

## 原著論文

## 異方性磁性材料の磁化特性を表す実効異方性磁界の提唱とその応用

## A Study on Magnetic Properties of an Anisotropic Magnetic Material

正 榎園 正人 (大分大学) 学 祖田 直也 (大分大学)

Masato ENOKIZONO, Department of Electrical and Electronic Engineering,  
Faculty of Engineering, Oita University, 700 Dannoharu,  
Oita, 870-11

Naoya SODA, Oita University

Recently, an attention has been paid to the study on Magnetic properties of materials subjected to the two-dimensional excitation. In the numerical approach to properties, some methods have been proposed, however, the complete method in common problems has never been built up. In conventional magnetic measurement of an anisotropic magnetic material, only the same components of the magnetic flux density  $\mathbf{B}$  and the magnetic field intensity  $\mathbf{H}$  in the excited direction are measured. The conventional measurement values have been dealt with as scalar variables. Since it is well known that  $\mathbf{B}$  and  $\mathbf{H}$  have a phase difference in material, it should be treated as vector variables. Accordingly, in this paper, we first define the effective anisotropic field, and then we carry out a finite element analysis taking into account the effective anisotropic field.

Key Words: Effective Anisotropic Field, Anisotropic Magnetic Material

## 1 緒論

省エネルギー化が唱えられている近年、電気機器の効率向上のためには、その鉄心などに用いられている磁性材料の磁気特性を正確に評価する必要がある。従来の磁気測定方法では、印加磁界方向（観測方向）と平行な成分のみの磁束密度  $\mathbf{B}$  と磁界強度  $\mathbf{H}$  を測定しており、その測定値はスカラー値として処理されていた。ところが、磁束密度  $\mathbf{B}$  と磁界強度  $\mathbf{H}$  の間には、空間的位相差があるため、それぞれの値はベクトル値として測定されるべきであり、磁化過程についても当然ベクトル関係で明確にすべきである。そのため我々は、二次元磁気測定法を提唱し、ベクトル関係としての磁気特性を得ることができるようになった [1][2]。しかし、異方性材料における磁気特性の数学的表現において、いろいろな手法が試みられているが、未だ不十分である。そこで我々は、異方性現象における  $\mathbf{B}$  依存性を表すために、磁束密度  $\mathbf{B}$  の関数として表される実効異方性磁界  $\mathbf{H}_{eff}$  を定義し、これを用いた二次元磁気特性の新しい表現法を提唱する。この定義により有限要素法などの磁界解析手法に導入することが可能となる。

本論文では、実効異方性磁界の推定及び定義を行い、それを導入し有限要素磁界解析を行った結果について報告する。

## 2 交番磁束条件下における実効異方性磁界の定義

異方性を持つ磁性材料の磁気特性は、巨視的にみると、等方性の磁気特性に異方性という特長を加えたものと考えられることができる。等方性材料における磁気特性は、磁束密度  $\mathbf{B}$  と磁界強度  $\mathbf{H}$  が同じ方向を向くため、空間的位相差が生じず、それぞれの大きさのみの関係、すなわち、スカラー関係で表現できる。しかし、異方性材料における磁気特性は、等方性におけるスカラー関係だけでは表現できないので、残りの特異な現象を実効異方性磁界によって表現するのである。

実効異方性磁界  $\mathbf{H}_{eff}$  の推定における  $\mathbf{B}$  と  $\mathbf{H}$  のベクトル関係及び  $\mathbf{B}$  と  $\mathbf{H}$  の軌跡を Fig.1 に示す。磁界強度  $\mathbf{H}$  の大きさは、同じ大きさを持つ任意方向の磁束密度  $\mathbf{B}$  に対する  $\mathbf{H}$  のなかで、容易軸方向（本研究の測定材料においては  $\theta = 0^\circ$  方向）のとき最小となる。すなわち、このとき異方性エネルギーは極小となる。そこで、Fig.1 に示すように磁束密度  $\mathbf{B}$  に対し

て平行になる等方性的な磁界を実効等方性磁界  $H_{iso}$  とし、その大きさを  $\theta = 0^\circ$  のときの磁界強度  $H$  の大きさに合わせ、それを用いて実効磁気抵抗率  $\nu$  を次式で定義する。

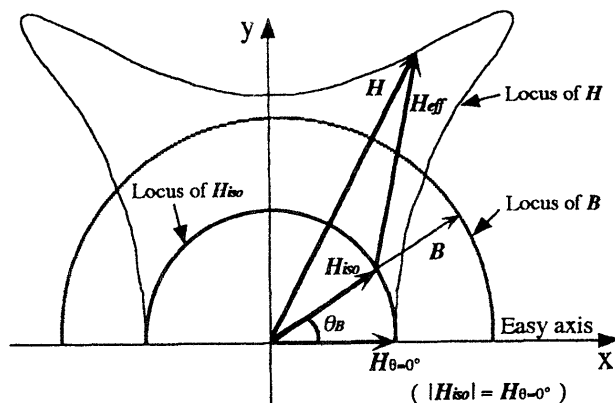


Fig. 1 Relationship between  $B$  and  $H$ .

$$\nu = \left| \frac{H_{iso}}{B} \right| = \left| \frac{H_{\theta=0^\circ}}{B_{\theta=0^\circ}} \right| \quad (1)$$

Fig.2 は実効磁気抵抗率  $\nu$  と磁束密度  $B$  の関係を示す。この場合当然、実効磁気抵抗率  $\nu$  は  $\theta$  に無関係であり、 $B$  だけの関数として表現できる。

このとき、実効異方性磁界  $H_{eff}$  を次式によって定義する.

$$\mathbf{H}_{eff} = \mathbf{H} - \mathbf{H}_{iso} \quad (2)$$

Fig.3(a), (b) は、実効異方性磁界と磁束密度  $B$  と  $B$  の傾き角  $\theta$  の関係を示す。  $H_{effx}$ ,  $H_{effy}$  はそれぞれ、実効異方性磁界の  $x$  成分と  $y$  成分を表す。

また、磁界強度  $H$  と磁束密度  $B$  の関係を次式のよう  
に等方性成分と異方性成分との和によって表す.

$$\mathbf{H} = \nu(B)\mathbf{B} + \mathbf{H}_{eff}(B, \theta) \quad (3)$$

ここで実効異方性磁界  $\mathbf{H}_{eff}$  は  $B$  と  $\theta$  の関数として定義する. (3) 式の第一項  $\nu(B)\mathbf{B}$  は等方性を表し, 第二項  $\mathbf{H}_{eff}(B, \theta)$  は異方性を表す.

本研究では、二次元磁気測定装置により交番磁束条件下における  $B$  と  $H$  の測定を行った。そして、得られた測定値から初期磁化特性のみを取り出し、それらのデータをもとに、実効磁気抵抗率  $\nu$  と実効異方性磁界  $H_{eff}$  の推定を行った。Fig.4 は二次元磁気特性を測定するための磁化器を示す。  $80 \times 80 \text{ mm}^2$  の矩形板試料の中央部に  $18 \times 18 \text{ mm}^2$  の磁界測定用  $H_x$  ならびに  $H_y$  コイルと  $25 \text{ mm}$  幅の十字形の磁束測定用  $B_x$  な

らびに  $B_y$  コイルによって  $H$  ならびに  $B$  ベクトルが検出される。また、今回の測定に用いた試料は、新日鐵製の方向性電磁鋼板 23ZDKH90 (板厚: 0.23 mm) である。励磁周波数は 50 [Hz] を使用し、一周期を 250 分割して波形近似している。

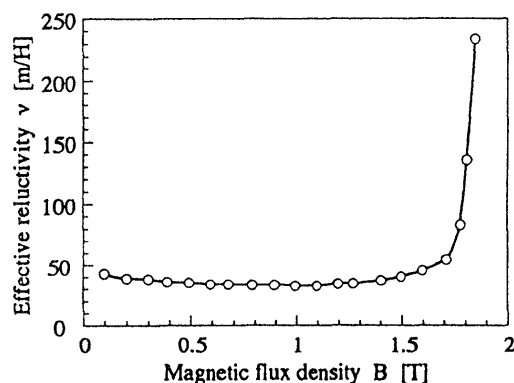


Fig. 2. Relationship between effective reluctivity and magnetic flux density (23ZDKH90).

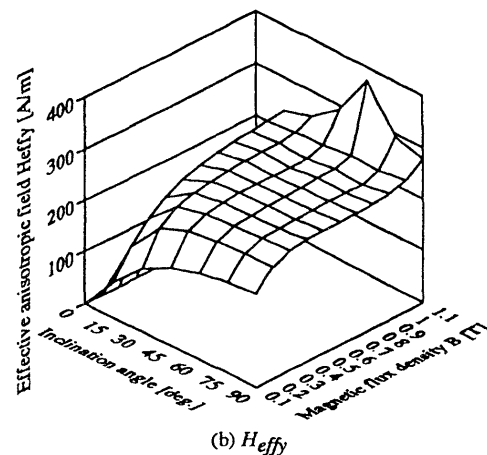
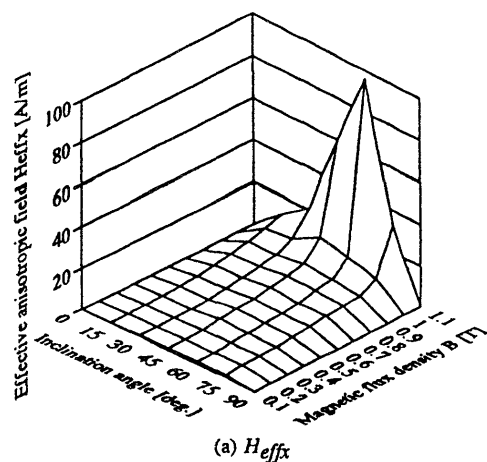


Fig. 3. Relationship among effective anisotropic field, magnetic flux density and inclination angle (23ZDKH90).

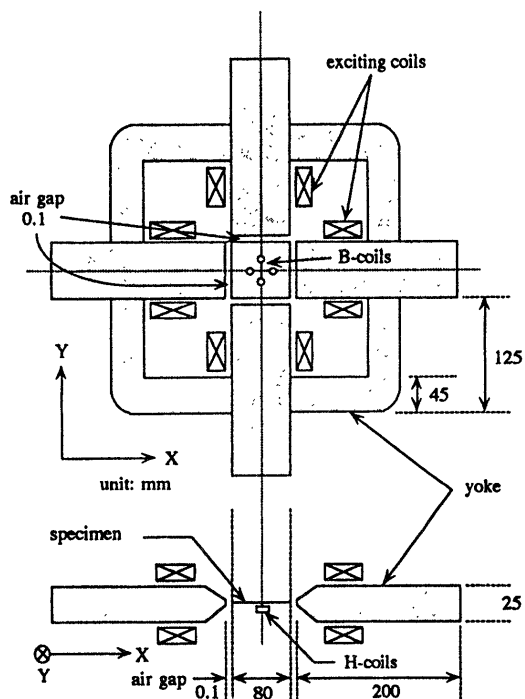


Fig. 4 Measurement apparatus.

### 3 定式化

前章で定義した実効異方性磁界をマクスウェル方程式に導入し、有限要素法のための定式化及び離散化を行う。

静磁場におけるマクスウェルの電磁方程式は以下のようになる。

$$\text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J}_0 \quad (4)$$

$$\text{div} \mathbf{B} = 0 \quad (5)$$

ただし、 $\mathbf{J}_0$ は電流密度である。また、(5) 式のように磁束の発散は常に零であるから、次式のようにベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  が定義される。

$$\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A} \quad (6)$$

(4) 式に (3) 式を代入し、(6) 式より磁束密度  $\mathbf{B}$  をベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  を用いて表すと、

$$\text{rot}(\nu \text{rot} \mathbf{A} + \mathbf{H}_{\text{eff}}) = \mathbf{J}_0 \quad (7)$$

さらに、ベクトル算法の公式より (7) 式は次式のようにになる。

$$\nu \text{grad div} \mathbf{A} - \nu \nabla^2 \mathbf{A} + \text{rot} \mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{J}_0 \quad (8)$$

また、(8) 式を二次元場で表すと、次式になる。

$$\nu \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) - \left( \frac{\partial H_{\text{eff}y}}{\partial x} - \frac{\partial H_{\text{eff}x}}{\partial y} \right) = -J_0 \quad (9)$$

上式が二次元場での磁界支配方程式である。

次にガラーキン法を用いて (9) 式を直接離散化すると、

$$\begin{aligned} G_i = & \iint \nu \left( \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial A}{\partial y} \right) dx dy \\ & - \iint \left( \frac{\partial N_i}{\partial x} H_{\text{eff}y} + \frac{\partial N_i}{\partial y} H_{\text{eff}x} \right) dx dy \\ & - \iint J_0 N_i dx dy = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

ただし、 $N_i$ は補間関数でここでは次式で表される。

$$N_i = \frac{1}{2\Delta} (b_i + c_i x + d_i y) \quad (11)$$

ただし、 $N_i$ は三角要素の面積である。

また、 $A$  を次式のように要素内で離散化する。

$$A^{(e)} = \sum_{i=1}^3 N_{ie} A_{ie} \quad (12)$$

(11) 式と (12) 式を (10) 式に代入し、領域全体について積分を行うと次式が得られる。

$$\begin{aligned} G_i = & \sum_{e=1}^{N_e} \left[ \sum_{j=1}^3 \left\{ \frac{\nu}{4\Delta^{(e)}} (c_{ie} c_{je} + d_{ie} d_{je}) A_{je} \right. \right. \\ & - \frac{1}{2} (c_{ie} H_{\text{eff}y}^{(e)}(B, \theta) - d_{ie} H_{\text{eff}x}^{(e)}(B, \theta)) \\ & \left. \left. - \frac{J_0}{3} \Delta^{(e)} \right\} \right] = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \quad (14)$$

$$\theta = \tan^{-1}(B_y/B_x) \quad (15)$$

ここで  $N_e$ は要素数、 $B$ は磁束密度ベクトル  $\mathbf{B}$  の大きさ、 $\theta$ は  $\mathbf{B}$  の容易軸からの傾き角である。また、 $H_{\text{eff}x}^{(e)}(B, \theta)$ 、 $H_{\text{eff}y}^{(e)}(B, \theta)$  は要素内において一定の値である。

以上により、離散化され、実効異方性磁界を導入した磁界解析を行うことができる。Fig.5 はフローチャー

トを示す。

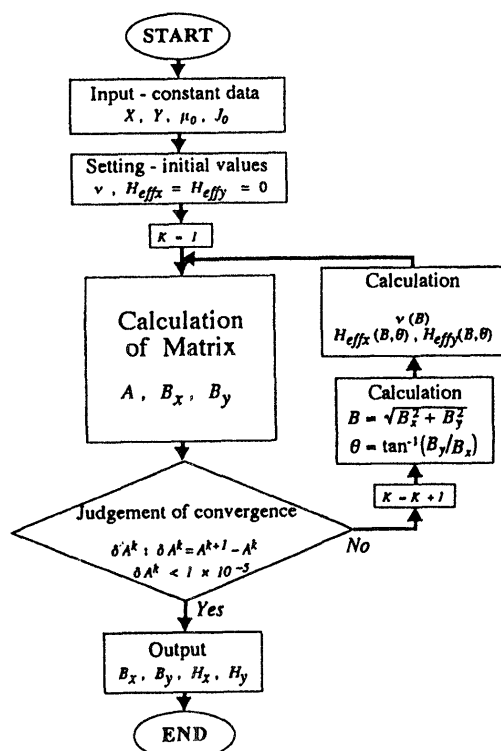


Fig. 5 Flow chart for magnetic field analysis under alternating flux density.

#### 4 解析結果

本研究では、データの測定に用いた二次元磁気測定装置を解析モデルとした。Fig.6 に解析モデルを示す。

Fig.7 は磁束密度  $B$  の容易軸に対する傾き角が  $45^\circ$  のときの試料内における  $B$  と  $H$  の軌跡を示し、(a) は従来法 [3] による結果で、(b) は実効異方性磁界を導入した新しい解析法による結果である。

磁束密度  $B$  の傾き角が任意の角度においては、飽和を始める点が角度毎に異なるため、従来法のように圧延方向及び圧延方向直角方向の磁気特性だけでは Fig.7 に示すように表現できなくなる。

Fig.8 は傾き角が  $60^\circ$  のときの試料中心部における  $B$  と磁界強度  $H$  の軌跡を示す。(a)、(b) 及び (c) はそれぞれ測定結果、従来法による結果、及び新手法における結果である。実験結果によると、磁界  $H$  は磁束の飽和領域においては  $60^\circ$  方向のときが最も大きくなっており、この方向は困難軸  $[111]_d$  にほぼ一致する。従来法 (b) ではこのような現象は現れていないが、新

手法 (c) ではこの現象を表現できており、測定結果 (a) に対し良好な一致を示していることが分かる。

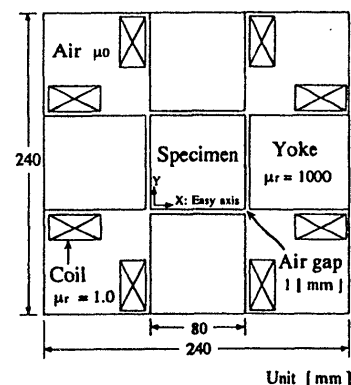
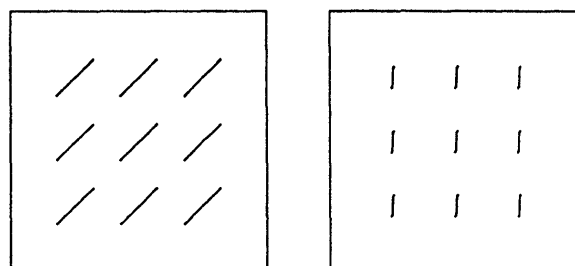


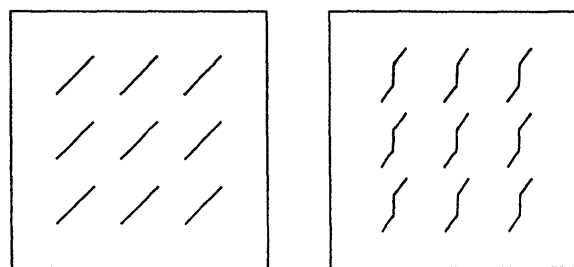
Fig. 6. The model of two-dimensional magnetic measuring apparatus.



Locus of  $B$

Locus of  $H$

(a) result calculated by using conventional method



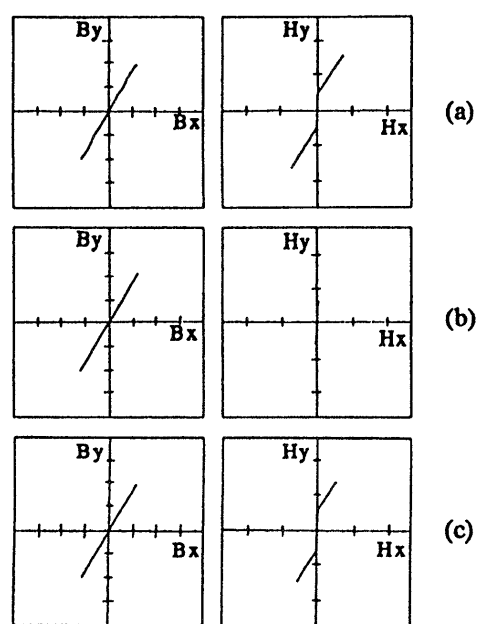
Locus of  $B$

Locus of  $H$

(b) result calculated by using new method

Inclination angle  $45^\circ$

Fig. 7 Loci of B- and H-vector. (sample: Grain-oriented sheet)



Scale: (0.5[T]/div)    Scale: (500[A/m]/div)

Inclination angle 60°

- (a) measurement results  
 (b) results calculated by using conventional method  
 (c) results calculated by using new method

Fig. 8 Loci of B- and H-vector (sample : Grain-oriented sheet).

## 5 結言

本論文では、二次元励磁における交番磁束条件下での方向性電気鉄板の磁気特性データを基に、実効異方性磁界の定義及びそれを導入した有限要素磁界解析を行った。いかにその結果をようやくする。

(1) 異方性材料の磁気特性は、等方性と異方性に分離して取り扱うことができる。

(2) 磁界  $H$  の飽和領域における困難軸の約 60° 方向への出現も、実効異方性磁界を導入した有限要素磁界解析で表現できる。

以上より、方向性電気鉄板の二次元磁気特性における実効異方性磁界を用いた表現法及びそれを導入した新しい磁界解析法を提案した。

(1994 年 3 月 16 日受付)

## 参考文献

- [1] 榎園・戸高・金尾, 日本応用磁気学会誌, 17, 559-564, (1993)
- [2] 榎園・白川・鈴木・J. D. Sievert, 日本応用磁気学会誌, 15, 265, (1991)
- [3] 中田・高橋, 電気工学の有限要素法, (1982), 森北出版, pp.195-207