

# 特集 材料劣化機構の電磁解明

## 磁気ノイズとカオス

### — ストレンジアトラクターを利用した疲労推定への可能性 —

Magnetic noise and chaos — Possibility of fatigue estimation by using strange attractor —

榎園 正人

(大分大学)

Masato ENOKIZONO Member

#### 1 はじめに

磁性材料の磁気ノイズとしてはバルクハウゼンノイズがよく知られる。このノイズは強磁性体の磁化過程の進行を担う 180 度磁壁の移動が不連続的であることに起因して発生する。一般にこれは極低周波でトリガー状に発生するが周波数を増大させるとこの発生ノイズが互いに重畳され複雑な磁気ノイズ波形を構成する。この波形は磁壁の移動と渦電流との関係からなり、材料内部のエネルギー状態に起因することが推測される。とりわけ、非破壊検査の分野でこの磁気ノイズが材料の残留応力と関係があることから疲労推定への応用の可能性について研究が行われてきた [1][2]。

他方、筆者は測定論の立場から定性的把握から定量的把握へと進み、その上に高度な定性的把握が位置し、そしてその定量化がなされるという螺旋的段階論をとっている。このとき、高度な定性的把握とは非線形現象の把握であり、カオスやフラクタルがそれに当たる。この非線形現象の定量化は従来の FFT のような成分分析的なものではなく、全体を把握するようなものである。それがフラクタル次元やカオスのストレンジアトラクターの定量的評価であるが、未だその的確な方法は見出せていない。本解説では、けい素鋼板の磁気バルクハウゼンノイズを測定し、そのカオス性について調べ、疲労推定への可能性を追究しようとするものである [3][6]。

#### 2 測定装置及び測定方法

磁気ノイズの測定のため少し特殊な試みを行う。それは Fig.1 に示すような 2 軸の磁化器からなり、位相差 90 度の 2 相励磁によって、試料中に回転磁束を発生させると、従来の交番磁束下と異なり磁壁の移動のみならず磁壁の発生・消滅過程に起因した新たな磁気

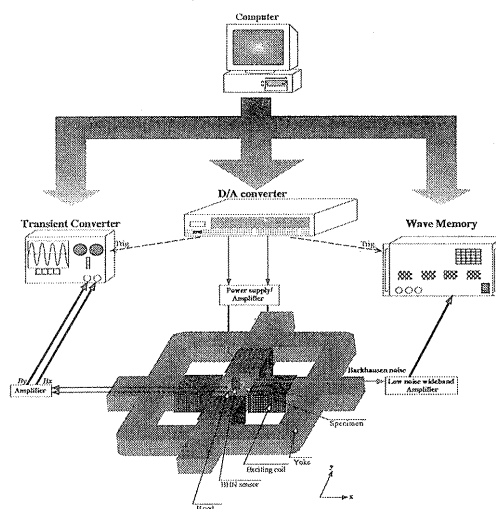


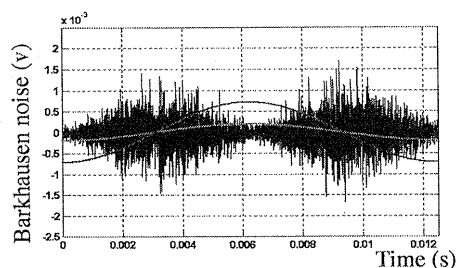
Fig. 1: Measurement system for magnetic noise.

ノイズを検出できる。筆者らはこれを回転バルクハウゼンノイズと名付けた [1][8]。この磁気ノイズは試料に対してセンサーコイルを試料表面に垂直に設置することにより、 $\Delta B_n$  成分を測定できる。Fig.2 はその測定結果の一例を示す。回転磁束下の磁気ノイズのパターンは交番磁束下のそれと異なり、連続したノイズパターンとなっている [4]。このノイズを従来法による定量的な評価として、次式で示すような Power を計算することができる。

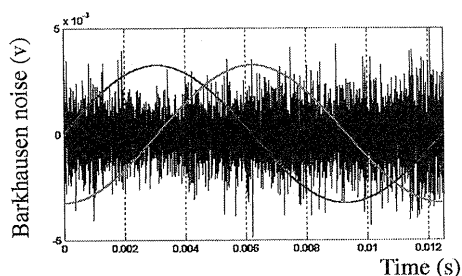
$$Power = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{k=1}^N x(k)^2} \quad (1)$$

ここで、 $N$  は励磁 1 周期分のサンプル数、 $x(k)$  は磁気ノイズ信号のデータを示す。

Fig.3 は、磁束密度と励磁方向の圧延方向からの傾き角を変化させたときの Power の変化の様子を示したものである。それぞれの図の (a) が交番磁界下で、(b) が回転磁界下でのものである。



(a) Magnetic noise under alternating flux.



(b) Magnetic noise under rotating flux.

Fig. 2: Measured results of magnetic noise.

### 3 カオス性の診断

#### 3.1 カオス性の診断の方法

系のカオス的な振る舞いは、時系列、パワー・スペクトル、相関関数、アトラクターなどによって特徴づけられる。これらはカオスを研究する基本的な道具であり、離散写像に対してのみならず、微分方程式に対しても用いられる [5]。

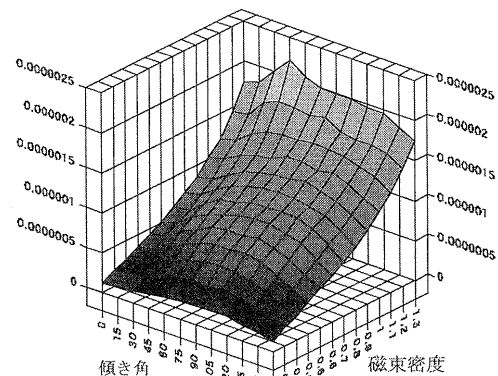
##### 3.1.1 時系列

観測や実験から、時間に依存した信号  $x(t)$  が得られるが、これらは時系列と呼ばれる。この信号から、時間幅  $\Delta t$  で区切られた離散的な実数  $x_j$  の系列が得られる。これは離散的時系列と呼ばれる。カオスの時系列は周期性の見られない複雑な形を示す。

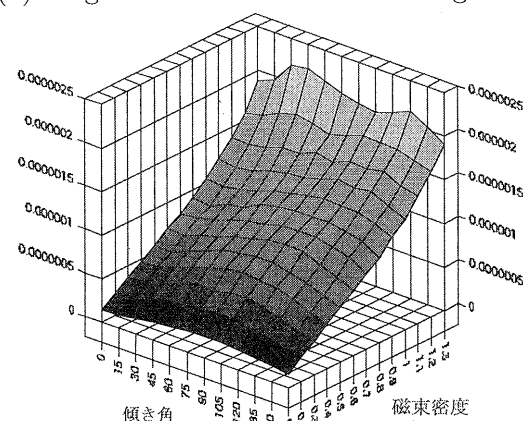
Fig.4 にロジスティック写像において  $a=4$  とした場合の時系列を示す。このロジスティック写像は次の式

$$X_{n+1} = aX_n(1 - X_n), (0 < X_0 < 1, 0 < a < 4) \quad (2)$$

より求められ、カオスを発生する最も簡単な方程式である。式の  $a$  の値が 3.5699456 を超えると無限周期に至り、カオス的な振る舞いを示すようになる。



(a) Magnetic noise under alternating flux.



(b) Magnetic noise under rotating flux.

Fig. 3: Average power of magnetic noise ( $f=80$  Hz).

##### 3.1.2 パワー・スペクトル

微分方程式で記述される運動の中には、パワー・スペクトルが Fig.5(b) に示すような幅広い連続スペクトルを持つ非可積分と呼ばれる運動も存在している。そのような連続スペクトルは、例えば流体の乱れに見られるが、それもカオスの例である。

このようにカオス的な運動の場合離散的なスペクトルを持たず、幅のある連続スペクトルを持つ。

##### 3.1.3 相関関数

相関関数  $C(m)$  は次式で定義される。

$$C(m) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n x_{n+m} - \bar{x}^2 \quad (3)$$

ここで、 $\bar{x}$  は  $x_n$  の平均値である。

$$\bar{x} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \quad (4)$$

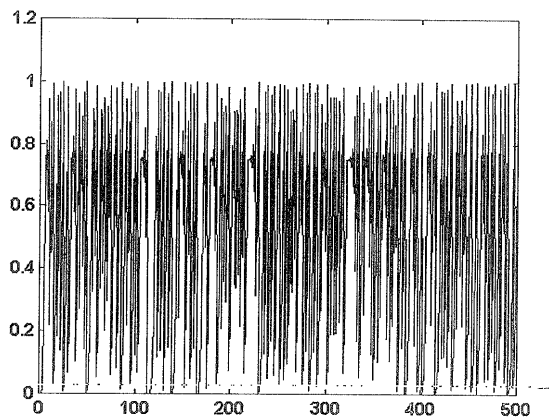


Fig. 4: Time series of Logistic map.

相関関数は  $m$  ステップ離れた反復が時間とともにどのように関連しているかの目安を与える量であり、しばしば  $C(m)=1$  になるように規格化される。パワー・スペクトルが幅広くなっていくと、この相関関数も小さくなってゆくの、相関関数が 0 に近いことがカオスの特徴である。勿論、 $x_n$  が乱雑で独立的に（相関なく）時間発展するのであれば、 $m > 0$  にたいして  $C(m)=0$  である。この意味で、この相関関数はカオス的な系の乱雑さの程度を表す量である。Fig.6(b) にロジスティック写像で  $a=4$  の場合における相関関数を求めてみた。Fig.6(b) は  $a=3.56$  のものである。図のように  $a$  が 4 の時はカオスなので  $m=0$  の時にピークが見られ、Fig.6(a) のときは準周期運動なので  $C(m)$  は  $m$  に関して振動している [1][2][9]。

### 3.1.4 相関と軌道の変化 (アトラクター)

アトラクターとは運動が十分たつた後に落ち着く状態のことをいう。ただし、現実の空間での状態ではなく、運動を表す方程式の変数が作る数学的な相空間という中で考える。振り子の運動を例にとると、これは摩擦があるため時間が十分経つと必ず止まる。振り子の運動は揺れの角度と速度が作る 2 次元の空間の中では、渦を巻きながら速度 0、角度 0 の原点に落ち込む。それでこの場合、(0,0) を振り子の運動の点アトラクター (安定平衡点) と呼ぶ。同じ振り子でも、こぎ手のいるブランコでは、こいでいる限り揺れ続ける。漕ぎだしてから揺り幅が一定になるまでの運動を、アトラクターに描くと今度は広がる渦巻きを描いて、最後は楕円の形になる。ブランコの運動は周期的なのでアトラクターは閉じた曲線の形となり、これを周期アトラクター (リミットサイクル) と呼ばれる。変数が 2

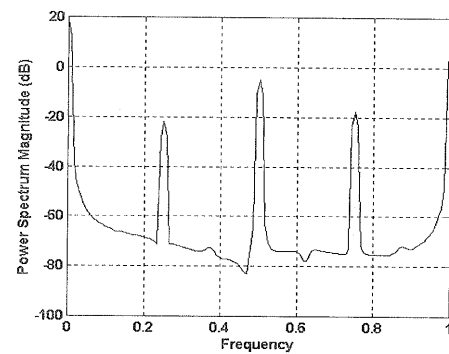
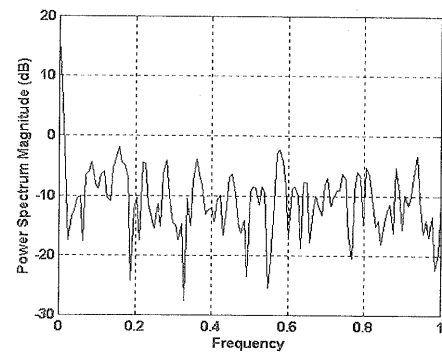
(a) Quasi-periodic motion ( $a=3.56$ ).(b) Chaos ( $a=4$ ).

Fig. 5: Power spectrum of Logistic map.

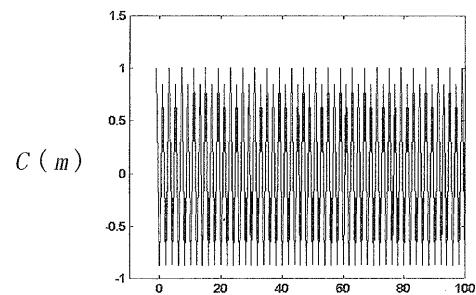
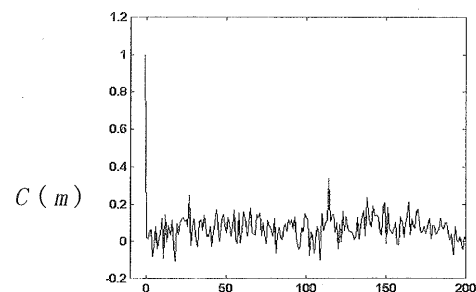
(a) Quasi-periodic motion ( $a=3.56$ ).(b) Chaos ( $a=4$ ).

Fig. 6: Correlation function of Logistic map.

つの運動では、アトラクターはこの2種類しかないことが証明できる。変数が3個になると、1つの周期振動上にもう一つ別の周期の振動が重なった準周期運動ができる。3次元の蒼空間の上ではドーナツの表面の上をコイルがぐるぐる巻きついてできる形で、トーラスと呼ばれる準周期アトラクターになる。運動がカオス的な場合、アトラクターはこれら3つのアトラクターのどれにも属さない形をとり、これはストレンジアトラクターと呼ばれる。このストレンジアトラクターにはフラクタル(入れ子構造)な性質が見られる。

今回、アトラクターの再構成のために埋め込み(Embedding)を用いた。実際の実験などでは状態変数を全て観測することは大変困難であり、通常一つしか観測できないことが多い。そこで1個の状態変数からなる1本の時系列データから、もとの力学系のアトラクターを再構成するのにこのEmbeddingがしばしば用いられる[10][11][12]。

得られた時系列  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  より  $d$  次元の状態空間内にアトラクターを構成する場合、適当な遅れ時間  $t$  ごとの  $d$  個の状態変数によって、 $d$  次元ベクトル  $X_i = (x_i, x_{i+t}, x_{i+2t}, \dots, x_{i+(d-1)t})$ , ( $i=0, 1, \dots, n-(d-1)t$ ) を作成する。

### 3.2 磁気ノイズのカオス性の診断

磁気ノイズのパワー・スペクトルはノイズデータを1 ms ごとに512点を20組取り出し、それを平均したものである。示した図のように、磁気ノイズには、離散的な周波数成分がなく、幅の広い連続的なスペクトルとなっていることが分かる。また、この磁気ノイズは磁束密度の条件や傾き角や試料による周波数成分の際立った変化は見られず、磁束密度の増加はスペクトルが全体的に上昇し、試料の異方性によっての変化も同様に困難軸において全体的に増加するものであった。前述したようにカオス性を有する時系列のスペクトルの特徴は、離散的なスペクトルを持たず、幅の広い連続的なスペクトルを示すことにある。この磁気ノイズのスペクトルはカオス性を持つ時系列データのパワー・スペクトルに表れる特徴を満たしているものと思われる。

次に、図に磁気ノイズの時系列より計算した相関関数を示す。この図から分かるように、時間  $m$  が0の点に対して時間が増加した点では  $C(m)$  は非常に小さな値になっていることが分かる。これは、磁気ノイズが時間の増加に対して、相関性が小さくなっている

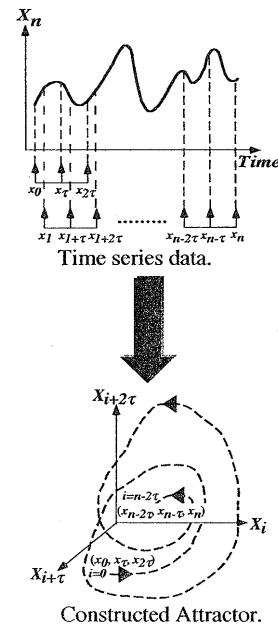


Fig. 7: Explanation of Embedding ( $D_{em}=3$ ).

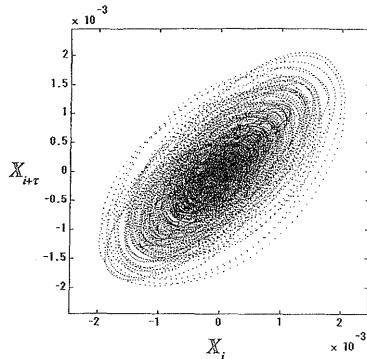
ことが言える。カオス的な振る舞いを示すものは、時間発展に伴い、乱雑に相関なく減少する特徴があるので、この相関関数からも磁気ノイズにカオス的な特徴が見られることが言える。また、相関関数  $C(m)$  は、磁束密度が大きいときの方が低磁束密度に比べて乱雑さが大きいように思われる。これは、磁束密度の低い領域では、磁気ノイズ以外の外部ノイズの割合が高いように思われ、S/N 比が小さいように思われる。また、交番磁界に比べて回転磁界の方でも同じことが言えるように思われる。これは回転磁界では連続的に磁壁の移動、発生、消滅の過程で発生する磁気ノイズを検出できることが要因であると思われる。Fig.7に、Embeddingにより再構成したこの磁気ノイズのアトラクターを示す。これは測定された時系列データよりアトラクターを再構成したものである。遅れ時間  $t$  は、2 ms とした。これは相関関数が最初にゼロクロスする時刻の範囲内で埋込みが成立するようにして行った。つまり、次式のようにした。

$$\tau = \frac{W}{D_{em} - 1} \quad (5)$$

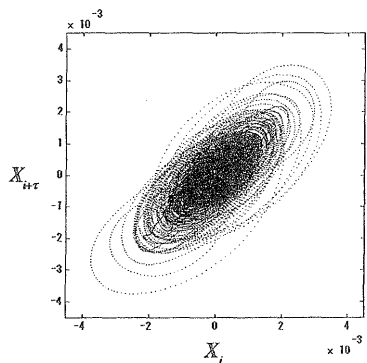
ここで、 $W$  は相関関数が最初にゼロクロスする時刻であり、 $D_{em}$  は埋込み次元であり、今回、 $D_{em}$  は2とした。

Fig.8に示す再構成した磁気ノイズのアトラクターより考察すると、これらはどれも周期的もしくは準周期的なアトラクターとは異なる形をしており、フラクタル的な入れ子構造が若干見られたが、ストレンジア

ラクターと言い切れるものではなかった。また、励磁条件や測定試料によってこのアトラクターには際立った変化は見られなかった。



(a) Blong=1.3 T, under alternating flux.



(b) Blong=1.3 T, under rotating flux.

Fig. 8: Chaos attractor.

### 3.3 相関次元の推定

アトラクターを特徴付ける方法としてフラクタル次元がある。このフラクタル次元を求める為に良く用いられる方法に相関積分を用いた相関関数がある。次に、相関次元の推定方法について説明する。

再構成されたアトラクターの次元を  $D$  とし、このアトラクターを構成する点の集合を  $Q$  とする。この集合  $Q$  全体をサイズ  $r$  で  $D$  次元体積  $r^D$  のボックス (球) で被覆することを考える。  $r$  を大きくすれば、再構成されたアトラクターの範囲は有限であるので、  $Q$  全体を1つのボックス (球) で被覆できる。このときボックス (球) のサイズを  $r_{\max}$  とし、この領域内の  $Q$  の点の数、つまり、  $Q$  全体の体積を  $N(r_{\max})$  とする。このとき、サイズ  $r$  のボックス (球) がサイズ  $r_{\max}$  のボックス (球) を被覆するための個数  $T$  は、式 (6) となるので、  $Q$  全体の体積  $N(r_{\max})$  は式 (7) となり、ボックスのサイズと体積の関係は式 (8) となる。した

がって、Fig.9のように  $\log r - \log N(r)$  グラフにおいて、比例部分の傾きがフラクタル次元  $D$  となる。

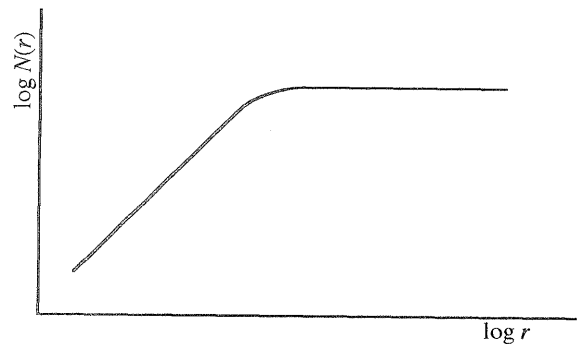


Fig. 9:  $r-N(r)$  logarithm graphs.

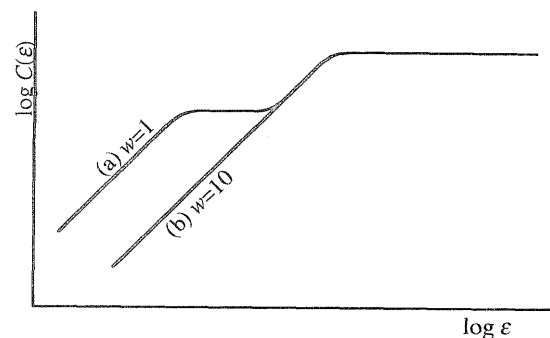


Fig. 10: Correlation integral function (parameter:w).

$$T = \left( \frac{r_{\max}}{r} \right)^D \quad (6)$$

$$N(r_{\max}) = TN(r) = \left( \frac{r_{\max}}{r} \right)^D N(r) \quad (7)$$

$$N(r) \propto r^D \quad (8)$$

このような計算を、埋め込み次元を小さい値から大きい値まで変えてやり、そのつど  $D$  を求める。この推定された次元  $D$  が埋め込み次元  $D_{em}$  とほぼ一致しているとき、再構成されたアトラクターは  $D_{em}$  次元空間をほぼ埋め尽くしていると考えることができ、真のフラクタル次元は  $D_{em}$  より大きな次元に埋め込んだアトラクターから求めなければならない。このように埋め込み次元増加に対して推定次元がある一定の値に飽和するとき、これをフラクタル次元という。

$D_{em}$  次元状態空間に再構成されたアトラクター上の点  $X$  において、式 (9) に示す G-P 法によって、

相関積分計算することによってフラクタル次元を求めることができる。

$$C(\varepsilon) = \frac{2}{N^2} \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^{N-n} H(\varepsilon - |X_{i+n} - X_i|) \quad (9)$$

ここで,

$$H(z)=1 \quad (z \geq 0)$$

$$H(z)=0 \quad (z < 0)$$

$C(\varepsilon)$  と  $\varepsilon$  は次式の関係を満たす。

$$C(\varepsilon) \propto \varepsilon^d \quad (10)$$

よって (10) の対数をとることによって相関指数  $d$  が得られる。この相関指数が埋込み次元  $D_{em}$  の増加に伴い  $D$  に飽和する時、 $D$  を G-P 法によって求められたフラクタル次元と呼ぶ。

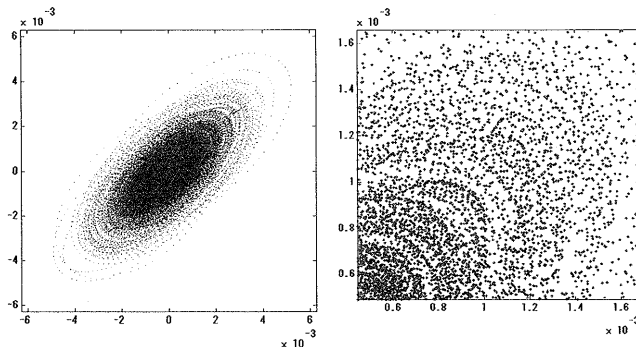
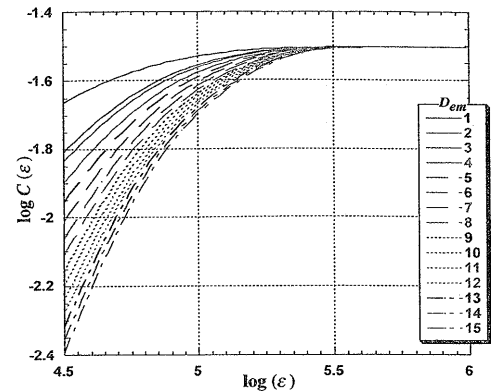


Fig. 11: Attractor of magnetic noise in Si-Fe.

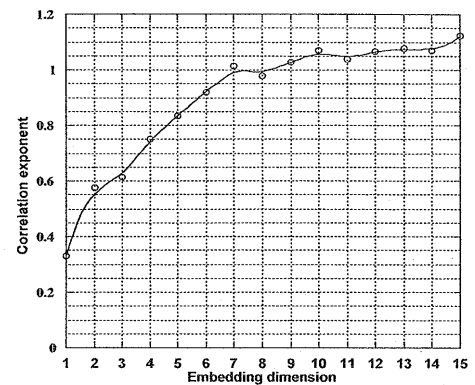
実際この式の通りに計算を行うと Fig.9 のようになる。この相関指数を求めるためには、 $\log \varepsilon - \log C(\varepsilon)$  グラフの直線部分 (スケーリング領域) の傾きを求めればよいわけであるが、このスケーリング領域は広ければ広いほど推定誤差は小さくなる。しかしこの Fig.9 から、ある傾きの直線を当てはめ、相関指数を求めるのは難しい。

実測データは有限であるから、 $\varepsilon$  の小さい領域では点  $X$  の数は少なくなり、統計的な精度は落ちてしまう。またデータに含まれているノイズの影響も受けやすい。無限小までフラクタル構造を持っているものでは、このようなことはないのだから式 (9) の通りに計算を行えばよいのだが、実データ解析のためには、式 (10) を (11) に変更しなければならない。

$$C(\varepsilon) = \frac{2}{N^2} \sum_{n=w}^N \sum_{i=1}^{N-w} H(\varepsilon - |X_{i+n} - X_i|) \quad (11)$$



(a) Correlation dimension.



(b) Embedding dimension  $D_{em}$  and correlation exponent  $d$ .

Fig. 12: Variation of attractor.

この式では、時間的に近いデータはカウントから外している。時間的に近傍のデータは一般に相関が高いため、結果として  $\varepsilon$  の小さいところの点をカウントから外していることになる。したがって Fig.10 のようにスケーリング領域は広くなり、推定誤差を小さくすることができる [13][14][15][16][17][18]。

Fig.12 は Fig.11 から得られた磁気ノイズより再構成されたアトラクタの相関次元 (フラクタル次元) を示す。次元の推定に用いたデータは磁束密度 1.0 T, 軸比 1.0 の回転磁界下で測定した磁気ノイズのデータを用いた。Fig.12.(b) は  $\log \varepsilon - \log C(\varepsilon)$  のグラフであり、埋込み次元  $D_{em}$  に対する相関指数  $d$  の変化を示す図である。それぞれの図に示すように、次元の飽和がおおよそどのデータでも見られる。しかし、はっきりと飽和がおこっているようには見られない。これはデータに含まれる外部ノイズが影響しているものであると考えることができる。これは外乱的ノイズがアトラクタの軌跡をその次元の大きさだけほかすため

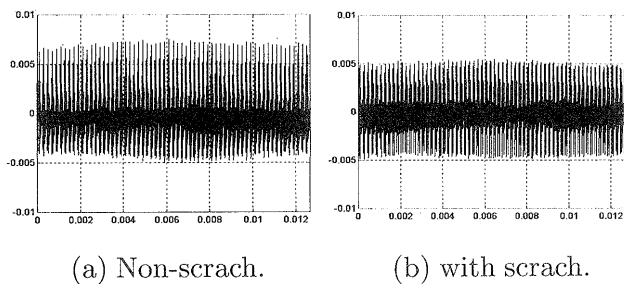


Fig. 13: Magnetic noise under high frequency excitation.

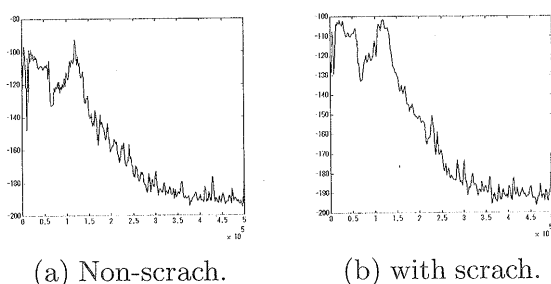


Fig. 14: Power spectrum of magnetic noise under high frequency excitation.

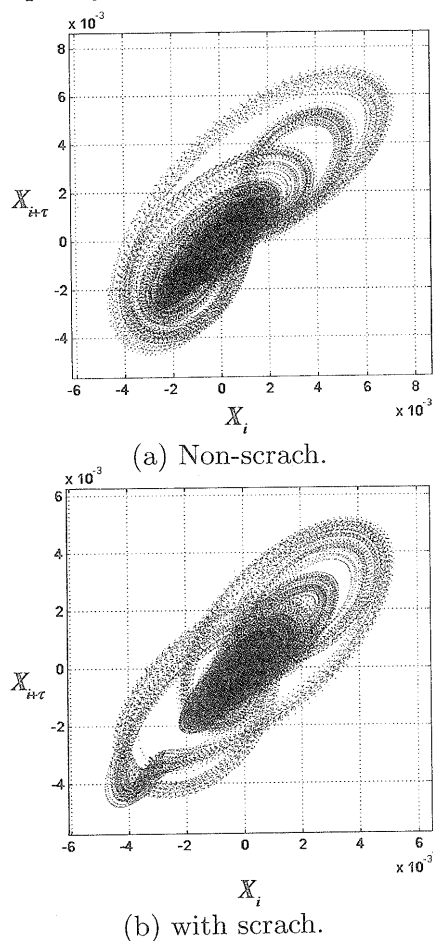


Fig. 15: Chaos attractor of magnetic noise under high frequency excitation.

であると思われる。

#### 4 高励磁周波数下で磁気ノイズ

##### 4.1 高周波磁気ノイズのカオス性 [7][8]

高周波励磁下においても同様の磁気ノイズを観察することができる。この場合渦電流による表皮効果の影響から、その情報は材料の表面に限られてくる。このことは励磁周波数を選ぶことにより材料内の厚み方向の探査情報を得ることを意味する。そこで、材料表面にボールペンでけがいたスクラッチを入れ、そのあるなしの変化の場合についてみることにする。Fig.13 及び 14 は励磁周波数 5 kHz における磁気ノイズとそのパワースペクトラムを示した。これらから材料の表面にスクラッチのあるなしの相違性を見いだすことは難しいが Fig.15 にみるようにアトラクターを構成してみるとその差異をみる事ができる。

##### 4.2 ポアンカレ切断面

軌道が相空間のアトラクター上をどのように動くのかを調べる方法としてポアンカレ切断面 (Poincaré section) がある。まず、簡単なアトラクターとして、3 次元相空間内の簡単な閉曲線を考える。またこの閉曲線を交わる平面を考え、これをポアンカレ断面と呼ぶ。閉曲線とこの断面の交点は一点  $P$  となる。この平面のとり方は一義的ではないが、適当な半平面を選ぶことによって、この閉曲面と一点で交わらせることができる。同様のことを 2 重周期運動、および準周期運動について行くと、ポアンカレ切断面は、2 点および閉曲線となる。すなわち、ポアンカレ断面を作ることにより、3 次元空間の閉曲線は点に、又 2 次元トーラスは閉曲線にと次元をおとして見ることができる。ストレンジアトラクターでも同様に、この相空間内に次元平面  $\Sigma_R$  に表裏を考え、軌道がこの面を裏から表 (あるいは表から裏) へ横断した点をしるす。軌道の横断は、裏から表あるいは表から裏のどちらか一方にする。ある時間が経過すると、軌道は次々に平面  $\Sigma_R$  を裏から表 (あるいは表から裏) へ通過し、平面  $\Sigma_R$  上には点の集合が描かれる。このように、ポアンカレ写像は、複雑な振る舞いを示す系の相図を簡単に示すために、ポアンカレによって考察された。これはあたかも、相空間内の軌道をストロボで照射して周期的に見えるようにするものである。このポアンカレ写

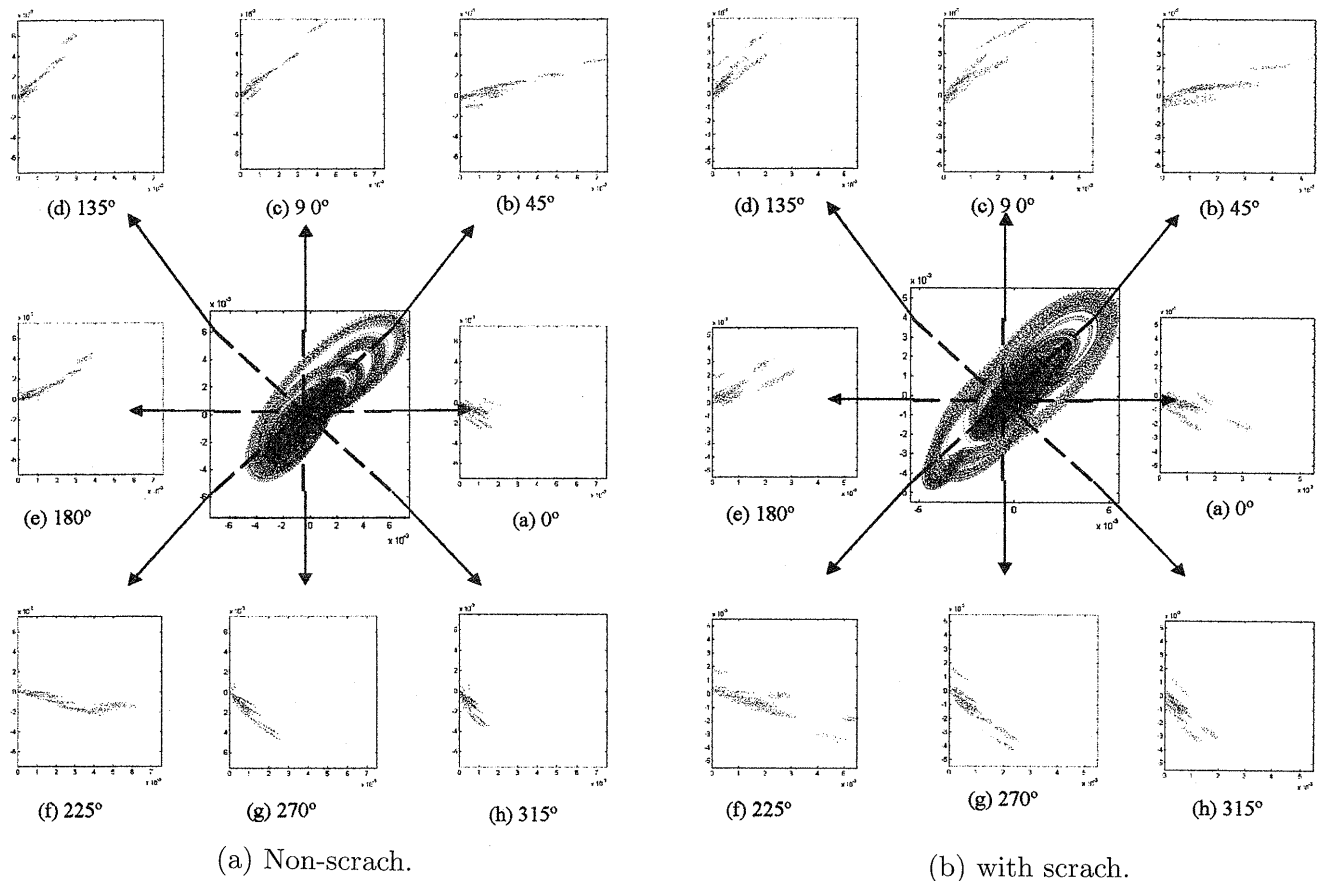


Fig. 16: Poincaré section in Chaose attractor of magnetic noise under high frequency excitation.

像は上に示したポアンカレ切断面を設けることによって得られる [19]. Fig.16に磁気ノイズのアトラクターのポアンカレ切断面を示す. (a) から (h) の図は3次元の位相空間に再構成した磁気ノイズのアトラクターを、0度から315度まで45度おきに切り取ったポアンカレ断面である. また、それぞれの中央の図は3次元の位相空間のアトラクターをZ軸の正の方向から見たものである. 試料に与えたスクラッチの変化によってもポアンカレ切断面の違いが特に0度面と225度面で見られた. これらの図からストレンジアトラクターの特徴である折り畳み、引き延ばしの性質が見られたように思われる.

#### 4.3 相関次元の推定

Fig.17にFig.15で再構成したアトラクターの相関次元の計算結果を示す. 相関次元はG-P法によって求めた [16][17]. 図は励磁周波数5 kHzでスクラッチを入れていない試料の、磁束密度を変化させたときの、埋込み次元の増加に対する相関指数の変化を表すグラフである. 試料をスクラッチ無しから試料の圧延

方向に対して、0~90度まで変化させてスクラッチをいれたときの、埋込み次元の増加に対する相関指数の変化を表すグラフである. 図からわかるように、それぞれの条件で相関次元  $D$  は1~2の間で飽和が見られた.

以上のことから高周波励磁条件で測定した磁気ノイズは周波数成分では今までの測定と特に変わった点は見られなかったが、アトラクターに変化が見られ、このアトラクターは励磁周波数や磁束密度、また試料に入れたスクラッチによって変化が見られた. さらに、そのポアンカレ切断面からはストレンジアトラクターの特徴である、引き延ばし、折り畳みの性質が見られることは興味深い.

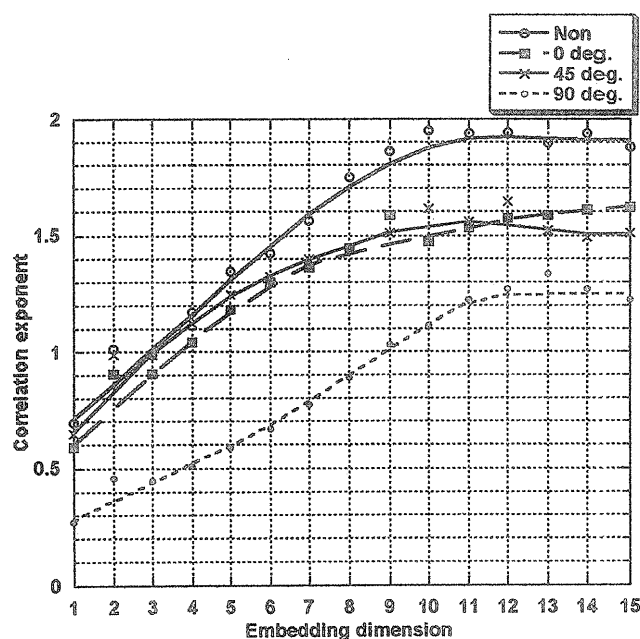


Fig. 17: Relation between Embedding dimension  $D_{emb}$  and correlation dimension  $d$ .

## 5 おわりに

磁気ノイズのカオス性を確実に証明する決定的な証拠が、まだ本研究の内容では達していない部分があると思われる。それは、カオスが他の運動と最も異なる特徴である分岐現象である。この分岐現象とは、カオスを生じる系は、系のパラメータを変化させると、非カオスーカオス間の転位を起こす。この現象が本測定磁気ノイズからはまだ見出せていない。

これまでに得られた磁気ノイズのカオス性の知見を利用して、金属材料の疲労推定への応用が考えられる。従来までのバルクハウゼン法による疲労推定は、バルクハウゼンノイズを定量的に評価することによってなされてきた [1][2][13]。ところが本研究で示した内容より、磁気ノイズの定性的な性質を利用した疲労推定の手段の構築を行う可能性もある。これは試料のスクラッチによって、磁気ノイズのアトラクターの変化が見られたことから納得できる。このことからわかるように、磁区になんらかの外的な要因が与えられた場合、定性的な性質になんらかの変化をもたらすものと考えることができる。よって、磁気ノイズからカオス性を調べることは疲労推定や余寿命予測にとって有効な結果をもたらすものであると推測する。

## 参考文献

- [1] M. Enokizono and A. Nishimizu: Effect of thermal fatigue on Barkhausen noise, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol.133, (1994), pp.599-602.
- [2] M. Enokizono, M. Akita and A. Nishimizu: Effect of thermal fatigue on Barkhausen noise, *Advanced Computational and Design Techniques in applied electromagnetic systems*, (1994), pp.121-124.
- [3] I. Tsuda, T. Tahara and H. Iwanaga, Chaotic pulsation in human capillary vessels and dependence on mental and physical conditions, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol.2, No.2 (1992), pp.313-324.
- [4] 榎園, 西水: けい素鋼板の回転磁束下のバルクハウゼンノイズ, 日本応用磁気学会誌, 第 19 巻, 第 2 号, (1995), pp.289-292.
- [5] 下条高嗣: カオス力学入門, 近代化学社, (1992).
- [6] M. Enokizono, A. Nishimizu and M. Oka: Estimation of Fatigue Level by Rotational Barkhausen Noise, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol.160, (1996), pp.43-44.
- [7] M. Enokizono, T. Todaka and Y. Yoshitomi: Chaotic Behavior of Barkhausen Noise Induced in Silicon Steel Sheets, *IEEE Transaction on Magnetism*, Vol.MAG-35, No.5 (1999), pp.3421-3423.
- [8] 槌田, 吉富, 榎園: 回転バルクハウゼンノイズのカオス挙動, 日本応用磁気学会誌, 第 25 巻, 第 4-2 号, (2001), pp.1099-1102.
- [9] F. Takens: Dynamical Systems and Turbulence, *Lecture Note in Mathematics*, 898, (1981), pp.336-381.
- [10] 香田徹: カオス概論, 合原一幸編, 「カオス」, サイエンス社, (1990), pp.1-19.
- [11] F. Takens: Detecting Strange Attractors in Turbulence, in "Dynamical Systems and Turbulence", *Lecture Notes in Mathematics*, 898, 366, (1981).
- [12] T.W. Krause, N. Pulfer, P. Weyman and D.L. Atherton, Magnetic Barkhausen noise: Stress-Dependent Mechanisms in Steel, *IEEE Transactions on Magnetism*, Vol.32, No.5 (1996), pp.4764-4766.
- [13] K. Yamada: The fractal natures of the dynamic processes in solids, *Journal of the Japan Society of Applied Electromagnetics*, Vol.4, No.4 (1996), pp.1-5.
- [14] J. Feder: *Fractals*, Tokyo, Japan, (1991).
- [15] P. Grassberger and I. Procaccia: Measuring strangeness of strange attractor, *Physica*, 9D, (1983), p.189.
- [16] P. Grassberger and I. Procaccia: Characterization of strange attractors, *Phys. Rev. Lett.*, Vol.50, No. 5 (1983), p.346.
- [17] Andrzej Sukiennicki: Chaos in structurally perfect soft magnets, *Journal of M.M.M.*, 160, (1996), pp.1-4.
- [18] A.J. Lichtenberger and M.A. Lieberman: *Regular and Stochastic Motion*, (1983).