講座

メッシュフリー／粒子法
第3回 Smoothed Particle Hydrodynamics 法による シミュレーション

萩原世也*・野口裕久**

ABSTRACT The series of articles summarize the current progress of meshfree/particle method. In this issue, as one of the well-known and widely-used particle methods, the smoothed particle hydrodynamics (SPH) method is introduced. The theoretical formulation is outlined first and then some numerical examples including a shock wave analysis of compressible flow and a dynamic failure analysis of solid are illustrated.

1. はじめに

第3回は粒子法の一つであるSPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法について解析方法の解説と解析例の紹介を行う.

SPH法は一般的には粒子法と呼ばれ，1970年代に天体のシミュレーション計算に用いられた手法を起源としている[1,2]. SPH法では，連続体を近似的に多数の粒子集合で表現し，その粒子挙動を個々の粒子の運動方程式を解くことで求める．Lagrange解法であるため，流体解析においては，取り扱いが困難とされる対流項を含まずに解析できる利点があり，固体解析においては，粒子の相対的な挙動により変形を表すことができるため，破壊を含む大変形問題に適している．また個々の運動方程式を陽的に解くことで，より簡便に大規模シミュレーションに適用することができる.

SPH法は，開発当初は圧縮性流体のシミュレーションに用いられ，その後，非圧縮性流体に適用された[3]. 近年は酒井ら[4]が非圧縮粘性流体への適用を行っている．また，構造解析への適用[5]は近年になって行われ，固体の超高速衝突解析[5]や爆破解析[6]に適用された．最近，宇宙開発が進むとともに，宇宙空間での宇宙ステーション等に，スペースデブリが衝突する際[7]やそのシールドの性能評価の解析[8]などに積極的に用いられ，既存の有限要素法解析では取り扱いが難しかった解析に適用されている．さらに，弾塑性解析などにも適用できるように研究が進められ[9]，バイオメカニクスへの適用も研究が進められている[10,11]. なお，SPH法の基礎定式化，応用例については，近年出版された文献[12]に詳しい.

本稿では，第1，2回と同様，固体／構造解析を中心としてSPH法の解説を行う．すでに述べたように，SPH法により，有限要素法や差分法で取り扱うことが難しかった非連続体的な固体の破壊現象や接触解析を容易に実施することができる．また，有限要素法のように要素のコネクティビティすなわちメッシュを必要とせず解析を行うことができる．更には，第1回チュートリアルで示したメッシュフリー法に特有なバックグラウンドセルと呼ばれる積分領域もない，いわゆる本当のメッシュフリーの解析手法である．以下では，まずSPH法の基礎定式化について述べ，その後で具体的な解析例を示す．なお，圧縮性流体解析については，固体解析との基礎方程式の違いも含めて解析例において示す.

2. SPH法の概要[5,6,12]

SPH法は，連続体を一群の粒子の集合とみなす．このとき粒子間の影響力を考慮し，粒子単位で任意の時間における偏微分方程式を解くことにより，質量(密度)，速度，エネルギなどの物理量を評価する．一般に，位置ベクトル $\mathbf{x}$ における関数値 $f(\mathbf{x})$ は

Meshfree/Particle Methods — Series 3: Smoothed Particle Hydrodynamics Method. By *Seiya Hagihara* (Dept. of Mechanical Engineering, Saga University) and *Hirohisa Noguchi* (Dept. of System Design Engineering, Keio University).
* 佐賀大学理工学部機械システム工学科
** 慶應義塾大学理工学部システムデザイン工学科

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\mathbf{x}' \in V} f(\mathbf{x}')\,\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}')\,dV \qquad (1)$$

と書ける．ここで V は連続体の占める領域（体積），$\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}')$ はDirac delta functionであり，以下のような値をとる．

$$\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}') = \begin{cases} 1 & \mathbf{x}=\mathbf{x}' \\ 0 & \mathbf{x}\neq\mathbf{x}' \end{cases} \qquad (2)$$

粒子法では，他の粒子からの影響を考慮するために，ある位置 $\mathbf{x}$ での物理量 $f(\mathbf{x})$ を表す際に，$\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}')$ をkernel functionとも呼ばれる平滑化関数（重み関数）$W(|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|, h)$ によって置き換える．これにより他の粒子による影響も考慮された平滑化された物理量を式(3)のように求めることができる．ここで，h は粒子間の代表的距離であり，$\mathbf{x}, \mathbf{x}'$ はそれぞれ評価中心，任意粒子の座標値である．

$$\langle f(\mathbf{x})\rangle = \int_{\mathbf{x}' \in V} f(\mathbf{x}')\,W(|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|, h)\,dV \qquad (3)$$

また，平滑化関数は一種の確率密度関数であり，更には $f(\mathbf{x})$ が一定値の際には，$\langle f(\mathbf{x})\rangle$ も一定値でなければならないため，以下の条件を満たさなければならない．

$$\int_{\mathbf{x}' \in V} W(|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|, h)\,dV = 1 \qquad (4)$$

さて，粒子法では，**図1** に示すように，任意の評価粒子の中心から $2h$ の距離の影響半径を定め，その影響半径内の粒子の値から評価粒子の値を以下のように近似する．

$$\begin{aligned}\langle f(\mathbf{x})\rangle &= \int_{\mathbf{x}' \in V} f(\mathbf{x}')\,W(|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|, h)\,dV \\ &\approx \sum_{j=1}^{N} f(\mathbf{x}_j)\,W(\mathbf{x}-\mathbf{x}_j, h)\,\Delta V_j \\ &= \sum_{j=1}^{N} \frac{m_j}{\rho_j} f(\mathbf{x}_j)\,W(\mathbf{x}-\mathbf{x}_j, h) \end{aligned} \qquad (5)$$

ここで，j は粒子番号，N は影響半径内の総粒子数である．式(5)において，第2式から第3式にかけては，$m_j = \rho_j \Delta V_j$ の関係を用いており，$m_j, \rho_j, \Delta V_j$ は，それぞれ j 番目の粒子の質量，密度，空間に占める体積を表わしている．

ここで，式(3)の微分形は，以下の式で表される．

$$\begin{aligned}\langle \nabla f(\mathbf{x})\rangle &= \int_{\mathbf{x}' \in V} \nabla f(\mathbf{x}')\,W(|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|, h)\,dV \\ &= \int_{\mathbf{x}' \in V} \nabla[f(\mathbf{x}')\,W(|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|, h)]\,dV \\ &\quad - \int_{\mathbf{x}' \in V} f(\mathbf{x}')\,\nabla W(|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|, h)\,dV \\ &= - \int_{\mathbf{x}' \in V} f(\mathbf{x}')\,\nabla W(|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|, h)\,dV \end{aligned} \qquad (6)$$

式(6)の導出にあたっては，発散定理ならびに遠方で W の値がゼロとなることを用いている．式(5)にならい，上式を粒子を基本単位として離散化近似すると，以下のように書ける[1]．

$$\langle \nabla f(\mathbf{x})\rangle = -\sum_{j=1}^{N} \frac{m_j}{\rho_j} f(\mathbf{x}_j)\,\nabla W(\mathbf{x}-\mathbf{x}_j, h) \qquad (7)$$

平滑化関数にはいくつかの関数が提案されており，SPHに用いるにあたっての検証もおこなわれているが[12]，ここでは，良く用いられるスプライン関数を紹介する．二次元解析を行う際のスプライン関数は以下の通りである．**図2** にスプライン関数の模式図を示す．

$$W(q,h) = \frac{10}{7\pi h^2}\begin{cases} \left(1-\frac{3}{2}q^2+\frac{3}{4}q^3\right) & if (0 \le q < 1) \\ \frac{1}{4}(2-q)^3 & if (1 \le q \le 2) \\ 0 & otherwise \end{cases} \qquad (8)$$

また，三次元解析には以下のスプライン関数が用いられる．

$$W(q,h) = \frac{1}{\pi h^3}\begin{cases} \left(1-\frac{3}{2}q^2+\frac{3}{4}q^3\right) & if (0 \le q < 1) \\ \frac{1}{4}(2-q)^3 & if (1 \le q \le 2) \\ 0 & otherwise \end{cases} \qquad (9)$$

なお，$q = \dfrac{|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|}{h}$ である．ここで，h は粒子間距離であるので，q の値は，常に正の値であり，図1に示す影響半径は，粒子間距離の2倍となる．

さて，固体の動的解析におけるラグランジュ座標系

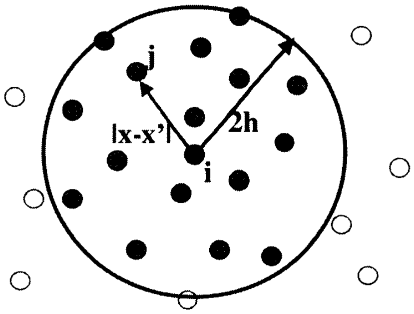

図1　評価粒子と影響半径の概念

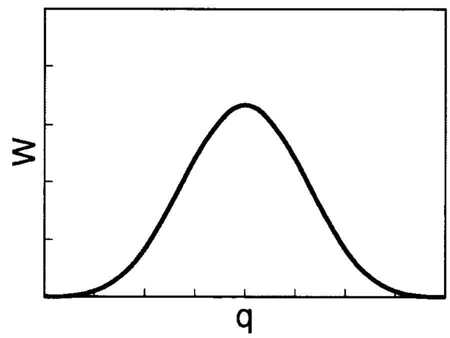

図2　影響半径内の重み関数分布

での支配方程式は以下のように記述される．

質量保存則

$$\frac{D\rho}{Dt}=-\rho\frac{\partial U^{\beta}}{\partial x^{\beta}} \tag{10}$$

運動量保存則

$$\frac{DU^{\alpha}}{Dt}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\partial x^{\beta}} \tag{11}$$

エネルギ保存則

$$\frac{DE}{Dt}=\frac{\sigma^{\alpha\beta}}{\rho}\frac{\partial U^{\alpha}}{\partial x^{\beta}} \tag{12}$$

ここで，上付添字 $x^{\alpha}(x^1, x^2, x^3)$ は座標の成分番号を示し，総和規約を適用している．また，t は時間，ρ は密度，$\sigma^{\alpha\beta}$ は応力，U^{α} は速度，E は比内部エネルギを表している．式(6),(7)を参照し，これらを粒子 i に対して離散化された支配方程式(質量保存則，運動量保存則，エネルギ保存則)に変換すると，以下の通りになる．式(13)～(15)には，計算精度を向上するための補正項が含まれているが，これらの式の導出過程については，文献[12]に詳しいので参照されたい．

質量保存則

$$\frac{D\rho_i}{Dt}=\rho_i\sum_{j=1}^{n}\frac{m_j}{\rho_j}\left(U_i^{\beta}-U_j^{\beta}\right)W_{ij,\beta} \tag{13}$$

運動量保存則

$$\frac{DU_i^{\alpha}}{Dt}=\sum_{j=1}^{n}m_j\left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2}+\frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2}\right)W_{ij,\beta} \tag{14}$$

エネルギ保存則

$$\frac{DE_i}{Dt}=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}m_j\left(U_j^{\alpha}-U_i^{\alpha}\right)\left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2}+\frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2}\right)W_{ij,\beta} \tag{15}$$

なお，$W_{ij,\beta}=-\partial W(\mathbf{x}_i-\mathbf{x}_j, h)/\partial x^{\beta}$ とおいている．SPHにおいて，この支配方程式をこのまま用いて数値的に計算を行うと，粒子と粒子の追い越し等の非物理的振動が生じることが知られている．この非物理的振動を押さえるためには，この支配方程式に人工粘性項 Π_{ij} を導入することが有効である．

$$\Pi_{ij}=\begin{cases}\dfrac{-\alpha\bar{c}_{ij}\mu_{ij}+\beta\mu_{ij}^2}{\bar{\rho}_{ij}} & if\ \left(U_i^{\alpha}-U_j^{\alpha}\right)\cdot\left(x_i^{\alpha}-x_j^{\alpha}\right)<0\\ 0 & otherwise\end{cases} \tag{16}$$

ここで c は音速である．$\mu_{ij}, \bar{c}_{ij}, \bar{\rho}_{ij}$ は，以下の式で表される．

$$\mu_{ij}=\frac{h\left(U_i^{\alpha}-U_j^{\beta}\right)\cdot\left(x_i^{\alpha}-x_j^{\alpha}\right)}{\left(x_i^{\alpha}-x_j^{\alpha}\right)^2+\varepsilon h^2} \tag{17}$$

$$\bar{c}_{ij}=\frac{c_i+c_j}{2} \tag{18}$$

$$\bar{\rho}_{ij}=\frac{\rho_i+\rho_j}{2} \tag{19}$$

これらを導入することにより，最終的なSPHの支配方程式は以下のようになる．

質量保存則

$$\frac{D\rho_i}{Dt}=\rho_i\sum_{j=1}^{n}\frac{m_j}{\rho_j}\left(U_i^{\beta}-U_j^{\beta}\right)W_{ij,\beta} \tag{20}$$

運動量保存則

$$\frac{DU_i^{\alpha}}{Dt}=\sum_{j=1}^{n}m_j\left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2}+\frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2}-\Pi_{ij}\right)W_{ij,\beta} \tag{21}$$

エネルギ保存則

$$\frac{DE_i}{Dt}=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}m_j\left(U_j^{\alpha}-U_i^{\alpha}\right)\left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2}+\frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2}-\Pi_{ij}\right)W_{ij,\beta} \tag{22}$$

固体解析では，応力 $\sigma^{\alpha\beta}$ は，圧力成分 P と偏差応力成分 S によって以下の式で表される．

$$\sigma^{\alpha\beta}=S^{\alpha\beta}-P\delta^{\alpha\beta} \tag{23}$$

ここで，平均応力 σ_m と圧力 P との関係は $\sigma_m=-P$ である．固体の高速衝突等の解析では，式(23)の圧力成分 $P=P(\rho, E)$ の算出にあたっては，次に示す固体に対するMie-Gruneisenの状態方程式[5]などが用いられる．

$$P(\rho, E)=\left(1-\frac{1}{2}\Gamma\eta\right)P_H(\rho)+\Gamma\rho E \tag{24}$$

$$P_H=\begin{cases}a_0\eta+b_0\eta^2+c_0\eta^3 & \eta>0\\ a_{0\eta} & \eta<0\end{cases} \tag{25}$$

ここで，$\eta=\dfrac{\rho}{\rho_0}-1$ であり，ρ_0 は初期密度である．また，Γ はGruneisenパラメータと呼ばれる．また式中の a_0, b_0, c_0 は，線形衝撃速度 U_s と，粒子速度 U_p の関係式 $U_s=C+SU_p$ におけるパラメータである定数 C, S を使って次のように表される．

$$\begin{aligned}a_0&=\rho_0C^2\\ b_0&=a_0\left[1+2(S-1)\right]\\ c_0&=a_0\left[2(S-1)+3(S-1)^2\right]\end{aligned} \tag{26}$$

微小弾性変形を仮定した場合には，偏差応力は以下の式で求めることができる．

$$\dot{S}_i^{\alpha\beta}=\mu\bar{\dot{\varepsilon}}_i^{\alpha\beta}=\mu\left(\dot{\varepsilon}_i^{\alpha\beta}-\frac{1}{3}\delta^{\alpha\beta}\dot{\varepsilon}_i^{\gamma\gamma}\right) \tag{27}$$

ここで，μ はせん断弾性係数(shear modulus)である．また，変形が大きくなり大ひずみが生じる解析においては，剛体回転の影響を考慮した客観応力速度を使用する必要がある．ここでは一例として，偏差応力 $S^{\alpha\beta}$ について，次のJaumann Rateを用いる．

$$\dot{S}_i^{\alpha\beta}-S_i^{\gamma\alpha}\dot{R}_i^{\beta\gamma}-S_i^{\gamma\beta}\dot{R}_i^{\alpha\gamma}=\mu\left(\dot{\varepsilon}_i^{\alpha\beta}-\frac{1}{3}\delta^{\alpha\beta}\dot{\varepsilon}_i^{\gamma\gamma}\right) \tag{28}$$

ここで，$\dot{\varepsilon}_i^{\alpha\beta}$ は変形速度(Deformation Rate)，$\dot{R}_i^{\alpha\beta}$ はスピン(Spin)であり，以下のように表される．

$$\dot{\varepsilon}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U^\alpha}{\partial x^\beta} + \frac{\partial U^\beta}{\partial x^\alpha}\right) \tag{29}$$

$$\dot{R}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U^\alpha}{\partial x^\beta} - \frac{\partial U^\beta}{\partial x^\alpha}\right) \tag{30}$$

である．これらを同様に離散化式で表すと以下の式になる．

$$\dot{\varepsilon}_i^{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\sum_j \frac{m_j}{\rho_j}\left[\left(U_j^\alpha - U_i^\alpha\right) W_{ij,\beta} + \left(U_j^\beta - U_i^\beta\right) W_{ij,\alpha}\right] \tag{31}$$

$$\dot{R}_i^{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\sum_j \frac{m_j}{\rho_j}\left[\left(U_j^\alpha - U_i^\alpha\right) W_{ij,\beta} - \left(U_j^\beta - U_i^\beta\right) W_{ij,\alpha}\right] \tag{32}$$

最後に，支配方程式は時間依存であるので，時刻 t から時刻 $t+\delta t$ における値を求めるために，それぞれの式を時間積分する必要がある．時間積分についても，様々な手法が適用可能であるが，一例として以下の一次の陽解法の式[5]を示す．

$$\rho^{t+\delta t} = \rho^t + \delta t \times \dot{\rho} \tag{33}$$

$$U^{\alpha t+\delta t} = U^{\alpha t} + \delta t \times \dot{U}^\alpha \tag{34}$$

$$S^{\alpha\beta t+\delta t} = S^{\alpha\beta t} + \delta t \times \dot{S}^{\alpha\beta} \tag{35}$$

$$X^{\alpha t+\delta t} = X^{\alpha t} + \frac{1}{2}\left(U^{\alpha t} + U^{\alpha t+\delta t}\right) \times \delta t \tag{36}$$

3. SPH法による解析例

ここでは，SPHによる解析例として，圧縮性流体解析および固体解析からそれぞれ一つ示す．

3.1 Smoothed Particle Hydrodynamics法による圧縮性流体の数値解析

まず，SPHによる圧縮性流体の2次元円筒衝撃波の解析例について示す．精度の比較のために差分法による結果も示す．一般に直交構造格子を用いた差分法では，対角方向への衝撃波伝播をうまく再現できず円形に広がる衝撃波の解法が困難となる．そこで，本例題によりSPH法のような粒子法の利点について示す．

基礎方程式には圧縮性ラグランジュ系の方程式を用いる．圧縮性流体に対しては，すでに示した固体の支配方程式のうち質量保存式以外は次の式を用いて計算する．

運動量保存の式

$$\frac{D\mathbf{U}}{Dt} = -\frac{\nabla P}{\rho} \tag{37}$$

エネルギー保存式

$$\frac{DE}{Dt} = -\frac{P}{\rho}\nabla\cdot\mathbf{U} \tag{38}$$

状態方程式

$$P = P(\rho, E) \tag{39}$$

本例題では，状態方程式には理想気体の状態方程式を用い，低圧部の音速と密度で無次元化する．次に，式(37),(38)をSPH法で用いる形に離散化した式を示す．以下の式において人工粘性項には，Monaghanタイプの人工粘性を用いる[3,12]．

運動量保存の式

$$\frac{DU^\beta}{Dt} = -\sum_{j=1}^{N} m_j\left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij}\right) W_{ij,\beta} \tag{40}$$

エネルギー保存式

$$\frac{DE_i}{Dt} = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N} m_j\left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij}\right)\left(U_i^\beta - U_j^\beta\right) W_{ij,\beta} \tag{41}$$

上記の時間積分には1次精度の陽解法を用いた．**図3**に2次元円筒衝撃波の計算領域を示す．36×36の領域に49×49個の粒子を配置し，高圧部には領域中心から半径1.875の内部に81個の粒子を配置する．この時平滑化長さを1とする．また差分法では，SPH法における初期粒子配置と格子点とを一致させ，格子点数がSPH法の粒子数と同数になるように設定した．

図4, 5はt = 5.68におけるSPH法による粒子の配置と圧力分布を示しており，衝撃波の位置に粒子が多く存在している様子が観察される．すなわち，SPH法による圧縮性流体の解析では，粒子が衝撃波付近に集まることが分かる．一方，**図6**は差分法による計算結果を示す．この図から，SPH法による円筒衝撃波は円形で一様に伝播していくのに対し，差分法による円筒衝撃波はやや菱形で伝播する．一般的に，差分法は対角方向への衝撃波伝播をうまく再現できないため，結果的にこのような菱形を有する衝撃波が形成されたと考えられる．よって，このような円筒衝撃波の解析には，解の格子依存性の少ないSPH法の方が有効であると考

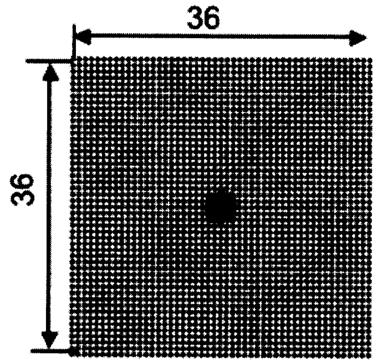

図3　計算対象

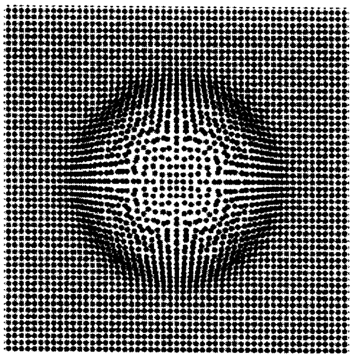

図4　粒子配置(t = 5.68)

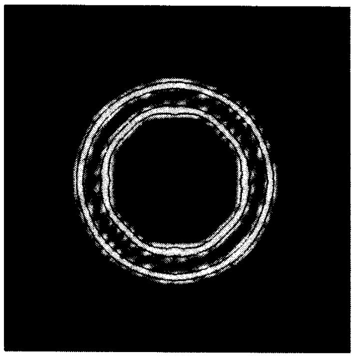

図5　圧力分布図(SPH)

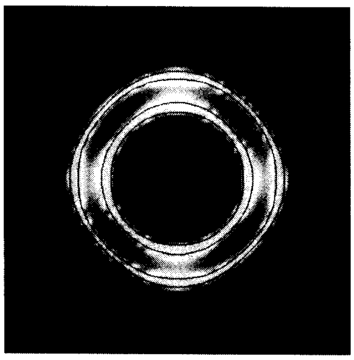

図6　圧力分布図(差分法)

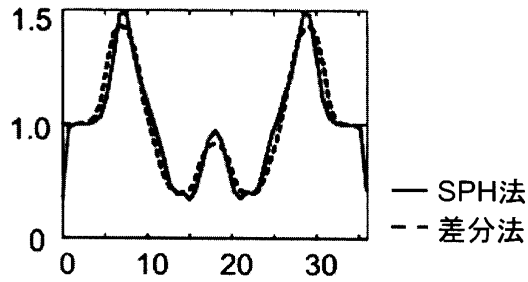

図7　中心線上の圧力分布の比較

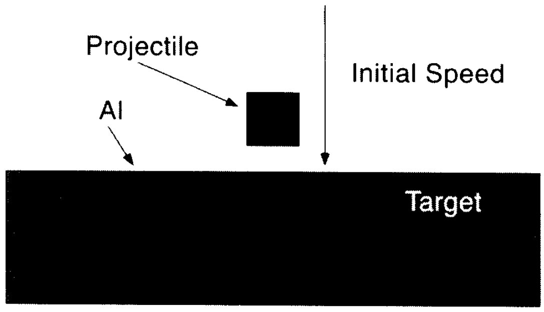

図8　高速衝突の模式図

表1　飛翔物とターゲットのサイズと各種パラメータ

	Projectile	Target
Density (kg/m^3)	7.89E+03	2.71E+03
Width (m)	2.0E-03	2.0E-02
Length (m)	2.0E-03	5.0E-03
Parameter C (m/s)	3.6E+03	5.3E+03
Parameter S (-)	1.8	1.5
Gruneisen Parameter (-)	1.81	1.7
Shear Modulus (Pa)	7.92E+10	
Young Modulus (Pa)	2.06E+11	

えられる．

図7に計算対象中心線上の圧力分布を時刻t = 5.68で比較した図を示す．この図から，SPH法による数値解析結果は差分法と良い一致を示しているが，ピーク圧力は差分法のほうが低くなっている．これは，図5, 6に示した衝撃波形状の違いが原因だと考えられる．

3.2　飛翔体の高速衝突の解析

SPH法は，高速衝突の解析に用いられることが多い．ここではその計算例を示す．**図8**に示すように，非常に固い飛翔体がある静止状態のターゲット(アルミニウム，Al)に5000m/sと500m/sで衝突し，貫通する大変形破壊解析を行った．このような解析は，宇宙空間でのスペースデブリ(ゴミ)が宇宙船等の構造物に衝突した時の解析，あるいは衝撃を吸収するバンパーの解析として行われることが多い．各種パラメータ等の解析条件は，以下に示す．

まず，5000m/sで飛翔体がターゲットに衝突する際のシミュレーションを行い，その計算結果を**図9～11**に示す．図9は衝突後0.8μ秒後，図10は1.7μ秒後，図11は2.5μ秒後の飛翔体とターゲットの状態を示す．次

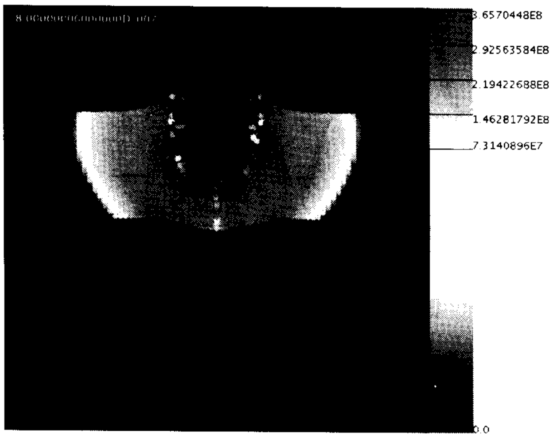

図 9　高速飛翔体の衝突(0.8μ 秒後，5000m/s)

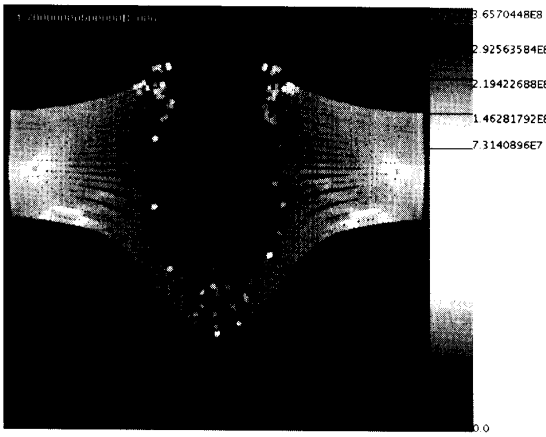

図 10　高速飛翔体の衝突(1.7μ 秒後，5000m/s)

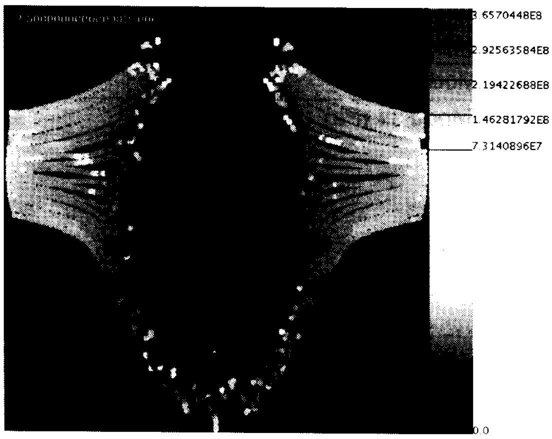

図 11　高速飛翔体の衝突(2.5μ 秒後，5000m/s)

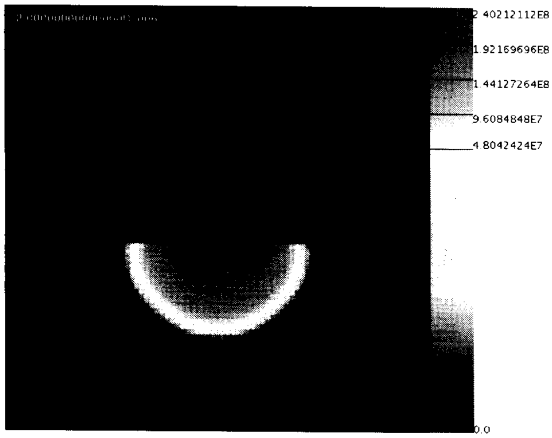

図 12　高速飛翔体の衝突(2.0μ 秒後，500m/s)

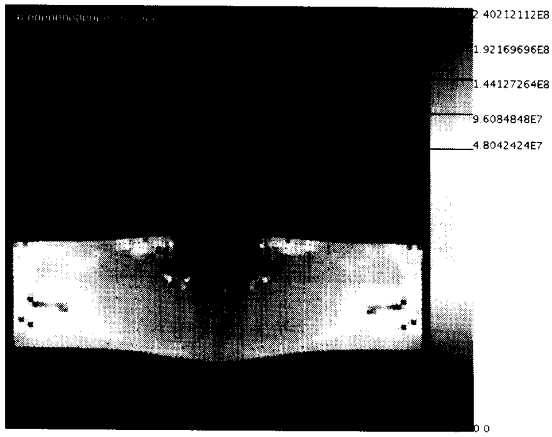

図 13　高速飛翔体の衝突(6.0μ 秒後，500m/s)

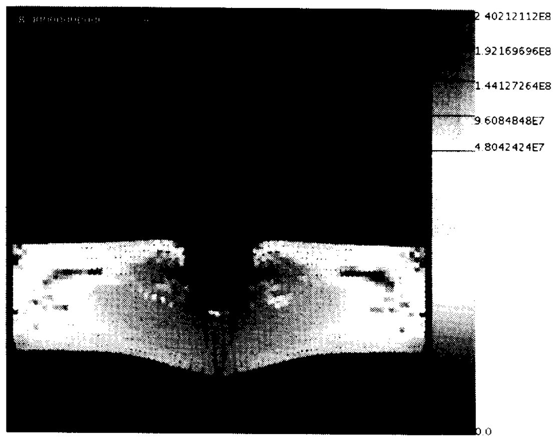

図 14　高速飛翔体の衝突(8.0μ 秒後，500m/s)

に500m/sで飛翔体が衝突する場合のシミュレーション結果を**図 12～14**に示す．図 12は衝突後2.0μ秒後，図 13は6.0μ秒後，図 14は8.0μ秒後の飛翔体とターゲットの状態を示す．これらの図では，飛翔体がターゲットを貫通する際の様子が良くわかる．また，5000m/sと500m/sの速度差による貫通時の破壊形状の違いが良くわかる．応力の伝わりも比較的良い計算結果が得られているが，計算手法上の物理的振動が発生している．

これは，人工粘性項を加えても完全に振動を抑えることは困難である．

4. おわりに

SPH法は，これまでの解析手法が取り扱うことが困難であった破壊を伴う解析などの解析を容易に行うことができるという大きな特徴を持ち，真のメッシュフリー法という特徴も持っている．SPH法を使うことにより，流体では大規模な流れを伴う現象や，固体では，破壊と大変形を伴う現象，あるいはこれらが連成した現象を解析することが可能になる．また，それだけに留まらず，気体，流体，固体等が複合した様々な問題に適用できるようになる可能性を持っていると考えられる．

参考文献

1) Lucy, L. B.: A numerical approach to the testing of the fission hypothesis, Astron. J., 82, 1013 (1977)
2) Gingold, R. A. and Monaghan J. J.: Smoothed particle hydrodynamics: Theory and applications to non-spherical stars, Mon. Not. R. Astr. Soc., 181, 375 (1977)
3) Monaghan J. J.: Simulating free surface flows with SPH, J. Comput. Phys., 110 (1994)
4) 酒井譲，楊宗億，丁泳鏵: SPH法による非圧縮粘性流体解析手法の研究，日本機械学会論文集，70-696, B, 1949/1956 (2004)
5) Libersky, L. D. et. al.: High strain lagrangian hydrodynamics, J. Comput. Phys., 109, 67/75 (1993)
6) Randles, P. W. and Libersky, L. D.: Smoothed particle hydrodynamics, Comput. Methods Appl. Mech Engrg., 139, 375/408 (1996)
7) 酒井譲，山下彰彦: SPH理論に基づく粒子法による構造解析の基礎的検討，日本機械学会論文集，67-659, 1093/1102 (2001)
8) 関根英樹，伊藤亮，新舘恭嗣: 改良SPH法による固体?固体超高速衝突破壊の数値解析と二重構造デブリシールドの防御性能の評価，日本機械学会論文集，71-701 A, 80/88 (2002)
9) 宋武燮，酒井譲，山下彰彦: SPH粒子法による構造解析(3次元弾塑性解析手法の検討)，シミュレーション，**20**-4, 288/295 (2001)
10) 野口暢朗，萩原世也: 衝撃を受ける頭内部解析への粒子法の適用，日本機械学会第16回計算力学講演会講演論文集，03-26, 957/958 (2003)
11) 高野龍雄，田中伸厚，岩田賢，岸本悟志: SPH法による血流の三次元ミクロ・シミュレーション，日本機械学会第17回計算力学講演会講演論文集，04-40, 67/68 (2004)
12) G. R. Liu and M. B. Liu: Smoothed particle hydrodynamics – a meshfree particle method–, World Scientific, ISBN 981-238-456-1 (2003)