

## 原著論文

## 永久磁石モータのコギングトルク解析

## Cogging Torque Analysis of a Permanent Magnet Motor

正 堆 和人 (東芝) 正 徳増 正 (東芝)

Kazuto SAKAI, Toshiba Corporation, 2-4, Suehiro-cho, Tsurumi-ku,  
Yokohama-shi, Kanagawa  
Todashi TOKUMASU, Toshiba Corporation

Permanent magnet motors have cogging torque due to interactions between magnets and stator teeth. On driving conditions, these cogging torques cause ripples of torque and rotating speed. Then, we need a torque analysis by which we design the motors with magnets and teeth of shapes to minimize the cogging torque. This paper describes the analysis of the cogging torque of the permanent magnet motor. The torque is analyzed from the results of a 2-dimensional FEM magnetic analysis, using an energy method (virtual work method), while the rotor position is changed at a rate of a few angle. The torque is gotten by differential of a magnetic energy analyzed. The analyzed torque is in good agreement with the experimental torque. This analysis is useful and can be used for reduction of the cogging torque.

**Key Words :** Permanent Magnet, Motor, Torque, Cogging Torque  
Energy Method, Virtual Work Method, Analysis, FEM

## 1 緒 論

回転電機の電機子鉄心にスロットがあると、空隙パーミアンス値がロータ周方向に対して周期的に変化する。永久磁石回転電機は界磁に永久磁石を用いているため、無励磁状態においても、磁石が起磁力源となり磁石とステータ鉄心歯間で磁力が作用する。このとき、ロータは空隙パーミアンスが最大となる安定点に停止しようとする回転力が作用し、コギングトルクが発生する。このコギングトルクは、モータの駆動トルクや回転速度を脈動させる原因となる。特にインバータで可変速運転を行うブラシレスDCモータにおいてはコギングトルクの評価は重要である。このため、高性能なモータを得るにはコギングトルク量を把握、抑制する技術が必要となる。

トルクの算定方法としては主にマクスウェル応力法、エネルギー変位法（仮想仕事の原理）、磁化電流法、BL法があげられる。

本論文ではトルクは磁界解析を用いたエネルギー変位法により算出している。

磁界解析は有限要素法を用いた二次元静磁界解析であり、解析より随伴磁気エネルギーを求める。そしてト

ルク波形を得るために1/2歯ピッチの範囲でロータを順次微小角度ずつ回転した状態で解析を行う。

次に、コギングトルク特性についてモデルの実験を行い、解析値と実験値の比較を行っている。

## 2 永久磁石を含む磁界解析の基本式

解析対象内に永久磁石を含むときの二次元磁界解析の基本式は以下となる [1], [2]。

Sm<sub>2</sub>Co<sub>17</sub>系、NdFeB系磁石等の希土類磁石の減磁曲線は直線であり、(1)式として取り扱う。

$$B = \mu_r H + B_r \quad \dots (1)$$

ここに、B: 磁束密度, B<sub>r</sub>: 残留磁束密度

$\mu_r$ : リコイル透磁率, H: 磁界の強さ

マクスウェルの方程式より

$$\operatorname{rot} H = J \quad \dots (2)$$

ここに、J: 強制電流密度

(1), (2)式より

$$\operatorname{rot} \frac{B}{\mu_r} = J + J_m \quad \dots (3)$$

ここで、J<sub>m</sub>は等価磁化電流密度であり、(4)式で表される。

$$J_m = \text{rot} \frac{B_r}{\mu_r} \quad \dots (4)$$

磁気ベクトルポテンシャル  $A$  は  $B = \text{rot} A$  であり、(3) 式に代入すると解析の基本式が得られる。

$$\text{rot} (\text{rot} \frac{A}{\mu_r}) = J + J_m \quad \dots (5)$$

(5) 式は2次元場では(6)式で表わされる。

$$-\frac{1}{\mu_r} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) = J + J_m \quad \dots (6)$$

### 3. モデルのトルク解析

3.1 解析対象 解析対象は4極の永久磁石式回転界磁の小形同期モータであり、電気学会の「回転機電磁界解析ソフトウェアの適用技術」調査専門委員会で解析モデルとして提案されたモデルである。

表1にモデルの諸元を示す。

Table 1 Motor specifications

Type	Permanent magnetic field
Number of poles	4
Number of slots	12
Stator core OD	53.4mm
Length	12mm
Air-gap length (uniform air-gap length)	0.8mm
Rotor OD (magnet OD)	22.7mm
Magnet ID	15.7mm
Width	13.5mm
Material	Sm <sub>2</sub> Co <sub>17</sub>
Magnetic energy	159 kJ/m <sup>3</sup>
Residual magnetic flux density	0.9T

3.2 コギングトルク解析 コギングトルクの算出はエネルギー変位法(仮想仕事の原理)に基づき、以下のようにして行う [3]。

モデルの基準位置における随伴磁気エネルギーを  $W(\theta_m)$  とし、微小角度  $\Delta \theta_m$  だけ移動後の随伴磁気エネルギーを  $W(\theta_m + \Delta \theta_m)$  とすると、コギングトルク  $T_c$  は次式で計算される。

$$T_c = \frac{\partial W}{\partial \theta_m} = \frac{W(\theta_m + \Delta \theta_m) - W(\theta_m)}{\Delta \theta_m} \quad \dots (7)$$

コギングトルク波形は次のようにして得られる。ステータ歯とロータ磁極中心の相対的な基準位置を設定する。次にステータ歯に対してロータ(ロータ磁石)を微小角度だけ回転移動する。各状態における解析を行い、随伴磁気エネルギーを得る。この変化前後の随伴

磁気エネルギー変化率によりトルクを算出する。この処理を微小角度ずつ順次回転移動させて行うことにより、トルク波形が得られる [4], [5]。

解析は有限要素法による二次元静磁界解析である。解析領域は1極の範囲とする。これは回転機の磁界分布が周期的であるためである。つぎにステータに対してロータを回転移動させるとときの相対的な基準位置は次の位置とする。ロータはN極とS極の極間が45度となる状態とし、ステータは鉄心のスロットがロータの極間に位置する状態とする。この基準位置ではコギングトルクが零であり、かつ、ロータが安定点に位置している。このときの状態を回転角度  $\theta_m = 0 \text{ deg}$  とあらわす。図1はモータの解析領域と基準位置の状態を示す。

コギングトルク波形は空間調波であり、ステータ歯ピッチを一周期とした周期関数である。さらに、安定点において点対称となるため、トルク波形を得るために必要な全ロータの移動量はステータ歯ピッチの半分である。

本解析では、一回当たりのロータの移動量は機械角( $\theta_m$ )で1degであり、トルク波形の電気角( $\theta_e$ )で表すと12degである。

### 3.3 解析条件とメッシュ

(解析条件) 鉄心の軟磁性材の磁気特性が線形、非線形である場合について解析を行う。線形解析では、軟磁性材の比透磁率を下記の一定値とする。

尚、ステータ鉄心は0.5mm厚みの無方向性ケイ素鋼板(50A400)を積層したものであり、ロータ鉄心は構造用炭素鋼(S45C)からなる。

- ステータ鉄心: 4000
- ロータ鉄心: 700

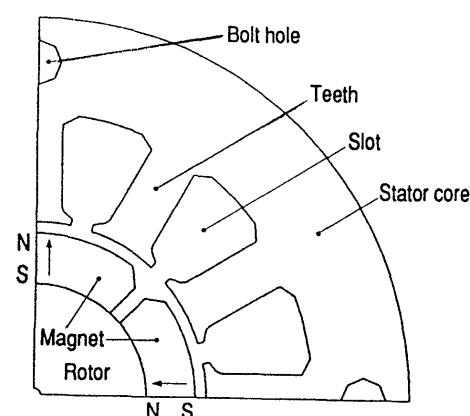


Fig. 1 Model of permanent magnet motor ( $\theta_m=0 \text{ deg}$ ,  $\theta_e=0 \text{ deg}$ )

(メッシュ) 解析領域内を要素に分割したときの節点数、要素数、空隙部の分割数は次の値とした。このときの要素分割したメッシュを図2に示す。

- ・節点数: 1405
- ・要素数: 1605
- ・空隙部周方向分割数: 54
- ・空隙部径方向分割数: 4

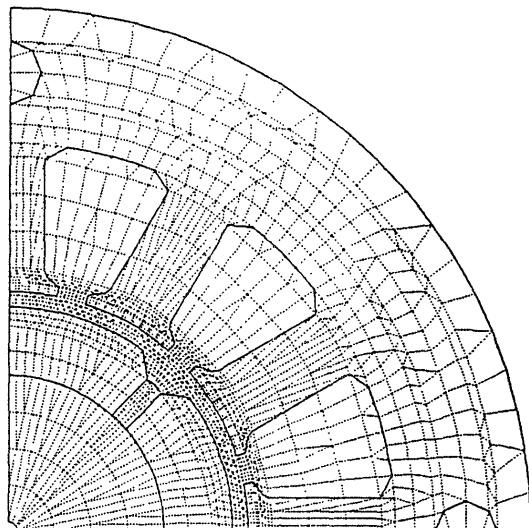


Fig. 2 Mesh division of the model

3.4 結果及び検討 図3は、安定点でトルク値が零 ( $\theta_m = 0 \text{ deg}$ ) のときの磁束線図、磁束密度分布を示す。図4は、トルク値が最大 ( $\theta_m = 10 \text{ deg}$ ) のときの磁束線図、磁束密度分布を示す。図5は、不安定点でトルク値が零 ( $\theta_m = 15 \text{ deg}$ ) のときの磁束線図、磁束密度分布を示す。

図3 (b), 図4 (b), 図5 (b) の磁束密度分布は対称性より絶対値でみると一極の磁束密度分布を表している。空隙の最大空隙磁束密度は約0.75 (T) である。

空隙磁束密度分布の部分的に見られるくぼみはステータのスロットによるものである。このモデルの場合は、一極当たりのスロット数は3であるので常に一定量の磁束密度のくぼみが1個あり、残りの2つのくぼみの量がロータ磁極(永久磁石)の回転位置により増減していることがわかる。この増減によりコギングトルクが発生し、この増減するくぼみは永久磁石の周方向端部とステータ歯との位置関係に依存している。

つぎに磁束線図より考察する。図3 (a), 図5 (a) に示すようにコギングトルクが零となる  $\theta_m = 0 \text{ deg}$  、

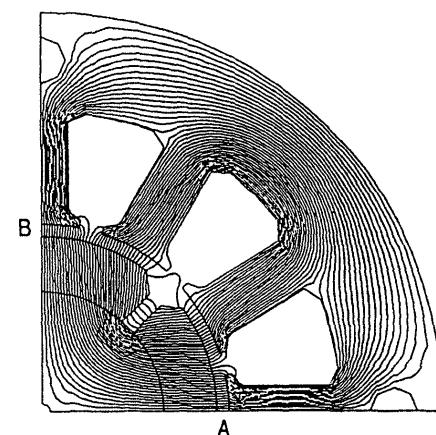
$\theta_m = 15 \text{ deg}$  のときは磁石周方向端部の磁束を含め、磁束線は極間で左右対称となっている。一方、最大トルクを発生する  $\theta_m = 10 \text{ deg}$  のときは図4 (a) に示すように磁石周方向端部の空隙部の磁束は対称でないため、左右どちらかに回転することが予想される。

線形解析より得られたトルク対回転角度特性を図6の実線で示す。最大コギングトルク値は振幅値 (0 to Peak) で  $9.46 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}$  である。図6のトルク波形より、安定点近傍ではコギングトルクの値及び傾きは比較的小さな値であることから、実用上、摩擦等を考慮するとロータ停止位置がある程度の角度範囲を持つことが予想される。

非線形で解析した結果を図6の点線で示しており、最大トルク値は  $9.52 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}$  である。

線形解析値と非線形解析値を比較すると、ほぼ同一であり、最大トルク値において線形解析値は非線形解析値よりも0.7% 小である。

のことより、特殊な設計のモータは除き、コギングトルクの解析は線形解析でも十分に解が得られると思われる。

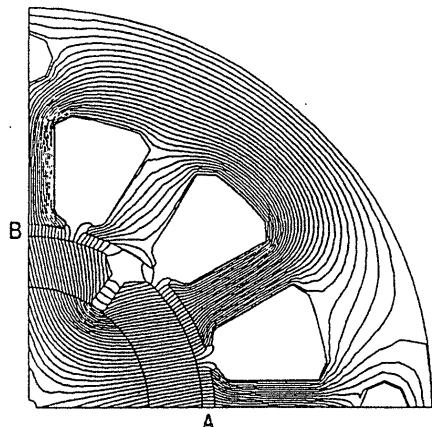


(a) Distribution of magnetic flux



(b) Distribution of magnetic flux density in air gap

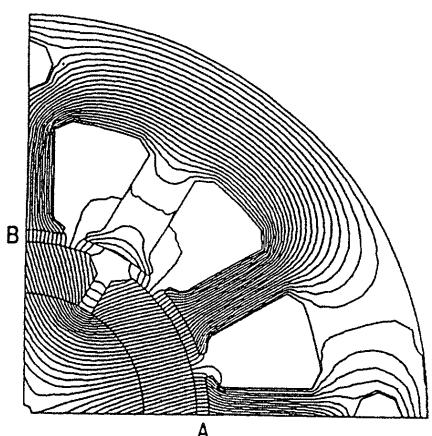
Fig. 3 Results of analysis ( $\theta_m = 0 \text{ deg}$ ,  $\theta_e = 0 \text{ deg}$ )



(a) Distribution of magnetic flux



(b) Distribution of magnetic flux density in air gap

Fig. 4 Results of analysis ( $\theta_m=10$  deg,  $\theta_e=120$  deg)

(a) Distribution of magnetic flux



(b) Distribution of magnetic flux density in air gap

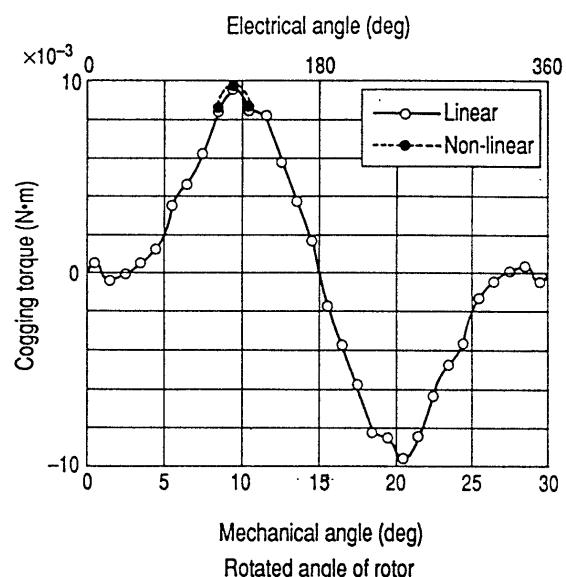
Fig. 5 Results of analysis ( $\theta_m=15$  deg,  $\theta_e=180$  deg)

Fig. 6 Characteristics of cogging torque obtained by analysis

3.5 改良エネルギー変位法と局所的力ベクトル  
エネルギー変位法は解析対象全体の磁気エネルギーより  
力を計算するため全体の力が得られる。一方、改良エ  
ネルギー変位法は対象内の各要素において、磁気エネル  
ギーを偏微分するため、各要素における力が得られる。  
したがって、局所的な力ベクトルの様子を把握する  
ことができる [6], [7], [8]。

改良エネルギー変位法による磁界解析より得られた本  
モデルの局所的力ベクトルの分布を図7、図8に示す。

図7の $\theta_m=0$  deg の安定点の状態では、力ベクトル  
が極間で対称に分布しており、力が平衡しているこ  
とがわかる。図8の $\theta_m=10$  deg の状態では、極間  
を中心として力ベクトルが右側の方が大きく、右回転  
することがわかる。

#### 4 トルク実験

##### 4.1 実験 本解析対象のモデルのコギング トルクの測定を下記の方法で行う。

図9に実験装置を示す。モデルの軸端にブーリとエ  
ンコーダを取り付け、モータ取付面と水平な方向にトル  
ク測定器を配置する。トルク測定器の可動ヘッドとブ  
ーリは糸で結ばれ、糸はブーリに1回巻き付けた後、  
垂直に降ろした重りに結びついている。

トルク測定器にはトルクセンサと、ヘッドを可動す  
るサーボモータが内蔵されており、張力はヘッドを介  
してセンサに伝達される。

トルクは次のようにして測定する。可動ヘッドによ

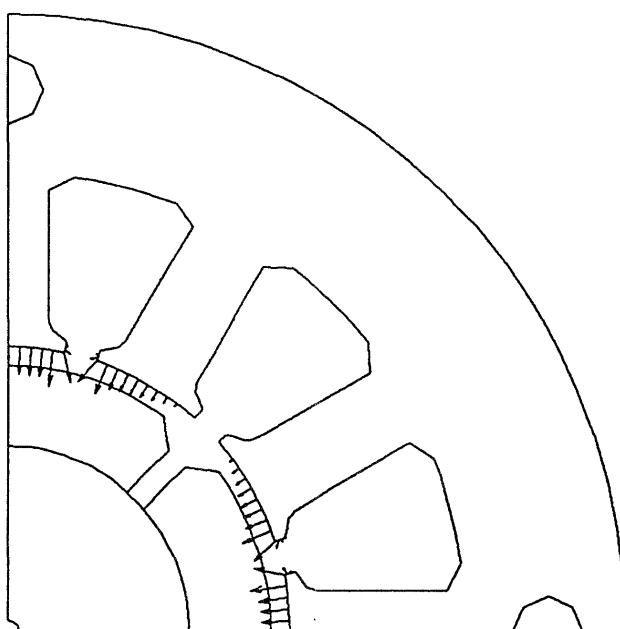


Fig. 7 Distribution of magnetic force  
( $\theta_m=0$  deg,  $\theta_e=0$  deg)

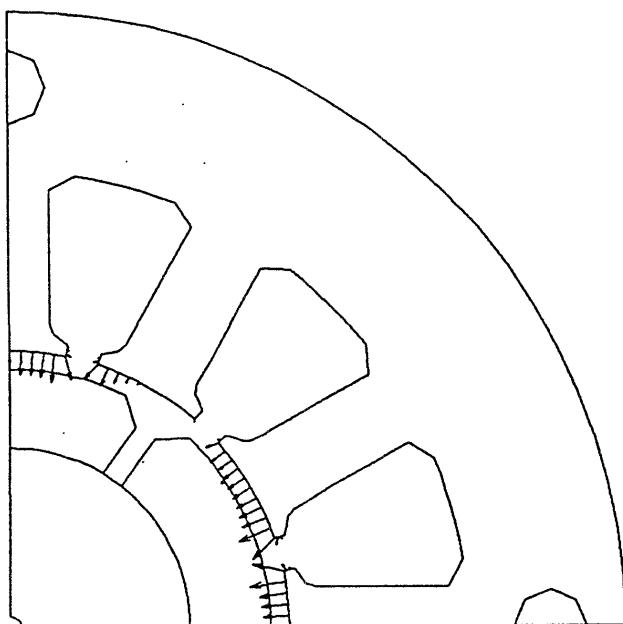


Fig. 8 Distribution of magnetic force  
( $\theta_m=10$  deg,  $\theta_e=120$  deg)

り自動的に糸を巻き取り、モデルを回転させる。同時にその張力をトルク測定器で測定する。脱出トルク値は回路でホールドされる。

回転角度は、モータ軸に取り付けたエンコーダにて検出する。

尚、重りは以下の補償のため取付けている。コギングトルクは、正(+)、逆(-)方向に値が振れ、各測定部にヒステリシス等の誤差を生じる。このため、ブーリに重りを取付け、常に一方向にトルクをかける。

4.2 結果及び検討 図10に実験結果を示す。安定点からの正のトルク最大値は  $8.5 \sim 9.2 \times 10^{-3}$  N·m である。線形解析のトルク値は実験値より3~13%大である。

トルク波形形状、及び最大トルク値において、解析値と実験値はよく一致している。解析値と実験値の誤差の原因是ステータ・ロータの偏心、モータ等の実験装置への取付誤差により生じたものと考えられる。

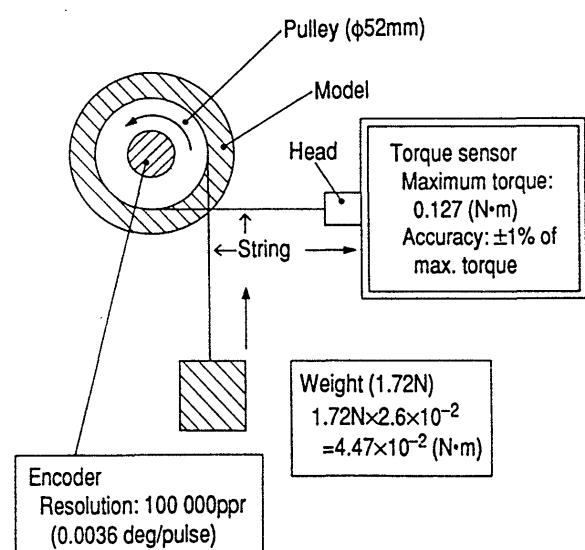


Fig. 9 Experimental apparatus

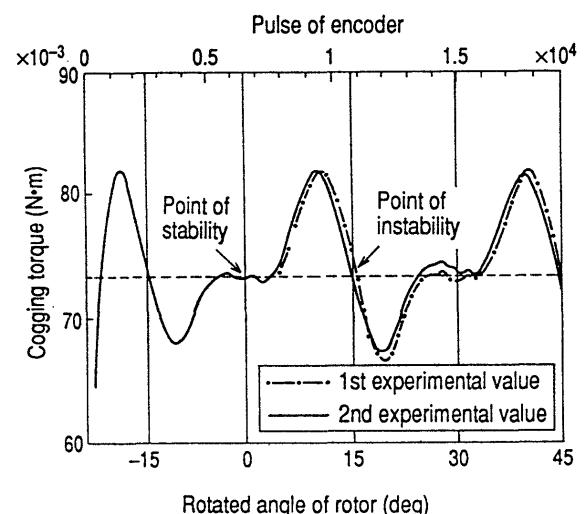


Fig. 10 Characteristics of cogging torque obtained by experiment

## 5 コギングトルクの低減

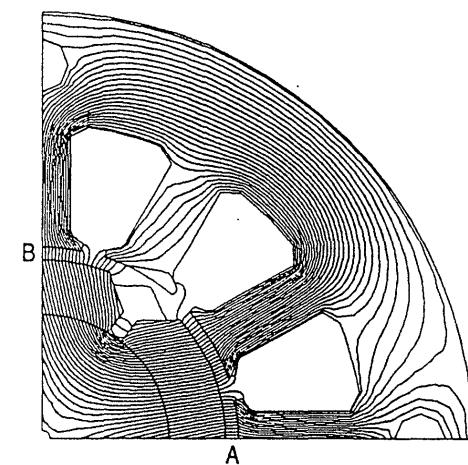
図4 (a)に示すように最大トルク近傍において、磁石周方向の端部付近の磁束が磁極間を中心軸として非対称になっている。このため、ステータの歯と磁石間の磁気吸引力が中心軸の左右で異なり、トルクを発生すると考えられる。また、図4 (a)の上部のN極磁石の端部と歯の対向面を通る磁束が主にトルクの発生源となっていることがわかる。したがって、コギングトルクを低減するには磁石端部の角を大きく削り落とし、N極磁石の端部と歯が対向する面積を減らすことが考えられる。

磁石は左右対称とするため、角の削り落としは磁石の両端部で行う。つぎに、角を削り落としたときの、他方のS極磁石の端部の影響を検討する。

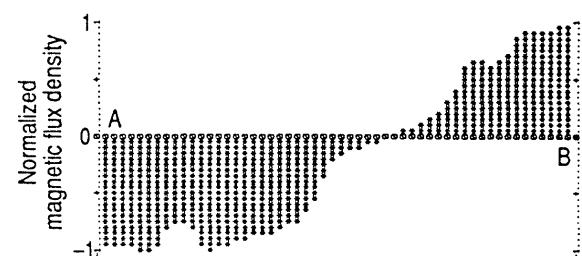
図4 (a)、図8に示す最大トルク近傍のロータの状態ではS極磁石の左側端部はステータのスロットと対向しており、この部分のギャップパラミアンスは小である。このため、図8の力分布に示すようにスロットと対向するS極永久磁石の左側端部に作用する力ベクトルは非常に小となっている。したがって、スロットと対向する部分が無くなるまで磁石端部の角を大きく削り落としてもS極磁石端部に作用する力に大きな変化はないと思われる。

これより、コギングトルクの低減は次のように行えば有効であると考えられる。理想的には最大トルクを発生する幾何的位置関係である図4 (a)、図8の位置（スロット空間調波の電気角度で $\pi/2$ の位置）において、S極磁石端部の外周の角とステータの歯が対向する点で磁石の角を落とす。角を落とす径方向の深さは空隙長の2～3倍程度とする。尚、1相1極当たりのスロット数により角を落とした磁石形状は異なるが、考え方は同様である。

この低減方法の効果を確認するため、S極磁石端部の外周の角とステータの歯が対向する点で磁石を空隙長の約2倍の深さで角を落としたときの解析を行った。磁界解析結果を図11に示す。コギングトルクの最大値は $2.36 \times 10^{-3}$  N·mである。改善前の値と比較して、改善後のトルクは1/4となり、本方法が有効であることが確認された。



(a) Distribution of magnetic flux



(b) Distribution of magnetic flux density in air gap

Fig. 11 Results of analysis with the model for reducing cogging torque ( $\theta_m=10$  deg,  $\theta_c=120$  deg)

## 6 むすび

本解析及び実験より下記の結論が得られた。

- ・本解析方法は十分に精度があり、モータの特性改善に適用可能である。
- ・本ステータ鉄心形状において、コギングトルク解析は線形解析でも十分に精度がある。
- ・エネルギー変位法によるトルク解析において、電気角度で10度程度の回転移動量で解析を行えば、コギングトルク値は精度の良い結果が得られる。
- ・本ステータ鉄心形状かつ、均一空隙長であるモータにおいてコギングトルク波形は正弦波ではなく、比較的三角波に近い形状である。安定点の近傍は比較的平坦になる傾向である。
- ・コギングトルクの大きさは磁石の円周方向端部の形状に大きく依存すると思われる。

最後に、本研究は電気学会の「回転機電磁界解析ソフトウェアの適用技術」調査専門委員会の活動の一環

として行った結果である。また、本研究にご協力頂いた当社の花井隆氏、(株)西芝電機の田淵裕氏、(株)芝浦製作所の菊地祐介氏、ほか関係各位に謝意を表す。

(1993年6月9日受付)

### 文 献

- [1] 中田、高橋「電気工学の有限要素法」森北出版 pp. 219 (1982)
- [2] 井上、堺、他「ACサーボモータの磁束分布」電気学会東京支部大会, No. 266, (1983)
- [3] 堀、徳増、他「大容量永久磁石式磁気カップリングのトルク解析」電気学会論文誌A, 113, 313 (平5-4)
- [4] 堀、徳増、他「VR形レゾルバの空隙パーミアンス解析」昭和62年電気学会全国大会, No. 786, (1987)
- [5] 東芝・小形モータ研究会「実用モータ設計マニュアル」総合電子出版社 pp. 231 (1992)
- [6] J. L. Coulomb "A Methodology for the determination of global electromechanical quantities from a finite element analysis and its application to the evaluation of magnetic forces, torques and stiffness" IEEE TRANS. ON MAGNETICS, VOL. MAG-19, No. 6, (1983)
- [7] 中田、高橋、他「改良エネルギー変位法による電磁力解析」平成4年電気学会全国大会, No. 841, (1992)
- [8] A. Kameari "Local force calculation in 3D FEM with edge elements" Int. J. Applied Electromagnetics in Material 3, pp. 231-240, (1993)