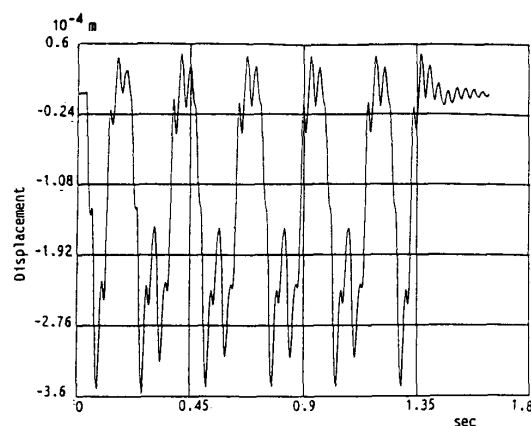


図6 Vertical displacement response of bridge at the center of the first span

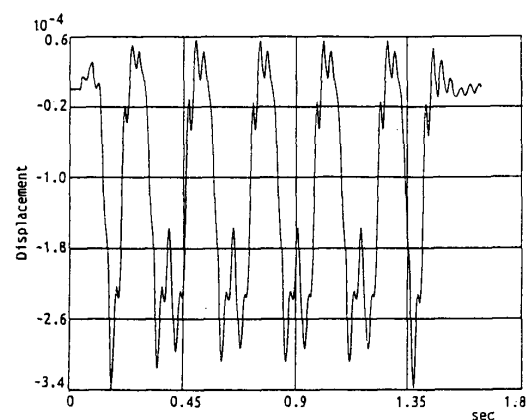


図7 Vertical displacement response of bridge at the center of the second span

の鉛直方向のたわみの応答を表している。車輪は4径間の橋梁の通過に対応して、4つのスパイク状のするどい応答を示している。

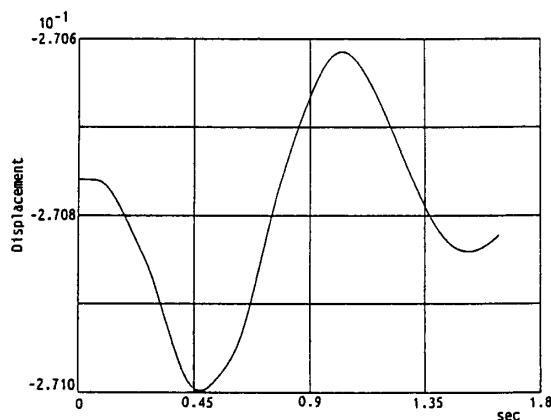


図8 Vertical displacement response of the body of the first car at the center of front truck

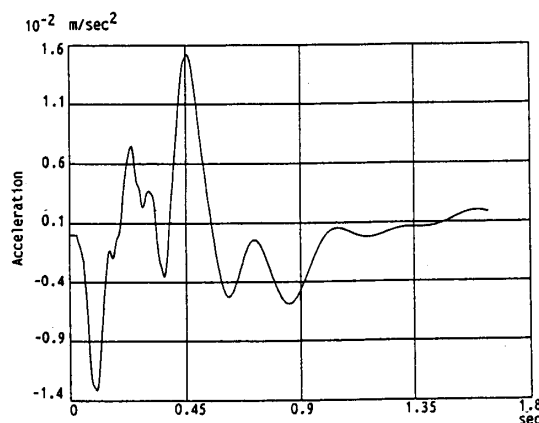


図9 Vertical acceleration response of the body of the first car at the center of front truck

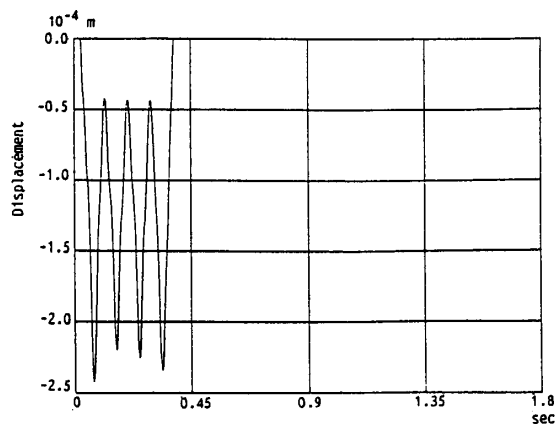


図10 Vertical displacement response of the first wheel-set of the first car

図11は、北陸新幹線第2千曲川橋梁（建設中）のレール上を、12両編成の新幹線車両が、260 km/hの速度で高速走行する問題を表している。このマルチケーブルタイプのPC斜張橋は道路橋ではよく用いられているが、比較的フレキシブルな構造であることから、今までは高速鉄道用の橋梁としては用いられなかったが、合理的な構造形式であることから、始めて新幹線に適用されたものである。橋梁は、はりおよびトラス要素でモデル化され、車両を含め、1254自由度を有している。固有値解析により、この橋梁の1次の固有振動数（鉛直方向の変形モード）は、0.51 Hzであることが知られた。図12は新幹線の第9車両の第2輪軸の鉛直方向の変位応答を表している。第9両の第2輪軸の時刻*t*に対応した橋梁上の通過位置がわかるように、図中に、橋梁形状が表示されている。したがって、この輪軸は、ほぼ時刻*t*=2.8 secで橋梁に突入し、*t*=6.55 secで橋梁を抜けていることがわかる。2径間の通過に対応して、それぞれほぼ40 mmおよび60 mm程度の2つのピーク変位が生じている。ここでは参考のため、12両編成車両を荷重列で表現し、荷重列の静的載荷による橋梁の変位を求めたが、橋梁の最大の静的鉛直変位（荷重列の移動による）は、第2径間

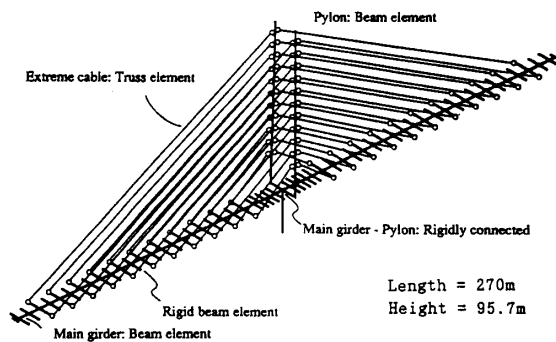


図11 A Shinkansen train running at a speed of 260 km/h on the cable stayed long-spanned concrete bridge

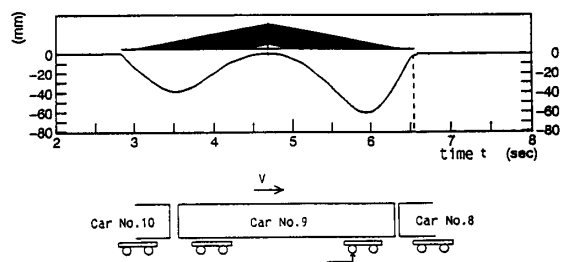


図12 Vertical displacement response of the second wheelset of the ninth car

のほぼ2/3の位置で生じ、46 mm程度であった。非線形問題にモーダル法が用いられていることから、反復計算が効果的に行われ、この12両編成新幹線車両の8秒間の走行シミュレーションに対し、計算時間はCRAY YMPで、118分程度であった。

7. おわりに

新幹線編成車両が、橋梁上のレールを高速走行する際に生じる、新幹線車両、不整を有するレール、および橋梁間の連成振動現象を解くための有限要素定式化とモーダル法を用いた効果的な数値計算法が述べられた。また、この問題を解析するためのコンピュータプログラム DIASTARS がスーパーコンピュータ上で開発され、12両編成新幹線車両が、フレキシブルな構造形式である2径間PC斜張橋上を高速走行する際に生じる編成車両、レールおよび橋梁間の連成振動問題等の実際問題に適用された。この有限要素法を用いた数値実験の手法は、実物橋梁上での走行試験と併せて、十分な安全性と乗心地を有する新しい新幹線車両とその線路構造の設計や評価に利用できよう。

参考文献

- 1) 涌井 一他：コンクリートマクラギ新時代，Railway Research Review, 12, 8/28, 鉄道総合技術研究所 (1995)
- 2) R. K. Wen: Dynamic Response of Beams Traversed by Two-Axle Loads, Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, EM3, 91/111 (1960)
- 3) ORE: Question D23, Determination of Dynamic Forces in Bridges, Reports Nos. 1~17, Utrecht (1955~1970)
- 4) 松浦章夫：車両走行による鉄道橋の動的応答の基本式，鉄道技術研究報告，No. 691 (1969)
- 5) 松浦章夫：車両走行における橋桁の動的応答に関する研究，鉄道技術研究報告，No. 1074 (1978)
- 6) M. Tanabe, Y. Yamada and H. Wakui: Modal method for interaction of train and bridge, Comp. & Struc., 27-1, 119/127 (1987)
- 7) 涌井 一，松本信之，田辺 誠：鉄道車両と構造物の動的相互作用に関する研究，鉄道総研報告，7-4, 9/18 (1993)
- 8) M. Tanabe, H. Wakui and N. Matumoto: The Finite Element Analysis of Dynamic Interactions of High-speed Shinkansen, Rail, and Bridge, ASME, Computers in Engineers, book No. G0813A, 17/22 (1993)
- 9) 涌井 一：新幹線車両の走行性から見た長大吊橋の折れ角限度，鉄道技術研究報告 No. 1087 (1978)
- 10) M. Tanabe and Y. Yamada: Modal transformation methods in finite element analysis with applications to dynamic response and creep deformation, ASME, PVP-60, 167/178 (1982)
- 11) 新幹線軌道狂い設定試験結果の解析，鉄道技術研究所報告，No. 1240 (1983)