

## 講座

# 電気・機械一体モデルの開発と応用

## 第3報 モデルベース開発のためのモデル化

長松 昌男\*・長松 昭男\*\*・角田 鎮男\*\*

Development and Application of Unified Model of Electric and Mechanical System

3<sup>rd</sup> Report Modeling for Model-Based Development

Masao Nagamatsu\*, Akio Nagamatsu\*\* and Shizuo Sumida\*\*

**Key words:** Multi-physics Domain Simulation, Physical Function Diagram, Model-based Development, Modeling, Electromechanical System

### 1. まえがき

各種メーカーでは、厳しい経済情勢下での地球規模の熾烈な生存競争を生き抜くため、製品開発の期間短縮とコスト低減への必死の努力の中で、開発初端に製品のモデルを作成し、それを用いたシミュレーションによって実働時の諸々の機能・性能を予測しながら製品開発を行うモデルベース開発（MBD）体制の導入が不可避になっている。モデルベース開発には製品のモデル化が不可欠であり、力学・電気・熱・流体・化学などの異なる物理領域間を自在に横断するエネルギー変換によって使命を果たす実機製品のモデル化には、複合物理領域を統合できる理論と手法が必要になる。筆者らは、その中で実用上特に重要である電気・機械一体モデルの開発と応用について、本解説シリーズで筆者らの研究<sup>1~4)</sup>の概要を紹介している。

本解説の第1報<sup>5)</sup>では、電気・機械一体モデルの基礎理論を、物理学の立場から論じた。まず、同じエネルギー現象を扱うにもかかわらずこれまで相互関係が明らかでなかった力学と電磁気学間の理論的整合を可能にするために、電磁気学に存在し力学に欠けている

法則の対称性と事象の閉じた因果関係を力学に導入すべく、力学の改革を行った。次に、これら両物理領域の状態量である力・速度と電流・電圧間の正しい相似則を示し、その正当性に物理学的根拠を与えた。これらの内容は参考文献4に詳細に記されている。

第2報<sup>6)</sup>では、力学と電磁気学間の相似関係をさらに広範囲かつ詳細に論じた。まず、前報で物理学的根拠を与えた状態量の相似則から出発し、特性・法則・エネルギーなどの、電気と機械の両分野を構成する事象と概念全体にわたり成立する相似則を新しく提示した。次に、機械系と電気系の1自由度系モデルと支配方程式を用いて、提示した両系間の相似則の正当性を例示した。

本第3報では、企業の製品開発へのMBDの導入に対する考え方を、モデル化を中心に論じ、合せて筆者らが提案し実用している新しいモデル化手法の基本概念を説明する。まず、製品開発における重要度が急速に高まりつつあるシミュレーションの動向を述べる。次に、企業現場へのMBD導入を成功させるための要点を挙げる。続いて、MBDに用いる製品モデルへの要求事項を示し、それに対する在来モデル化手法の限界を示す。さらに、在来手法を補うために筆者らが開発した新しいモデル化手法である物理機能線図の概要を紹介し、簡単な1自由度モデルを用いてその有効性を示す。

\* 北海道工業大学  
Hokkaido Institute of Technology  
\*\* キャテック株式会社  
CATEC Inc.

## 2. 製品開発におけるシミュレーションの動向

製品開発へのコンピュータ援用の手段として前世紀終端に生まれたCAEは、開発全体をコンピュータ主導で行うMBDへと、短期間で急速に進化してきた。その中で、MBDの中核であるシミュレーションの様相は、以下のように変化しつつある。

### 1) ‘形・寸法’の構造・形状から‘動く・止まる’の機構・運動を経て‘エネルギー変換’の機能・性能へ

初期のCAEは、部品の寸法・形状が支配する応力・変形・強度・振動などの解析手段として、CADと有限要素法（FEM）を連結する形で構造解析に導入された。やがてこれらにMATLAB・SIMULINKなどを用いた機構・運動解析が加わった。その後シミュレーションは、固体・流体・熱・電気・化学などが複雑に絡む複合物理現象解析に拡張されつつある。例えば自動車では、燃費予測やECUチューニングなど、従来は考えられなかったハイレベルの機能・性能・効率問題の解決手段としてシミュレーションが用いられている。

### 2) 部品から製品へ

シミュレーションの対象領域は、単一部品→組立部品→製品全体へと広がりつつある。これに伴い、部品の局所的な変更が製品全体の機能・性能に与える影響の予測が可能になりつつある。

### 3) 個別現象から全体现象へ

シミュレーションは、個別現象の解析手段から、製品全体の機能・挙動・性能に影響し互いに複雑に絡み合う複数の問題を統合的に扱う手段へと、進化しつつある。例えば自動車では、軽量化に伴い発生する強度・安全問題と振動・騒音問題を同時に予測し解決する手段、またエンジンの吸気・燃焼・熱利用（EGR）・排気などの一連の熱・流体現象を同時に予測し、出力・燃費・ガス組成の全体を最適制御する手段として、シミュレーションが使われている。

### 4) 分野別から複合物理領域へ

単一物理領域の個別現象の解析手段から、熱・流体・電気・運動・弾性の異分野間を自在に横断するエネルギー変換を統一して扱う予測手段へと、進化しつつある。

### 5) 下流から上流へ

シミュレーションの製品開発への適用時期は、設計後期における個々の部品の構造・形状の検討から企画・基本設計における製品全体の機能・性能の検討へと、開発の下流から上流に拡大されつつある。そして、可

能な限り開発の初端で実機実働時に生じる諸問題をシミュレーションで洗い出して対策しておき、試作・検証時に生じる設計変更を予防する手段に進化している。

### 6) 受動から能動へ

単に現象を解析するだけでなく、製品のあり方や仕事のやりかたを事前に検討して積極的に改善・最適化しておき、それによって開発業務実施時に生じる可能性がある不具合や問題を予知し回避するための手段として、シミュレーションが利用されている。

## 3. モデルベース開発の現場導入成功への要点

一般に市販のCAEツールは、誰でも簡単に利用できるように便利に作られており、CAEの導入はこれまで開発業務の簡便化に大きく貢献してきた。しかしその反面、仕事の効率化や技術の進歩は努力でなく金で買える、という誤った認識が企業に浸透してきた。

MBDは、コンピュータによる開発の局部工程毎の援用（CAE）とは異なり、製品・技術・データから業務にいたる仕事全体をコンピュータ主導で進めることを意味する。このようなMBDは企業にとって両刃の刃であり、うまく使えばその効果は絶大である反面、従来のCAEのような安易な導入は致命傷になりかねない。そこで以下に、MBDの導入成功への要点を述べる。

### 1) 蓄積技術の活用

各種メーカーは、人の英知・勘・経験によって長年苦勞して生み出し育成し蓄積し伝承してきた固有の技術・技能・データ・ノウハウを数多く保有し、専らこれらに頼って製品開発を行ってきた。しかしコンピュータは、本質的にこのような人中心の仕事のやりかたと相性が悪いという厄介な性質を有する。最近のCAEツールは誰にでも簡単に使えるように整備されているが、これを裏返せば、蓄積技術を活用する余地を排除していると言える。CAEの導入が開発の局部工程に限定される段階ではこのことはあまり問題にならないが、開発全体をコンピュータ支配にゆだねるMBDを安易に導入すれば、貴重な蓄積技術を自ら放棄する、という治癒不可能な死に至る病を発症する。

そこでMBDの導入に際しては、在来蓄積技術のまま維持・伝承し、かつ日々新しく生まれつつある技術を積極的に拾い出し正当に評価してコンピュータ主導の下で有効活用できる、新しい仕事の仕組みを合せて構築し維持していくことが肝要である。

## 2) 技術の質の保証

MBD 導入の主目的は製品開発の期間短縮・工数削減・コスト低減であるが、これらはいずれも技術の質の低下を伴う危険性を有する。これらに対する MBD の即効性は見かけ上絶大である反面、この危険性に気づかずに MBD を安易に使い続けられれば、技術に対するモラル低下を生み、その結果は製品の質の著しい劣化として現れる。例えば、力学や技術を知らず実務経験が浅い技術者が、市販の CAD・FEM 汎用ツールが完備した開発環境下でベテランと同様に安易に構造設計を行い、出力を十分にチェックしないまま次から次へと自動的に後工程に流す。その結果製品は、高性能・高品質の製品に不可欠な生みの苦しみを経ないまま仕上がり、見かけはきれいに整っているが裏に織り込まれた技術が最低レベルでばらばらの部品集合になってしまう。

MBD の安易な導入は、簡単・便利・容易の追求を開発上流に持ち込むことになる。一般に開発時のミスは、それが上流であるほど被害が甚大になる。下手をすれば、初端の企画段階に不可欠な製品の絞込みが不足したまま設計作業が進み、設計終了後の試作検証で初めて諸問題が一気に露呈して、性能未達や不具合による手戻りの山を築く、という悲惨な結果を生みかねない。技術の質の向上は努力と汗の代償によってのみ得られることは、MBD 導入とは無関係な不変の事実であり、製品開発では質を犠牲にした簡便さの追求はご法度である。

## 3) 技術情報の整備

MBD では、従来日本人が得意としていた人頼りの情報・技術・データの保管・維持は受け付けられない。そこで MBD 導入には、製品開発関連部門の全構成員が同時に、各自固有のパーソナルコンピュータで、他人の影響を受けたり情報漏えいの被害にあったりすることなく、安心して自由に利用できるように整備・統合された、関連部門共有のデータベースの構築が不可欠である。このデータベースは、使用者による変更が決して許されない中核、一定の制限の下で限定した担当専門家による変更のみが許される外核、すべての使用者が自由に出入・操作・変更できる表層など、性質の異なる種々レベルのデータから構成される。各層が独立性を保ちながら一体化され、同時に出入する膨大なデータ群を自動的に種別区分し、機密を保持しながら保守・維持できる、新しい仕組みのデータベースの概念形成と、それに従う構築・管理が、MBD の導入成功の鍵になる。

## 4) 業務・組織の改革

開発は、生産現場で使用する設計情報を創生する情報活動である。新形態の活動は新しい器の中で実行されなければならない。従来の組織や仕事のやり方のままで MBD を実行しようとするれば、人の活動がボトルネックになり、いたるところで情報の流れを遮断して、無用の混乱を招きかねない。そこで MBD 導入は、量・質・速度が極端に異質である人とコンピュータの能力と特徴を共に生かしながらかつ両者をうまく融合・調和させる企業形態への、業務・組織の改革と合せて実施する必要がある。

## 4. 製品モデルへの要求事項

実機がまだ存在しない設計・開発の段階では、何らかのモデルを用いたシミュレーションが不可欠である。CAE が普及した昨今の製品開発現場では、市販の汎用ツールを購入しそのまま使用して仕事を進めることが日常化している。しかし、CAE ツールは同一のモデルに対しては同一の解を出す単なる道具にすぎず、それを生かすも殺すもモデル化次第である。モデル化こそ、製品開発の成否の鍵を握る中核であり、創造性・工夫・ノウハウが最も必要で有効である、困難かつ重要な作業である。

信頼できる製品モデルが構築できれば、製品開発初端の企画段階におけるシミュレーションで製品を絞り込み、顧客要求を満足させるべく製品の機能を最適化し、性能未達・不具合・問題の発生を予知して適切な対策が打てる。そうすれば、設計のスケジューリングが容易になり、素性の良い高質の製品設計が順調に進む。そして、試作検証時の負荷が軽減し設計変更による手戻りが減少する。その結果、開発の期間短縮とコスト低減が実現し、合せて製品の品質と信頼性が向上する。

MBD 導入には、製品自体はもちろんその試験環境から開発業務に至る対象と活動全体のモデル化が必要になるが、その中で最も重要な製品のモデル化に要求される事項について論じる。

### 1) 実体と対応

実体とモデルの機能が 1:1 で対応するように、製品全体と部品単体の両方の機能構成を共にモデル上で表現できる。すなわち、部品モデルは機能上の独立性を保ちながら製品モデルに包含され、製品全体としても実体と同一に機能する。製品・部品の分解・組立をモデル上で容易かつ自在に実行できる。実機が有する様々な非線形をモデル内に忠実に導入できるように、

非線形の一般的処理方法を有する。既存部品については、実機の挙動を精確に再現できるように同定されている。

## 2) 部品構成に従う階層化

モデルの入出力が標準化され、同水準の部品モデルの結合・入替が容易にできる。同水準のモデルを連結・統合すれば上位モデルが自動的に作成できる。下位への機能分解と上位への機能統合が共にできる。上位モデルでは、製品や大単位組立部品の機能決定と性能評価が可能である。下位モデルでは、上位から分担された小単位組立部品や単部品の機能を実現するための機構・構造・形状・寸法の具体化ができる。下位部品の機能実現が困難な場合には、上位モデルに戻り製品全体の機能の割付・分担を修正できる。これを繰り返して、製品をモデル上で練り上げ開発上流で絞り込むことができる。

## 3) 業務と対応

企画・設計・検証の全段階で同一モデルを使用して、開発業務の流れに沿って上流から下流に至る各レベルのシミュレーションが実行できる。

## 4) 複合物理領域シミュレーションが可能

機械・電気・熱・流体・化学などの異なる物理領域間を自在に横断して変換・流動するエネルギー現象を、領域を超えて標準化した共通の手法を用いて統合し、シミュレーションできる。

## 5) 柔軟性と融通性

開発を担当する全組織が同一のモデルを共有できる。部品の取替が、該当部品のみを入子式に差し換えることによって、周辺部品に影響を与えることなく実行できる。製品モデルのうち担当する部分のみを詳細モデルに置き換え、他の部分は簡易モデルとしたモデルを使用することにより、製品全体の自由度を小さく保ちながら、担当部分の詳細設計ができる。例えば、自動車エンジンの開発ではエンジンのみを詳細モデルとし、それに続く駆動系は簡易モデルのままとする。逆に駆動系の開発では駆動系のみを詳細モデルとし、エンジンを簡易モデルのままとする。実験データとシミュレーションデータをそのまま合体処理できる。例えば、振動試験で得た時刻歴データとモデルを用いた理論解析で得た時刻歴データを合体して FFT 処理し、周波数応答関数などの周波数情報が得られる。統計データ、実験式、特性線図などを自在にモデルに組み込める。製品の全体と部分の実験同定を、たがいに関連付けて実行できる。例えば、駆動系を構成する各部品の同定結果を組み合せれば、自然と駆動系全体の同

定結果が得られる。自社独自の部品モデルを自作し、それを市販の汎用 MBD プラットホームツールに組み込んで使用できる。

## 6) 簡便さと使いやすさ

使用者が物理モデルを作成すれば、コンピュータがそれを数学モデルに自動変換できる。多忙な設計担当者が少ない予備知識で容易に理解し使用できる。パーソナルコンピュータを用いたライン業務に耐える軽い負荷容量と速い処理速度を有する。ネットワーク内の多数のコンピュータ群による同時並列使用に耐えるシステム構成とデータベースに支えられている。

# 5. 在来モデル化手法の検討

## 5.1 有限要素法

FEM は、他のモデル化手法にない以下の長所を有する。1) 静力学・振動・音響・流体・熱およびそれらの複合問題を、同一手法で解析できる。2) 形状に制限がなく、複雑大規模な構造・形状を原形のまま正確にモデル化できる。3) 実際に近い入力・荷重条件を導入できる。4) 応力・変位・エネルギーの空間分布をそのまま出力できる。5) 等高線・色別表示を用いて視覚から現象の直観的理解ができる。6) 動画によって時々刻々の動的挙動を直接観察できる。7) 構造・形状を生成する CAD ツールと容易に直結できる。

他の解析手法にないこれらの長所は、現場のシミュレーションに最適である。そのため現在、設計は FEM 無しには実行できないといっても過言ではなく、今後も FEM は製品開発の重要手段であり続けることは間違いない。

しかし MBD を視野に入れるとき、FEM には以下のような限界が見えてくる。

### 1) 開発の流れと逆行

一般に設計は、顧客要求を具体化する製品全体の機能・性能の検討から始まり、大単位組立部品 → 小単位組立部品 → 単部品へと機能・性能の割付の繰返しを経て進行し、次第に構造検討に移り、やがて全部品の形状・寸法・材料をすべて決定して終る。一方 FEM は、全部品の構造・形状・寸法・材料がすべて決まった後に初めて製品全体のモデルが作成でき、それをを用いて解析を実行し、解析結果を得て初めて機能・性能の検討が可能になる。極端にいうと、設計が終了してはじめて FEM が使えるようになる。

このように FEM は、抽象から具体へ、全体（製品）から部分（部品）へ、概略から詳細へ、機能・性能から構造を経て形状・寸法へと進む開発の流れと本質的

に逆行する。したがって FEM は、特に企画や初期設計段階における構造・形状・寸法決定前の機能・性能検討には使いにくい。

## 2) 対象が基本的に構造

一般に機械は、エネルギー発生・変換・伝達の主役を演じる機能部品（例えば自動車のエンジン・パワートレイン）と、それを補佐し強度と形状を保ち安全・快適・耐久を保証する構造部品（例えば自動車の車体・フレーム）からなる。FEM は、後者のモデル化には向いているが、前者には不向きである。この意味からも FEM は、企画段階における機能・性能検討や、試作段階における機能検証・不具合対策には使いにくい。また FEM の安易な多用は、設計＝構造決定という誤解を生み、機能検討をおろそかにする。

## 3) 非線形が苦手

FEM の基本は線形解析手法であり、非線形に対応する一般的手法を持たない。そこで FEM は、非線形を利用して線形では不可能な機能・性能を実現し製品の味を出す部品（例えば自動車のクラッチ、サスペンション、変速機）のモデル化には向かない。

## 4) モデル化が過度に自動化

CAD 情報を FEM モデルに自動変換する簡単な端末操作で、初心者でも容易にモデルが作成できる。しかしこれを逆に見れば、モデル化に人の技の介入を許さず、熟練技術者の英知・勘・経験・技能・ノウハウを開発から排除する。また、現場で不可欠なデータ、チャート、統計表、性能図、回帰式、実験式、などの諸技術資料を導入しにくく、品質機能展開・QC、田口メソッドなどとの相性が悪い。さらに入力情報の精度が形状のみに片寄り、その正確さが荷重・境界条件・材料定数のあいまいさをおおひ隠す。

これらの理由から、FEM を主役にして MBD を実現することは困難である。

## 5.2 力学モデル

MBD では、製品開発に携わる多くの技術者が共通の製品モデルを使用するが、大多数の人は単一物理領域の専門知識しか持たないのが現状である。そこで製品モデルは、少なくともその基本部分については専門外の人にも理解しやすいモデル化手法によって構築しておく必要がある。

図 2a は、機械屋が日常あたりまえのように使っている 1 自由度系力学モデルである。しかし、力学の素養を全く有しない他分野の技術者がこれを使うことを想定すれば、様々な問題が見えてくる。そこでこの力学モデルを、あえて批判的観点から論じてみよう。

### 1) 力学特性の機能を表現しているか？

対象の働きは力学特性（質量・剛性・粘性）が物理法則に従って機能して生じるから、モデルから対象の働きが読めるためには、それが本講座の第 1 報<sup>5)</sup>で定義した力学特性の機能を直接表現している必要がある。しかし図 2a は、質量  $M$  が黒丸で、剛性  $K$  がギザギザで、粘性  $D_r$  と  $D_g$  が閉じた水鉄砲で図示されているだけで、それらの機能が全く表現されていない。したがって、力学特性の機能をあらかじめ十分勉強しておかないと、この図の意味が読めない。

### 2) エネルギーの流れと状態量の推移を視覚的に理解できるか？

質量・弾性・粘性が協調して機能し、エネルギーが変換・流動し、それに従って状態量（力と速度）が推移する様子を全く表現していない。

### 3) 支配法則を表現しているか？

力学は運動の法則・フックの法則・力の釣合則・変位の連続則などに支配されているが、この力学モデルにはこれらの法則が図示されていない。例えば、図 2a 中央の 3 線の交点は、質量・弾性・粘性の 3 力学特性からの力が釣り合うことを表現するが、運動に関しては質量からの加速度と粘性からの速度と弾性からの変位が 1 点でつながれており、運動や位置の連続は表現していない。

### 4) 複合物理領域を横断する問題に使用できるか？

これは、力学固有のモデルであり、他分野のモデル（例えば図 2c の電気回路線図）と接続し一体化することはできない。

### 5) モデルから支配方程式が作りやすいか？

この力学モデルの支配方程式は

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{x} + D_g\dot{x} + D_r(\dot{x} - \dot{x}_0) + K(x - x_0) &= f_2 \\ D_r(\dot{x} - \dot{x}_0) + K(x - x_0) &= f_1 \\ \dot{x}_0 &= v_1, \quad \dot{x} = v_2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

図 2a は物理法則とそれに従って機能する特性の働きを表現していないから、専門外の人がこの図を見ながら式 1 を立てていくことは困難であり、この支配方程式を導くことができるのは、機械力学をしっかり学んだ人だけである。

この例のように、専門物理領域ごとに固有のモデル化手法を用いれば、例えそれで製品モデルが見かけ上できたととしても、様々な分野の人がそれを共通モデルとして使うことができない。また、与えられた問題の支配方程式を先に導き、それをモデルに変換して MBD に組み込む場合も多い。そこで、専門知識があ

まりない人でもモデルと支配方程式の相互変換が容易にできる一般的手段を有するモデル化手法を用いないと、製品モデル自体が作れない。図 2a のモデルはこのことを満足していない。

これらの理由から、図 2a のような力学モデルを主役にして MBD を実現することは困難である。なお、図 2c の電気回路線図についても、上記と同様なことがいえる。したがって、在来の力学モデルと在来の電気回路をそのまま組み合わせて MBD のための電気・機械一体モデルを作ることはできない。

## 6. 物理機能線図

### 6.1 基本構成

筆者らは、前述の製品モデルへの要求事項を念頭に置きながら、上記のような在来手法の限界を補うための新しいモデル化手法を研究してきた<sup>1~3)</sup>。以下に、その概要を紹介する。

本手法は、基本的には電気工学で用いる回路線図、制御工学で用いるブロック線図や信号伝達線図などと同様に、ブロックを線でつないだ線図である。本手法では、物理法則に基づく特性の機能が視覚で直接理解できるように明解に図示されるから、本手法を物理機能線図と名付ける。

図 1 に示すように、物理機能線図は、その中核をなす機能モデルとそれに付随し補佐する機構モデルからなる。機能モデルは、個別の物理領域を超えて標準化され統一された手法で構成され、異なる物理領域間を横断して変換・流動するエネルギーとその結果生じる状態量の推移を表示する。一方機構モデルは、固体・流体・熱・電気・化学などの個別の物理領域固有の理論と手法で構成されるメカニズム群と、我々が通常用いる物理法則で簡単に説明することが困難な事象、および過去の経験や実験で得られた諸知識を表現する特性線図・性能図表・統計式・実験式・数値などのデータ群からなる。機構モデルは、機能モデル内の該当部分に、他部分に影響を与えない入子式で挿入される。

機能モデルは、対象全体を貫くエネルギーの移動と変換による状態量推移の様相を表現し、基本は線形モデルである。これに対して機構モデルは、機能モデル内の随所に局在する複雑な現象の内容を詳細に付加記述し、その多くは非線形モデルである。このように、対象の挙動のうち全体の線形と部分の非線形を一旦区別してモデル化した後に、両者を入子式で結合する手法の採用によって、様々な非線形の一般的処理を可能にしている。

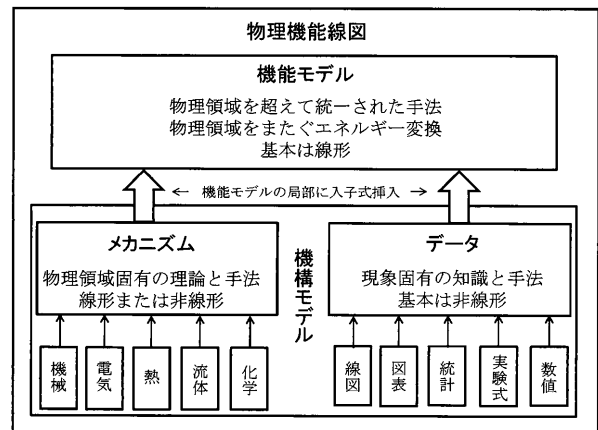


図 1 物理機能線図の基本構成

表 1 物理機能線図に用いる主な記号

| 状態量  | → 内包量 (力 トルク 圧力 電流 など)  |                               |
|------|-------------------------|-------------------------------|
|      | → 外延量 (速度 角速度 流量 電圧 など) |                               |
| 特性   | → $G$ →                 | 質量 弾性 粘性 静電容量 インダクタンス 電気抵抗 など |
| 演算記号 | 和 $C = A + B$           | 積 $C = A \times B$            |
|      | 差 $C = B - A$           | 除 $C = B / A$                 |
| 変換子  | 逆符号 $B = -A$            | 逆数 $B = 1 / A$                |
|      | 時間積分 $B = \int A dt$    | 時間微分 $B = \frac{dA}{dt}$      |
| その他  | 等置分配 $A = B = C$        | → 信号 指示 処理 など                 |

表 1 に、物理機能線図に用いる主な量と記号を示す。物理機能線図では、演算記号と変換子を用いて、特性の機能（働き）とそれによる状態量の推移が目で見えて容易に理解できるように描かれる。

### 6.2 状態量

本講座の第 1 報<sup>5)</sup>と第 2 報<sup>6)</sup>で述べたように、多くの物理領域における状態量は、内包量と外延量というたがいに対称・双対の関係にある 2 種類に分類できる。前者は、場または物体の内部に包含・隠ぺいされる量であり、瞬時エネルギーの質的程度（強弱・激穏）を表す。前者に関してはノード則（例えば電気ではキルヒホッフの電流則）が成立する。前者には力・トルク・圧力・電流などが属する。一方後者は、空間に具現・展開される量であり、瞬時エネルギーの量的程度（大小・多少）を表す。後者に関してはループ則（例えば電気ではキルヒホッフの電圧則）が成立する。後者には速度・角速度・流量・電圧などが属する。前者と後者の積は、いずれの物理領域でも瞬時エネルギー（仕事率や電力など）になる。物理機能線図では、表 1 に示すように、内包量を黒矢印、外延量を白抜矢印で

表示する。ただし、状態量の矢印は因果関係の向き（与える側から受ける側への向き）を示しており、空間内の作用ベクトルの方向とは無関係である。

### 6.3 特性

物理機能線図では、物理現象の根幹をエネルギーに置くことによって、個別の物理領域を超えたモデルの共通化を図っている。すなわち、「すべての物体や系は、エネルギーの均衡状態ではこれを保ち、不均衡状態では均衡状態に復帰しようとする性質を有する<sup>4)</sup>」と考える。そして、この性質を機能として演じるものを特性と総称する（例えば、機械系では力学特性、電気系では電気特性）。特性は、物理法則に基づいてエネルギーを保有あるいは流動させ、それに従って内包量と外延量の2種類の状態量を相互変換させることによって機能を遂行する。

特性は、その内部にエネルギーを保有し力学的エネルギーや電気的エネルギー保存の法則に従って機能するものと、受けたエネルギーを保有せず直ちに熱に変換し散逸させる機能をするものの2種類に分類される。前者には、機械系では質量  $M$  と弾性  $H$ （剛性  $K$  逆数： $H = 1/K$ ）、電気系では静電容量（または電気容量） $C$  とインダクタンス  $L$  が属する。また後者には、機械系では粘性  $D$ （通常は  $C$  と表記するが本報では静電容量  $C$  との混同を避けるために  $D$  と表記する）、電気系ではコンダクタンス  $G$ （電気抵抗  $R$  の逆数： $G = 1/R$ ）が属する。

エネルギー変換の観点から見た力学特性と電気特性の機能は、筆者らの著書<sup>4)</sup>に詳細に記載されており、また力学特性に関しては本講座の第1報<sup>5)</sup>にも記されているが、本報で紹介する物理機能線図の中核を占めるので、ここで改めて説明する。

まず、エネルギーを保有する特性について述べる。

質量  $M$  の機能：力学的エネルギーの均衡状態では、0 を含む一定速度で力学的エネルギー（運動エネルギー： $T_m = Mv^2/2$ ）を保有する（慣性の法則）。また、力学的エネルギーの不均衡状態では、その不均衡を力の不釣合で受け、それに比例した速度変動（加速度）に変換する（運動の法則： $f = M\dot{v}$ ）。速度変動は、時間と共に速度を変化させる（ $v = \int \dot{v} dt$ ）。質量は、この速度変化分の力学的エネルギーを吸収し、それを速度の形で保有する（ $Mv^2/2$ ）ことによって力の不釣合を解消し、力学的エネルギーの均衡を回復させる。

$$T_m = \int f v dt = \int M \dot{v} v dt = \frac{1}{2} M v^2 \quad (2)$$

弾性  $H$  の機能：力学的エネルギーの均衡状態では、0 を含む一定力（内力）で力学的エネルギー（力エネルギー<sup>4)</sup>： $U_m = Hf^2/2$ ）を保有する（弾性の法則<sup>4)</sup>）。また、力学的エネルギーの不均衡状態では、その不均衡を速度の不連続（両端間の速度差）で受け、それに比例した力（内力）変動に変換する（力の法則<sup>4)</sup>： $v = H\dot{f}$ ）。力変動は、時間と共に力を変化させる（ $f = \int \dot{f} dt$ ）。弾性は、この力変化分の力学的エネルギーを吸収し、それを内力の形で保有する（ $Hf^2/2$ ）ことによって速度の不連続を解消し、力学的エネルギーの均衡を回復させる。

$$U_m = \int f v dt = \int H \dot{f} f dt = \frac{1}{2} H f^2 \quad (3)$$

$$\left( = \frac{1}{2} K x^2 \leftarrow H = \frac{1}{K}, f = Kx \right)$$

静電容量  $C$  の機能：電気的エネルギーの均衡状態では、0 を含む一定電圧で電気的エネルギー（静電エネルギー： $T_e = CV^2/2$ ）を保有する。また、電気的エネルギーの不均衡状態では、その不均衡を電流（導体内部例えばコンデンサの両端を連結する導線内部の電荷の不釣合）で受け、それに比例した電圧変動に変換する（ $I = C\dot{V}$ ）。電圧変動は、時間と共に電圧を変化させる（ $V = \int \dot{V} dt$ ）。静電容量は、この電圧変化分の電気的エネルギーを吸収し、電圧の形で保有する（ $CV^2/2$ ）ことによって電流を解消し、電気的エネルギーの均衡を回復させる。

$$T_e = \int I V dt = \int C \dot{V} V dt = \frac{1}{2} C V^2 \quad (4)$$

インダクタンス  $L$  の機能：電気的エネルギーの均衡状態では、0 を含む一定電流で電気的エネルギー（電磁エネルギー： $U_e = LI^2/2$ ）を保有する。また、電気的エネルギーの不均衡状態では、その不均衡を電圧（例えばコイル両端間の電位の不連続）で受け、それに比例した電流変動に変換する（ $V = L\dot{I}$ ）。電流変動は、時間と共に電流を変化させる（ $I = \int \dot{I} dt$ ）。インダクタンスは、この電流変化分の電気的エネルギーを吸収し、電流の形で保有する（ $LI^2/2$ ）ことによって電圧を解消し、電気的エネルギーの均衡を回復させる。

$$U_e = \int I V dt = \int L \dot{I} I dt = \frac{1}{2} L I^2 \quad (5)$$

以上が、エネルギーの観点から見た力学特性と電気特性の定義である。

上記から分るように、質量と弾性の機能は、力と速

度、釣合と連続の言葉の相互入換以外には同一の文章で記述されている。また、静電容量とインダクタンスの機能は、電流と電圧の相互入換以外には同一の文章で記述されている。これは、質量と弾性が力学的エネルギーの流動と変換、また静電容量とインダクタンスが電氣的エネルギーの流動と変換に関して対称・双対の関係にあることを意味する。

質量と静電容量の機能、および弾性とインダクタンスの機能は、力と電流、速度と電圧の相互入換以外にはそれぞれ同一の文章で記述されている。本講座の第1報<sup>5)</sup>で示したように、力と電流、速度と電圧はそれぞれ相似関係にあり、また第2報<sup>6)</sup>で示したように質量と静電容量、および弾性とインダクタンスはそれぞれ相似関係にある。

表2に、エネルギーを蓄積し保有するこれら4種類の特性の機能を、物理機能線図を用いて図示する。このように物理機能線図では、上に文章で記した特性の機能が視覚で容易に理解できるように図示される。

次に、エネルギーを散逸させる特性について述べる。

粘性 $D$ の機能：不均衡力学的エネルギーを不連続速度（両端間の速度差）で受けて吸収し、直ちにそれを熱エネルギーに変換して散逸させる。同時に、与えられる不連続速度に比例する力を生じることによってそれに抵抗し、力学的エネルギーの均衡を回復しようとする。

コンダクタンス $G$ の機能：電氣的エネルギーの不均衡を電圧（不連続電位＝両端間の電位差）で受けて吸収し、直ちにそれを熱エネルギーに変換して散逸させる。同時に、印加される電圧に比例する逆起電力を生じ電流を流すことによってそれに抵抗し、電氣的エネルギーの均衡を回復しようとする。

粘性では、速度の受けと力の発生が同一時刻に生じるから、少なくとも時間的には、原因と結果を逆転させ、力を受けて速度を発生させると考えてもよい。またコンダクタンスでは、電圧の受けと電流の発生が同一時刻に生じるから、少なくとも時間的には、原因と結果を逆転させ、電流を受けて電圧を発生させると考

えてもよい。すなわちこれら両特性の機能の因果関係は可逆的である。

#### 6.4 変換子

物理機能線図では、エネルギー保存の法則の下で生じる物理量の変換を簡略表現するために、変換子という量を用いる。変換子には、有単位の変換子、無単位の変換子、座標変換子などがある。

有単位の変換子は、異なる物理単位系間の状態量の変換を表す。例えば直流モータにおける状態量の間には、トルク $T$ が電流 $I$ に比例し、角速度 $\omega$ が電圧 $V$ に比例するという関係がある。一方、電気系の電力と機械系の仕事率間のエネルギー変換はエネルギー保存の法則に従うから、 $IV = T\omega$ である。したがって、これら両単位系の状態量間の変換は、 $T = QI$ 、 $V = Q\omega$ の関係に従う。この比例定数 $Q$ がモータ定数と呼ばれる変換子であり、その単位は $\text{N} \cdot \text{m}/\text{A} = \text{V}/(\text{rad}/\text{s})$ である。また、機械における並進系（力 $f$ 、速度 $v$ ）と回転系（トルク $T$ 、角速度 $\omega$ ）間の変換を演じる滑車では、 $f v = T \omega$ であるから、半径 $r$ を介して $T = r t$ 、 $v = r \omega$ の関係が成立する。この半径 $r$ が変換子であり、その単位は $\text{m}$ である。また、並進系（力 $f$ 、速度 $v$ ）と流体系（圧力 $p$ 、流量 $q$ ）間の変換を演じる流体圧シリンダでは、 $f v = p q$ であるから、断面積 $S$ を介して $f = S p$ 、 $q = S v$ の関係がある。この断面積 $S$ が変換子であり、その単位は $\text{m}^2$ である。

無単位の変換子は、同一の物理単位系内におけるインピーダンス（機械系では速度と力の比、電気系では電圧と電流の比）の変換を表す。例えば変圧器では、巻線数 $N_1$ の1次側と $N_2$ の2次側における電流と電圧をそれぞれ $I_1$ と $V_1$ 、 $I_2$ と $V_2$ とすれば、電力の保存から $I_1 V_1 = I_2 V_2$ であるから、 $I_1 = N_2 I_2$ 、 $V_2 = N_2 V_1$ の関係がある。この巻線比 $N_R = N_2/N_1$ （無単位）が変換子である。ちなみに、変圧器の働きをインピーダンス変換作用という<sup>4)</sup>。また、半径 $r_1$ と $r_2$ の2個の歯車がかみ合った系において、各々のピッチ円上の力と速度を $f_1$ と $v_1$ 、 $f_2$ と $v_2$ とすれば、仕事率の保存から $f_1 v_1 = f_2 v_2$ であるから、 $f_1 = r_2 f_2$ 、 $v_2 = r_2 v_1$ の関係がある。この半径比 $r_R = r_2/r_1$ （無単位）が、互いにかみ合う2個の歯車を力学エネルギー保存の法則に従って機械インピーダンスを変換する系と見るときの変換子である。

座標変換子は、状態量が多次元空間におけるベクトルである場合の、異なる座標系間の座標変換を表す行列である。

表1に、上に文章で記した変換子 $Q$ の働きを図示する方法を示す。

表2 エネルギーを保有する特性の機能表示

|         |  |                                        |
|---------|--|----------------------------------------|
| 質 量     |  | $f = M\dot{v}$ , $v = \int \dot{v} dt$ |
| 弾 性     |  | $v = H\dot{f}$ , $f = \int \dot{f} dt$ |
| 静 電 容 量 |  | $I = C\dot{V}$ , $V = \int \dot{V} dt$ |
| インダクタンス |  | $V = L\dot{I}$ , $I = \int \dot{I} dt$ |



## 6.5 1自由度系の例

### 6.5.1 機械系 1

図 2a は、弾性  $H$  (剛性  $K$  の逆数) と粘性  $D_r$  が並列に接続され、それと接続した質量  $M$  と外部との間に粘性  $D_g$  が介在する 1 自由度系の力学モデルであり、図 2b は、それを筆者らが提案した物理機能線図でモデル化した図である。この図について以下に説明する。

図 2b の左端上部には外部から速度  $v_1$  が作用し、右端上部から外部に速度  $v_2$  が作用している。また、右端下部には外部から力  $f_2$  が作用し、左端下部から外部に力  $f_1$  が作用している。両端上下部の入力と出力の積は、共に仕事率 (瞬時エネルギー) になっている。

図 2b の上部は運動を表示し、速度の推移 (因果関係) を白抜矢印で示している。また下部は力を表示し、力の推移 (因果関係) を黒矢印で示している。上部と下部の状態量の積は瞬時エネルギー (仕事率) になる。そして、上部と下部の間を連結する力学特性 (質量・弾性・粘性) が、物理法則に従って速度と力間の相互変換を演じる。

弾性  $H$  には、質量と連結している右端に質量の速度  $v$  が与えられ、左端には外部から速度  $v_1$  が与えられるから、不連続速度 (両端間の速度差)  $v - v_1$  が作用し、力の法則<sup>4)</sup>  $v - v_1 = H\dot{f}$  から力 (内力) 変動  $\dot{f}$  を生じている。また、弾性と並列接続されている粘性  $D_r$  にも、同じ不連続速度が作用し、それに比例する力  $D_r(v - v_1)$  が生じている。そしてこれら両者の和  $f = \dot{f} + D_r(v - v_1)$  が、左端から外部に作用している。

質量  $M$  には、外作用力  $f_2$  から外部と質量の間に介在する粘性  $D_g$  が生じ質量の速度  $v$  に比例する力  $D_g v$  を差し引いた力  $f_2 - D_g v$  が作用し、同時に弾性  $H$  から復元力 (内力  $f$  の反作用力)  $-f$  が、また粘性  $D_r$  から抵抗  $-D_r(v - v_1)$  が作用している。それらの総和が

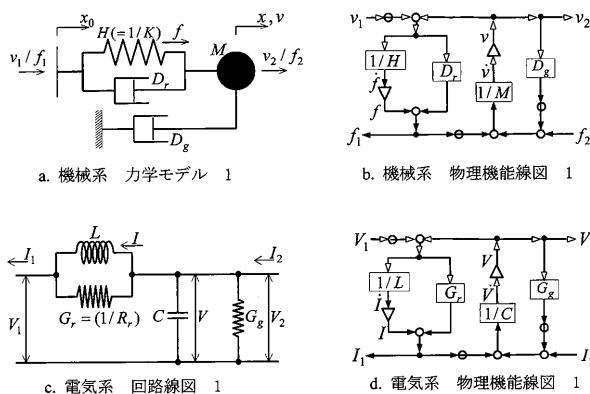


図 2 1 自由度系のモデル 1

質量に作用する不釣り合いになり、質量は、運動の法則  $f_2 - D_g v - f - D_r(v - v_1) = M\dot{v}$  から速度変動 (加速度)  $\dot{v}$  を生じている。

このように物理機能線図では、互いに対称・双対の関係にある 2 種類の状態量 (図 2a では力と速度) のうち一方が外部から作用し、それを受けて特性が機能し、内部状態量が相互変換され変化しながら推移し、他方の状態量が外部に作用する様子が、視覚で容易に理解できるように、そのまま忠実・明解に表現されている。したがって支配方程式は、図中の白丸 (和) を中心に上に述べた図の内容をそのまま式で表現することによって、簡単に求めることができる。まず、右下の 2 個の白丸から

$$M\dot{v} = (f_2 - D_g v) - f_1 \quad (6)$$

次に、左上の白丸から

$$H\dot{f} = v - v_1 \quad (7)$$

また、左下と左上の白丸、および自明の関係から

$$f_1 = f + D_r(v - v_1), \quad v_2 = v \quad (8)$$

これらをまとめれば、状態方程式と出力方程式は

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D_g + D_r}{M} & -\frac{1}{M} \\ \frac{1}{H} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{D_r}{M} & \frac{1}{M} \\ -\frac{1}{H} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} v_2 \\ f_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ D_r & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -D_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

入力  $v_1$  と  $f_2$ 、および初期条件  $v(t=0)$  と  $f(t=0)$  を与えて式 9 を解けば、初期時刻  $t=0$  以後の速度と力の時刻歴  $v(t)$  と  $f(t)$  が求められ、式 10 から出力  $v_2$  と  $f_1$  が得られる。

式 7 に  $H = 1/K$ ,  $v = \dot{x}$ ,  $v_1 = \dot{x}_0$  を代入して時間積分すれば

$$f = K(x - x_0) \quad (11)$$

式 6 に式 8 を代入して

$$M\dot{v} + D_g v + D_r(v - v_1) + f = f_2 \quad (12)$$

式 12 に式 11 と  $v = \dot{x}$ ,  $v_1 = \dot{x}_0$  を代入すれば、本報の 5.2 節の 5) に上記した従来の運動方程式 1 が得られる。

このように物理機能線図では、図中の記号の意味さえ理解しておれば、物理法則を知らなくても支配方程式が簡単に得られる。これは、専門外の人でもモデル

の定式化が容易にできることを意味し、同時にコンピュータによる数学モデルの自動作成が可能であることを示唆する。

### 6.5.2 電気系 1

図 2c は、インダクタンス  $L$  とコンダクタンス  $G_r$  (電気抵抗  $R_r$  の逆数) が並列に接続され、それと接続された静電容量  $C$  と外部との間にコンダクタンス  $G_g$  が介在する 1 自由度系の電気回路線図であり、図 2d は、それを物理機能線図でモデル化した図である。この図について以下に説明する。

図 2d の左端上部には外部から電圧 (電位差)  $V_1$  が入力し、右端上部から外部に電圧  $V_2$  が出力している。また、右端下部には外部から電流  $I_1$  が入力し、左端下部から外部に電流  $I_2$  が出力している。両端上下部の入力と出力の積は、共に電力 (瞬時エネルギー) になっている。

図 2d の上部は電圧の推移 (因果関係) を白抜矢印で示している。また下部は電流の推移 (因果関係) を黒矢印で示している。そして上部と下部の間を連結する電気特性 (静電容量・インダクタンス・コンダクタンス) が、物理法則に従って電圧と電流間の相互変換を演じる。

インダクタンス  $L$  には、静電容量と連結している右端に静電容量の電圧  $V$  が与えられ、左端には外部から電圧  $V_1$  が与えられるから、電圧 (両端間の電位差)  $V - V_1$  が印加され、インダクタンスの機能  $V - V_1 = L\dot{I}$  に従って電流変動  $\dot{I}$  を生じている。また、インダクタンスと並列接続されているコンダクタンス  $G_r$  にも、同じ電圧が作用し、それに比例する電流  $G_r(V - V_1)$  が流れている。そしてこれら両者の和  $I_1 = I + G_r(V - V_1)$  が、左端から外部に出力している。

静電容量  $C$  には、外部入力電流から外部と静電容量の間に介在するコンダクタンス  $G_g$  に流れる電流を差し引いた電流  $I_2 - G_g V$  から、さらにインダクタンス  $L$  に流れる電流  $I$  とコンダクタンスに流れる電流  $G_r(V - V_1)$  を差し引いた電流が流れる。そして、その機能  $(I_2 - G_g V) - I - G_r(V - V_1) = C\dot{V}$  に従って電圧変動  $\dot{V}$  を生じている。図 2d は、これらの電気特性の機能と状態量の推移をそのまま忠実・明解に表現している。

図 2a の力学モデルと図 2c の電気回路線図を比べても両者の関係は不明であるが、それらを物理機能線図で表した図 2b と 2d は、同一のモデルであり、両者が物理領域を超えた相似関係にあることが分る。したがって、図 2d の支配方程式は図 2b の式 9 と 10 と同一の手順で求められ

$$\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{G_g + G_r}{C} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{G_r}{C} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ G_r & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -G_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

### 6.5.3 機械系 2

図 3a は、弾性  $H$  と粘性  $D_r$  が直列に接続され、質量  $M$  と外部との間に粘性  $D_g$  が介在する 1 自由度系の力学モデルであり、図 3b は、それを物理機能線図でモデル化した図である。

図 3b の左端上部には外部から速度  $v_1$  が作用し、右端上部から外部に速度  $v_2$  が作用している。また、右端下部には外部から力  $f_2$  が作用し、左端下部から外部に力  $f_1$  が作用している。両端上下部の入力と出力の積は、共に仕事率 (瞬時エネルギー) になっている。

図 3b の上部は運動を表示し、速度の推移 (因果関係) を白抜矢印で示している。また下部は力を表示し、力の推移 (因果関係) を黒矢印で示している。そして、上部と下部の間を連結する力学特性 (質量・弾性・粘性) が、物理法則に従って速度と力間の相互変換を演じる。

粘性  $D_r$  は、弾性  $H$  の左端から力 (弾性の内力)  $f$  を受けてそれをそのまま外部に作用させ ( $f = f_1$ )、同時に作用力  $f$  に比例する速度 (両端間の速度差)  $f/D_r$  を生じている。粘性  $D_r$  と質量  $M$  の間に直列に介在する弾性  $H$  には、右端に質量の速度  $v$  が、また左端に外部速度  $v_1$  と粘性が生じる速度  $f/D_r$  の和が与えられるから、作用速度は  $v - (v_1 + f/D_r)$  となり、力の法則<sup>4)</sup>  $v - (v_1 + f/D_r) = H\dot{f}$  に従って力 (内力) 変動  $\dot{f}$  を生じている。

質量  $M$  には、外作用力から外部と質量の間に介在

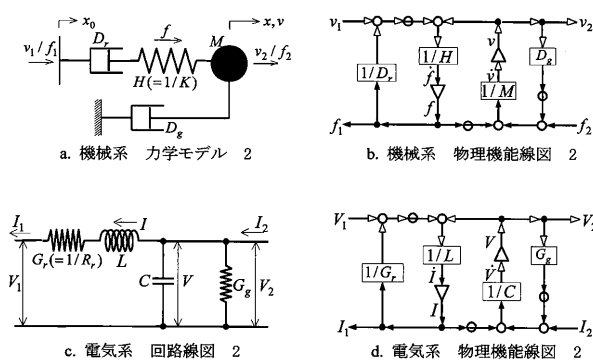


図 3 1 自由度系のモデル 2

する粘性  $D_g$  が生じ質量の速度  $v$  に比例する力  $D_g v$  を差し引いた力  $f_2 - D_g v$  が作用し、同時に弾性  $H$  から復元力（内力  $f$  の反作用力） $-f$  が作用するから、作用力はそれらの和になり、質量は、運動の法則  $(f_2 - D_g v) - f = M\dot{v}$  に従って速度変動（加速度） $\dot{v}$  を生じている。図 3b は、これらの力学特性の機能と状態量の推移をそのまま忠実・明解に表現している。

図 3b から支配方程式を求める。まず、右下の 2 個の白丸から

$$M\dot{v} = (f_2 - D_g v) - f \quad (15)$$

次に、左上の 2 個の白丸から

$$H\dot{f} = v - \left( v_1 + \frac{1}{D_r} f \right) \quad (16)$$

また、自明の関係から

$$f_1 = f, v_2 = v \quad (17)$$

これらをまとめれば、状態方程式と出力方程式は

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D_g}{M} & -\frac{1}{M} \\ \frac{1}{H} & -\frac{1}{HD_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{M} \\ -\frac{1}{H} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} v_2 \\ f_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ f \end{bmatrix} \quad (19)$$

#### 6.5.4 電気系 2

図 3c は、インダクタンス  $L$  とコンダクタンス  $G_r$  が直列に接続され、それと接続された静電容量  $C$  と外部との間にコンダクタンス  $G_g$  が介在する 1 自由度系の電気回路線図であり、図 3d は、それを物理機能線図でモデル化した図である。

図 3d の左端上部には外部から電圧（電位差） $V_1$  が入力し、右端上部から外部に電圧  $V_2$  が出力している。また、右端下部には外部から電流  $I_2$  が入力し、左端下部から外部に電流  $I_1$  が出力している。両端上下部の入力と出力の積は、共に電力（瞬時エネルギー）になっている。

図 3d の上部は電圧の推移（因果関係）を白抜矢印で示している。また下部は電流の推移（因果関係）を黒矢印で示している。そして上部と下部の間を連結する電気特性（静電容量・インダクタンス・コンダクタンス）が、物理法則に従って電圧と電流間の相互変換を演じる。

コンダクタンス  $G_r$  は、インダクタンス  $L$  から入力

する電流  $I$  を左端下部から外部に出力させ ( $I = I_1$ )、電流  $I$  に比例する電圧（両端間の電位差） $I/G_r$  を生じている。コンダクタンス  $G_r$  と静電容量  $C$  の間に直列に介在するインダクタンス  $L$  には、右端に静電容量の電圧  $V$  が、また左端に外部電圧  $V_1$  とコンダクタンスが生じる電圧  $I/G_r$  の和が与えられるから、インダクタンスへの印加電圧は  $V - (V_1 + I/G_r)$  となり、その機能  $V - (V_1 + I/G_r) = L\dot{I}$  に従って電流変動  $\dot{I}$  を生じている。

静電容量  $C$  には、外から右端に流入する電流  $I_2$  からコンダクタンス  $G_g$  を流れる電流  $G_g V$  を差し引いた電流  $I_2 - G_g V$  から、さらにインダクタンスに流れる電流  $I$  を差し引いた電流が流れる。そして、その機能  $(I_2 - G_g V) - I = C\dot{V}$  に従って電圧変動  $\dot{V}$  を生じている。図 3d は、これらの電気特性の機能と状態量の推移をそのまま忠実・明解に表現している。

図 3a の力学モデルと図 3c の電気回路線図を比べても両者の関係は不明であるが、それらを物理機能線図で表した図 3b と 3d は、同一のモデルであり、両者が物理領域を超えた相似関係にあることが分る。したがって、図 3d の支配方程式は図 3b と同一の手順で求められ

$$\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{G_g}{C} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & \frac{1}{LG_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ I \end{bmatrix} \quad (21)$$

## 7. まとめ

本報では、企業の製品開発にモデルベース開発 (MBD) を導入する際の考え方・ノウハウ・留意点などを、モデル化を中心に論じ、合せて筆者らが提案し実用している新しいモデル化手法である物理機能線図の概要を紹介した。まず、製品開発における重要度が急速に高まりつつあるシミュレーションの動向を述べた。次に、企業現場への MBD 導入を成功させるための要点を挙げた。続いて、MBD を可能にする製品モデルへの要求事項を論じ、合せてそれに関する在来モデル化手法の限界を示した。さらに、在来手法を補うために筆者らが開発し実用している新しいモデル化手法である物理機能線図の基本概念を記し、簡単な 1 自由度モデルを用いてその有効性を例証した。

## 参 考 文 献

- 1) 長松昌男, 角田鎮男, 長松昭男: 製品開発のための新しいモデル化手法 (機能モデルの基本概念), 日本機械学会 (C 編), 64-622, 1997/2004 (1998)
  - 2) 長松昭男, 角田鎮男, 長松昌男: 同上 (展開と統合), 同上, 64-627, 4126/4223 (1998)
  - 3) 角田鎮男, 長松昌男, 長松昭男: 同上 (非線形系 1 基本要素), 同上, 65-632, 1403/1410 (1999)
  - 4) 長松昌男, 長松昭男: 複合領域シミュレーションのための電気・機械系の力学, コロナ社 (2013)
  - 5) 長松昌男, 長松昭男: 電気・機械一体モデルの開発と応用, 第 1 報 物理学的基礎, シミュレーション, Vol.32, No.1, 48-54 (2013)
  - 6) 長松昌男, 長松昭男: 電気・機械一体モデルの開発と応用, 第 2 報 力学と電磁気学間の新しい相似則の提案, シミュレーション, Vol.32, No.2, 136-143 (2013)
-