



構造体の動的不安定現象

三村 耕司*

Dynamic Instabilities of Structures

Koji Mimura*

Key words: Dynamic instability, Buckling, Thin walled tube, Long column, Buckling load

1. はじめに

「シミュレーション関係の読み物を」との依頼を受けたものの、実のところ、筆者はシミュレーションが専門とは言えない。むしろ、実験力学を生業とする範囲がかなり大きい。しかしながら、昨今、実験力学の立場においても、実験による事実確認だけでは済まされない研究領域が増えてきた。実験で検証できる範囲や事象は限られている。そのため、実験事実から導かれた関係式の成立範囲がどの程度のものか、また、そのような結果が得られるのはどうしてか等、研究対象の本質に迫るためには、どうしても計算力学の助けによる「数値実験」の実施と検討が不可欠になる。

筆者は、シミュレーションには大別すると、①「新しい解析原理の具現化、あるいは新しい構成関係のモデル化とその帰結の検証」と②「ツールとして確立されたシミュレーションによる実問題への応用」の2つがあると認識している。筆者らのシミュレーションの扱いは②に属するもので、純粋な計算力学を志向される読者の方々は多少とも違和感を覚えられるかも知れないが、「実験屋のシミュレーション」として寛容を持って眺めて頂ければ幸いである。

2. 構造体の動的不安定現象

閑話休題ということで本題に入らせて頂きたい。ここの「不安定」現象とは、固体力学で言うところの、いわゆる「座屈」現象を指している。とくに、衝撃工学の分野での動的座屈と言えば「中空管」か「中実棒

(柱)」の軸圧壊現象を意味するが、この2つの構造体要素の動的座屈は、多くの意味で座屈という現象の両極端にある。例えば、中空管は車両などの衝突時のエネルギー吸収機構として機能することが求められ、その結果、いかに効率よく塑性変形を起こして運動エネルギーを減じることが出来るかが問題となる。管の座屈変形は、後に示すように、管の表面にある長さのしわ(リソクル)を形成することに進行し、座屈後の形状は蛇腹のようになる。座屈荷重に対する変形速度依存性は存在するものの、多くの場合、材料そのもののひずみ速度依存性による荷重増加を見込む程度で整理できる(材料のひずみ速度依存性については、静的な変形時とひずみ速度 10^3 s^{-1} の衝撃変形時の比較で、鋼・アルミ系材料で数十%, 低炭素鋼などでは200~300%の変形抵抗の増加が見られる)。

これに対して、中実棒は機械や構造物の基幹要素として用いられることが多いため、座屈等の崩壊現象を起こすことがそもそも許されない。そのため、衝撃負荷では、その過大な動荷重に耐えるように、棒の断面形状は静的負荷時より、高い曲げ剛性を確保するように設計されなければならない……筈であるが、壹図らんや、実験の観察に依れば、動的座屈荷重は静的座屈荷重の数十倍に達することも少なくない。つまり、何の変哲もない棒の座屈強度は、衝撃的負荷のもとで「むちゃくちゃ」高くなるのである。この「とんでもない」座屈荷重の速度依存性は、材料の力学特性の変形速度依存性だけでは説明がつかない。このように、構造体の動的変形挙動には、まだ解明すべき点が多く残されている。本編では、「管」と「柱」の動的座屈問題に対する、筆者ら研究グループの実験と数値解析を通した取り組みの一端を紹介する。

* 大阪府立大学
Osaka Prefecture University

3. 中空管の動的座屈挙動

3.1 中空管の様々な座屈モード

既に述べた様に、中空管は衝撃吸収部材としての機能が期待され、実用的な見地からは、そのエネルギー吸収特性の評価が重要視されるが、その詳細については他文献^{1~3)}に譲るとして、ここでは、動的変形時の変形状態について注目する。

図1は鋼製の中空薄肉円管(肉厚0.9mm, 内径35.4mm, 長さ100mm)を静的および動的(秒速5m/s)に圧縮した際に得られる荷重-変位曲線を示したものである。断面2次半径に比して長さが十分に短ければ、長柱で見られるような、全体が「く」の字型に折れ曲がるオイラー型の座屈は起こらずに、図2に示すような蛇腹式に管面が折りたたまれる「連続塑性座屈」と呼ばれる不安定変形が起こり、図1の荷重-変位曲線には荷重ピークとそれに続く荷重の谷が観察される。荷重の谷と次のピークの間に副次的なピークが見られる

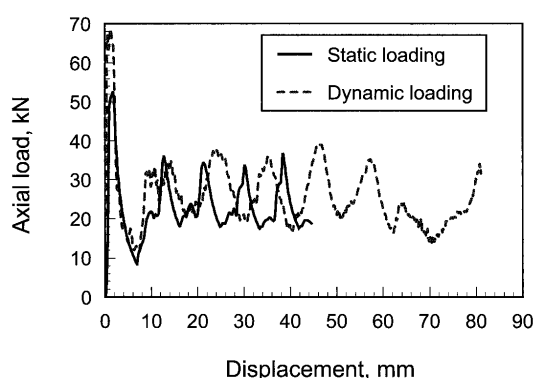


図1 中空薄肉円管の静的および動的圧縮荷重-変位曲線

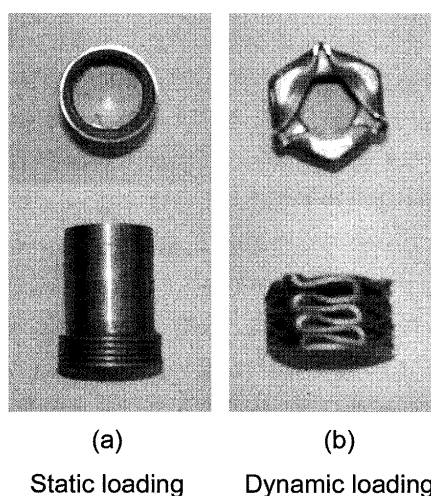


図2 静的および動的圧縮時の中空薄肉円管の変形状態

場合があるが、これは発生した「管面のしわ(=リンクル)」が先行して出来たしわと接触したことに依って発生するものである。動的圧縮では、初期荷重ピークが静的圧縮時に比べて40%ほど増加しているが、これは、概ね、鋼のひずみ速度依存性による変形抵抗の増加と、衝撃時につきものの慣性力の影響として説明がつき、その後の荷重レベルの差異はそれほど大きなものではない。この連続塑性座屈時の荷重の評価については種々の理論的研究もある^{4,5)}。ところで、図2を見ると準静的圧縮と動的圧縮では、リンクルの形状が異なることが判る。静的圧縮時のリンクル形状は円形であるのに対し、動的圧縮時のそれは三角形状となっている。前者を軸対称型(あるいは、コンサルチナ型)、後者を非軸対称型(あるいは、ダイヤモンド型)と呼ぶが、非軸対称型の形状も楕円型、三角形型、四角形型と様々で、一般には、変形速度が上がり、管の厚さが直径に対して小さいほど高次の非対称変形が発生すると言われている。静的圧縮時の軸対称/非軸対称の発生条件については都井らの研究⁶⁾があるが、動的圧縮時の軸対称モードから非軸対称モードへの移行、また、非軸対称モードの中でも高次モードへの移行の条件は、まだ十分には判っていない。

3.2 動的有限要素法を用いた座屈過程のシミュレーション

高速変形の有限要素解析には、動的陽解法と、塑性変形を含む場合には、ラジアルリターン法を兼ね備えたコードが必要となる。動的陽解法とは、時刻 t における運動方程式を基に、時刻 $t + \Delta t$ の解を近似的に求める手法で、陰解法のように連立方程式を解く必要が無い分、高速な演算が可能である。しかしながら、演算ステップは、最小の要素を弾性応力波が通過する時間より小さくしなければ、得られた数値解が不安定あるいは発散する可能性があり(Courant条件)、このことが動的変形解析に膨大な計算パワーが要求される原因となっている。汎用コードとして広く知られているものの中に「LS-Dyna⁷⁾」と「MSC-Dytran(MSC Software)」があり、本節での解析には、前者のLS-Dyna (Jsol(旧日本総研)版)を用いた。

図3に解析モデル例を示す。この例でのモデル下部は、検力ブロック⁸⁾と称する実験で用いた動的荷重測定用の特殊なロードセルを含めた構成となっている。一方、モデル上部は打撃ブロックを剛体板で置き換えて簡略化を図った。中空円管部は三次元シェル要素でモデル化している。図4に実験に用いたものと同じ寸法の円管を、0.01m/sの速度で動的に圧縮した場合の荷重

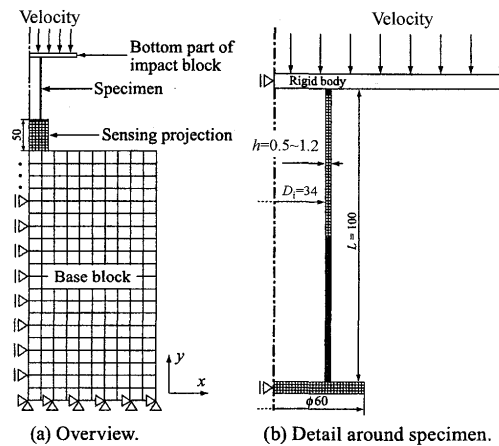


図3 中空薄肉円管の有限要素モデリング

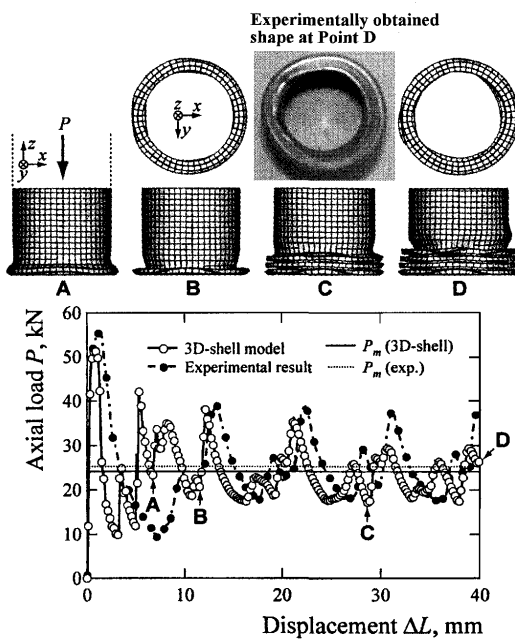


図4 三次元シェル要素を用いた中空薄肉円管の変形解析結果

一変位曲線と試験片の変形モードを示す。図中の実験値は、図1で示した秒速5m/sでの圧縮の場合より初期ピークは小さいものの同様の傾向を示している。計算結果ではリンクルの形成がより速く起こっているが、これはシェル要素では曲げ変形に対する拘束がソリッド要素などに比べて小さいからであろう。実際、ソリッド要素による計算結果と比べると、リンクルはより容易に、かつ、緻密に折り曲げられていることが判った。しかしながら、荷重一変位関係の定性的な傾向は良く一致しており、変形形状も実験で得られた試験片形状を良く再現出来ている。このことと、前述の Courant 条件を考慮したとき、肉厚の小さな中空管の解析を効率

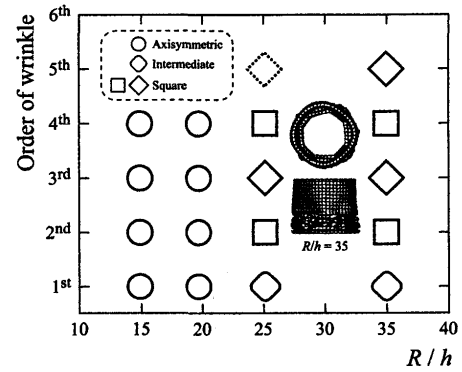


図5 シェル要素を用いた計算で得られたリンクル形状

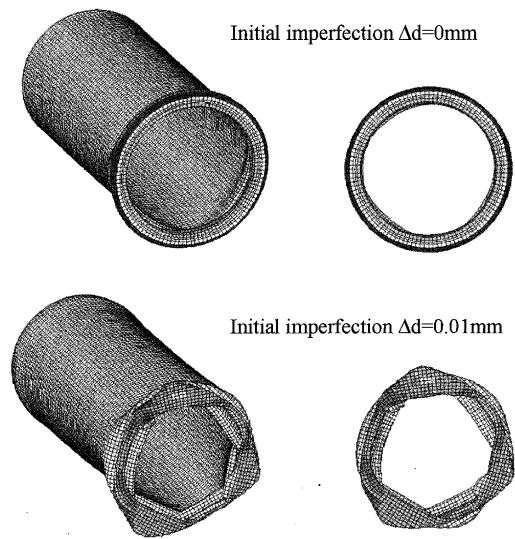


図6 初期不整量の違いによる座屈モードの比較

よく行えるシェル要素のメリットは大きい。図5は、発生したリンクルのモードを中空円管の(半径/肉厚)比を横軸に示したものである。縦軸はリンクルの発生順位を示している。図より、薄肉になり(R/h)の値が増加するにつれて非軸対称モードの座屈が起こり易くなることが示されており、実験で検証されている傾向と一致することが判った。実験結果は、およそ(R/h)=20となり、丁度、軸対称から非軸対称モードへの遷移点付近に当たっていることが判る。次に初期不整の影響について考慮した結果を示そう。先述の計算で、シェル要素の節点座標に x, y, z の三方向とも微小な擾乱をランダムに加えて初期不整とした。初期不整量の最大値が0mmの場合と0.01mmの場合で変形形状を比較した結果を図6に示す。このときの圧縮変位は20mmである。計算で得られた座屈モードは初期不整の影響を強く受け、図1で示したような三角形型の非軸対称座屈モードが明瞭に表れる。図7は初期不整量と発生する

座屈モードの関係を整理したものである。寸法不整が大きくなるにつれて不安定モードが発生し易くなり、軸対称モードから三角形モード、四角形モードへと進行することが示唆されており、実験的な経験則と一致することがわかる。

4. 中実長柱の動的座屈

中実長柱の動的弾性座屈荷重は、端面の衝撃速度の上昇に伴って増加することが幾つかの文献で示されている^{9,10)}。しかしながら、そのメカニズムについては、林ら¹¹⁾による数値計算と実験の対比から高次の曲げモードの伝播が関与するとの指摘を除けば、その体系的な説明は十分には為されていない様である。このため、動的負荷がかかる柱の設計強度は、想定される衝撃負荷力に対しオイラーの座屈荷重が十分に大きくなるように決められているのが実状であろう。

図8は著者らのグループで行った、両端固定の条件下で、様々な直径と長さを持つアルミニウム長柱を衝撃速度1m/s～3m/sの範囲で打撃した場合の荷重－変位曲線の一例である。荷重が階段状に上昇するのは、柱

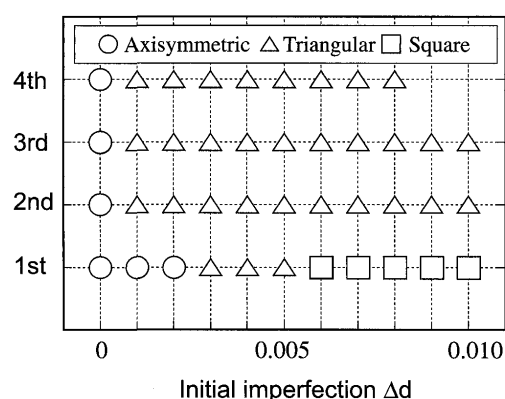


図7 初期不整量による座屈モードの推移

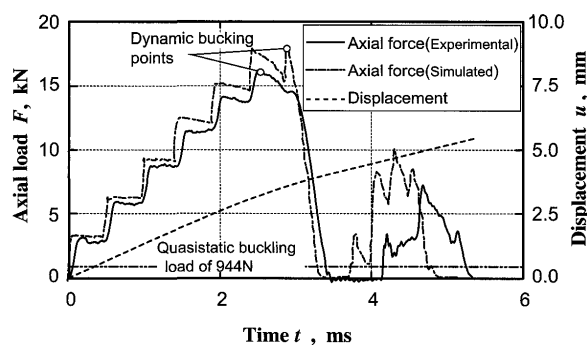


図8 縦衝撃を受けるアルミニウム長柱の動的荷重－変位曲線と座屈荷重
(直径10mm, 長さ1200mm, 衝撃速度1.45m/s)

の上下端がクランプされていて、柱の中を伝わる応力波が端部で固定端反射を繰り返すためである。図中の944Nはオイラーの座屈荷重を表しているが、座屈が起こり荷重が急変する直前の点を動的座屈点と定義すると、その値はおよそ16kNとなり、静的座屈荷重の17倍程度となる。この静的座屈荷重と動的座屈荷重の比を静動比 α と定義すると、柱の動的荷重の実験式¹²⁾は、柱の細長比 λ を衝撃速度を用いて

$$\alpha = \beta (V/C)^m \lambda^n + 1$$

なる関係式で整理できることが判っている。ここで、 C は応力波の伝播速度(=音速)、 V は端面の衝撃速度である。アルミ棒については $\beta = 0.13$, $m = 0.60$, $n = 1.60$, $C = 5100\text{m/s}$ 辺りの値を取る。この関係式は、断面形状が円形から板状に変わっても、その係数 β, m, n はほとんど変化しない。また、材質が変わっても大幅の変動はない様である。そこで、試しに図3で示した解析モデルの中空管を中実長柱に置き換え解析を試みた。長柱の圧縮では、初期不整を仮定しないと座屈の発生が大幅に遅れるため、前節で検討した節点に対する微小擾乱を導入している。また、解析には、3.2節で示した汎用コードの内、MSC-Dytranを使用した。

図9は円柱状および板状長柱の座屈荷重の静動比と細長比の関係の比較を行ったものである。実験結果と計算結果は非常に良く合っている。なお、この際に得られた荷重－変位曲線の一部は図8中にも示しているが、実験結果より若干高いものの良い一致を示す。それでは、なぜ動的負荷では座屈荷重が上昇するのだろうか。図10は、図8の座屈点でのアルミニウム長柱内の応力分布を示したものである。最上段は曲げの影響を除いた平均軸応力で、棒の断面積を乗じると図8の動的荷重に一致する。下2段の分布は、棒の軸方向をZ

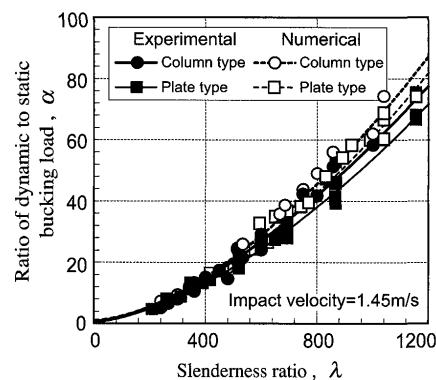


図9 円柱状および板状長柱の座屈荷重の静動比と細長比の関係の比較

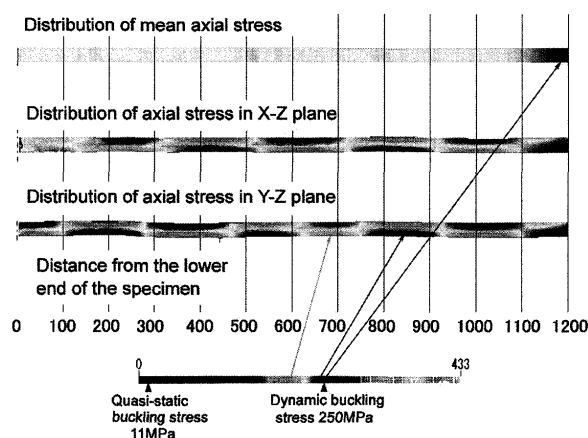


図10 動的座屈時のアルミニウム長柱内軸応力分布

軸として、X-Z平面とX-Y平面内での応力分布を示している。図より判るように極めて高次の曲げ変形が生じていることが判る。このため、有効座屈長さ(=最大波長)が減少し大きな座屈荷重の上昇を引き起こすことになるのであろう。また、実験による観察では、柱の中間点に回転支持点を設けても座屈荷重が増加しない事例が存在することが判っているが、これも、図10における「たわみの節点」に支持点がたまたま来る場合には、変形モードに影響を与えず有効座屈長さの減少を生じないためと理解することも出来る。

5. おわりに

実験力学に携わる立場から、中空管と長柱の動的不安定現象の解明を試みた・・・と言うよりは、むしろ汎用コードを用いた「数値実験」を試みたと言う方が正確かも知れない。一昔前であれば、解明が不可能であった領域も計算機の性能が格段に上昇したことによって、様々な仮想実験が可能となった。実験の事実と計算結果との整合性には十分に気をつけなければならないが、上手に実験力学と組み合わせれば、実現象の解明に非常に有効な手段と成り得よう。

最後に、本研究グループで、様々な数値実験に取り組んで(押しつけられて?)成果を上げてくれている榎田努准教授、陸偉助教に深く謝意を表し、結びとしたい。

参 考 文 献

- 1) 谷村眞治, 三村耕司, 榎田努, 石川雄一: 段付き薄肉円管に対する衝撃圧壊試験および同部材に対するエネルギー吸収能の評価に関する検討, 機論A編, **65**-635, 1622/1628 (1999)
- 2) 谷村眞治, 三村耕司, 榎田努, 石川雄一: 鋼製薄肉円管の連続塑性座屈に関する研究, 機論A編, **66**-642, 382/389 (2000)
- 3) 榎田努, 三村耕司, 梅寄祐樹: 動的軸圧壊する薄肉円管のエネルギー吸収能とモード分岐, 材料, **55**-9, 799/806 (2006)
- 4) Alexander, J.M.: An approximate analysis of the collapse of thin cylindrical shells under axial loading, The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 13-ptPt.I, 10/15 (1960)
- 5) Abramowicz, K., Jones, N.: Dynamic axial crushing of circular tubes, Int. J. of Impact Engineering, **2**-3, 263/281 (1984)
- 6) Toi, Y.: Discrete limit analysis of steel structures (Baifukan), 101/113 (1990)
- 7) LS-DYNA Version 950 USER'S MANUAL, Livermore Software Technology Corporation, (1999)
- 8) 三村耕司, 平田晋, 中馬義孝, 谷村眞治: 検力ブロック式動的負荷試験装置の開発とその実験的検証, 材料, **45**-8, 939/944 (1996)
- 9) Ari-Gur, J., Weller, T., Singer, J.: Experimental and Theoretical Studies of Columns under Axial Impact, J. of Solids and Structure, **18**-7, 619/641 (1982)
- 10) Hao, H., Cheong, H. K., Cui, S.: Analysis of Imperfect Column Buckling under Intermediate Velocity Impact, Int. J. of Solids and Structures, **37**, 5297/5313 (2000)
- 11) 林卓夫, 佐野幸雄: 弾性柱の衝撃座屈について(第2報 高次の座屈モードが生じる場合), 機論, **38**-386, 286/293 (1972)
- 12) Mimura, K., Umeda, T., Yu, M., Uchida, Y., Yaka, H.: Effects of Impact Velocity and Slenderness Ratio on Dynamic Buckling Load for Long Columns, Int. J. of Modern Physics B, **22**-31/32, 5596/5602 (2008)