原著論文

*H*_∞ 制御と積層型圧電アクチュエーターによる 片持角柱の振動制御*

Vibration Control of a Cantilever Beam using Piezolectric Actuator and H_{∞} Theory

学	劉	玉洲	(東北大工学部)	Ē	谷	順二	(東北大流体研)
正	長南	征二	(東北大工学部)				

Yu-Zhou LIU, Tohoku University, Aramakiazaaoba, Aoba-ku, Sendai Junji TANI, Tohoku University Seiji CHONAN, Tohoku University

The objective of this study is to present a method for the active vibration control of flexible elastic structures. As a simple model, we use a cantilever beam with a mass at the free end and two piezoelectric devices at the fixed end used as actuators. Its natural frequencies are calculated by using the transform matrix method and then mode coordinate is introduced to obtain state equations of this control system. A robust controller is designed for suppressing vibration of the cantilever beam by H_{∞} control theory. Simulation and experiment were carried out and these results were compared with that of the LQR control. It is found that the robust stability and the nominal performance were satisfied and an excellent control effect was obtained by H_{∞} control. The usefulness of the proposed control technique is verified by simulation and experiment.

Key Words : Flexible Structures, Vibration Control, H_{∞} Control Theory, Robust Stability, Piezoelectric Actuators, Modal Coordinate

1. 緒言

最近、建築構造物、機械構造物、宇宙構造物 などを対象とした振動あるいは位置決め制御の 研究が多くなってきている。弾性構造系の制御問 題は、基本的に分布定数系の制御問題になるた め、集中系の制御には生じない多くの問題を包 含することになる。また、これら構造系を制御 する場合、モデル化誤差が重要な問題になるこ とが多い。これらの問題を解決するため、現在注 目を集めているものに H_∞ 最適制御理論がある。 H∞ 最適制御理論を適用する場合、制御性能に 関する評価とシステムの変動に対するロバスト 性に関する評価を一つの評価関数に組み込むと いう手法が用いられる。しかし、まだこの手法を 使った研究は少なく[1-4]、この新しい制御手法 の実用化に向けて実験による検証は大変重要で ある。

本研究では H_{∞} 制御理論を積層型圧電素子を アクチュエータとした片持角柱の振動制御に適 用し、コンピュータシミュレーションと実験によ りその有効性を示した。なお、コントローラは出 力フィードバックによる方法で設計した。 2. 理論解析

本研究で使う解析モデルを図1示す。



Fig.1 Analytical Model and Coordinate System

先端に付加質量を有する片持角柱の固定端に2 個の積層型圧電アクチュエータが取付けてある。 解析に使う主な記号は以下に示す通りである。 E:試験片のヤング率、I: 試験片の慣性二次モー メント、c: 試験片の内部減衰係数、 ρ : 試験片の 密度、A: 試験片の断面積、 ω_j : 試験片の固有角 周波数、 θ : 制御機構による回転角、d: 圧電素子 の変位、x, y: 座標、t: 時間。このとき、角柱先 端の付加質量をmとし、位置x及び時間tにお けるはりのたわみをWとし、角柱がx - y平面 内でのみ微小振動すると仮定し、剛体運動を無 視すると、系の運動方程式は次式で与えられる。

$$EI\frac{\partial^4 W(x,t)}{\partial x^4} + cEI\frac{\partial^5 W(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + \{\rho A + m\delta(x-L)\}\frac{\partial^2 W(x,t)}{\partial t^2} = -\rho A x\ddot{\theta}(t) - mL\ddot{\theta}(t)$$
(1)

片持の境界条件としては

$$W(x,t)\Big|_{x=0} = \frac{\partial W(x,t)}{\partial x}\Big|_{x=0} = 0$$

$$\frac{\partial^2 W(x,t)}{\partial x^2}\Big|_{x=L} = \frac{\partial^3 W(x,t)}{\partial x^3}\Big|_{x=L} = 0$$
 (2)

ここに、θは角柱を駆動する制御機構による回転 角であり、その定式化を後で示す。

式(1)の解を次のように仮定する。

$$W(x,t) = \sum_{j=1}^{n} \phi_j(x) q_j(t)$$
 (3)

ここに、 ϕ_j ははりのモード関数で $q_j(t)$ は時間の 未知関数である。これを式(1)に代入して伝達マ トリックス法を適用し、モード座標で表すと常微 分方程式に変換でき次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \ddot{q}_{j}(t) + c\omega_{j}^{2}\dot{q}_{j}(t) + \omega_{j}^{2}q_{j}(t) \\ &= -\ddot{\theta}(t) \left[\frac{\rho A}{L} \int_{0}^{L} x \phi_{j}(x) dx \\ &+ m \int_{0}^{L} \phi_{j}(x) dx \right], \ (j = 1, 2, \dots, n). \end{aligned}$$

$$(4)$$

ここで、cははりの内部減衰係数で、 ω_j は先端 に付加質量を有する片持はりの第j次固有角周 波数である。図1に示す制御機構の回転角と圧 電アクチュエータの変位との関係は、圧電素子 の変形が微小であることを考えて次式で与えら れる。

$$\theta(t) = \tan^{-1}[d(t)/\ell_p] \cong d(t)/\ell_p \tag{5}$$

ここに、*l*_pは2個の圧電素子の間隔である。 状態ベクトル

$$\mathbf{x}(t) = [q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t), \dot{q}_1(t), \dot{q}_2(t), \dots, \dot{q}_n(t)]^T$$
(6)

を導入すると、制御系の状態方程式及び出力方 程式はそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{aligned}$$
 (7)

3. コントローラの設計

本研究では H_∞制御理論を用いて図 2 に示す 制御システムに対しコントローラを設計する。



Fig.2 Block Diagram of Closed-loop System

このシステムは公称モデル Gnom、モデルの不 確かさに関する重み W_{del}、制御仕様を規定する 重み W_p、コントローラ Kから構成されている。 ここでモデルの不確かさは弾性構造体のような 分布系を有限自由度系で近似したときに生じる 不確かさ、縦弾性係数などのパラメータに対す る同定誤差による不確かさと圧電アクチュエー タのヒステリシスの無視によって生じる不確か さなどによるものである。これら不確かさは入 力端における乗法的不確かさを表す W_{del}で表 せる。Gnomは公称モデルで理想的なアクチュエ ータを持ち、試験片を有限自由度系とみなした ときの定常的なダイナミックスを反映している。 Δ_G は公称モデルと実の制御対象との間のあらゆ る差をパラメタライズするために用いられるも のであり、安定かつ $\|\Delta_G\|_{\infty} < 1$ の条件を満足 する以外は未知である。この拡大システムに対 して、外乱 wから誤差出力 zまでの伝達関数 T_{wz} の H_{∞} ノルムを与えられた定数 γ より小さくする ようにコントローラ Kを設計する [5]。

4. 実験

本研究に使用した試験片とその制御機構なら びに計測装置の概略を図3に示す。



Fig.3 Diagram of Experiment Setup

Table 1 Physical Parameters of Test Model

	Beam	Piezoelectric Actuator		
L	200 mm	Type	$NLA - a \times b \times \ell$	
H	$2.0 \mathrm{mm}$	a	10 mm	
B	2.4 mm	b	10 mm	
E	68.6 GPa	l	$54 \mathrm{mm}$	
ρ	$2.7 imes 10^3 ext{kg/m}^3$	ℓ_p	$15 \mathrm{~mm}$	

試験片はアルミ製でその先端には重さ 9.87g の真鍮の付加質量 m が取付けられている。試験 片および圧電素子の物性値を表1に示す。制御 系は片持角柱とそれを駆動する圧電素子で構成 される機構部分、はりの変位を測定するギャップ センサ、制御信号を計算するためのトランスピュ ータシステムから構成されている。センサはは りの先端の位置とセンサとの距離を非接触で測 定するものである。センサの出力をA/Dコンバ ータによってデジタル信号に変換しコンピュータ に送る。制御則に従いコンピュータで算出された 信号はD/A コンバータでアナログ電圧に変換さ れ、圧電アクチュエータに印加される。

5. 結果及び考察

表1に示す物性値を有する試験片の固有振動 数は表2のようになる。

Table 2 Frequencies of Test Model

	Frequencies (Hz)						
Mode	Theory	Experiment					
1st	10.6	10.5					
2nd	196.6	195.5					

本研究では重み関数 W_{del}, W_p をそれぞれ次式のように選定した。

$$W_{del} = \frac{0.1(s+200)}{s+400} , \ W_p = \frac{0.5(s+110)}{s+11}$$

ここで選ばれた重み関数 W_{del} は、モデリング 誤差が低周波領域で5%、高周波領域で10%であ ることを示している。また、重み関数 W_p は、低 周波領域で閉ループシステムが出力端において 外乱を 80%除去することを意味しており、高周 波領域になると外乱除去の程度が小さくなる。 その周波数特性を図4と図5に示す。



Fig.4 Frequency Response of W_{del}



Fig.5 Frequency Response of $1/W_p$

この重み関数を用いると、拡大システム図 2 に対して $\gamma = 0.9879$ で、コントローラは次式 のように求められた。その周波数特性を図 6 に 示す。

$$K(s) = \frac{89677 (s + 11.44 - 1235.3j)}{(s + 10523.5)(s + 176.1 - 78.5j)}$$
$$\times \frac{(s + 11.44 + 1235.3j)(s + 2.496 - 61.4j)}{(s + 176.1 + 78.5j)(s + 12.17 + 1231.5j)}$$
$$\times \frac{(s + 2.496 + 61.4j)(s + 400)}{(s + 12.17 - 1231.5j)(s + 11.0)}$$
(8)



Fig.6 Frequency Response of Controller K(s)

このとき、公称制御性能とロバスト安定性をそれぞれ図7と図8に示す。図7は重み付けられた 出力端感度関数の σ プロットを示したものであ り、そのピーク値が 0.96 であることにより、制 御システムが公称制御性能を達成していること がわかる。



Fig.7 Nominal Performance



Fig.8 Robust Stability

図8は重み付けられた入力端相補感度関数の プロットを示したものであり、そのピーク値が 0.064であることにより、制御システムがロバス ト安定性を達成していることがわかる。

図9はロバスト制御性能を示す。そのピーク 値は1より小さいことからロバスト制御性能が 満足されている。



Fig.9 Robust Performance and μ Value

図10は H_{∞} コントローラで制御を行ったときに、 数値シミュレーションによる角柱先端変位および 制御入力の時間応答を示したものである。2次 モードまで考慮し、制御を行った場合と制御を 行わない場合、角柱先端の変位の時間応答およ び制御を行った場合の制御入力の時間応答を2.5 ms 刻みで計算した。シミュレーション結果から 制振効果が良好で制御開始後約 0.6 秒弱で振動 が速やかに減衰したことがわかる。



(a) Time Response of Tip Displacement

- 44 -



(b) Time Response of Control Input Fig.10 H_{∞} Control Effect on Simulation

図 11 はシミュレーションと同一の H_{∞} コントロ ーラを用いて制御実験を行った結果を示したも のである。



(a) Time Response of Tip Displacement



(b) Time Response of Control Input Fig.11 H_{∞} Control Effect on Experiment

実験はまず試験片先端に配置されたギャップセンサの出力電圧を2.5 msのサンプリング周期で コンピュータに読み込み制御則により制御入力 を算出した。次はコンピュータのD/A コンバー タから出力した制御入力(電圧)をパワーアンプ を通して圧電アクチュエータに印加し試験片の 制振を行った。シミュレーション結果と実験値の 対応は良好で、良い制振効果が得られたことが わかる。

図 12 は制御対象式 (7) に対しデジタル最適レ ギュレータ理論を適用した場合の制御効果を示 したものである。



(a) Time Response of Tip Displacement



(b) Time Response of Control Input Fig.12 LQR Control Effect on Simulation

この場合はセンサによってすべての状態量を直接に検出することができないため、最小次元のオブザーバを用いて検出できない状態を観測し制御を行った。なお、サンプリング周期は H_{∞} 制御のときと同じ 2.5ms であった。図 13 は実験結果を示す。 H_{∞} 制御に比べ、LQR制御において

重み \mathbf{Q} と R の選定によって H_{∞} 制御に近い制 振効果を得ることもできる。



Fig.13 LQR Control Effect on Experiment

これまでは、制御対象にパラメータ変動がないときに、 H_{∞} 制御、LQR制御共に良い制振効果が得られた。しかしながら、周囲の状況によって制御対象にパラメータ変動が起きる場合もあるため、制御はそれに対応できるかどうかは重要な問題となる。そこで、本研究では角柱の先端の付加質量 9.87g を 1.0g まで変化させた場合、LQR制御と H_{∞} 制御による制御効果を調べてみた。その結果を図 14 と 15 に示す。LQR制御はある程度振動を抑制することができたが、振動が減衰するまでの時間は2秒以上かかった。これに対して H_{∞} 制御による制振は0.6 秒弱で振動が完全に減衰した。これにより、 H_{∞} 制御は制御対象の特性の広い変動範囲において最適性が保たれ強いロバスト性があることが分かる。







Fig.15 H_{∞} Control Effect (Tip Mass be Changed)

6. 結論

 H_{∞} 制御理論を用いて積層型圧電素子をアク チュエータとした片持角柱の振動制御をシミュ レーションおよび実験で行った。その制振効果を LQR制御による制振効果と比べ次のことを確認 した。

- H∞制御を行うことによって制御系の公称 制御性能とロバスト安定性が達成され、積 層型圧電素子は片持角柱の制振に有効であ る。
- 2. LQR制御の場合は重みの選定によって H_{∞} 制御に近い制御効果が得られるが、制御対象の特性変動に対するロバスト制御性能は H_{∞} 制御の方が優れている。
- (1993年11月24日受付)

参考文献

- [1] 松村,藤田,清水,H∞制御理論を適用したロ バストな磁気浮上系,電学論,110D,10(平2)
- [2] 崔, 西村, 野波, 志場, H∞制御によるアクティブ動吸振器構造系のロバスト制御, 機構 論, No.920-55 (III B), (1992), pp277.
- [3] 野波, 王, 山崎, H_∞ 制御法を用いた磁気浮 上システムのスピルオーバ対策, 機論,57-534,C,(1991),pp226.
- [4] 崔,野波,西村,H[∞]最適制御による多自由 度構造物のアクティブ振動制御,機論,58-553,C,(1992),pp265.
- [5] Doyle, J, C., Glover, K., Khargonekar, P. and Francis, B., State-space solution to standard H₂ and H_∞ control problems, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 34, No. 8, (1989).

- 46 -