

凹面円筒波源を持つ直線集束ビーム超音波顕微鏡の FD-TD 法による非定常数値解析†

佐藤 雅 弘*・西塚 典 生*

ABSTRACT In the time domain, we analyzed reflection characteristics of a line-focus-beam ultrasonic which incidents from a fluid coupler to a solid sample. The analysis was performed numerically by using FD-TD (finite difference time domain) method. By the method, we have been able to simulate it well that a leaky wave in a fluid coupler radiated from a leaky surface acoustic wave propagates on the solid sample. Based on the investigation of a leaky wave we can determine the value of material constants of the solid sample in LFB (line-focus-beam) ultrasonic microscope. In our analysis, the edge waves were observed to influence the main wave reflected from the solid.

1. ま え が き

直線集束ビーム (line-focus-beam: LFB) 超音波顕微鏡は、音響特性の精密な定量測定に有効である¹⁾。

図1のような、直線状に集束する超音波ビームを利用するので、 y 方向に一樣な2次元 $x-z$ 面で考察できる。従って、解析が容易であり、試料を回転させれば、異方性も考慮に入れることができる。

測定できるのは、漏洩弾性表面波の速度と減衰定数である。図2のように、試料をレンズの焦点より内側に置き、集束波を入射させる。トランスジューサに帰ってくるのは、図の経路#0と漏洩波による経路#1だけとなる。すると両者は、距離 z_1 によって位相が変わるため、強めあったり弱めあったりする。従って、 z_1 を連続的に変えれば、受信波の振幅が周期的に変わることになる。その振幅変化の周期と振幅全体の z_1 に対する減衰は、固定試料の弾性波の性質と直接に関係しているので、その速度と減衰率を知ることができる。この測定法は $V(z)$ 曲線法と呼ばれている。

LFB 超音波顕微鏡の解析は、回折理論によって厳密に行われる。これは波動光学分野でよく利用される解析法である。最近は、適用範囲の広い数値解析法による考察も盛んである^{2~4)}。しかし、これらの大半は

Numerical Transient Analysis of a Line-Focus-Beam Ultrasonic Microscope with a Cylindrical Vibrational Source by FD-TD method. By Masahiro Sato and Norio Nishizuka (Toyama University).

*富山大学工学部

†1999年7月2日受付 1999年9月20日再受付

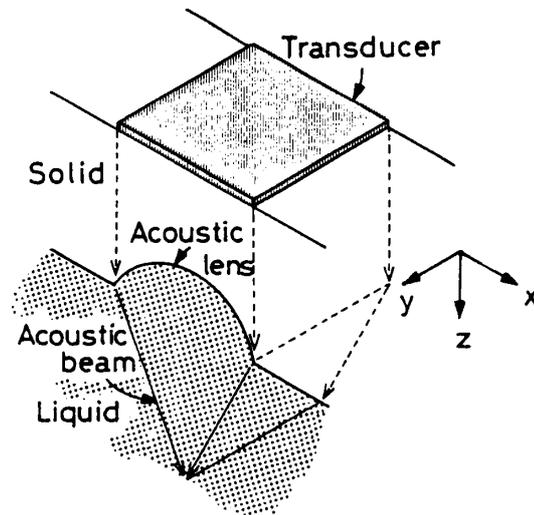


図1 直線集束ビーム超音波顕微鏡の概略図。固体の下方を円筒状に加工し音響レンズを形作る。上部のトランスジューサより超音波を発生させると、円筒レンズを通過する際に屈折し、焦点距離上で直線的に集束する。レンズと測定試料間は流体により結合し、焦点距離は、レンズと流体の媒質定数で決まる。

数式上の操作と $V(z)$ 曲線の導出が主で、波動の伝搬や試料上での入射・反射の時間的変化をビジュアルに観察してはいない。また、あっても固体からの反射までは扱っていない^{2,3)}。もし、集束波の時間発展を可視化できれば、解析的扱いの正しさおよび解析や実験結果の要因を確認できる。更に、物理系の性質を具体的にみることは、新しい発想を得るのに有効であると考えられる。

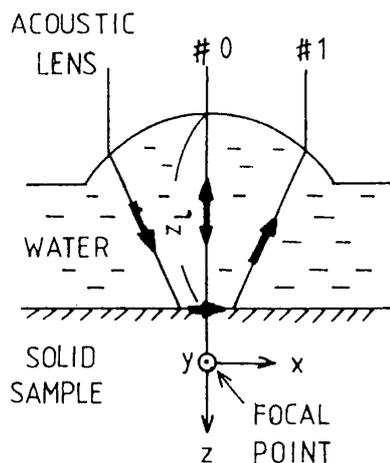


図2 $V(z)$ 曲線測定法の説明図. #0, #1は, 測定試料がLFB波の焦点上でない場合に, トランスジューサに再び戻って来るとされる2つの経路. #0は, LFB波の中で, 試料に垂直に入・反射する部分の経路. #1は, 漏洩表面波とその流体中への漏洩波の進行経路.

先に, LFB超音波の可視化を目的として, シュリーレン法をもとにした実験が行われた⁵⁾. そこでは, 直接反射波と漏洩波が流体カプラー内で干渉するという興味ある結果が報告されている. しかし, LFB超音波バーストの波数が多いと漏洩波が明確に観測できず, 更に, 実験試料は透明でかつ寸法の大きなものに限られる. また, 実験装置の設定や定量的な測定が難しいといった不都合な点もある.

そこで本研究では, 数値解析手法によるLFB超音波の動的可視化を試みた^{6,7)}. 数値解析を利用すれば, どのような形状にも対応でき, かつ定量的な把握も可能である. 先にも述べたように, 時間応答の例はいくつかあるが, 固体試料表面での集束波の反射を含めた研究はまだないと思われる. 使用した解析法は, FD-TD (finite difference time domain) 法, 即ち蛙飛び差分を利用した陽的差分法である^{8~11)}. これは, フックの法則 (または, 連続の式) と運動方程式の両方を使って定式化する手法であるので, 微分の階数が1階だけとなり, 計算式が非常にシンプルとなる. 更に, 陽的解法なので, 計算容量, 計算速度の点で有利である. また, 解析対象となる物理系の全変数を使うので, 境界条件の設定が容易である. 最近では, 座標変換によって, 曲線境界もなめらかに近似できる技術が進んできた¹²⁾. 但し, 本報告では, 簡単のため, 曲線状の境界は階段状近似で解析した. このような理由で, 時間応答の解析には, 他の大次元の連立方程式を解く

必要のある手法よりも, 本方法が有利と考える.

本研究の第1の目的は, そのFD-TD法がLFB超音波の波動場を, 正確にシミュレートできるかどうかの検討である. 目的の第2は, LFB超音波の波動場を時間軸状で観測することと, その解析結果の定量的検討である.

実際に行った解析は, 円弧状に並んだ音源から発した音波が水中で集束する様子と, 固体表面での反射特性である. このモデルは, 凹面円筒トランスジューサを使ったLFB超音波顕微鏡に近い¹³⁾.

2. 基本方程式

解析する物理系の基本方程式を以下に示す. 超音波顕微鏡は一般に, 固体レンズ, 音響カプラーとしての流体領域, 測定対象となる試料の3つの物理系からなっている. 本研究では, 流体中の超音波ビームの挙動に視点を集中したことと, 計算容量, 計算量ともに少なくするため, 固体レンズを考慮に入れていない.

まず, 流体中には, スカラー波である音波が伝搬するとする. そこでこの場合の物理式は, 次のようになる.

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\kappa \operatorname{div} [\dot{U}], \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\dot{U}] = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P, \quad (2)$$

$$[\dot{U}] = [\dot{u} \ \dot{v} \ \dot{w}]^t. \quad (3)$$

ここで, P は圧力, $[\dot{U}]$ は粒子速度ベクトルである. また, κ は体積弾性率, ρ は密度である. その右肩の t は転置行列を示す. 式(1)は連続の式, 式(2)は運動方程式である.

次に, 固体の弾性波に対する物理式を示す.

$$[c] \cdot \nabla_i [\dot{U}] = -\frac{\partial}{\partial t} (-1) \times [T], \quad (4)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} [\dot{U}] = -\nabla \cdot (-1) \times [T], \quad (5)$$

$$[T] = [T_1 \ T_2 \ T_3 \ T_4 \ T_5 \ T_6]^t, \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 & 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ 0 & \partial/\partial y & 0 & \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \\ 0 & 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\nabla_i = [\nabla \cdot]^t. \quad (8)$$

ここで, $[T]$ は応力ベクトル, $[c]$ はスティフネステンソル, $\nabla \cdot, \nabla_i$ はAuldの演算子である¹⁴⁾. 応力は, 本来 3×3 のテンソル量 ($T_{ij}; i, j=1 \sim 3$) である. T_{ij} は, i 面上の j 方向単位面積当たりの力を示

す。しかし、モーメントの釣り合いを考えると $T_{ij} = T_{ji}$ となり独立なものは6成分のみとなる。そこで、 $T_1 \sim T_6$ のベクトルとして応力を表している。 $T_1 \sim T_3$ は伸縮応力を、 $T_4 \sim T_6$ はせん断力を表している。歪み $\nabla_i[U_j]$ も同様である。式(4)、(5)はそれぞれ、フックの法則と運動方程式を表している。応力ベクトルに負号をつけたのは、流体中の音波の式と整合をとるためである。また、こうすることによって電気的等価回路表示も可能になる¹⁵⁾。

流体、固体の境界面での解析格子の設定を図3に示す。境界面に垂直な、応力と粒子速度成分が連続となる。また、その面のせん断力が零となる。

3. 数値解析の定式化

FD-TD法における定式化では、式(1)、(2)および式(4)、(5)の空間、時間微分を中心差分で近似する。定式化の方法を、等方性固体を例にとって説明する。以下の計算でも、試料の固体は等方性としている。

ところで、LFB超音波ビームは、2次元解析が可能である。従って、ここでは、式(1)、(2)、(4)、(5)は以下の式(9)、(10)、(11)、(12)のようになる。但し、 y 方向に一樣とする。

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\kappa \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial z} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = -\frac{1}{\rho} \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial P}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} -T_1 \\ -T_3 \\ -T_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_{11} & c_{13} & 0 \\ c_{31} & c_{11} & 0 \\ 0 & 0 & c_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} \\ \frac{\partial \dot{w}}{\partial z} \\ \frac{\partial \dot{u}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial(-T_1)}{\partial x} + \frac{\partial(-T_5)}{\partial z} \\ \frac{\partial(-T_3)}{\partial z} + \frac{\partial(-T_5)}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (12)$$

但し、 $c_{55} = (c_{11} - c_{13})/2$ である。

ここでは、例として、固体のフックの法則とニュートン側を取り上げ定式化を説明する。まず、式(11)に

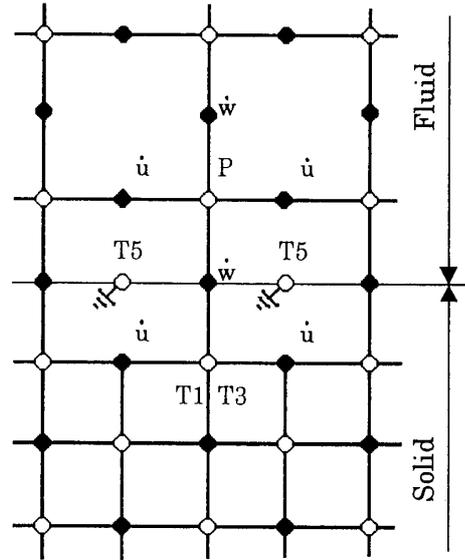


図3 FD-TD法における流体および固体の正方形格子網と各格子点の変数配置、および流体と固体間の境界条件の設定。

示したフックの法則の第1式の差分式は式(13)のようになる。以下、 n は時間ステップ、また i, k はいずれも整数で、それぞれ空間立方格子上的 x, z 方向の位置を示す。但し、ここでは $\Delta x = \Delta z = \Delta d$ としている。また、それぞれの変数の配置を、図3のようにする。

$$\begin{aligned} \frac{2\Delta d}{2\Delta t} \{T_1^{n+1}(i+1, k) - T_1^{n-1}(i+1, k)\} \\ = -c_{11} \{u^n(i+2, k) - u^n(i, k)\} \\ - c_{13} \{w^n(i+1, k+1) - w^n(i+1, k-1)\}. \end{aligned} \quad (13)$$

次いで、式(12)に示した運動方程式の第1式の差分式は式(14)となる。空間、時間格子に関する量は、式(13)と同じである。

$$\begin{aligned} \rho \frac{2\Delta d}{2\Delta t} \{u^n(i, k) - u^{n-2}(i, k)\} \\ = -\{T_1^{n-1}(i+1, k) - T_1^{n-1}(i-1, k)\} \\ - \{T_5^{n-1}(i, k+1) - T_5^{n-1}(i, k-1)\}. \end{aligned} \quad (14)$$

式(13)、(14)により、応力および粒子速度を Δt ごとに交互に計算する。

4. 解析モデル

図4に解析モデルの概略を示す。図の上部の円弧とそれにつながっている直線の壁は剛体としている。波源はその円弧状境界の圧力格子点に与える。左辺は対称、右辺と下辺の破線部分はP波に対する1次の吸収境界とした。従って、P波については反射が少な

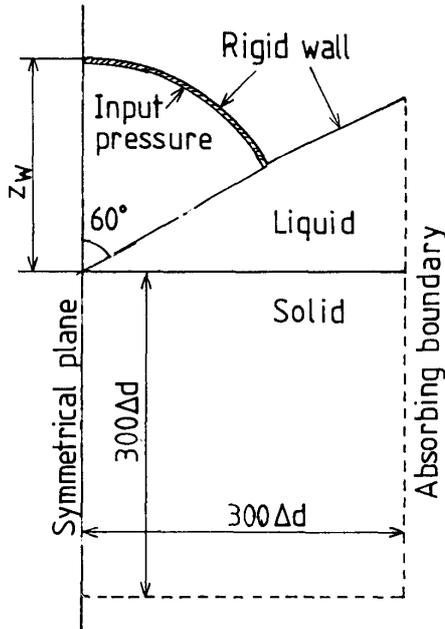


図4 解析モデル。平面歪み問題を仮定。凹面円筒上(図の斜線部)に音圧源を配する。半径は z_w 、開口半角は 60° 。その後方の壁は、剛体とする。モデルは左右対称とし、左辺を対称面として、計算領域を半分になっている。測定試料は、 $300\Delta d \times 300\Delta d$ で、右面および下面は、1次の吸収境界としている。この媒質定数は、鋼に近いものとした。音源と測定試料の間には、流体領域を置く。媒質定数は、水に近いものとした。この領域の右辺は、1次の吸収境界である。

表1 計算に使用した媒質定数

	密度 Kg/m ³	縦波速度 m/s	横波速度 m/s
流体(水)	1000	1500	
固体	7700	5850	3230

い。また、S波に関しては、それが境界に到着する前に計算を終えている。このモデルは、凹面トランスジェューサによる超音波顕微鏡に近い¹³⁾。

媒質条件を表1に示す。計算においては、初期条件を、流体中の圧力、粒子速度および固体中の応力、粒子速度を全て零とし、固体の縦波速度 V_p と空間、時間離散間隔との比を、 $V_p/(\Delta d/\Delta t)=0.5$ 、円弧の半径は $200\Delta d$ 、流体中の入力正弦波バーストの1波長を $20\Delta d$ とした。入力信号は、振幅1の正弦波1周期分の圧力 P である。この設定は、波動の複雑な動きを、少ない計算量で、明確に分離して見ることができるよう考えたものである。

このモデルでは、波長が実際のLFB超音波顕微鏡

に比べて、12.5倍程度大きい。これは、計算容量の節約および誤差や高周波における速度分散を減らすためである。しかし、利用する基本式が線形であり、波長も、円筒部の曲率半径に比べて1/10なので、実用的サイズのLFB超音波の集束、反射特性とそれほど違いはないと考える。最近著者らは、入力圧力を、80波の正弦波バースト信号とし、実用上の寸法にほぼ等しいモデルで計算している。その結果からは、反射波と漏洩弾性波との干渉縞以外に、定性的な違いは見つかっていない¹⁶⁾。

更に、固体で反射する波と、漏洩表面波の干渉する様子を見るため、領域を倍にし、入力信号を5周期分のバースト波とした場合の解析も行った。

5. 解析結果

図5(a)~(i)は、試料である固体を、焦点に置いた場合の計算結果である。図では流体中の波動の様子を、時間を追って示している。実際に計算したのは右半分であるけれども、わかりやすいようにそれを左側に折り返した図も描いた。描き方は、離散間隔 $2\Delta x$ ごとに x_i を固定し、 z_j を0から z_w まで z 方向に $\{x_i + a \cdot P(x_i, z_j), z_j\}$ の実線を引いたものである。ここで $P(x_i, z_j)$ を、離散座標 (x_i, z_j) での圧力とし、 a を適当な定数とする。また、図6(a)~(b)は、試料を焦点より z の負の方向へずらした場合の計算で、 $z_w = 152\Delta z$ とした。なお、解析では $\Delta x = \Delta z = \Delta d$ としている。

図5では、円筒剛壁で発生した音波が、集束しつつ伝搬し、その焦点で試料の固体に入射(図5(e))、その一部が反射して再び円筒剛壁にもどっていく様子がシミュレートされている。集束波には、この後説明するエッジ波と思われる波動と連続して繋がっている。そこで、集束波の固体への入射は、焦点を中心として対称面から 60° までの範囲で判断した。また、図6では、集束波がその焦点位置に到達する前に試料固体に入射し(図6(b))、固体試料表面での反射波が、流体中で焦点を結び(図6(e)より $40\Delta d$ ほど進んだところ)、再び発散していく様子が計算されている。更に両図とも、流体中への漏れ波動(図中、記号Lで示した)が観察され、 $V(z)$ 曲線法に重要な、漏洩弾性表面波の発生がシミュレートされているのがわかる。この漏れ波が、試料固体の漏洩弾性表面波によるものかどうかは、この後示す図9の粒子速度ベクトル図により、明確となる。解析的理論では、この漏洩弾性表面波の他に、流体中の音波と同等かそれよりも若干位

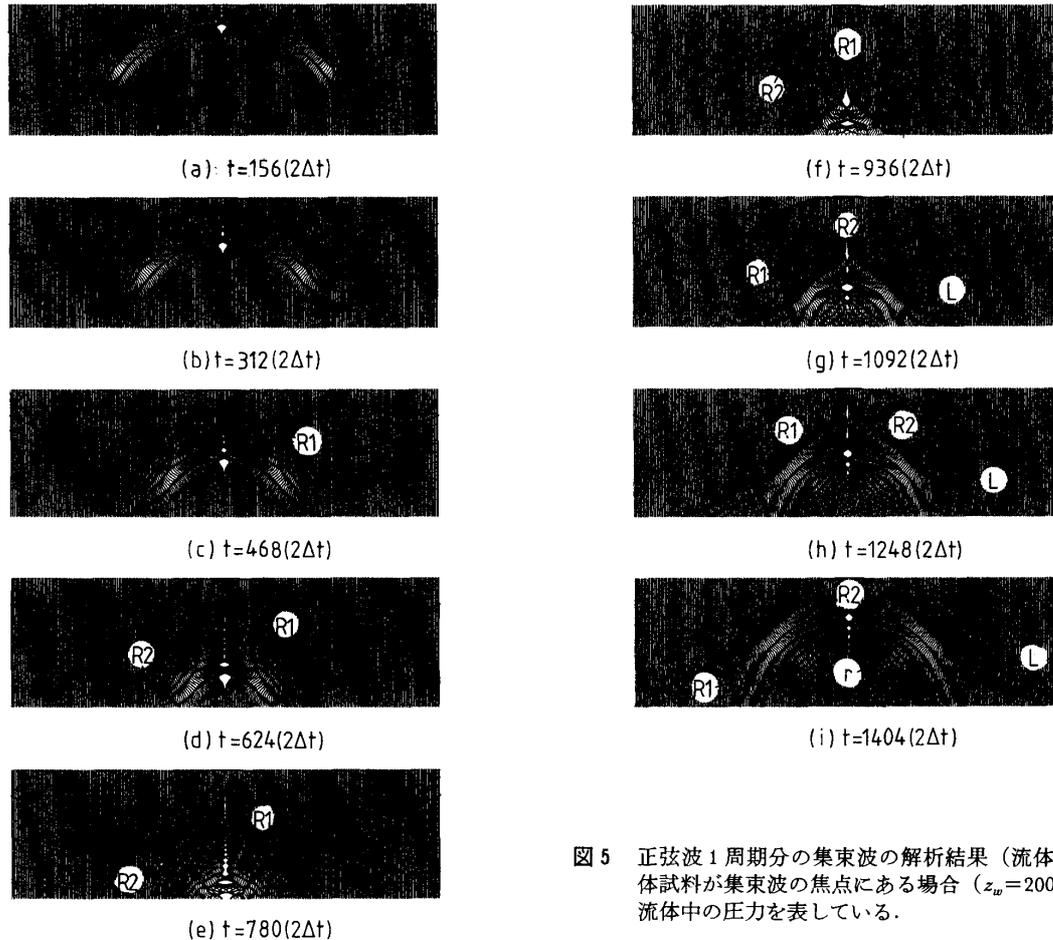


図5 正弦波1周期分の集束波の解析結果(流体中). 固体試料が集束波の焦点にある場合($z_w=200\Delta d$)の流体中の圧力を表している.

相速度の遅い表面波解が得られる¹⁶⁾. しかし数値解析の結果からは確認できなかった.

ところで, 図5, 図6ともに集束波の端部にR1, R2で示した円筒状の波が大きく現れている. これは, 入力信号の分布が円筒剛壁端部までであるため, 境界条件によって発生したエッジ波と思われる.

漏洩弾性表面波の発生と位相速度を確認するため, 図5, 図6の固体表面での粒子速度ベクトルの時間変化を描いたのが図7, 図8である. 図中, 実線は x 方向の, 破線は z 方向の粒子速度 \dot{u} および \dot{w} を示す. 図7は図5の場合に対応し, 図7(a)~図7(e)まで計算回数を5段階に分けて示した. 表1の媒質条件に対して, 漏洩弾性表面波の速度は, 解析的に約2986 m/sとなる¹⁶⁾.

まず, 図7では, 焦点を含む対称軸から右側だけを描いた. 集束波が固体表面にかかった時間をスタートとし, $V_p/(\Delta d/\Delta t)=0.5$ から理論的に漏洩弾性表面波が到達する距離を求め, 図の下に矢印で示した.

図8は, 図6における, 焦点より内側に試料固体が

ある場合の, 表面波の発生と伝搬の様子を調べたものである. 図8(a)~図8(e)はエッジ波の両端が固体に入射したときから, 集束波のうち, 入射角が約30度方向を向いている部分が, 試料固体に到達した時までを, 5段階の等時間間隔で描いたものである. 約30度というのは, 表1の媒質定数における漏洩弾性表面波の入射臨界角である⁵⁾. 図8(f)~図8(i)までは, 図8(e)のその後の時間発展の様子を描いたものである. 図8では, 見やすいように, 対称軸の両側とも描いた.

図7(a)で, 固体表面上の粒子速度成分が大きく発生している. 位相速度を見ると, 矢印との対応から良い一致を示している.

図8(a)~(e)は, エッジ波が試料表面に入射し, 振動を受けたために発生した波と考える. その速度は約1900 m/sで, 流体中の音速より速い. これは, 集束波の端部およびエッジ波が, 試料固体表面に斜め入射しており, 試料表面上では, 入射波数ベクトルの試料表面に沿った方向の要素を観測しているためと思う. 一般に, 集束波は, その波数ベクトルの試料表面に入

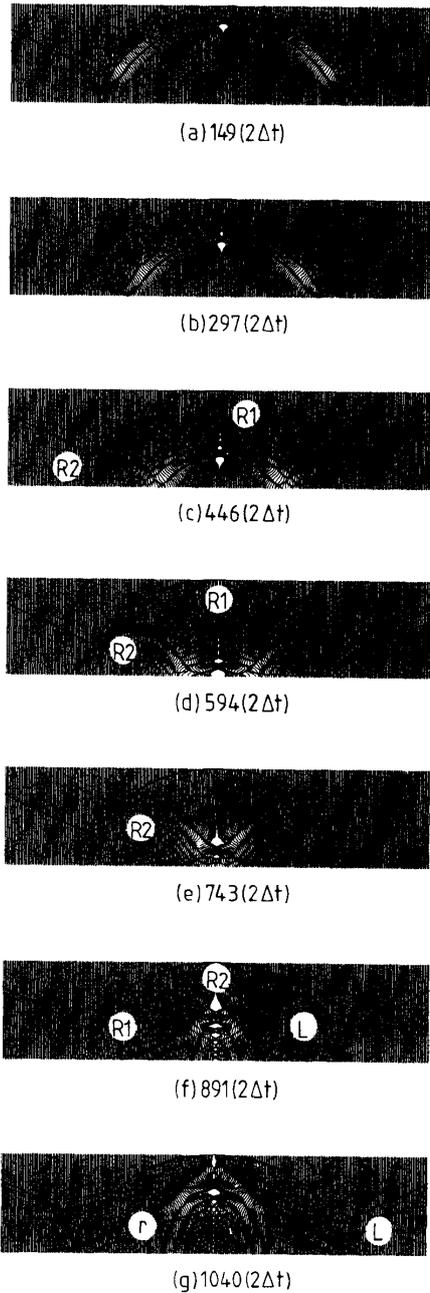


図6 $z_w=152\Delta d$ として、図5と同じ解析を行った結果。
 z_w 以外は、図5と同じ条件である。

射するときの角度が、徐々に小さくなるので、試料表面にたつ波のスピードは速くなると考えられる。しかし、図では、ほぼ均一なスピードで進んでいるように見える。これは、集束波の端部が、エッジ波と繋がっており、そのエッジ波は、下に凸の円筒状になっているためと考える。興味あることに、入射波を平面波と考え、波数ベクトルと試料表面の波の速度から、入射角を求めると、ほぼ、波源部の凹面の開口半角60度に

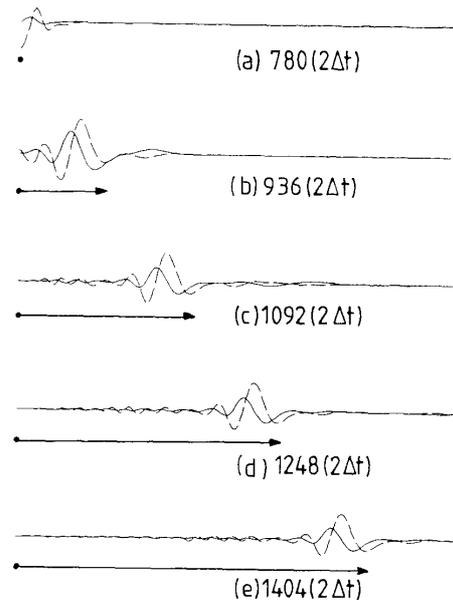


図7 図5の解析における固体表面の粒子速度ベクトル。実線は x 方向の粒子速度 \dot{u} 、破線は z 方向の粒子速度 \dot{w} 。矢印は、集束波が焦点に達した時点から、漏洩弾性表面波が進む距離を表す。この場合の漏洩弾性表面波の位相速度は、解析的に求めたものである。

近くなった。

図8(f)～図8(i)になると、表面波の振幅が急激に大きくなり、漏洩弾性表面波の臨界角30度をすぎたことを示していると考えられる。速度は、約2900 m/sで、漏洩弾性表面波の位相速度に近い。

また、 \dot{u} と \dot{w} の位相についても、興味ある現象が見られる。すなわち、図8の(a)～(e)では、進行方向に対して \dot{u} が \dot{w} より進んでおり、図8(f)～図8(i)では、その逆となっている。表面波については、解析的に求められている結果と同じである。図8(a)～(e)については、現在のところ、考察中である。

ところで、図7(a)～図7(e)、図8(a)～図8(d)では、集束パルスに尾引き（リングング）が見られる。しかし、試料から反射した後では、リングングは短く、わずかな領域（図にrで示した。）にのみ観察される。この部分は、反射波、エッジ波と漏洩波が重なる部分であるので、その影響ではないかと思う。

また、反射波の裾がいつまでも固体表面に接しているのが観察できる。これは、エッジ波R1が試料固体の表面に沿って進んでおり、集束波はエッジ波と繋がっているためと考えられる。

図9は、計算領域を2倍とし、5周期分の正弦波音圧を入力したときの、粒子速度ベクトルを計算したも

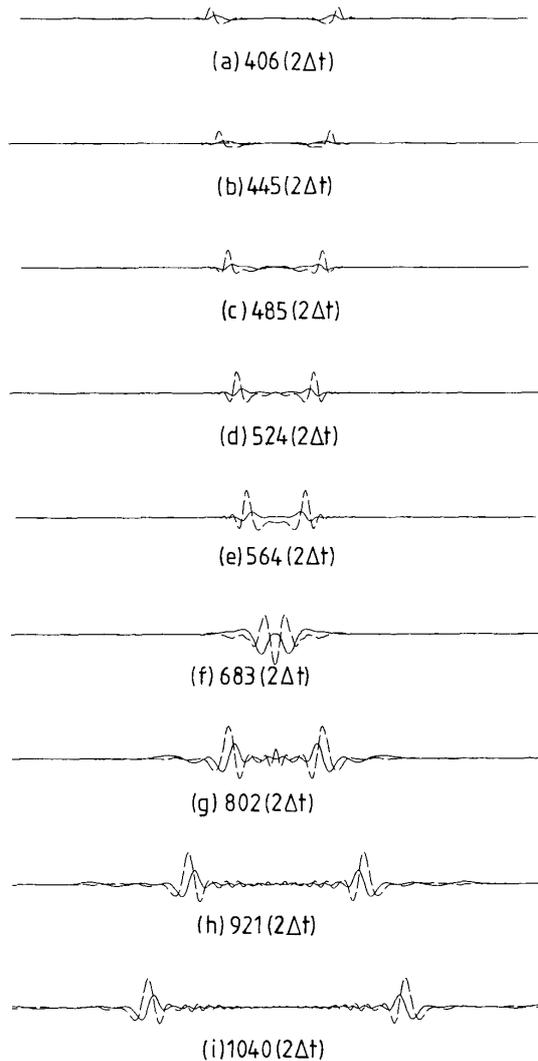


図8 図6の解析における固体表面の粒子速度ベクトル。ここでは、わかりやすいように対称面の両側を描いた。集束波の端が固体試料にかかった時をスタートとして、時間を追って固体表面の粒子速度を表している。その他は、図7と同じ。

のである。ここでは、試料固体は、焦点上に置かれている。そして、流体中の集束波が固体表面で反射し、 z_w のほぼ中間まで進んだところで計算を止めた。この図は、各格子点の粒子速度ベクトルを計算し、適当な定数を乗じ、その格子点から線を引いたものである。図には、試料固体中の粒子速度ベクトルも描いた。但し、試料固体中の粒子速度ベクトルには、流体中のものより3倍大きな定数が乗じてある。この計算は、反射波と漏洩弾性表面波からの漏れ波の干渉を確認するために行った⁵⁾。

計算結果を見ると、先の図7、図8の計算では示さなかったが、試料固体表面の漏洩弾性表面波SWか

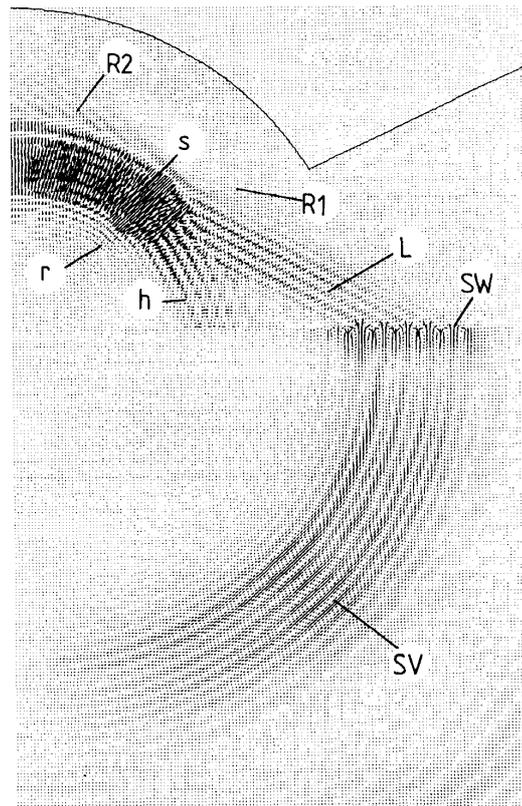


図9 剛性曲線壁上に、正弦波5周期分の音圧を入力し、 $7800 \Delta t$ まで計算したときの、粒子速度ベクトル図。試料は焦点の位置にあるとし、 $z_w = 300 \Delta d$ とした。また、流体領域の x 方向や固体領域は図4の2倍にしてある。正弦波の周期は $156 \Delta t$ 、振幅は1、1波長は、流体中で $20 \Delta d$ 、固体中の縦波で $78 \Delta d$ である。図の描き方は、粒子速度ベクトルに適当な定数を乗じ、その計算格子状から線を引いたもの。但し、固体中では、乗じる定数を流体中の定数の3倍としている。

ら流体中に漏れ波Lが発生しているのがはっきりわかる。また、試料中には横波弾性波SVが確認できる。

エッジ波R1, R2は、反射波に比べて振幅が小さくなっている。これは、計算領域を大きくとったため、円筒状に広がる距離が先の計算よりも長くなったためと思われる。しかし、固体表面付近(図のh)では、反射波とエッジ波R1が干渉しているのがわかる。また、反射波は、漏れ波L1およびエッジ波R2とも干渉しているように見える。すなわち、反射波に特別振幅の大きい場所(図のs)が見られる。これは、漏れ波Lおよびエッジ波R2が反射波と同位相になったための現象と考える。更にその部分からは、周囲より大きな振動が尾を引いている(図のr)。

6. むすび

LFB 超音波の固体表面での反射特性を, FD-TD 法を用いて解析した. この場合, 円筒壁の階段状近似, 流体カプラーと試料固体間の境界条件など, 種々の誤差要因が考えられる. しかし, 本解析による漏洩弾性表面波の発生とその位相速度は, 解析的予測とほぼ一致した. 従って, 本研究の, 第 1 の目的は, 達せられたと考える.

今回の数値解析においては, エッジ波による特異な現象が見られた. すなわち, いつまでも消散せず, 固体試料上付近で, 反射波と干渉することである. このことから, 解析的扱いでは詳しく把握されていなかった現象が, 本手法によって明確化でき, 目標の 2 つ目である数値解析によるシミュレーションの有効性が示された.

解析領域を実際の超音波顕微鏡と同程度に大きくとったモデルでも計算している¹⁷⁾. 今後, 流体, 固体の粘性なども考慮して, より実用に近い定量的な考察を行いたい. また, 固体レンズも考慮に入れた解析も必要である. 更に, 集束超音波は, その焦点付近で顕著な非線形性を示すという研究結果がある¹⁸⁾. 非線形性を考慮した解析も興味あるテーマと考える.

参 考 文 献

- 1) J. Kushibiki and N. Chubachi: Material Characterization by Line-Focus-Beam Acoustic Microscope, IEEE Trans. Sonics & Ultrason., SU-31-2, 189/212 (1985)
- 2) 佐藤, 吉田, 深井: 空間回路網法による直線集束ビーム超音波顕微鏡の時間応答解析, 信学論(A), J73-A-12, 1948/1951 (1990)
- 3) 土屋, 加川, 山淵: 有限要素法による集束トランスジューサの応答解析, 信学論(A), J74-A-7, 929/940 (1991)
- 4) G. R. Lui, J. D. Achenbach, J. O. Kim and Z. L. Li: A Combined Finite Element Method/Boundary Element Method Technique for $V(z)$ Curves of Anisotropic-Layer/Substrate, J. Acoust. Soc. Am., 92-5, 2734/2740 (1992)
- 5) K. Negishi and H. U. Li: A Model Experiment of Wave Propagation in Acoustic Microscope", Jpn. J. Appl. Phys., 27, suppl. 27-1, 203/205 (1988)
- 6) 佐藤雅弘: 直線集束ビーム超音波の固体表面での反射特性シミュレーション, 日本シミュレーション学会第 16 回計算電気・電子工学シンポジウム, II-5, 237/240 (1995)
- 7) 佐藤雅弘: 非定常数値解析による直線集束ビーム超音波が固体表面に入・反射する様子の可視化, 日本音響学会秋季研究発表会講演論文集, 1-8-6, 945/946 (1997)
- 8) 佐藤雅弘: 分析等価回路網を念頭においた固体の弾性波の数値過渡解析法, 騒音・振動研究会資料, N-95-39, 1/6 (1995)
- 9) 吉田則信: 電磁波問題解析の実験, 第 2 章, 電子情報通信学会 (1993)
- 10) Jean Virieux: P-SV Wave Propagation in Heterogeneous Media: Velocity-Stress Finite-Difference Method, Geophysics, 51, 889/1001 (1986)
- 11) M. Sato: Fundamental Investigation of Shear and Surface Elastic Waves in Soft Biological Tissues by Numerical Simulation, Jpn. J. Appl. Phys., 34-5B, 2808/2811 (1995)
- 12) J. F. Thompson, Z. U. Warsi and C. W. Mastin 著, 小国, 河村訳: 数値格子生成の基礎と応用, 丸善 (1994)
- 13) 菅原, 榑引, 中鉢: 超音波顕微鏡法における凹面トランスジューサの動作解析, 信学技報 (超音波), 88-188, 25/30 (1988)
- 14) B. A. Auld: Acoustic Fields and Waves in Solids I, John Wiley & Sons (1973)
- 15) 佐藤雅弘: 圧電体の分布定数回路表示, 音響誌, 51-6, 437/447 (1995)
- 16) M. Sato and N. Nishizuka: Numerical Transient Analysis of a Line-Focus-Beam Ultrasonic Reflection Behavior from a Solid in a Real Size of Conventional Ultrasonic Microscope, 1998 IEEE Ultrasonic Symposium Proceedings, 2, 1321/1324 (1999)
- 17) L. M. Brekhovskikh: Waves in Layered Media, Academic Press, New York (1960)
- 18) 鎌倉友男著: 非線形音響学の基礎, 愛智出版 (1996)