



格子 QCD シミュレーションで解き明かす核力の謎

土井 琢身*

Unraveling the Mysteries of Nuclear Forces from Lattice

QCD Simulations

Takumi Doi*

Key words: Lattice QCD, Nuclear Forces, Nuclei from QCD

1. はじめに：核力の謎

物理学は、一見様相が異なる様々な現象の背後に、普遍的な法則や描像を見出し、統合することで発展してきた。その結果、現代の「標準模型」では、素粒子間に働く力は、重力、電磁気力、弱い相互作用、強い相互作用の4つで説明できると考えられている。しかし、素粒子より大きなスケールの世界において、これらの力が一体どのように示現しているのかという問いは、現在でも非常に大きな謎として残っている。

特に原子核物理においては、陽子・中性子(総称して核子と呼ばれる)の間に、どのような相互作用(核力)が働いて原子核が成り立っているのか、長年の大問題であった。この問題に対する最初の解決が、湯川秀樹による中間子論である。すなわち、未知の粒子・中間子を理論に導入し、核子間でこの中間子を交換することで引力の核力が働き、多核子系が自己束縛する考えたのである。この理論は原子核の性質を良く再現し、また未知の粒子がパイ中間子(パイオン)として実験的にも観測されるに及び、核力における基本理論として確立した。しかし、この成功はまた新たな謎を呼ぶことになる。核子間に引力が働くなら、なぜ原子核は潰れてしまわないのだろうか？さらに、現代的な視点からは、核子、あるいは中間子は、そもそも素粒子ではなく、クォーク・グルーオンから成る複合粒子である。では、核力は、クォーク・グルーオン間に働

く力、すなわち強い相互作用(量子色力学(Quantum ChromoDynamics・QCD))の観点からは、どのように理解されるのだろうか？

従来の原子核物理は、これらの問題を一旦「脇に置く」ことで発展してきた。特に、実験的に二核子散乱データを高精度で決定できるようになったため、核力は、散乱実験データを再現するように構築されてきた。こうして得られた現象論的核力ポテンシャルの例を、**図 1**に示す。遠距離($r \geq 2 \text{ fm}$, $\text{fm} = 10^{-15} \text{ m}$)における引力が、湯川のパイオン交換核力に対応する。一方、中距離($1 \text{ fm} \leq r \leq 2 \text{ fm}$)における引力は、パイオンの2回交換や、他の(より重い)中間子の交換に由来すると考えられた。そして、近距離($r \ll 1 \text{ fm}$)における強い斥力は、斥力芯と呼ばれ、これにより、原子核

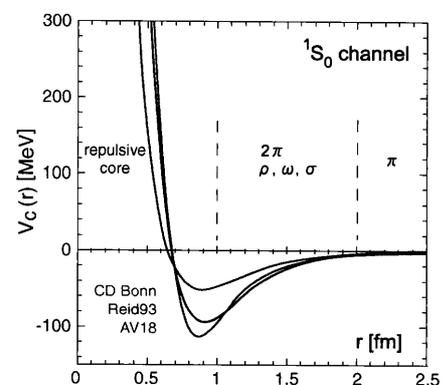


図 1 散乱実験データから決められた現象論的核力の数例。二核子系の量子数が、全スピンの量子数が0、軌道角運動量が0 (S波)、全角運動量が0の場合(まとめて 1S_0 チャンネルと呼ばれる)のポテンシャルの大きさ(縦軸)を、核子間距離(横軸)に対してプロット。

* 理化学研究所仁科加速器研究センター
Nishina Center, RIKEN

が潰れずに、ある一定の飽和密度で存在できることを説明できるようになったが、その物理的起源は謎に包まれたままであった。このように、核力は相互作用の距離に応じて異なった様相を見せるが、他にも複雑なスピン依存性・アイソスピン依存性を持つことが知られている。

本稿では、このような様々な性質を持つ核力ポテンシャルについて、実験等のインプットを用いることなく、真の基礎理論である QCD に基づき、クォーク・グルーオンの自由度から第一原理シミュレーションにより決定するという研究について紹介する。この研究が最終的に完成した暁には、原子核物理が素粒子標準模型の枠内に統合され、その立脚点の基礎付けが与えられるわけであり、その物理的意義は測り知れない。さらに重要なことは、関連する未知の諸現象をも統一的に予言が可能になるという点である。この観点で特に重要なのが、二核子間核力を一般化した、ハイペロンと呼ばれる粒子に働く力(ハイペロン力)と、三体系特有の力、三体力(三核子力・三バリオン力など)の QCD からの予言である。

ハイペロン力・三体力については第四章でも述べるが、これらの精密な決定は、原子核物理のみならず、宇宙・天文物理に対しても非常に大きなインパクトがある。例として星の進化を考えてみよう。星の質量が太陽の約 10 倍より大きい場合、核融合の燃料が燃え尽きると、自分自身の重力を支えられなくなって急激な重力崩壊を起こし、非常に高密度になった後、バウンス(反跳、跳ね返り)して大爆発をすると考えられている。これがいわゆる超新星爆発であるが、バウンスが起きる理由が、核力における斥力芯の存在である。しかし、どのタイミングでバウンスするかは、二核子間での斥力芯の情報のみならず、ハイペロン力や三体力の詳細に大きく依存するのである。また、超新星爆発を起こした星は、質量によってはその最終形態として中性子星となる。中性子星は、半径 10 km 程度のサイズであるが質量は太陽と同程度であり、その中心付近は宇宙で最も高密度な状態にあると考えられている。このような高密度系でいかなる物理現象が起こっているのか、その謎を解くためには、ハイペロン力や三体力の情報が必須となる。これらの実験的な決定は非常に困難なため、シミュレーションによる第一原理計算への期待は非常に大きい。

このように、QCD による核力研究は、様々な分野にまたがる学際的なトピックでもあり、本稿ではその最前線の一端を紹介していきたい。以下、第二章で核

力ポテンシャルの定式化について議論する。第三章では、シミュレーションについて、どのようなアルゴリズムが用いられているかについて紹介する。第四章では、これまでのシミュレーションで得られた核力・ハイペロン力・三体力について、物理的な結果を議論し、第五章で今後の発展について述べた上で本稿をまとめる。

2. 核力「ポテンシャル」の定式化

さて、QCD から厳密に核力ポテンシャルを計算するにはどうすればよいであろうか。ここで大問題となるのが、そもそもポテンシャルをどう定義すれば良いか解らないという点である。というのは、QCD のような「場の量子論」においては、仮想的な粒子・反粒子の対生成・消滅が無限に起こっており、通常ポテンシャルを定義する時に必要な、「 $\times \times$ に存在する粒子間の距離」といった類の概念が明確に定義できないのである。

この問題に対する、いわば発想の転換による解決は、石井・青木・初田によって与えられた^[1,2]。それは、ポテンシャルを直接定義するのではなく、まず二核子系の散乱問題を考え、相互作用を特徴付ける散乱位相差を通して、間接的にポテンシャルを定義するというものである。散乱位相差そのものは観測量なので、場の量子論でも明確に定義できることがポイントである。以下、実際にどのようにしてポテンシャルを定義するのか、具体的に見ていこう。

定式化において最もキーとなる量は、(同時刻) Nambu-Bethe-Salpeter (NBS) 波動関数と呼ばれるもので、次のように定義される：

$$\psi_k(\mathbf{r}, t) \equiv \langle 0 | N(\mathbf{r}/2 + \mathbf{R}, t) N(-\mathbf{r}/2 + \mathbf{R}, t) | 2N; W_k \rangle \quad (1)$$

ここで、 $\langle 0 |$ は QCD の真空状態、 $| 2N; W_k \rangle$ は相対論的エネルギー $W_k = 2\sqrt{m_N^2 + k^2}$ を持つ二核子散乱状態である (m_N は核子の質量、 k は相対運動量に対応する)。 $N(\mathbf{x}, t)$ は核子と同じ量子数を持つ演算子であり、クォーク・グルーオン場の演算子によって記述される。この NBS 波動関数は、二核子間の相互作用が無視できるほど $r \equiv |\mathbf{r}|$ が十分大きい時、ヘルムホルツ方程式 ($-\nabla^2/m_N)\psi_k(\mathbf{r}, t) = E_k\psi_k(\mathbf{r}, t)$ ($E_k \equiv k^2/m_N$) を満たす。さらに、具体的な解を調べてやると、角運動量 l に対応する各成分毎に、

$$\psi_k(\mathbf{r}, t) \propto \frac{\sin(kr - lt/2 + \delta_l(W_k))}{kr} e^{-W_k t} \quad (2)$$

となることから、場の量子論より直接示すことができる。

ここで、 $\delta_k(W_k)$ というのは、エネルギー W_k における散乱位相差であり、上式は、量子力学における波動関数と、形式的に全く同じ形になっていることがポイントである。つまり、場の量子論においても、NBS 波動関数 ψ_k を介することで、あたかも系が量子力学であるかのように、粒子間の距離や散乱状態の波動関数といった概念を仮想的に導入することができるようになったのである。その上で、 r が小さく相互作用領域にある ψ_k の情報を使って、

$$-\frac{\nabla^2}{m_N}\psi_k(\mathbf{r}, t) + \int_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{r}' U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\psi_k(\mathbf{r}', t) = E_k\psi_k(\mathbf{r}, t) \quad (3)$$

というシュレーディンガー方程式を通して、ポテンシャル $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ を定義するのである。通常の量子力学などでは、ポテンシャルは与えられており、シュレーディンガー方程式を解いて波動関数を求めることが課題なわけだが、ここではその逆のプロセスを行っていることになる。この定義によるポテンシャルは、散乱位相差を正しく再現することが自動的に保証される。これは、従来のポテンシャルが、実験で得られた位相差を再現するように現象論的に決められてきたことと、良い対照をなしている。なお、このように定義したポテンシャルは、一般に不定性が残っているが、これはポテンシャルそのものは観測可能量ではないからであり、観測量である位相差については不定性は残っていない定式化になっているため問題はない。この事情も、現象論的ポテンシャルに幾つものバリエーションがあるのと同様である(図 1 参照)。

また、 $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ は一般には非局所ポテンシャルであるが、 W_k が、非弾性散乱が起らないエネルギー領域にある場合、エネルギー非依存(すなわち k 非依存)な形で定義できる。後者の点は特に有用で、なぜなら一度シミュレーションでポテンシャルを決めれば、様々なエネルギーでの散乱位相差を予言できるからである。また、ポテンシャルの決定そのものにも役に立つ。というのは、実際のシミュレーションで直接計算できるのは、 $\psi_k(\mathbf{r}, t)$ ではなく、4点相関関数 $G(\mathbf{r}, t)$ であり、これは一般に様々なエネルギーでの波動関数の線形和になっている： $G(\mathbf{r}, t) = \sum_k A_k \psi_k(\mathbf{r}, t)$ (A_k は未知の係数)。原理的には、 t 依存性から各 k 毎の $\psi_k(\mathbf{r}, t)$ を取り出せるのであるが、実際にはこれは非常に困難であり、ポテンシャルの決定において大きな系統誤差をもたらしてしまう。この問題に対して我々は、式(3)が、 $R(\mathbf{r}, t) \equiv G(\mathbf{r}, t)/\exp(-2m_N t)$ に対して

$$-\frac{\nabla^2}{m_N}R(\mathbf{r}, t) + \int_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{r}' U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')R(\mathbf{r}', t) = \left(-\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{4m_N} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)R(\mathbf{r}, t) \quad (4)$$

と書けることを利用することで、各 k 毎の NBS 波動関数を取り出さずとも、ポテンシャルを決定できることを見出した。これは、時間依存型 HAL QCD 法¹ と呼ばれるが、 $U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ の k 非依存性がこの枠組みに本質的な役割を果たしており、この手法によって信頼性のあるポテンシャルの決定が可能になっている^[3]。

3. シミュレーションアルゴリズム

次に、前章で述べた理論的定式化による核力を、実際にどうシミュレーション計算するかについて述べていきたい。まず、QCD を第一原理的に計算する枠組みとしては、格子 QCD 理論を用いる。格子 QCD についての詳細は、浮田氏の解説に譲るが、簡単にまとめると、4次元時空を離散化し、クォークやグルーオンの自由度を格子上に配置することで、場の量子論を非摂動的に定義する手法である。クォーク・グルーオンの量子効果は、経路積分によって取り入れるが、そのために、時間をユークリッド(虚)時間としてモンテカルロ積分を行う。モンテカルロ積分に対応する部分は、QCD の真空の生成(ゲージ配位生成)の部分で取り扱われるので、我々がなすべきことは、各ゲージ配位における物理量の計算である。

具体的には、二体核力の場合、次のように定義される4点相関関数 $G(\mathbf{r}, t)$ の計算を行う：

$$G(\mathbf{r}, t) \equiv \sum_{\mathbf{R}} \langle 0 | T [N(\mathbf{r}/2 + \mathbf{R}, t) N(-\mathbf{r}/2 + \mathbf{R}, t) \overline{(NN)}(t=0)] | 0 \rangle \quad (5)$$

ここで、 T は T 積と呼ばれるものであり、 $\Sigma_{\mathbf{R}}$ は重心系への射影演算に対応する。核子演算子 N の具体的な形は、クォーク演算子 q を用いて、 $N = \epsilon_{abc} (q_a^T C \gamma_5 q_b) q_c$ である。式(5)は、物理的には、クォーク6個が、時刻 $t=0$ から時刻 t まで伝搬する過程に対応する。この計算には、主に次のステップが必要である：(1)クォーク1つの伝搬関数の計算・(2)クォーク伝搬関数6つの積を、希望の二核子状態に対応させるための縮約計算・(3)ステップ(2)を、全時空間 (\mathbf{r}, t) で繰り返す。

(1)については、格子 QCD 一般に必要な部分であり、浮田氏の解説を参照されたい。ここでは、核力計算において特徴的な、(2)、(3)について解説する。まず、(3)について考えよう。式(5)を見ると、 N の三次元空間

¹ HAL QCD = Hadrons to Atomic nuclei from Lattice QCD は著者の属する研究グループの名前。

座標の引数 r, R について、畳み込み演算の形になっていることが解る。実際は、演算子は全てクォークの言葉で書かれているので少々複雑であるが、時刻 t においてクォーク伝搬関数の3つの積が核子の量子数と対応するような上手な組み合わせを取ってやると、畳み込み演算を運動量空間で実行できるようになり、計算の大幅な高速化を達成できる。そのために、高速フーリエ変換を多用するアルゴリズムとなっていることが特徴である。

続いて、(2)について考えてみよう。縮約計算は、主に次の二つの部分から成る：(2-a)ウィック縮約(2-b)カラー・スピノール縮約。(2-a)は、物理的には、同種粒子は区別が付かないということの反映であり、具体的には、時刻 $t=0$ での6個のクォーク場と、時刻 t での6個のクォーク場とを伝搬関数で繋ぐ際に、全ての組み合わせを計算することに対応する。組み合わせであるから、クォーク数に対して階乗的に計算コストが増加する。(2-b)は、例えば、クォークはカラーという自由度を持っているが、核子ではカラーの自由度がなくなっているため、許される組み合わせについての縮約計算のため必要となる。スピノール自由度についても同様である。組み合わせ計算ではあるが、制限が掛かっているため、コストはクォーク数に対して指数関数的に増加する。そして、(2)のトータルコストは、[(2-a)+(2-b)]ではなく、[(2-a)×(2-b)]であるため、特に三体力(この場合はクォークは9個)では極めて大きな計算コストとなる。

この問題については、過去様々な研究にも関わらず、長年の大問題であり続けたが、最近我々は、全く新しいアルゴリズムを開発し、大幅な高速化に成功した^[4]。勤の良い方は、先の説明で、(2-a)も(2-b)も、本質的には組み合わせ問題なのだから、統合できないかと

思われたかもしれないが、我々のアルゴリズムはまさに、(2-a)と(2-b)を統一空間で扱うことを可能とするものである。これにより、従来は解らなかった、計算の重複を系統的にあぶり出し、削減することが可能になった。Unified contraction algorithm と名付けられたこの手法の威力は瞠目すべきもので、2体系では2~3倍、3体系では192倍、4体系では2万倍、8体系では 10^{11} 倍の計算高速化が達成された。その上で、実際のプログラム実装を行っているが、これらの計算は、バンド幅がボトルネックとなるため、キャッシュチューニングなどを施して、高い実行効率での計算を行っている。

4. シミュレーション結果

4.1 核力

それでは、実際の格子QCDシミュレーションによる核力の結果を見ていこう。最初の核力計算は文献[1]でなされたが、ここでは最新の、フルQCD計算による結果を紹介したい^[3]。ここで、フルQCDというのは、クォーク・反クォークの対生成消滅効果が正しく入っていることを意味する。ただし、アップ・ダウンクォーク質量の大きさに関しては、現実世界よりかなり重いセットアップを用いた。(通常、クォーク質量 m_q の代わりに、観測量であるパイオン質量 ($m_\pi \propto m_q^{1/2}$ の関係がある)を用いて、シミュレーションに用いた質量の指標とする。パイオン質量 $m_\pi = 140$ MeV (1 MeV $\approx 1.8 \times 10^{-30}$ kg) が現実世界であるが、本シミュレーションでは、パイオン質量は $m_\pi \approx 700$ MeV である。) 図2(左)が、 1S_0 チャネルにおいて得られた格子核力ポテンシャルである。ここで、ポテンシャル $U(r, r')$ は一般に非局所であるが、非局所性を直接取り扱うのは大変なため、微分展開 $U(r, r') = V(r, \nabla) \delta(r-r')$ を行い、その最低次のポテンシャル(中心力)

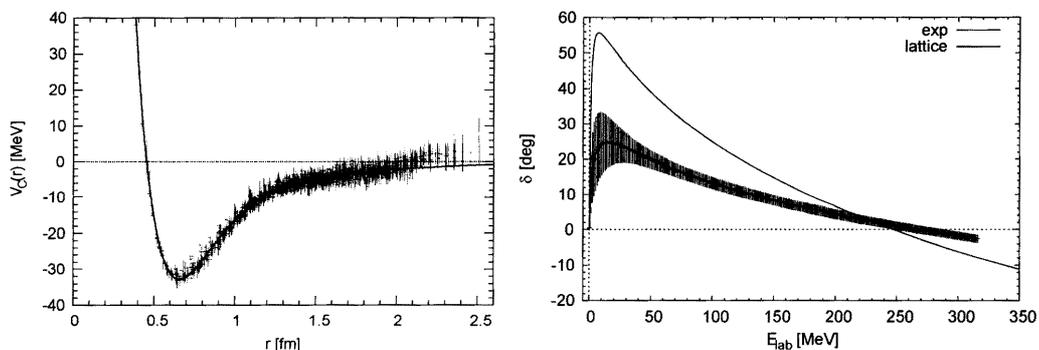


図2 (左)格子QCDシミュレーションによって得られた 1S_0 チャネルにおける核力ポテンシャル。パイオン質量 $m_\pi \approx 700$ MeV での計算。実線はデータのフィットを表す。(右)フィットした格子QCD核力を用いて計算した散乱位相差。横軸は実験室でのエネルギー。実線は実験値を表す。

を求めている。(なお、この展開が良く収束していることは、村野らの計算によって確かめられた^[5]。)格子核力は、遠距離から中距離の引力、近距離の斥力芯といった性質を定性的に良く再現していることが解る。ただし、先にも述べたように、ポテンシャルの定義には任意性があり、格子核力と現実的核力がぴったり一致するかどうかは意味のある問いではない。最終的には、観測量である散乱位相差を通じて定量的な議論をすべきである。格子核力から求められた位相差を図2(右)に示す。実験値と比べて、やはり定性的な振る舞いはよく再現されている。同時に、実験とずれがあることも解るが、これは、シミュレーションに用いたクォーク質量が、現実世界より重いことを考えれば、むしろ自然である。今後、物理的(に小さな)クォーク質量での計算を行うことが重要である。格子核力については、重陽子の量子数に対応する 3S_1 - 3D_1 チャンネルにおいて、中心力やテンソル力の計算も行われ、現象論的核力の性質を定性的に良く再現している結果が得られている。

4.2 ハイペロン力

シミュレーションによって、QCDから、核力の大きな謎、斥力芯が実際に導出されることは解ってきた。それでは、斥力芯の物理的起源は何だろうか?この問いに答えるべく、我々は、核力をより一般化して、斥力芯の振る舞いを系統的に研究した。これまでは、アップ(u)・ダウンクォーク(d)3個から成る核子を対象にしていたが、ここでは一般にクォーク3個から成る粒子(バリオン)間の力を対象にする。特に、ストレンジクォーク(s)が入ったバリオン(ハイペロン)を考える。

歴史的には、根村らによる、グザイハイペロン・核子間力の計算が最初に行われたが、ここでは理論的に綺麗な系である、 u, d, s クォーク質量が全て等しい、フレーバーSU(3)極限と呼ばれる系での計算結果を紹介する^[6]。この極限では、バリオン間力は、この理論の持つ対称性であるフレーバーSU(3)群の6つの表現に分類できることが知られている。図3は、そのうちの1つ、フレーバー1重項表現に対応するバリオン間力である。驚くべきことに、斥力芯ではなく、引力芯が存在することが解る。我々は他の5つの表現も全て系統的に調べ上げ、近距離での斥力芯・引力芯の強さは、表現に大きく依存することが解った。その結果を既存のモデルと比較すると、クォークがフェルミオンであることに由来する、パウリ排他律に基づいた斥力芯の説明とよく一致していることが解った。長年の謎であった、斥力芯の由来が、ついに明らかになったの

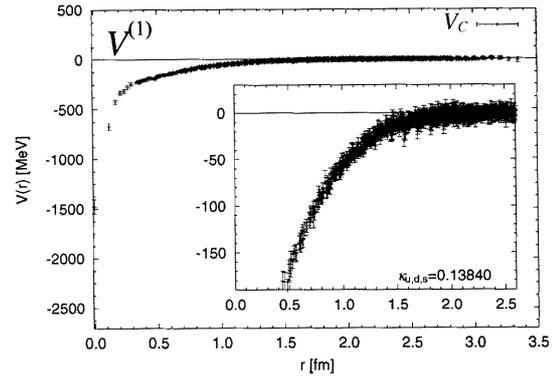


図3 フレーバーSU(3)極限での格子QCDシミュレーションによって得られた、 1S_0 チャンネルにおけるフレーバー1重項ポテンシャル(とその拡大図)。パイオン質量 $m_\pi \approx 470$ MeVでの計算。

である。

また、ここで得られたハイペロン力は、それ自体にも重要な物理的意義がある。第一章で触れた、中性子星を始めとする高密度系の物理の他にも、ハイパー核と呼ばれる、ハイペロンが入った原子核の性質とも密接に関係し、さらに、全く新しい存在形態の粒子の発見に繋がる可能性もある。実際、先に示したフレーバー1重項のポテンシャルから、クォーク6つ($uuddss$)からなる状態、Hダイバリオンが、($m_u = m_d = m_s$ では)エキゾチックな束縛状態として存在することが明らかになった。今後、より現実的なクォーク質量($m_u \approx m_d \ll m_s$)でさらに研究を進める必要がある。現在、茨城県にある大強度陽子加速器施設(J-PARC)において、ハイペロン力に関連する大規模な実験が行われているが、格子QCDの予言は大きな役割を果たすであろう。

4.3 三体力

二体力を、クォークの種類(フレーバー)に対して一般化したものがハイペロン力だとすれば、核子の数に対して一般化したものが三体力である。これは、粒子三体系内部に働く力を考えた際に、二体力の和では表せない、三体系特有の力として定義される。イメージしにくいかもしれないので、卑近な男女間の「力学」を例にとってみると、男1・女1ペア間に働く力は二体力、しかし三人目の男(or女)が現れて引き起こる三体系特有の力、「嫉妬」、これが三体力である。実は、現代の原子核物理において、三体力は中心的な課題であって、第一章で述べた中性子星の物理の他にも、元素合成についての物理と密接に関わる。我々の身の回りに普通に存在する(鉄より重い)重元素は、大昔の超新星爆発時に合成されたと考えられているが、その詳

細の理解には、やはり三体力の情報が必要なのである。

格子 QCD においては、三体系の NBS 波動関数を計算し、二体力の和の効果を引き算することで、三体力を決定することができる。第三章で述べたアルゴリズム開発により、我々は、全系の量子数が三重陽子チャンネルで、三核子が等距離直線上に並んだ場合の三体力の計算に成功した^[7]。図 4 は、中心と端の核子間距離に対して三体力をプロットしたものである。ここで、クォーク質量は現実よりかなり重い(パイオン質量 $m_\pi \approx 1130$ MeV)設定でシミュレーションした。三核子が互いに離れている時は三体力は見えていないが、互いに近づいた時、斥力の三体力が見えている。このような近距離三体斥力は、中性子星など高密度物質で、まさに現象論的に必要とされてきた力であり、第一原理計算でそれが見えたという結果は大きなインパクトがある。現在、三体力や、超新星元素合成については、理研の RI ビームファクトリー(RIBF)等で精力的な実験が行われているが、格子 QCD シミュレーションの役割は、今後益々大きくなるであろう。

5. 今後の展望

本稿では様々なシミュレーション結果を紹介してきたが、真に格子 QCD が予言能力を持つためには、実は次の 3 ステップが残されている：(1)物理的クォーク質量での計算(2)熱力学極限(体積無限大)(3)連続極限(格子間隔無限小)。中でも、核力はクォーク質量依存性が大きいと予想されるため、(1)が極めて重要である。従来は物理的クォーク質量での計算は難しい

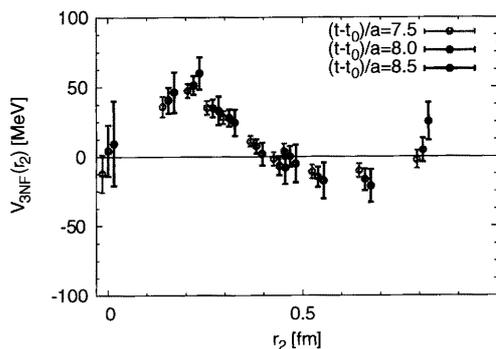


図 4 三重陽子チャンネルにおいて、三核子が等距離直線上に並んだ場合の三体力ポテンシャル。横軸は、中心の核子と端の核子との距離。色の違いは、計算に用いた相関関数の時間差に対応するが、結果はそれによらず安定している。パイオン質量 $m_\pi \approx 1130$ MeV での計算。

とされてきたが、浮田氏の解説にあるような格子 QCD における発展、また、核力に関しては第 2 章で述べた時間依存型 HAL QCD 法の開発等によって、困難が克服されつつある。現在、京コンピュータでの大規模計算により、物理点ゲージ配位生成が進んでおり、そのゲージ配位を用いて核力を物理点で決定することが、我々の当面の大目標である。そこで得られた格子核力が、素粒子・原子核物理・宇宙天文物理にどのようなインパクトを与えるのか、そしてまたどのような新しい謎を呼び起こすのか、今から興味は尽きない。

本稿で紹介した内容の多くは HAL QCD Collaboration により行われた研究であり、メンバーに感謝したい。紙幅の関係で紹介できなかったが、スピン・軌道力や、負パリティ力の研究、メソン・バリオン力など、様々な研究が進行中である。詳しくは、最近のレビュー文献を見ていただきたい^[8]。

References

- [1] N. Ishii, S. Aoki and T. Hatsuda, “The Nuclear Force from Lattice QCD,” *Phys. Rev. Lett.* **99**, 022001 (2007) [nucl-th/0611096].
- [2] S. Aoki, T. Hatsuda and N. Ishii, “Theoretical Foundation of the Nuclear Force in QCD and its applications to Central and Tensor Forces in Quenched Lattice QCD Simulations,” *Prog. Theor. Phys.* **123**, 89 (2010) [arXiv: 0909.5585[hep-lat]].
- [3] N. Ishii *et al.* [HAL QCD Collaboration], “Hadron-Hadron Interactions from Imaginary-time Nambu-Bethe-Salpeter Wave Function on the Lattice,” *Phys. Lett. B* **712**, 437 (2012) [arXiv: 1203.3642[hep-lat]].
- [4] T. Doi and M. G. Endres, “Unified contraction algorithm for multi-baryon correlators on the lattice,” *Comput. Phys. Commun.* **184**, 117 (2013) [arXiv: 1205.0585[hep-lat]].
- [5] K. Murano, N. Ishii, S. Aoki and T. Hatsuda, “Nucleon-Nucleon Potential and its Non-locality in Lattice QCD,” *Prog. Theor. Phys.* **125** (2011) 1225 [arXiv: 1103.0619[hep-lat]].
- [6] T. Inoue *et al.* [HAL QCD Collaboration], “Two-Baryon Potentials and H-Dibaryon from 3-flavor Lattice QCD Simulations,” *Nucl. Phys. A* **881**, 28 (2012) [arXiv: 1112.5926[hep-lat]].
- [7] T. Doi *et al.* [HAL QCD Collaboration], “Exploring Three-Nucleon Forces in Lattice QCD,” *Prog. Theor. Phys.* **127**, 723 (2012) [arXiv: 1106.2276[hep-lat]]; T. Doi [HAL QCD Collaboration], “Nuclear physics from lattice simulations,” *PoS LATTICE 2012*, 009 (2012) [arXiv: 1212.1572[hep-lat]].
- [8] S. Aoki *et al.* [HAL QCD Collaboration], “Lattice QCD approach to Nuclear Physics,” *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2012**, 01A105 (2012) [arXiv: 1206.5088[hep-lat]].