

学術論文

ローレンツ磁気力の作用・反作用による磁化電流の求め方

A New Definition of Magnetizing Current under a Valid Case of
Action-reaction Force Law on the base of Lorentz Force
—Comparison of Magnets produced Field in Motor—

正 大木 康次 (鉄道総合研究所)

OHKI Yasutsugu, Railway Technical Research Institute, 2-8-38,
Hikaricho, Kokubunji-Shi, Tokyo

This paper presented a new definition and calculation method of fictitious magnetizing current under a valid case of action-reaction law on base of Lorentz force calculated on vector product a measured real current by a magnetic field density. So we can make use of an only force law in all over motors because of an individual element comparison of a driving force due to vector product of current element by magnetic flux density induced by excited current. This paper regards a definition of a fictitious magnetizing current carrying in a ferromagnetic material circular loop as the real current in a conductor wire loop, by extension of applying Lorentz force to Lorentzian force due to vector product of magnetizing current element by magnetic flux density.

Key Words: Linear Motor, Magnetizing Current, Lorentz Force, Action-Reaction Law

1 はじめに

各種のモータの磁気力測定を比較したい場合、その磁気力ばかりでなく、その値からの源泉である電流の大きさと磁束密度の大きさを個別的に比較したい。

また、このような比較ができれば、求める磁気力に対して、磁気力作用素としての電流及び磁束密度の構成の比較が可能となり、その構成比を随意に設定することができることから、モータの選定と設計等に大いに役立つものと考えられる。

しかしながら、モータへの推力の法則として、一般に、実電流と磁場とのベクトル積によるローレンツ磁気力（一般に電磁力であるが以下論ずる内容が磁気力だけであるから以下磁気力とする。）が利用されているが、すべてのモータについて、このローレンツ磁気力が利用されていないため、このような要請に応えられる現状にない。

とくに、モータ推力の発生源である電流が実電流で、かつ、実電流により磁束密度が作られている場合には、実電流と磁場との作用によるローレンツ磁気力が利用されているが、静磁誘導モータ (L3M: Linear Magnetization Mover Motor for applications, Linear Ma-

gentization Magnetic field Motor for force form) [1][2][3]、また、リラクタンスモータのように、実電流でなく磁化電流により磁束密度が作られる場合には、ローレンツ磁気力の利用が一般にはなされていない。

従来から、磁化電流が流れる強磁性体を直接利用するモータの磁気力を計算する方法としては、エネルギー法、マクスウェルの応力法など [4][5] が利用されている。

しかしながら、これらの方法では、磁気力だけが求められるため、その力の源泉である電流と磁場との構成が不明である。

そのため、一般のモータとの比較において、磁気力比較ばかりでなく、電流と磁場との構成比較が明確にでき、それらの両者の比較が容易にできる統一した磁気力の求め方が期待されている。

最近、磁化電流を有限要素法により求め、ローレンツ磁気力を拡張して、強磁性体に流れる等価電流と磁場とのベクトル積によるローレンツ磁気力として取り扱う方式が発表されている [6][7]。

これらの方法において、磁化電流を求める過程、すなわち、FEM 内の領域では透磁率を一定と仮定している。

このような方法でなく、強磁性体の本来の特性である透磁率が磁界の関数であり、場所の関数である事実条件をつけずに、目的とする値が求められる方法があれば、その方が望ましい。

とくに、一様でない磁場における強磁性体を材料とする移動子の磁気力を求める場合、磁界が場所の関数であるため、透磁率が磁界の関数となる場合には、別の対応が必要となる。

そこで、磁気力を表現する式としては、ローレンツ磁気力が唯一であること、強磁性体に磁力が作用する事実とから、透磁率に条件を設定せずにローレンツ磁気力の構成要素としての電流に磁化電流も含めることとする。

これにより、実電流がローレンツ磁気力により定義されていることを受けていることから、その定義方法と同様に、磁化電流もローレンツ磁気力により定義する方法を提案する。

2 磁化電流の求め方

2.1 電流の定義

電流は、SI 基本単位の定義として、「無視し得る円断面を有し、真空中に 1m の間隔を保って平行におかれた無限に長い 2 本の直線上の導体を通して、これらの導体の長さ 1m につき、 $2 \times 10^{-7} N$ の力を生じ占める電流の強さ」と定義されている [8]。

これに倣い、磁化電流は従来から、一般に透磁率を透磁率を通じて磁気モーメントから求めているが、この方法とは別に、磁化電流の定義も実電流と同様に力の作用力により決定することとしたい。

2.2 円筒座標形の磁束密度

Fig.1 に示すような円筒座標形とすると、電流 $I[A]$ が流れる半径 a の円形ループ線輪により発生する

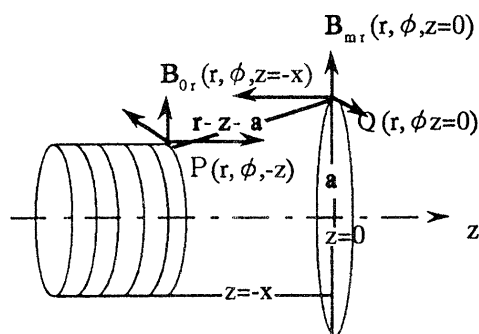


Fig. 1: A Loop Circuit Current and Coil and Magnetizing Current Coil Magnetizable Material

任意の点 $P(r, \phi, z = -x)$ のベクトルポテンシャル $A(r, \phi, z = -x)$ と磁束密度 $B_0(r, \phi, z = -x)$ は、ビオ・サバールの法則により、以下の式となることが知られている [9]。

$$A(r, \phi, z = -x) = (\mu_0 I / 2\pi) \times \int_0^\pi a \cos \phi [a^2 + r^2 + x^2 - 2ar \cos \phi]^{-1/2} d\phi \quad (1)$$

$$B_0(r, \phi, z = -x) = e_r \cdot B_{0r}(r, \phi, z = -x) + e_z \cdot B_{0z}(r, \phi, z = -x) [T] \quad (2)$$

ただし、任意の点 P と円形ループ線輪素のなす角度を ϕ 、 e_r は円形の r 方向の単位ベクトル、 e_z は円の軸方向の単位ベクトルである。

z 軸方向および r 放射方向の磁束密度 B_{0z} 、 B_{0r} を以下に示す。

$$B_{0r}(r, \phi, z = -x) = (\mu_0 I / 2\pi) \times \left[(-x/r) \left\{ (a+r)^2 + x^2 \right\}^{-1/2} \right] \times \left[E(k) (a^2 + r^2 + x^2) \left[(a-r)^2 + x^2 \right] + K(k) \right] \quad (3)$$

$$B_{0z}(r, \phi, z = -x) = (\mu_0 I / 2\pi) \times \left((a+r)^2 + x^2 \right)^{-1/2} \times \left[E(k) (a^2 - r^2 - x^2) / \left[(a-r)^2 + x^2 \right] + K(k) \right] \quad (4)$$

$$\text{ただし、} k = [4ar / \{(a+r)^2 + x^2\}]^{-1/2}$$

完全第一種楕円積分：

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 \theta)^{-1/2} d\theta$$

完全第二種楕円積分：

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 \theta)^{1/2} d\theta$$

一方、磁化電流コイルにおいても、実電流コイルと同様にビオ・サバールの法則が適用できることが知られているから [10]、励磁ループコイルにより励磁され磁性体の $P(r, \phi, z = -x)$ 点に $I_m[A]$ 磁化電流が流れ、その電流線素 $dL_m[m]$ により発生した磁束密度 dB_m は、ループ電流線素 dL 上の点 $Q(r, \phi, z = 0)$ において、次のように表される。

$$B_m = e_r \cdot B_{mr}(r, \phi, z = -x) + e_z \cdot B_{mz}(r, \phi, z = -x) = \int_0^{2\pi} dB_m = (\mu_0 I_m / 4\pi) \cdot \int_0^{2\pi} da \times (a - r + z) / (|r - Z - a|)^3 \quad (5)$$

$$dB_m = (\mu_0 I_m / 4\pi) \cdot da \times (a - r + z) / (|r - z - a|)^3$$

2.3 作用・反作用則とローレンツ力

一般に, Fig.2 のループコイルに流れる実電流 $I[A]$ 線素 $dL[m]$ と強磁性体円筒移動子 (Mover) により誘導された界磁磁界 $B_{mr}[T]$ によるローレンツ磁気力 $F[N]$ は, 次のように表されることが知られている [10][11].

$$F = \int_0^{2\pi} IdL \times B_{mr} \quad (6)$$

また, このローレンツ磁気力を拡張し, Mover の磁化電流 $I_m[A]$ 線素 dL_m と励磁磁界 $B_{0r}[T]$ による拡張ローレンツ力 $F[N]$ を次のように表すこととする.

$$F_m = \int_0^{2\pi} I_m dL_m \times B_{0r} \quad (7)$$

(6) と (7) 式は, Mover の磁化電流 $I_m[A]$ 線素 dL_m が閉ループを構成する保存場であれば, 作用反作用の法則が成り立つことから, (6) 式と (7) 式は等しい [7].

$$\begin{aligned} F &= F_m \\ \int_0^{2\pi} IdL \times B_{mr} &= \int_0^{2\pi} I_m dL_m \times B_{0r} \end{aligned} \quad (8)$$

$$I_m(z) = (aIB_{mr}/rB_{0r}(z)) \quad (9)$$

以上から, (9) 式において, 磁束密度 $B_{mr}(= B_{ir} - B_{or})$ は磁性体により誘導された磁束密度で, 励磁コイル電流に作用する磁束密度であるから, 励磁コイル内表面を放射方向の磁束密度として測定される測定磁束密度 B_{ir} から励磁磁束密度 B_{0r} を差し引いて求められる.

2.4 磁化電流分布

(4) と (9) 式を利用すると, Fig.2 に示すようにコイルと移動子を構成するとき, 1 コイルループに作用す

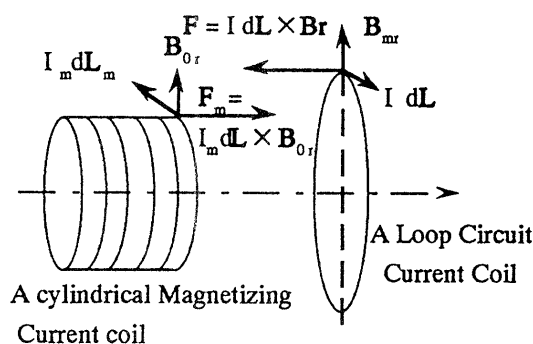


Fig. 2: Action-Reaction Law between a Loop Circuit Current Coil and Magnetizing Current Coil in Magnetizable Material

る磁束密度 B_{mr} を測定値すれば, $z = -x$ ($x = 0$ を除く) に位置する磁化電流分布 $I_m(-x)$ は, (10) 式となる.

$$I_m(z = -x) = B_{mr} \left(5 \times 10^6 (a/(-x)) \{ (a+r)^2 + x^2 \}^{1/2} \right) / [E(k) (a^2 + r^2 + x^2) / \{ (a-r)^2 + x^2 \} - K(k)] [A] \quad (10)$$

単位長あたり $n[1/m]$ 巻, 全長 $L[m]$ のソレノイドコイルとすると, $z[m]$ 位置の磁束密度 B'_{0r} は, (3) 式を積分して求められることから, (11) 式を得る.

$$B'_{0r}(r, \phi, z = x) = \int_{0+x}^{L+x} dB_{0r}(r, \phi, z = x) \quad (11)$$

また, (9) 式は, (11) 式を利用して, (12) となる.

$$I'_m(z) = (aIB_{mr}/rB'_{0r}(z)) \quad (12)$$

これにより, 磁化電流 I'_m が磁気力により定義できるので, すべての磁気力を利用する場合に, ローレンツ磁気力を統一の基礎法則とでき, また, その場合, 直接的測定量を基本量とする, すなわち, 長さ $[m]$, 電流 $[A]$, 磁束密度 $B[T]$, 推力 $[N]$ を基本測定量として, 磁化電流分布が定義することができることになった.

磁化電流分布を求める式が得られたが, 1 ループ回路による測定は, 測定磁束密度と測定治具に工夫がいることから, 別の機械によることとして, 1 ループでなくソレノイドコイルにおいて, L3M を具体例として検証を行ったので, 以下に示す.

3 静磁誘導モータの推力

この L3M はプランジャー型のリニアモータで, 誘導モータと同様に励磁コイルを有しないばかりでなく, 強磁性体内に非電流的な直流磁化電流を誘導させて推力用の励磁磁場を形成させるモータである.

したがって, 構造が簡単にして, 励磁発熱がないことから, 汎用性のあるリニアモータとして可能性が期待されている [1][2][3].

以上論じてきた磁化電流とローレンツ磁気力を具体的に利用した場合について, 以下論ずることとする.

具体的な測定量は磁化電流によって発生した誘導磁束密度 $B_{mr}[T]$, 励磁電流 $I[A]$, 励磁磁束密度 B_{0r} , 移動子推力 $F_m[N]$ であり, その結果を Fig.5 に示した.

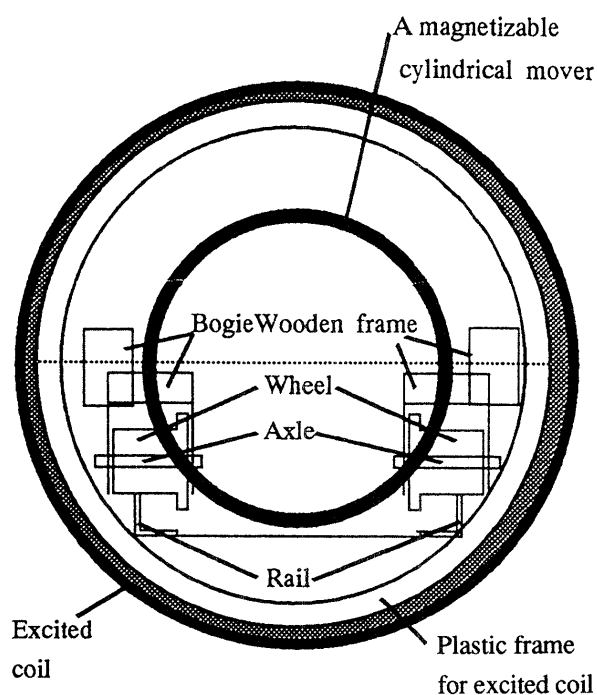
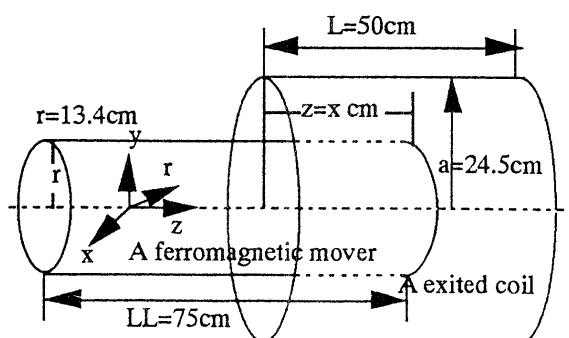


Fig. 3: Crosssection of linear magnetization mover motor



A peak force 120[N] : At power 961W which supplied DC current 62A and voltage 15.5V to a excited coil with 50cm length, 3 layer, 59 turn.

A ferromagnetic mover with 13.4 cm outer radius, 75 cm length, 1.3 cm thickness, 30.6 kgf weight, wooden bogie weight 7.12 kgf.

Fig. 4: A outline of linear magnetization mover motor

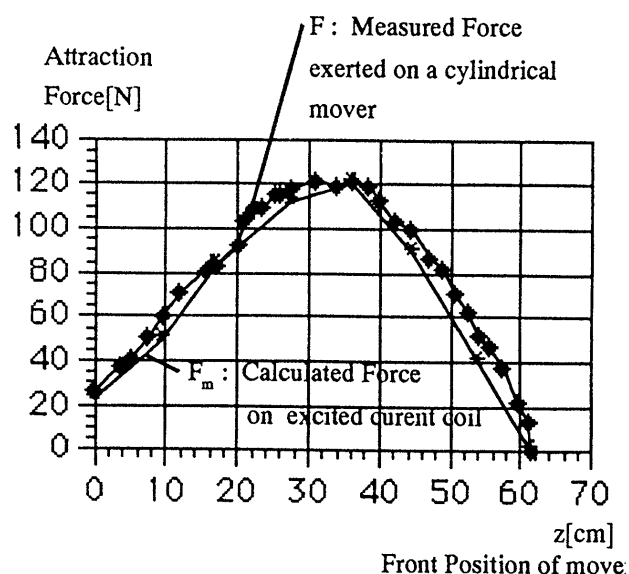


Fig. 5: Comparison of static thrust calculated and measured under reaction law with test result

なお、測定磁気推力 F_m [N] は、移動子の走行抵抗と静止推力から求めた。ただし、その測定静止推力はバネ秤によったが、測定時に動きやすいので、定点測定とせず、任意静止位置にて測定した。また、誘導磁束密度 B_{mr} の測定方法は、Fig.4 において、移動子の先頭位置を $z = 0, 9, 18, 27, 36, 45, 54$ cm の位置に停止させ、プラスチック励磁コイル内側にベル社製 (series9900, トランバース型) プローブにて、ソレノイドコイルの円周の最上部 1 箇所、長さ方向に 1cm 毎に測定し求めた。

この Fig.5 から明らかなように、特に左右円端近傍で乖離する傾向があるが、この原因としては、1cm 均一ピッチで測定したこと、円周の最上部 1 箇所のみ B_r 測定で、円周数カ所の B_r 測定値の平均処理を施していないこと、スパイラル励磁コイルを同軸円コイル近似したことが誘導磁束密度測定の誤差を生じさせている原因と考えられる。

4 まとめ

従来から、発表されているリニアモータの推力特性はギャップが小さく、推力特性範囲が数 10mm order の場合が多く [12]、また、そのような容易な条件においても、かならずしも、誤差は小さくない。今回の手法は、従来のギャップより大きな 10cm 以上のギャップにおいて、測定長 10% 以下と得られ、特に、Fig.5 において磁束密度が安定する最大値付近では特に計算

値と測定結果がよく一致していることから、汎用的な磁化電流測定法であり、推力計算法といえる。

また、この計算法は磁気力の源泉である電流と磁束密度の構成が明確にでき、優位な手法といえる。

今回の理論検証方法としては、直接に磁化電流分布を測定しその分布の比較を行っていないが、磁化電流による拡張ローレンツ磁気力の適用が十分可能であることを裏づけている。

今回の測定は、慶應大学実習生の京徳信夫、政田元田、市倉敬義、頼木祐方、有井玲子、堺和光君らの協力によったことから、ここに感謝申し上げます。

(1994 年 3 月 16 日受付)

参考文献

- [1] 大木康次・長谷伸一，平成 3 年電気学会産業応用部門全国大会 No.260
- [2] 大木康次・後藤省三・長谷伸一，平成 4 年電気学会産業応用部門全国大会 No.209
- [3] 大木康次・後藤省三・長谷伸一，平成 5 年電気学会産業応用部門全国大会 No.845
- [4] リニア電磁駆動システムの現状と応用技術，電気学会技術報告（II 部）第 314 号（1989）
- [5] リニア解析技術の現状と将来動向，電気学会技術報告（II 部）第 440 号（1992）
- [6] Takefumi Kabashima, ote, "Force Calculation using Magnetizing Currents", IEEE Trns, On Magnetism, Vol.Mag-24, No.1, January (1988)
- [7] 梶島武文・佐藤幸則・後藤忠彦，昭和 61 年電気学会全国大会 No.755
- [8] 菅野 充，単位の知識，日本工業出版，(1979)，p102
- [9] Ernest. Weber, Electromagnetic Field, John. Wiley&Sons, (1950), p141
- [10] Leonard M. Magid, Electromagnetic Field, Energy, and Waves, John. Wiley&Sons, (1982), p385
- [11] 宮島 泰，電磁気学 II，朝倉書店，p67
- [12] 水野 勉，円筒上鉄心可動型リニア振動アクチュエータの磁気開路解析，MAG-89-183，LD-89-38