

GA 利用による多数の部材からなる トラスの寸法最適化の一試行†

長谷川 浩 志*・安 納 達 弥**・川 面 恵 司***

ABSTRACT This paper presents a method for size optimization problems of trusses by coding the increase and decrease parameters of the cross-sectional areas of the members as chromosomes in applying genetic algorithm. A simple method to apply genetic algorithm, which allots a binary substring to a member, requires a long length of strings in the chromosomes to represent the trusses composed of a large number of members, and does not necessarily certify a stable convergence. For the shape and topology optimization problems in two-dimensional finite element models, the authors have devised a method, in which removal and addition parameters of finite element are adopted as chromosomes, and which leads to an efficient and stable optimization process. The method is modified so that it can be applied to the weight minimum problem of trusses. The efficiency and reliability of the method is demonstrated with various experiments.

1. はじめに

離散化された部材断面積を設計変数に持つトラスの寸法最適化問題に遺伝的アルゴリズム (GA) を適用する研究は従来から活発に行われている^{1)~5)}。それはこの種の寸法最適化問題に感度解析を用いた最適化手法を適用することが困難な場合が多いことによると思われる。これに対して GA が用いられるのは、GA が複数の染色体に選択・淘汰、交叉、突然変異を繰り返し適用することによって多点探索を行い、大域的最適解を求めることが期待できる手法であるからである。

トラスの最適化問題に GA を適用した研究例として次のものが挙げられる。D. E. Goldberg らは、トラス部材の断面積を 4 ビットの遺伝子にコーディングし、10 部材トラスの静的問題¹⁾に、P. Hajela は同じトラスの動的問題²⁾に GA を適用している。国内では、杉本

による例³⁾、尾田らの寸法最適化に最適規準法を、トラス部材の形態最適化に単純 GA を適用したハイブリッド法⁴⁾、朝山、長谷川、川面の全応力設計法 (Fully Stressed Design Method, 今後簡単に FSD と呼ぶことにする) と GA とを併用するハイブリット手法⁵⁾などがある。これらの研究例では、いずれも 1 個の部材の断面積に 1 つの染色体 (2 値のサブストリング) を割り当てるといった、GA 適用の最も典型的な方法が用いられている。この方法は部材数の少ない小規模の問題には有効であるが、部材数の多い大規模トラスに適用すると (全部材の断面積をサブストリングの集合として染色体で表現する)、このストリング長は極めて長くなる。その結果、大域的最適解を得るためには、個体数を多くとる必要があり、また解が収束するまでの世代数が多くなる。遺伝的操作のみでは大域的最適解に収束しないことも起こり得る。それゆえ、杉本、尾田ら、朝山らは遺伝的操作以外に種々の工夫を加え解の収束性を改善している。

伊庭は、虫の集団が試行錯誤しながら餌の最も豊富な場所にたどり着くといった虫の捕食行動、つまり虫の自律的ふるまいに GA を適用することに成功している⁶⁾。筆者らはこれにヒントを得て、2 次元連続体の有限要素モデルの位相最適化問題に有限要素の除去と付加のパラメータを染色体とする方法を考案した⁷⁾。これは、構造物自身が自律的に要素の除去と付加を繰

A Simulation on Size Optimization of Trusses Composed with Numerous Members by Using Genetic Algorithm. By Hiroshi Hasegawa (Science and Engineering DIV., CRC Research Institute, Inc.), Tatsuya Annoh (Postgraduate Course of Mechanical Engineering, Shibaura Institute of Technology) and Keishi Kawano (Dept. of Mechanical Control Systems, Shibaura Institute of Technology).

*株式会社CRC 総合研究所科学システム事業部

**芝浦工業大学大学院機械工学専攻

***芝浦工業大学機械制御システム学科

†1997年7月11日受付 1997年9月17日再受付

り返しながら最適なレイアウトにたどり着くことができるように、除去と付加という構造物のふるまいを染色体とする方法である。この方法は除去と付加の2つのパラメータを2値ストリングにとり、これに遺伝的操作をほどこすもので、ストリング長は有限要素の数に依存しない。この方法を要素数が数千程度の大規模有限要素モデルに適用し、解が安定して収束することを実験的に確かめている⁷⁾。さらに、除去と付加のパラメータに関するスキーマは、世代とともに急速に増殖するビルディングブロックであることをスキーマ定理により説明している⁸⁾。

この方法を大規模トラスの寸法最適化問題に適用できるように改修し、最適化問題によく用いられている10部材トラス、コート掛けおよびミッチェルのトラス⁹⁾の問題等に適用し、収束性および安定性について検討を行った。その結果、このような構造物のふるまいを染色体とする方法は、2次元連続体の位相最適化のみならずトラスの寸法最適化問題においても実用的かつ安定的に最適解を得ることが実験的に確かめられたので報告する。

2. 離散的設計パラメータを持つ最適化問題の定式化

離散化された部材断面積を設計パラメータとするトラスの寸法最適化問題を考える。ここでは、部材内に

発生する応力が許容応力 σ_{al} を超えないとする制約条件のもとで体積を最小にするトラスの最適化問題に限定する。この問題は、以下のように定義できる。

$$O(\{I\}) \rightarrow \min \quad (1)$$

subject to

$$g_j(\{I\}) \leq 0 \quad (j=1, 2, 3, \dots, r) \quad (2)$$

ただし、 $O(\{I\})$ は目的関数、 $g_j(\{I\})$ は制約条件、設計変数は $\{I\} = \{I_1, I_2, \dots, I_p\}$ 、 r は制約条件数、 p は設計変数の数である。本問題では、目的関数は部材の総体積で、制約条件は各部材に生じる応力が許容応力 σ_{al} 以下であるということになる。設計変数 $\{I\}$ は、部材とし鋼管を使用する。その鋼管の種類はJIS G 3444に準拠する。表1に示すように断面積の小さい順に列挙した32種類の鋼管をランク付けする。最適化プロセスでの各部材に割り当てられる鋼管の種類（つまり、断面積と断面2次モーメント）の変更はランク番号の変更によって行われる。鋼管の材料としてSM490程度のものを想定し許容応力を定めた。

3. 筆者らの方法と遺伝的操作

3.1 構造形態に関するふるまいの与え方

応力比（すなわち、部材応力/許容応力）の小さい部材を複数個選択し、その部材の「ランクを減少させたり、ランクを増やす行為」を個体のふるまいと定義する。このふるまいを決定するパラメータを導入す

表1 断面寸法とランク付け

Rank	Cross. area (cm ²)	Diameter (cm)	Thickness (cm)	Rank	Cross. area (cm ²)	Diameter (cm)	Thickness (cm)
0	1.799	2.72	0.23	1 6	167.10	60.00	0.90
1	5.760	6.05	0.32	1 7	179.10	60.96	0.95
2	12.26	10.16	0.40	1 8	195.40	70.00	0.90
3	22.72	16.52	0.45	1 9	206.10	55.88	1.20
4	29.94	21.63	0.45	2 0	217.30	50.80	1.40
5	38.36	21.63	0.58	2 1	221.70	60.00	1.20
6	54.08	26.74	0.66	2 2	238.20	60.96	1.27
7	67.55	31.85	0.69	2 3	259.40	70.00	1.20
8	70.21	35.56	0.64	2 4	272.80	55.88	1.60
9	86.29	35.56	0.79	2 5	301.70	70.00	1.40
1 0	98.00	35.56	0.90	2 6	322.20	55.88	1.90
1 1	103.30	35.56	0.95	2 7	343.80	70.00	1.60
1 2	133.60	45.72	0.95	2 8	349.40	71.12	1.60
1 3	138.80	50.00	0.90	2 9	400.50	81.28	1.60
1 4	148.80	50.80	0.95	3 0	451.60	91.44	1.60
1 5	155.50	55.88	0.90	3 1	502.70	101.60	1.60

る。なお、第1世代では全ての部材に対してランク番号31（つまり、断面積最大）を割り当てた構造形態から出発し、世代ごとにランクを上下させていく方法をとることにした。

a. ランクを減少させる対象部材の選択方法

全部材の中から応力比の小さい部材を選択するために各部材を応力比の小さい順に番号付けする。応力比は

$$\text{Stress ratio} = \frac{|\sigma_i^j|}{|\sigma_{ai}^j|} \quad (3)$$

で与えられる。ただし、 σ_i^j を個体*i*の部材*j*の応力、 σ_{ai}^j は部材*j*の許容応力である。ここであらためて、応力比の順に、つまり応力比の小さい部材ほど若い番号となるように部材番号を付け直す。ついで、次式を用いて選ばれた部材の断面積を小さくする（つまり、ランクを下げる）。

$$N_{\beta} = \beta N_e \quad (4)$$

ただし、 N_{β} を減少対象部材番号の上限、 N_e を部材数、 β を部材の断面積減少係数と呼ぶことにする。上式により求められた N_{β} 以下の番号の部材が断面積減少の対象となる。

b. 部材断面積の減少方法

減少対象部材に対してランクを減少させる程度を決定する。断面積減少法としてFSDを用いる。この方法は、「トラスのすべての部材が許容応力に達している状態」にする方法で、各部材の応力と許容応力の比を用いて式(5)に従って部材断面積を変更する。この変更後の断面積に最も近いランクを変更後のランクとして部材に割り当てる。

$$A_i^{j, \text{new}} = \left(\frac{\sigma_i^j}{\sigma_{ai}^j} \right)^{ad} A_i^{j, \text{old}} \quad (5)$$

ただし、 $A_i^{j, \text{old}}$ と $A_i^{j, \text{new}}$ は、それぞれ変更前後の個体*i*の部材*j*の断面積である。また、指数 ad は、静定なトラスであれば $ad=1.0$ に、不静定の場合には、 $ad<1.0$ （例えば、0.8ぐらい）にとるのが望ましいとされている^{10),13)}。

図1に例として許容応力比 $(\sigma_i^j/\sigma_{ai}^j)$ が0.5、 $A_i^{j, \text{old}}=502.70 \text{ cm}^2$ （ランク31）の場合の指数 ad と変更後の断面積 $A_i^{j, \text{new}}$ の関係を示す。この図からわかるように指数 ad の値を変更することにより断面積を小さくする程度を調整することができる。

c. ランクを増加させる対象部材の決定方法

一部の部材の断面積を減少させた結果、各部材に生ずる軸力の再分布がおり、これに伴い部材応力も変化する。その結果、部材のなかには断面積を減少させ

た部材のうち再び増加させる必要のあるものがある。そこで、まず断面積を減少させた順番に部材番号を記憶しておく部材リストを作成し、この部材リストを用いて断面積を再び増加させる部材を選ぶ。その式として次式を用いる。

$$N_{py} = \gamma N_{px} \quad (6)$$

ただし、 N_{py} は断面積を増加させる部材数、 γ は部材の断面積増加係数、 N_{px} はそれまでの世代に断面積を減少させた部材の累積数で、再び断面積を増やした要素はこの数に含まれない。図2に示すように式(6)によって求められた N_{py} 以降の順番の部材の断面積をすべて増やす。このような方法をとる理由は、部材リストの配列がほぼ部材の応力比の小さい順に並んでおり、部材の応力比の小さい部材は再び断面積を増やす必要性が小さいと考えられるからである。

d. 増加方法

増加対象部材に対して断面積の増加は、断面積を減少させる式(5)を変形した式(7)を用いて行う。

$$A_i^{j, \text{renew}} = \frac{1}{(\sigma_i^j/\sigma_{ai}^j)^{ad}} A_i^{j, \text{new}} \quad (7)$$

ただし、 $A_i^{j, \text{new}}$ と $A_i^{j, \text{renew}}$ は、それぞれ増加前後の個体

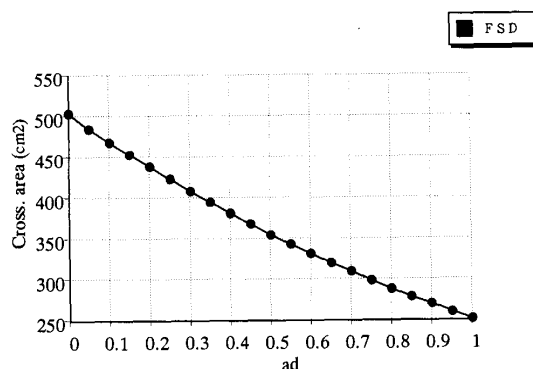


図1 指数 ad と変更後の断面積の関係

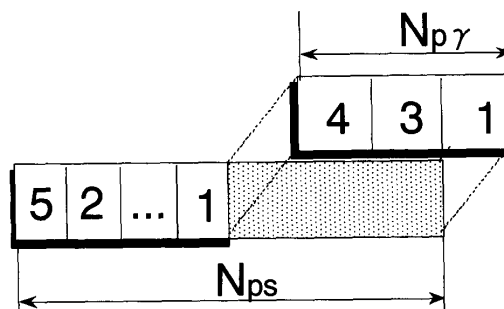


図2 累積部材リストとランクの再変更の方法

i の部材 j の断面積である。この場合の指数としては先の ad と区別して ai を用いる。

3.2 遺伝的アルゴリズム

構造形態のふるまいを決定する遺伝子パラメータとして、FSDの指数 ad 、 ai と断面積減少係数 β 、断面積増加係数 γ の4つのパラメータを0～1.27の範囲の小数点以下2桁の数値を100倍して2進数7ビットに変換し、それを遺伝子として染色体のサブストリングにコーディングする。選択・淘汰および交叉の手法として、ルーレット戦略、各パラメータに対して1点交叉を用いた。突然変異についても4つのパラメータに対して1ビットのみの変更を行うことにした(図3参照)。詳細の内容については、文献7)、8)に詳しく書かれているので参照されたい。

本方法で使用する個体は、どの部材をどの程度に断面積を減少または増加させるかを表現する染色体(つまり ad 、 ai 、 β および γ)の他に、トラスを構成する部材に振り当てたランクの表と現世代までにランクを減少させた部材番号で構成される累積部材リスト表を保有する必要がある。この概念図を図4に示す。

3.3 体積最小化問題の定式化

トラスの部材に発生する応力が許容応力を超えない

とする制約条件のもとで体積を最小にする体積最小化問題は次のように定式化される。

$$V = \sum_{j=1}^{Ne} l_j \cdot A_j^i \rightarrow \min \quad (r=0, 2, \dots, 3, 1) \quad (8)$$

subject to

$$|\sigma_j| \leq \sigma_{ai} \quad (j=1, 2, \dots, Ne) \quad (9)$$

A_j^i は、表1で与えられる部材 j の部材断面積、 l_j は長さ、 Ne はトラスの部材総数である。

Individual

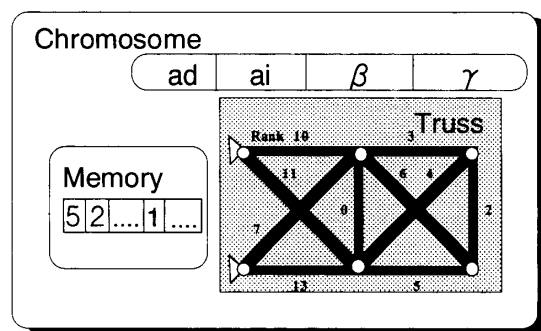
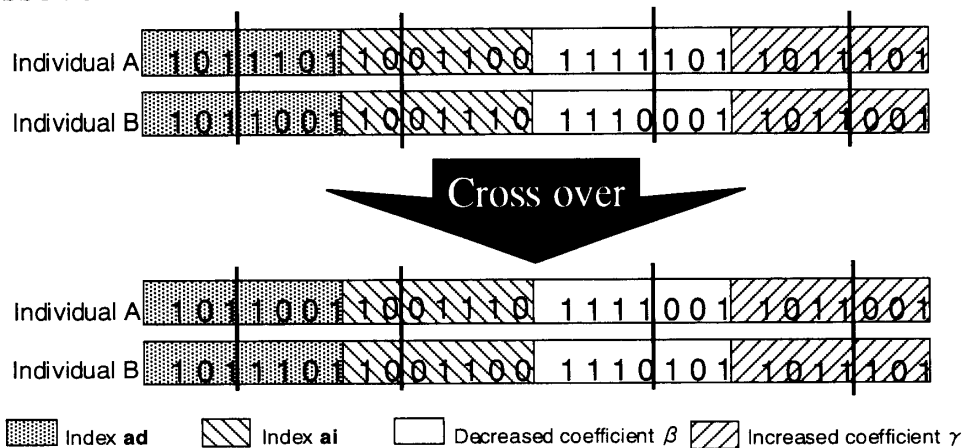


図4 個体の表現

Crossover



Mutation

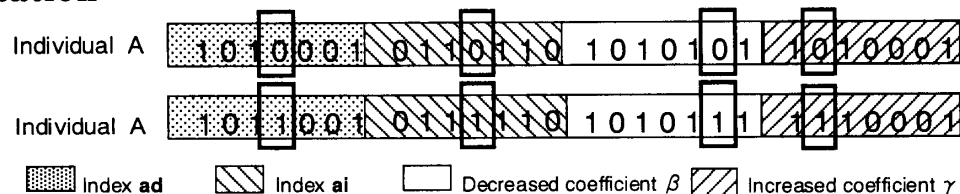


図3 遺伝的操作

3.4 適応度の定式化

式(10)に個体 i の適応度関数 $f_i(t)$ を示す。

$$f_i(t) = \left(1 - \frac{V_i(t)}{V_0}\right) - k \left(1 - \max \left(\frac{|\sigma_i^j(t)|}{\sigma_{al}^j}\right)\right) \quad (10)$$

同式中の k は式(11)のように与える。

$$k = \begin{cases} 0.25 & (\max(|\sigma_i^j(t)|/\sigma_{al}^j) \geq 1) \\ 0 & (\max(|\sigma_i^j(t)|/\sigma_{al}^j) < 1) \end{cases} \quad (11)$$

第1項は、体積比の項である。この項は、トラスの体積値 $V_i(t)$ が小さければ小さいほど適応度が高くなるようにしてある。第2項は、ペナルティ関数（応力制約の項）であり、 $(|\sigma_i^j(t)|/\sigma_{al}^j)$ は許容応力比である。同項は、部材応力のうちの最大なものが許容応力 σ_{al} を越える場合にのみペナルティとして適応度を下げるように設定してある。ただし、体積 $V_i(t)$ は世代 t における個体 i の体積、 V_0 はトラスの初期体積、 $\sigma_i^j(t)$ は世代 t における個体 i の部材 j の応力である。係数 k は文献5)の値を参考にした。

3.5 線形スケーリング

適応度の差異を拡大し、GAプロセスを高速化するために、適応度関数に線形スケーリングを施すことにした。評価関数 $f_i(t)$ を以下に示す線形スケーリングの式(12)を用いて $F_i(t)$ に変換する。

$$F_i(t) = a \cdot (f_i(t) - f_{\min}(t)) + F_{\min}(t) \quad (12)$$

ただし、スケーリング係数 a は

$$a = \frac{F_{\max}(t) - F_{\min}(t)}{f_{\max}(t) - f_{\min}(t)} \quad (13)$$

とする。 $f_{\min}(t)$ と $f_{\max}(t)$ はそれぞれ世代 t における集団内の最小評価値と最大評価値である。

線形スケーリングは、スケーリングの率が大きいと初期世代において解が局所解に収束するという早期収束 (premature convergence) 現象が起きる可能性があるといわれている。そこで、初期世代ではスケーリング係数 a を小さく、世代をへるにつれて a を大きくし個体間の適応度の差が拡大できるように

$$F_{\max}(t) = f_{\max}(t), \quad F_{\min}(t) = f_{\min}(t)/t \quad (14)$$

とした。ただし、 t は世代である。この方法は文献8)によった。

4. シミュレーション

4.1 材料定数とGAパラメータ

本シミュレーションにおいて使用する材料定数等はつぎの通りである。

弾性係数 E : 206.0 GPa

ポアソン比 : 0.3

許容応力 σ_{al} : すべての部材に対して 1.96×10^2

MPa

初期体積 V_0 : 世代1で、すべての部材に最大断面寸法（すなわち、ランク31）を割り当てるので、体積は初期体積が最大である。

なお、それぞれの問題におけるトラスの最終構造形態を示す図では、部材の断面積が大きいほど太くなるように表示してある。

遺伝的アルゴリズムにおける各種パラメータは、

個体体数 : 20個体

交叉確率 : 0.8

突然変異率 : 0.01

とした。これらは、表2に示す文献を参考にして決めた。同表中のPcは交叉確率、Pmは突然変異率である。本報告中で特にことわらない限り上記の値を用いる。収束条件は、各世代にて得られた平均適応度を3世代ごとに平均することで適応度の変化を緩和し、この3世代平均の変化の差異が2世代連続して 10^{-3} 以下になったときに終了とした。終了世代では、世代ごとに最大応力が許容応力を越えたり越えなかったりするもので、これに伴い式(10)に示す適応度が変化する。そこで、この世代間のバラツキを平準化するために終了条件として3世代の平均を用いた。また、1世代のみでは、偶然に左右されて終了することがありえるので式(15)のように2世代適用することにした。この終了条件式を次に示す。

$$\left| \frac{1}{3} \sum_{g=t-2}^t \bar{f}_g - \frac{1}{3} \sum_{g=t-3}^{t-1} \bar{f}_g \right| \leq 10^{-3} \quad (15)$$

世代毎の平均適応度 $\bar{f}$ は、式(16)により求められる。

$$\bar{f} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i \quad (16)$$

t は世代 t 、 $\bar{f}_g$ は世代 g の平均適応度、 n は個体数、 f_i は個体 i の適応度となる。

4.2 10部材トラス

ここで取り上げる10部材トラス問題は、Goldbergら¹⁾、Hajela²⁾、杉本³⁾、朝山ら⁵⁾が寸法最適化問題の対象として取り上げている。まず、このトラスについて本方法による体積最小化を試み、その有効性を検証する。10部材トラスの外形寸法は、図5に示す通りで、2つの節点にそれぞれ下向きに荷重 $F=981$ kNを負荷する。図中の番号は、部材番号と節点番号である。

図6に10部材トラス問題の最終構造形態を示す。同図には、GAプロセスを10回試行し、各々の試行において最も適応度の高い最終構造形態を示してある。同

表2 各文献にて使用している交叉確率および突然変異率

Structure	Population	Pe	Pm	Reference
Beam structure with 9 members.	10~100	0.6, 0.8, 1.0	0.01, 0.1, 1.0	Sugimoto et al. ³⁾
10 bar truss	10~100	0.2~1.0	0.1	Sakamoto & Oda ⁴⁾
10 bar truss	200	0.8	0.005	Goldberg & Samitani ¹⁾
10 bar truss	2~20	0.8	0.01	Asayama, Hasegawa & Kawamo ⁵⁾
10 bar truss	60, 70	0.8	0.009	Hajela ²⁾
2 dimensional continua	20~40	0.8	0.01	Hasegawa & Kawamo ⁷⁾

Pe : Probability of crossover

Pm : Probability of mutation

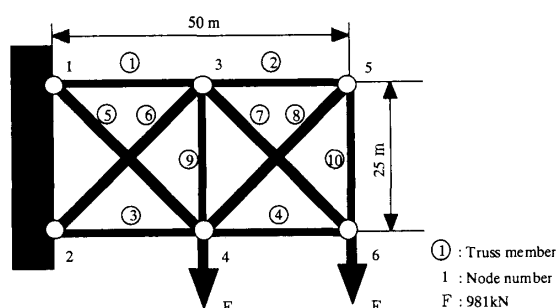


図5 10部材トラス

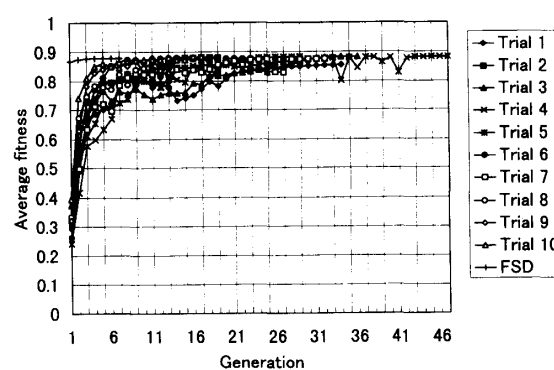


図7 平均適応度と世代

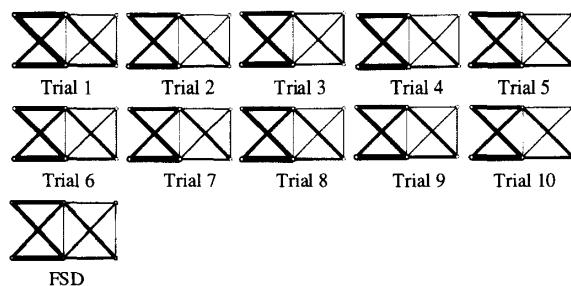


図6 最終構造形態

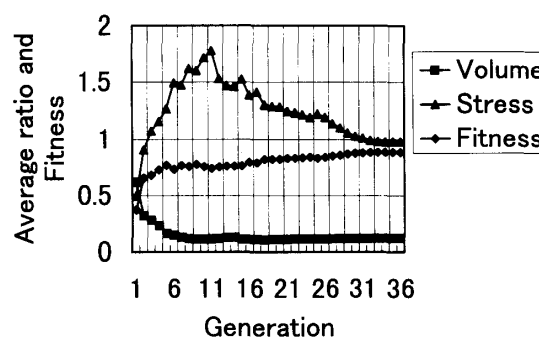


図8 平均体積比, 応力比の平均および平均適応度

図からどの試行でもほぼ同じ構造形態に収束していることがわかる。

図7は、それぞれの試行の平均適応度（つまり、20個体の適応度の平均）を世代に対してプロットした図である。平均適応度は全ての試行でほぼ0.87~0.88の値に収束している。6~8世代ぐらいまでの初期世代の段階は、部材寸法を大まかに決定している過程であり、それ以後の世代は、断面積を細かく決定する段階

で小さな断面積の減少・増加を繰り返し最終構造形態に収束していく過程であることが推測される。図8に10回試行した中で最も体積比の小さい試行3の平均体積比, 平均応力比および適応度の推移を示す。表3には、FSD（式(5)で $ad=1$ として計算）を単独で試行した場合と本方法の試行3の最終構造形態のランク、

表3 最終構造形態

	GA (Trial No. = 3)										FSD									
Rank	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	10	3	13	5	11	7	6	4	0	2	11	3	12	6	10	7	7	4	0	3
Stress ratio	0.995										0.935									
Volume ratio	0.117										0.121									
Generation	36										7									

体積比, 許容応力比および最終世代を示す。

本方法を10部材トラス問題に適用し, 10回試行した結果, すべての試行ではほぼ同様の最終構造形態を得ることができた。また, FSDや他のGAによる方法で得られたもの^{3),5)}とほぼ一致した最終構造形態を得ることができた。これにより本方法がトラス構造物の寸法最適化に有用な手法であることがわかった。

4.3 座屈を考慮した場合

FSDでは, 部材間で強度が異なるトラスでは最適解が求められないことがあるという報告がある^{10),13)}。そこで, 4.2の10部材トラス問題にさらに座屈制約を加え, 部材間で許容応力が異なる場合について数値実験を行う。外形寸法, 境界条件および荷重条件は, 4.2と同様である。座屈制約を加えることにより制約条件を以下のように変更する。

$\sigma_j \geq 0$ の時

$$\sigma_j < \sigma_{al} \quad (17)$$

$\sigma_j < 0$ の時

$$|\sigma_{buc}| \leq |\sigma_{al}| \text{ ならば, } |\sigma_j| \leq |\sigma_{buc}| \quad (18)$$

$$|\sigma_{buc}| > |\sigma_{al}| \text{ ならば, } |\sigma_j| \leq |\sigma_{al}| \quad (19)$$

ただし, σ_{al} , σ_{al} および σ_{buc} はそれぞれ引張側の許容応力, 圧縮側の許容応力および臨界座屈応力である。臨界座屈応力に関しては, 両端が回転端の柱に関するオイラー座屈の公式を用いている。引張側の許容応力と圧縮側の許容応力は4.2と同様に 1.96×10^2 MPa とした。

図9が10回試行した結果の最終構造形態である。同図から座屈制約なしの場合と同様にはほぼ同じ構造形態に収束していることがわかる。これらの最終構造形態のうちの最も適応度の高いトラス構造(試行1)とFSDによる最終トラス構造のランク, 体積比, 許容応力比および最終世代を表4に示す。

図9と図6, および表4と表3とを比較すると, 最

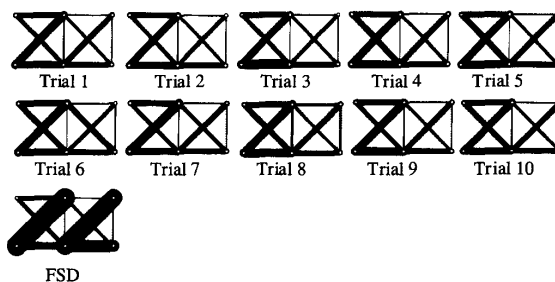


図9 最終構造形態(座屈制約あり)

終構造形態で圧縮応力が生じている部材3, 4, 6, 8の断面積の値が, 座屈制約の有無により異なっており, 他の部材では大きな違いは認められなかった。これは圧縮部材に対しては応力ではなく座屈により制約されていると考えられる。

図9と表4から本手法とFSDにより得られた最終構造形態が両者で大きく異なることがわかる。また, 本方法による最終構造形態の体積比は, FSDによるものと比較して83%ほど小さく求められており, 体積最小化問題の解法として本法の方が優れていると思われる。以上のことから本手法が座屈制約を含んだ問題に対しても有用であることがわかった。

4.4 コート掛け問題

コート掛け問題に本手法を適用する。図10の四辺形領域(高さ1 m, 長さ1.6 m)を同図と表5に示すようにトラスにモデル化し, 左辺の節点を固定, 右辺中央の節点に荷重 $F=1.96$ MN を負荷する。ただし, トラスDとEは領域の下半分の部分のみをモデル化し中立線上の節点は水平方向に移動しないとする境界条件を与える。各種パラメータは4.1の通りである。

このコート掛け問題は, 荷重条件や制約条件が異なっているが外形寸法比が同じ2次元連続体の位相最適化問題として, 筆者らはGAにより^{7),8)} 鈴木らは

表4 最終構造形態(座屈制約あり)

	GA (Trial No. = 1)										FSD									
Rank	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	13	4	15	12	10	18	7	12	4	4	11	3	17	25	10	31	7	30	2	3
Stress ratio	1.007										1.011									
Volume ratio	0.208										0.380									
Generation	37										10									

表5 トラスの節点数と部材数

Truss	No. of nodes	No. of members
A	9	28
B	15	58
C	21	88
D	27 (45)	96 (184)
E	27 (45)	118 (228)

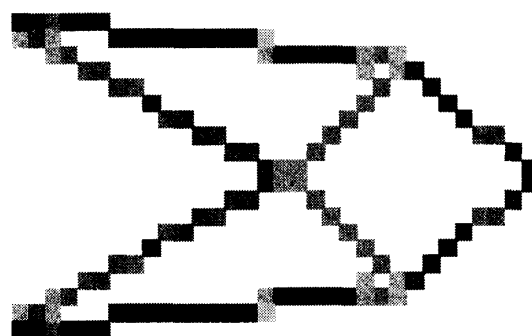
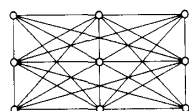
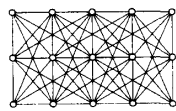


図11 位相最適化によるレイアウト最適解

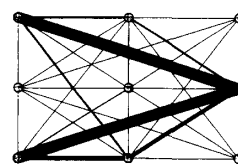
Initial truss structure



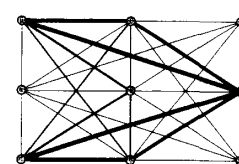
Truss A (28 members)



Truss B (58 members)

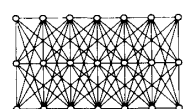


(a) 20 individuals

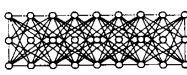


(b) 100 individuals

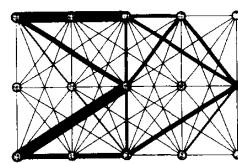
図12 トラス A



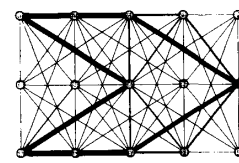
Truss C (88 members)



Truss D (96 members, Lower half of domain)



(a) 20 individuals



(b) 100 individuals

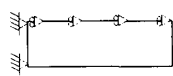
図13 トラス B



Truss E (118 members, Lower half of domain)



Truss A, B and C's boundary condition



Truss D and E's boundary condition

図10 トラスの初期構造形態

均質化法により¹⁴⁾レイアウト最適解を求めている。図11に筆者らのレイアウト最適解を示す。

図12～図16は本方法により得られた各トラスの個体数が20と100で適応度が最大のときの最終構造形態である。図には示していないが、トラスB, DおよびE

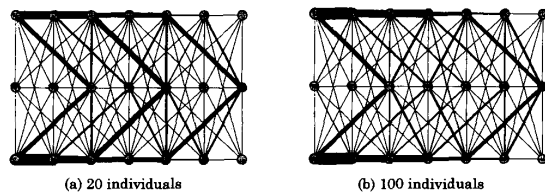


図14 トラス C

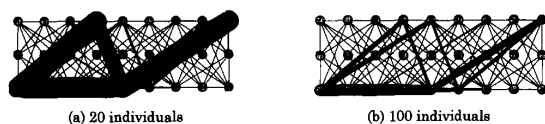


図15 トラス D

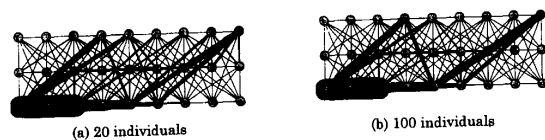


図16 トラス E

では個体数60で個体数100と同じ程度の最終構造形態が得られている。図17(b)はトラス B の最終構造形態(図13(b)あるいは図17(a)参照)内の比較的細い部材のみが結合している節点を除去して再び試行して得られた構造形態で、このような節点除去によって構造形態が大きく変わることがなかった。このことは、はじめの試行で得られた構造形態のなかで比較的小さい断面積の部材を無視してもよいということを意味していると思われる。また図17(c)は荷重付加点付近の部材が重複している節点 a と b のみを移動したトラスの最終構造形態である。この場合の構造形態は、同図(b)のように部材の重複は解消されていないが、図11のレイアウト最適解によりよく類似していて、図12(b)~16(b)の断面積の小さい部材を無視して、図11と比較すると、トラス E, D, B の順に筆者らあるいは鈴木らのレイアウト最適解に類似している。その理由は節点数と部材数が増えるにともない、最終構造形態に類似した部材配置が初期構造形態内に多くふくまれていることによる。

図18はそれぞれのトラスについて個体数を20, 40, 60, 100としたときの最大適応度の変化の状況を示している。図には各5回の試行の最大適応度の平均と標準偏差の範囲を示してある。トラス B~トラス Eではいずれも個体数60以上で最大適応度は一定値に収斂

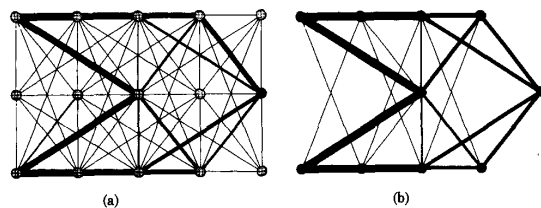


図17 トラス B の最終構造形態

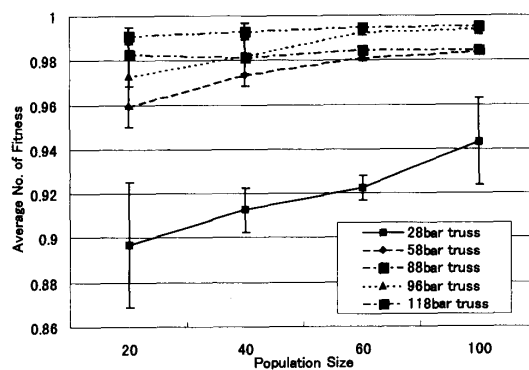
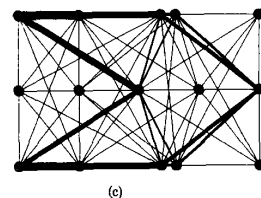


図18 最大適応度の変化

するとともにバラツキも減少している。しかし、トラス A ではこのような傾向は見られなかった。その理由は前記と同じように、最終構造形態に類似した部材配置が初期構造形態内にほとんど存在しないことによる。

以上のことから次のように結論づけられよう。

(1)初期構造形態内の部材配置の一部にレイアウト最適解の構造形態とある程度一致した部材配置が存在する場合には、レイアウト最適解と類似した構造形態が得られる。(2)このような場合では重量最小な解を得るために必要な個体数は50~60で十分であると考えられる。

4.5 ミッチェルトラス問題

本手法が大規模問題に対して有効であるかどうかを検討するために最適解のわかっているミッチェル・トラス⁹⁾に本手法を適用してみる。このミッチェル解は、図19(a)に示すように円の周辺で支持し、先端に垂直荷重 F を負荷したときに局所主応力の絶対値が一定値以下とする条件のもとで重量最小の問題を解い

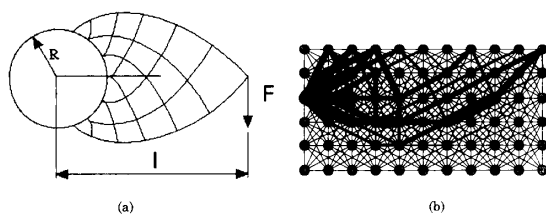


図19 Michell トラス

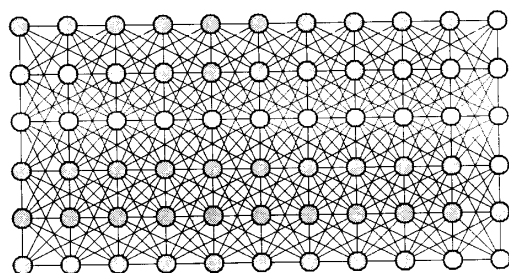


図20 Michell トラス初期構造形態（節点数66，部材数385）

たときに得られるヘンスキー網と呼ばれる直交曲線網の構造である。

この問題に本手法を適用する。図20に示す一辺が $l=500\text{ m}$ の正形状の領域の下半分に部材数385，節点数66の初期構造形態のトラスを考える。このトラスの左端の2節点で固定し，右端中央の節点に荷重 $F=0.98\text{ MN}$ を付加する。問題の意図に合わせ小骨が多数残るように，表1のランク数を10に限り，ランク0の断面積を $A=0.001$ に変更した。各種パラメータは4.1の通りで，個体数は100である。

図19(b)は最終構造形態の一例であり，このときの最終世代数は30世代，適応度は0.992，体積比は0.06，許容応力比は0.900であった。部材数が多いので最終構造形態に多少の違いが認められるが，大きく異なることはなかった。ミッCHELL・トラスと本手法により得られた最終構造形態を比較するとヘンスキー網に近い構造形態になっていることがわかる。また，支持点や荷重点を含んだ部材の断面積が大きくなっているのがわかる。さらに筆者らのGAによるレイアウト最適化法^{7,8)}，均質化法を用いたレイアウト最適化法¹⁴⁾を適用して得られたレイアウト解によく類似している。

4.6 部材数と最終世代数

図21に部材数と最終構造形態が得られるまでの世代数の関係を示す。図示のように，最終世代数は部材数に関係なくほぼ一定である。この傾向は要素の除去・

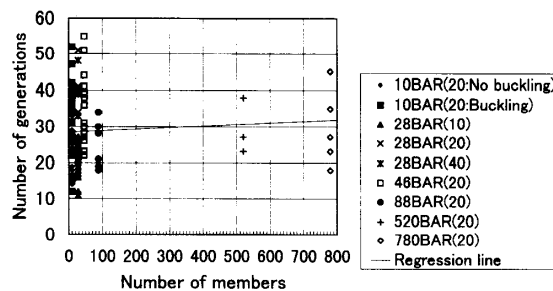


図21 部材数と世代数の関係

付加をGAパラメータとする文献⁷⁾と8)の方法による結果と同じである。

5. 検 討

最近提案されている位相最適化の研究とここで提案している方法とを比較してみる。2次元弾性体の位相最適化の研究には均質化法¹⁴⁾，伊能らのセル・オートマトンによる方法^{11),12)}，筆者らの差分形式の感度解析法¹⁵⁾，GAによる方法^{7),8)}などがある。均質化法に関しては多くの文献で取り上げられているので，ここでは説明を省略する。

伊能らの方法は，骨が加わる力の大小によってしだいに粗密が変わっていくという，生体が外力に適応して変化していくことに着目して，力学特性をもつセル・オートマトンによる方法を提案している。構造をセルの集合体（実際には有限要素モデル）にとらえ，有限要素解析を行い，セルごとの応力値に応じてある方式に従って弾性係数を変えていく方法である。したがって，世代ごとに各要素の弾性係数は増減を繰り返しながらある一定値に収束していくので，最終的には力学条件（荷重と境界条件）に対応して一定の構造形態が求められる。この方法にも後で述べるような点が存在するのではないと思われるが，構造形態を求めるには優れた方法である。

一方，文献¹⁵⁾の方法は有限要素モデルにおいて，伊能らの方法と同じように，最適化ステップごとに要素応力値の大きさに応じて要素の弾性係数を変えていくもので，弾性係数は変更前後の要素のひずみエネルギーが等しいと仮定して変更している。この方法は，解の収束性が悪く，収束性を改善するためには弾性係数の変更式にいろいろな係数を付加する必要がある。また，最終構造形態が多数の異なる弾性係数値の要素で構成されているため，これを同一係数値を持つ要素の構造形態に置換するためには別の操作が必要とな

る。

そこで、筆者らは、文献7)に示す方法を提案した。そこでは、弾性係数の増減をおこなう代わりに、応力の小さい要素を順次除去し、除去によって生じた応力の再分布に応じて、除去した要素の一部復帰させるアプローチをとっている。このアプローチでは解の収束性が安定しており、最終構造形態の再現性が比較的よく上記の欠点は除かれているが、30~40個の個体が必要で先の2つの方法に比べるとかなりの計算時間を必要とする。

このアプローチを発展させたものが本論文で提案している方法である。

6. おわりに

筆者らは、大規模トラスの寸法最適化問題を解く方法として、部材断面積の増加と減少情報、部材の選択情報を遺伝子パラメータとする方法、つまり構造物の自律的ふるまいを染色体に選ぶ方法を提案した。さらに数少ない適用例であるが、この方法を数種類のトラスに適用し寸法的に最適と思われる解を得ることができた。次に本方法に関する特徴と適用結果を要約する。

(1) 本方法は大規模トラス問題に適用することを意図して、トラスを構成する部材数に関係なく4つの遺伝子情報を1つの染色体にコーディングしている。その結果、400本程度の部材数のトラスに対して一応の解が求められた。

(2) 本試行で得られた最終構造形態のなかで比較的小さな断面積の部材を無視し、この構造形態をもって寸法最適解として差し支えないと考えることができる。

(3) 部材数および世代数の関係から個体数、部材数にほとんど関係なくほぼ同じ世代数で収束することがわかった。

(4) 材料強度が異なる部材から構成されているトラスでは、全応力設計(FSD)のみでは最適解が求められないが、遺伝子情報の一部にFSDを組み込むことによって、このようなトラスの最適化問題を解くことができた。

(5) 応力制約下での重量最小化問題においてすべての部材の応力を許容応力にするというFSDをランクの増減方法に採用することは、きわめて有効な方法であると考えられる。今後の課題として、他の設計項目に対する適用方法についても検討する必要がある。筆者らは、現在、固有振動数にある所要の値に固定し、

応力と変位に制約を与える場合について検討中であるが、この場合でも何らかの方法でFSDを使用することが可能ではないかと考えているところである。

(6) 問題によっては初期構造形態内の部材配置の一部にレイアウト最適解の配置とほぼ一致しているものが存在しないと、正しいレイアウト最適解が得られないことがあった。それを避けるためには、部材数や節点数を多くする必要がある。

(7) しかし、部材数などを多くするアプローチでなく、節点位置を移動するアプローチを検討する必要がある。今後はこのアプローチを検討すべきであろう。

なお、以上の結論を補強するにはさらに多くの数値実験が必要である。

参考文献

- 1) Goldberg, D., ASCE, M. and Samtani, M. P.: Engineering Optimization via Genetic Algorithm, Electronic Computation—Proceedings of the Ninth Conference on Electronic Computation, Published by the American Society of Civil Engineers, University of Alabama at Birmingham 471/482 (1986)
- 2) Hajela, P.: Genetic Search—An Approach to the Nonconvex Optimization Problem, AIAA Journal, 28-7, 1205/1210 (1990)
- 3) 杉本: GAの工業設計への応用にむけて—トラス構造物の離散的最適設計を例にして—, 数理科学, 353 (1992)
- 4) 坂本, 尾田: 遺伝的アルゴリズムを利用した最適トラス形態決定法, 日本機械学会論文集, 59-562, 1568/1573 (1993-6)
- 5) 朝山, 長谷川, 川面: GAを利用した応力制約下におけるトラス構造の寸法最適化に関する数値実験(主として全応力設計とGAを組合せたハイブリット法の検討), 日本機械学会論文集(A編) 62-597, 1234/1241 (1996)
- 6) 伊庭: GAと探索, J. SICE, 32-1 (1993)
- 7) 長谷川, 川面: GA利用による機械構造物の位相最適化の一方法(有限要素の除去および付加パラメータを染色体とする位相最適化法), 日本機械学会論文集(A編) 61-581, 183/190 (1995)
- 8) 鶴田, 長谷川, 川面: GA利用による機械構造物の位相最適化の一方法(第二報: 有限要素の除去・付加パラメータを染色体とする方法の収束性の検討), 日本機械学会論文集(A編) 63-605, 170/177 (1997)
- 9) Michell, A. G. M.: The limits of economy of material in framed structures, Phil. Mag. 6, 589/597 (1904)
- 10) 大坪, 鈴木: 有限要素システム[4] 構造最適設計, シミュレーション学会, 13-4, 333 (1994)
- 11) 伊能, 上杉: 力学構造物を自己組織化するセル・オートマトン(さまざまな位相構造の生成とその形態比較), 日本機械学会論文集(A編) 61-585, 1109/1114 (1995)
- 12) 伊能, 下平, 小林: 力学構造物を自己組織化するセル・オートマトン(ローカルルールによって生じるシステム全体の挙動), 日本機械学会論文集(A編) 61-

- 586, 1416/1422 (1995)
- 13) Berke, L. and Knot, N. S.: Use of Optimality Criteria for Large Scaled Systems AGARD, Lecture Series No. 170 on Structural Optimization, AGARD-LA-70 (1974)
- 14) Suzuki, K. and Kikuchi, N.: A homogenization method for shape and topology optimization, Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg. **93**, 291/318 (1991)
- 15) 川面, 長谷川: 機械構造の位相最適化に関する一数值実験, 日本シミュレーション学会, **13-4**, 51/60 (1994)
-