

シミュレーションの世界

気泡力学のシミュレーション

高比良 裕 之*

ABSTRACT This paper deals with the numerical simulations of bubble dynamics. Some numerical results are summarized. First, the coalescence of two rising bubbles under gravity and the gas bubble bursting at a water surface are simulated using the level set method. The three-dimensional bubble deformation and coalescence are demonstrated in the former simulation. The simulation for the gas bubble bursting shows that the liquid jet which is formed from the water surface breaks up into a drop. The bubble collapse near a plane rigid wall is also demonstrated by taking the toroidal bubble dynamics and the heat transfer of the internal gas into account using the boundary element method combined with the finite volume method. The result shows that the thermal diffusivity affects the bubble collapse. Finally, the bubble growth and collapse under a floating body is calculated to simulate the under water explosion. It is shown that the direction of the liquid jet formed in the final stage of collapse is dependent on the mass of the floating body.

1. はじめに

「気泡：バブル」という単語を聞いて、何を思い浮かべるだろうか。「バブル経済の崩壊」という言葉に代表されるように、気泡から、あっという間に消滅してしまう儚いものをイメージする人が多いかもしれない。インテリアに興味がある人は、水柱やパネル内を連続的に上昇する気泡に照明を当てた装飾品を思い浮かべるかも知れない。水柱やパネル内の気泡は、「変形」しながら、時には螺旋状の軌跡を取って、ゆらゆらと上昇し、幻想的な雰囲気を出し出す。気泡の螺旋運動は、古くはレオナルド・ダ・ヴィンチの手書きの原稿にも記されている¹⁾。儚い寿命の気泡も、それが非常に高速につぶれる(以下、「崩壊：Collapse」という表現を用いる)際は、その内部から光が放射される²⁾。気泡が崩壊する時の界面の速度は液体の音速を超え、内部の気体は超高温・高圧になっているのである。筆者は、気泡の運動を扱う際の難しさ(それと同時に興味深さ)は、まさに、この「変形」と「崩壊」にあると考えている。本報では、気泡の「変形」と「崩壊」をシミュレートするいくつかの方法と計算例を紹介する。

2. 気泡の変形

気泡の運動を調べるということは、言い換えれば、

気体、液体ならびに気液界面での物理を考慮しながら、界面の運動を追跡することである。気泡の物理は典型的な移動境界問題である。気体と液体の混在した流れを扱う際の難しさの一つは、界面を挟んで、密度・粘性係数などの物性値が不連続になっていることにある。特に、密度は、空気・水の場合、約1:1000の比を有しており、数値計算上の不安定を引き起こす要因となっている。いま、水中を上昇する気泡の運動を考えてみよう。この場合、液体の圧力変動は小さいので、気泡の体積変化は重要ではない。そのため、この種の気泡の運動を扱う際には、気体、液体の両相とも非圧縮性のNavier-Stokes方程式を支配方程式として用いる。また、界面を追跡する方法には、大きく分けて、界面の位置を直接Lagrange的に追いかけていく方法と、界面を表す「関数」をEuler的に追いかけていく方法がある。界面追跡法だけでも非常に多岐にわたっているため、ここでは、界面からの符号付の「距離関数(Level Set 関数)」をEuler的に追跡するLevel Set法³⁾と呼ばれる方法を紹介する。

Level Set法では、Level Set関数を ϕ とすると、 $\phi=0$ の集合が界面を表し、 $\phi<0$ の領域が一方の流体を、 $\phi>0$ の領域がもう一方の流体を表す。例えば、液体中にある球状の気泡の場合、液体側で界面から距離が R_1 の場合は、Level Set関数は $\phi=R_1$ となり、気体側で界面から距離が R_2 の場合は、Level Set関数は $\phi=-R_2$ となる。Level Set関数は、以下に示すLevel Set方程式により、時間発展される。

Numerical Simulation of Bubble Dynamics. By Hiroyuki Takahira (Osaka Prefecture University).

* 大阪府立大学

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (1)$$

ここで、 t は時間、 \vec{u} は流体の速度ベクトルである。なお、式(1)により ϕ を時間発展すると、 ϕ は流れにより歪められ、距離関数としての性質を失ってしまう。そのため、 ϕ を正しい距離関数に保つために、次式を解いて Level Set 関数の再初期化を行う。

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + S(\phi_0)(|\nabla \phi| - 1) = 0 \quad (2)$$

ここで、 τ は仮想時間、 ϕ_0 は再初期化をする際の ϕ の初期値、 S は符号関数である。式(2)からわかるように、式(2)の ϕ が収束した時には $|\nabla \phi| = 1$ となり、距離関数となる。

この方法を用いてシミュレートした浮力により上昇する2個の気泡が合体する様子を図1に示す⁴⁾。気泡が浮力によって上昇すると、最初球形だった2個の気泡は変形し、キャップ状になる。上側の気泡の背後には後流(渦)が形成されるため、下側の気泡の上昇速度は

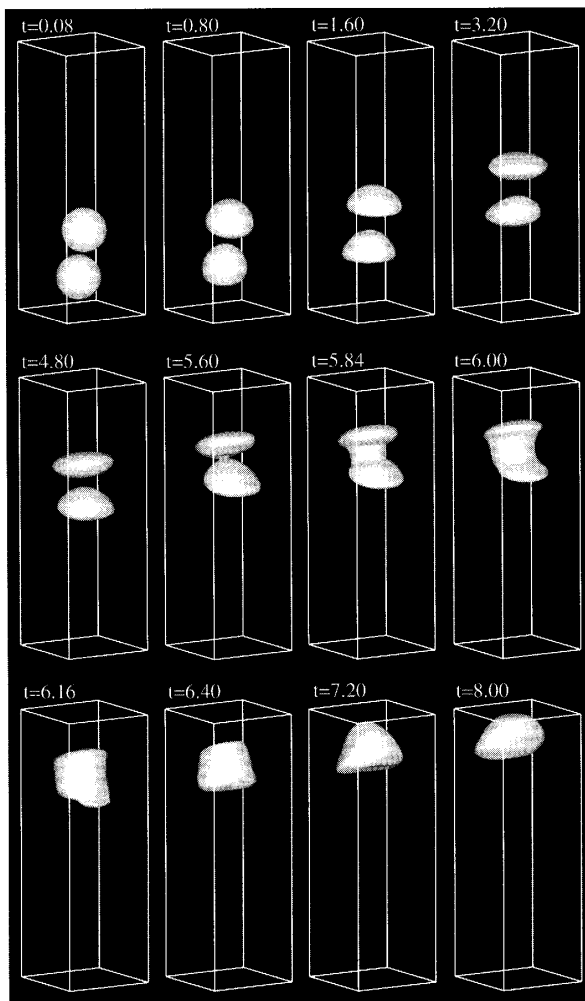


図1 2個の上昇気泡の合体⁴⁾

速くなる。その後、上側の気泡が扁平になり、下側の気泡と合体する。合体した気泡はいったん柱状になった後、再びキャップ状になっている。

図2は、水面近傍にある気泡が浮力により上昇し、水面と衝突した後、液滴が形成される様子である⁴⁾。気泡が水面に衝突すると水面が盛り上がり、水柱が形成される。水柱が上方に跳ね上がった後、その先端付近で界面不安定が生じ、液滴が生成される。

3. 気泡の崩壊

周囲の圧力が変化すると、気泡はそれに呼応して運動する。詳細は省略するが、気泡は一種の非線形振動子なので、気泡周囲に正弦波状の音場を作用させると、気泡は非線形振動することになり、共振した気泡は激しく崩壊する。なお、音場中での気泡振動はカオス挙動をとることが知られている⁵⁾。また、気泡に衝撃波が作用する場合など、気泡周囲の圧力場がステップ状に急上昇すると、気泡は収縮する。気泡の収縮時には、界面は不安定であるから、多くの場合、気泡は変形を伴って崩壊する。気泡周囲に平面壁などの境界面が存在する場合も、流れ場の非球状性により、気泡は非球状に崩壊する。

さて、気泡が崩壊する際の内部圧力・温度を簡単に見積もってみよう。いま、気泡内部の空気が断熱変化をするとして、球形気泡が崩壊することを想定すると、その半径が初期半径の1/100になったとき、体積は初

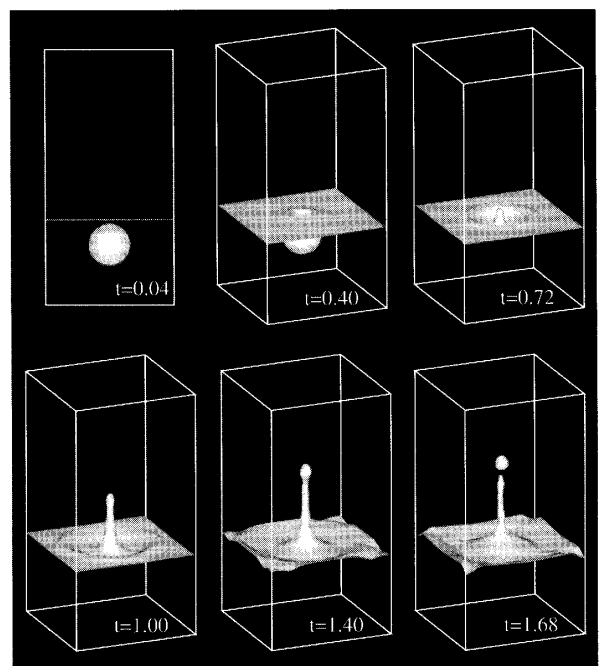


図2 水面での気泡の破裂⁴⁾

期体積の 10^{-6} 倍になり、内部の気体圧力は約 2.5×10^8 倍に、内部温度は約250倍に達する。実際は、気泡内の気体は熱拡散のため断熱変化しないため(初期半径が小さいほど等温変化の挙動に近づく)、ここまで圧力・温度は上昇しないが、気泡が崩壊する際には、内部に非常に高温・高圧場が形成されることになる。このような体積変化が大きな気泡の崩壊挙動を扱う際には、固定したEuler格子を用いる手法では、解像度が不足するため気泡の挙動を追跡するのに限界がある。そのため、この種の解析では、Lagrange的な界面追跡法が有効である。しかし、自由界面をLagrange的に追跡する手法は、界面が変形すると、界面に張った格子が歪み数値的な取り扱いが困難になるといった欠点もある。以下では、Lagrange的に界面を追跡しながら気泡の崩壊挙動を扱った例を紹介する。

3.1 壁面近傍での気泡の崩壊

液体の圧力が低下し、その温度における飽和蒸気圧以下になると、気泡が発生する。この現象をキャビテーションという⁶⁾。剛体壁近傍での気泡の崩壊挙動は、古くからキャビテーションと関連付けて解析が行われてきた。通常、キャビテーション気泡の内部には、周囲液体の蒸気とともに、液体中に溶けている溶存気体が含まれている。蒸気の凝縮速度が十分速ければ、内部の蒸気圧はほぼ一定に保たれるため、蒸気圧を一定とする解析が良く用いられる。ただし、気泡の収縮速度が非常に速くなると、蒸気の凝縮が間に合わず、蒸気は不凝縮性気体のように振舞う⁷⁾。溶存気体は、不凝縮性気体として理想気体の状態方程式に従い、界面を通して周囲液体と熱の輸送を伴いながら圧縮される。キャビテーション気泡が工学的に問題となるのは、気泡が崩壊する際に形成される液体ジェット、または、

気泡の再膨張時に形成される衝撃波によって、材料が損傷すること(キャビテーションエロージョン)である。また、気泡の振動に伴う流体機械の振動・騒音も問題となっている。このように、従来、キャビテーションは、工学的に好ましくない現象として考えられてきたが、現在はキャビテーションを積極的に利用して、新素材の開発や医療応用に利用する試みも見られる^{6,8)}。

図3は、平面剛体壁近傍における気泡周囲の液体圧力が、ある瞬間にステップ状に上昇した後の気泡の収縮・再膨張の様子を表している⁹⁾。気泡の初期半径は $R_0 = 50 \mu\text{m}$ 、初期気泡中心と剛体壁($z=0$ 面)と距離は $1.5R_0$ である。気泡内部には空気が含まれているものとし、周囲流体は水である。本解析では、周囲液体に対して境界要素法を、内部気体に対して境界要素法と有限体積法を用いている。界面には、境界要素が貼られており、境界要素の節点の位置ベクトルをその点における流体粒子の速度でLagrange的に時間発展して、界面を追跡している。なお、気泡の形状は、 z 軸に対して軸対称である。さて、最初球形だった気泡は、液体圧力が上昇すると収縮を開始し、壁の方向に近づきながら変形する。やがて、図3(v)のように剛体壁の反対側の界面がくぼみ、くぼみに向かって高速の液体が流れ込む(これを、液体ジェットという)。液体ジェットは剛体壁側の気泡界面に衝突し(vi)、ジェットが気泡を貫通する(vii)。このようにジェットが貫通した後の気泡をトロイダル気泡と呼ぶ。気泡は、ジェット貫通後しばらく収縮し、(viii)で最小体積になる。その後、気泡は膨張に転じ、ジェット貫通部近傍の気泡表面にくぼみが生じる。このくぼみは、時間が経つにつれて後方に移動し最終的には消滅する。そして、気泡は、(xii)でほぼ最大になり剛体壁に非常に接近する。図3

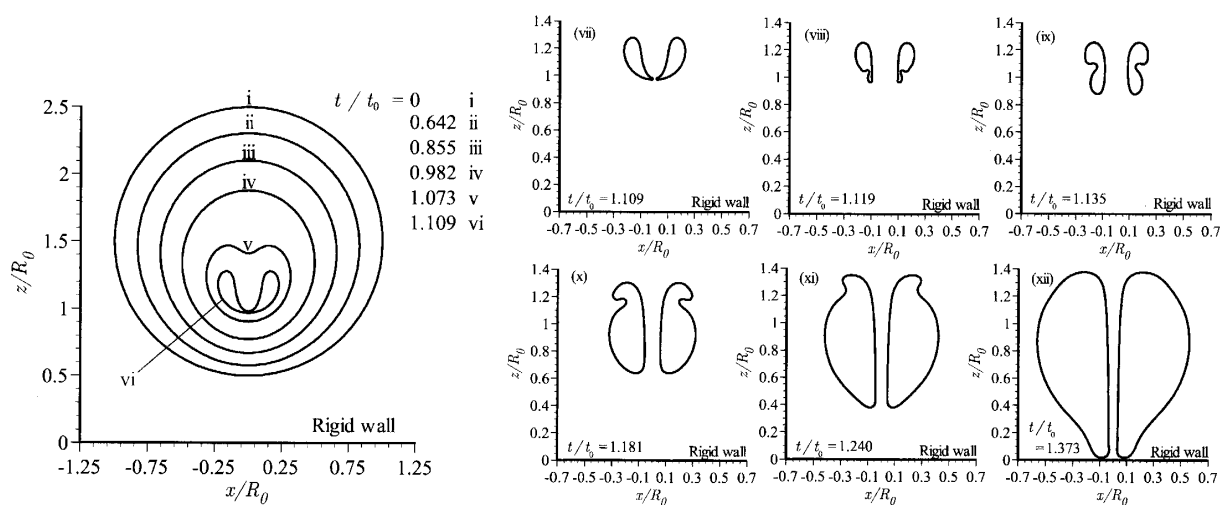


図3 平面剛体壁近傍での気泡の崩壊(気泡形状の変化)⁹⁾

におけるジェット貫通後の気泡内の温度分布を図4に示す。気泡の内部には温度境界層が形成され、界面での温度勾配に応じて熱が拡散する。内部気体の熱拡散は、気泡の崩壊挙動に大きく影響する。図は省略するが、気泡の初期半径が大きくなると、気泡内部の温度境界層は薄くなり、内部気体は断熱変化に近い挙動をとるようになる。

3.2 浮体下での気泡の崩壊

気泡力学の応用として、図5のように船体を模擬した浮体(喫水 L_f)の下方で、気泡が成長・崩壊する様子を計算した結果を示す¹⁰⁾。この計算は、浮体下の水中

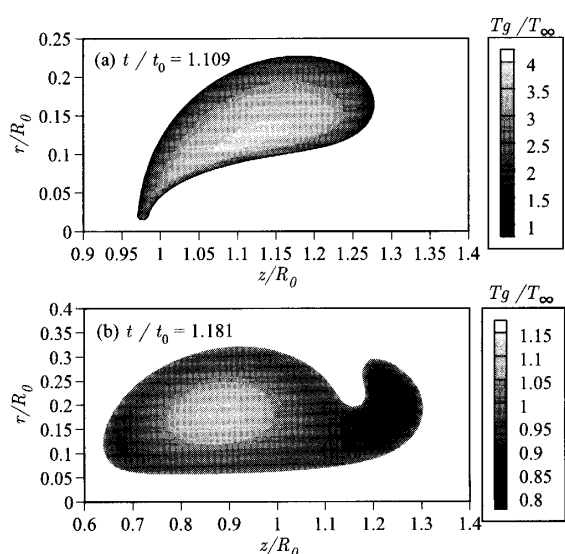


図4 平面剛体壁近傍での気泡の崩壊(温度分布)⁹⁾

爆発をシミュレートしたものである。図6(a),(b),(c)はそれぞれ、浮体の質量が906kg, 453kg, 113kgの場合の気泡形状の時間変化である。初期状態における、気泡半径、気泡内部の圧力、および浮体底面と気泡中心との距離(図5の L_b)は、(a),(b),(c)のいずれの場合も同じである。喫水は、浮体の質量に比例して大きくなる。なお、いずれの場合も、気泡内気体の初期圧力は周囲液体圧力よりも高く設定されている。気泡内外の圧力差のために、気泡は最初急速に膨張し、時刻 $t/t_0 = 0.81 \sim 0.85$ 付近で最大体積に達する(それぞれの時刻(i)の状態)。最初の膨張過程における気泡の変形は小さく、最大膨張時にもほぼ球形を保っている。一方、浮体は、気泡により誘起される圧力場のため、上方に持ち上がり、ほぼ気泡体積が最大の時に最大変位に達する。浮体が軽いほど、その変位量は大きくなる。その後、気泡は収縮に転じ、時刻 $t/t_0 = 1.62 \sim 1.70$ 付

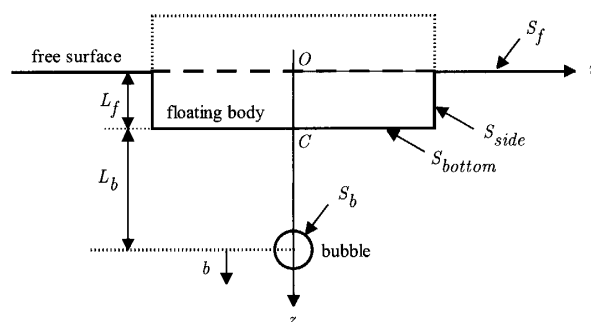


図5 浮体と気泡の初期設定¹⁰⁾

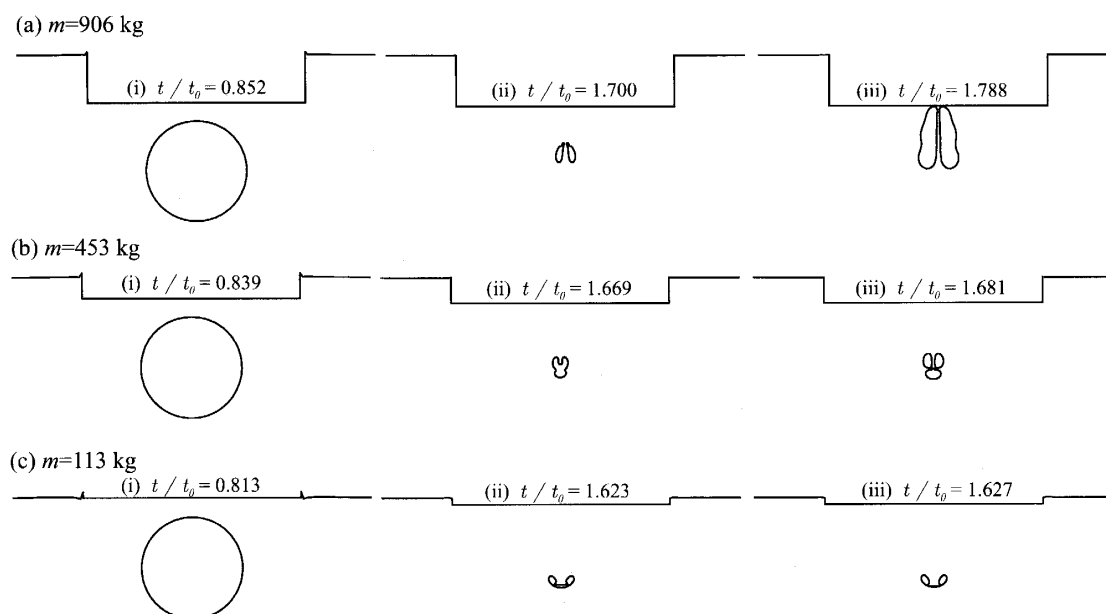
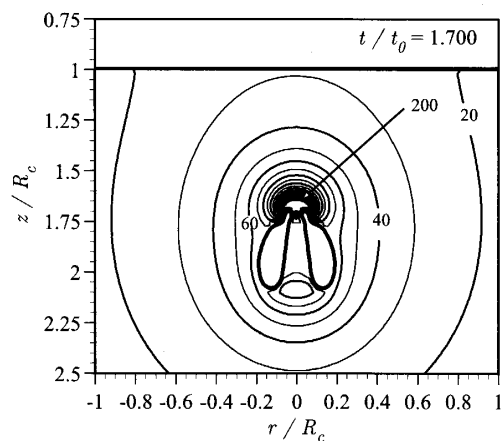


図6 浮体近傍での気泡の崩壊¹⁰⁾

図7 気泡崩壊時の圧力分布¹⁰⁾

近で最小体積に達し、再膨張する。浮体の質量が重い場合には、図3の平面剛体壁近傍の気泡のように、収縮時に気泡から浮体の方向に液体ジェットが発生し、気泡は浮体に近づく。一方、質量が軽い場合には、気泡は膨張過程においてわずかに浮体に近づくが、その後の収縮過程では自由表面近くの気泡のように、気泡は浮体から遠ざかり、浮体と反対方向にジェットが発生する。浮体の質量が図6(a)の半分である(b)の場合には、剛体壁と自由表面との中間的な特性を示すことになり、その結果、気泡はほぼ初期位置を保ったまま崩壊する。このような気泡の崩壊は、弾性境界近傍の気泡崩壊時にも見られ、中立崩壊と呼ばれる。図7に図6(a)の時刻(ii)のときの液体中の圧力分布を示す。液体ジェットが気泡を貫通すると、ジェット貫通部周辺に非常に高い圧力領域が形成され、これが材料損傷の要因となる。

4. おわりに

気泡運動のシミュレーションの例をいくつか紹介し

た。紙面の都合上、ごく一部の例しか紹介できなかったが、気泡の運動には、界面の変形といった流体力学上の問題のみならず、気泡内部の気体の電離や解離、界面での蒸発・凝縮や界面活性剤の吸着・脱着といった様々な興味深い物理現象を含んでいる。こうした現象の多くは、非常に高速現象であるなどの理由から実験が難しい。そのため、現象を把握する上で、今後も気泡力学のシミュレーションは有効な手段となるであろう。

参考文献

- 1) A. Prosperetti: Bubbles, *Phys. Fluid*, **16**-6, 1852/1865 (2004)
- 2) S. J. Putterman and K. R. Weninger: Sonoluminescence: How Bubbles Turn Sound into Light, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **32**, 445/476 (2000)
- 3) M. Sussman, P. Smereka and S. Osher: A Level Set Approach for Computing Solutions to Incompressible Two-Phase Flow, *J. Comp. Phys.*, **114**, 146/159 (1994)
- 4) H. Takahira, T. Horiuchi and S. Banerjee: An Improved Three-Dimensional Level Set Method for Gas-Liquid Two-Phase Flows, *ASME J. Fluid Eng.*, **126**-4, 578/585 (2004)
- 5) H. Takahira, S. Yamane and T. Akamatsu: Nonlinear Oscillations of a Cluster of Bubbles in a Sound Field (Bifurcation Structure), *JSME Int. J., Ser. B*, **38**-3, 432/439 (1995)
- 6) 加藤洋治編著：新版キャピテーション—最近の基礎と応用—，横書店 (1999)
- 7) S. Fujikawa and T. Akamatsu: Effects of the Nonequilibrium Condensation of Vapour on the Pressure Wave Produced by the Collapse of a Bubble in a Liquid, *J. Fluid Mech.*, **97**, 481/512 (1980)
- 8) K. S. Suslick: The Chemical Effects of Ultrasound, *Scientific American*, February, 80/86 (1989)
- 9) A. Yasuda and H. Takahira: Numerical Analysis of the Dynamics of Toroidal Bubbles Considering the Heat Transfer of Internal Gas, *JSME Int. J., Ser. B*, **46**-4, 600/609 (2003)
- 10) 高比良，村上，大森，田中，上入佐：境界要素法を用いた浮体近傍での気泡崩壊に関する数値解析，日本機械学会論文集(B編)，**69**-680, 755/763 (2003)