

学術論文

3次元非線形コンピュータシミュレーションを用いた
薄鋼板磁気浮上システムの検討Examination of Magnetic Levitation of Thin Steel Plate with
3D Computer Simulation丸永 和男
石橋 一久(東海大学)
(東海大学)

押野谷 康雄 (東海大学)

Kazuo MARUNAGA Student Member
Yasuo OSHINOYA Member
Kazuhisa ISHIBASHI Member

This paper describes computer simulation of magnetic levitation system for a thin steel plate. The motion equation of the steel plate is solved by the finite difference method. The attractive magnetic force by electromagnets is obtained by using the finite element method. Since the levitation system is essentially unstable, the steel plate is levitated by controlling the attractive force produced by the electromagnets with feedback signals: the displacement and velocity of the steel plate and the current of the electromagnet.

Key Words: Magnetic levitation, Computer simulation, Non-linear analysis, Elasticity vibration.

1 はじめに

薄鋼板は各種工業製品で広く利用され、鋼材加工プロセスの搬送工程における表面品質が問題となっている。この対策として、電磁力による非接触搬送の提案がされている。著者らは、5箇所の電磁アクチュエータと永久磁石によるハイブリッド制御システムを提案し、薄鋼板の磁気浮上搬送に関する制御性能の検討を行っている [1]。薄鋼板の磁気浮上システムを構築する上で、電磁石の配置や浮上対象物の形状、材質の検討など、多数の検討項目がある。さらに、浮上対象物が薄鋼板であることより弾性振動が生じ易く磁気浮上が困難となり、そのための制御手法に対する検討も行わなければならない。これらの検討を行う際、条件を変えることが容易なコンピュータシミュレーションの利用が有効である。

著者らは3次元モデルに対する薄鋼板の磁気浮上制

御コンピュータシミュレーションを外乱が微小であるという仮定の下で行っており、フィードバック制御により安定な磁気浮上が可能であるという知見を得ている [2,3]。また、重力の影響を考慮した薄鋼板の2次元磁気浮上制御シミュレーションにより、電磁石の配置や制御手法の違いによる振動抑制効果、薄鋼板の形状保持性を改善することができていることが確認されている [4]。ここでは、重力を考慮した2次元磁気浮上シミュレーション法を拡張した3次元非線形シミュレーション法に関して報告する。最適な薄鋼板の磁気浮上ハイブリッド制御システムを構築するための検討を行う基礎として、重力を考慮に入れて薄鋼板が大きく変形する場合のシミュレーションを確立する。

2 磁気浮上システム

対象とする磁気浮上システムは Fig.1 に示すように、長さ 800mm、幅 600mm、厚さ 0.3mm の薄鋼板を

連絡先: 石橋一久, 〒151-0063, 東京都渋谷区富ヶ谷 2-28-4, 東海大学, e-mail: isibasi@keyaki.cc.u-tokai.ac.jp

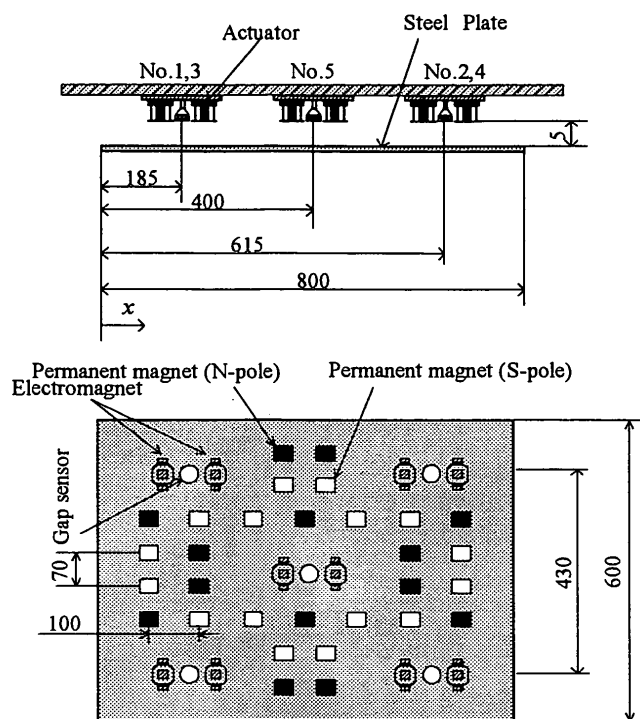


Fig. 1 Magnetic levitation system

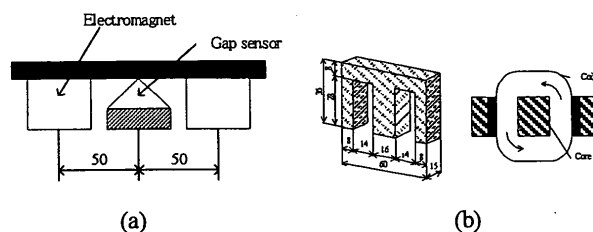


Fig. 2 Dimension of electromagnet

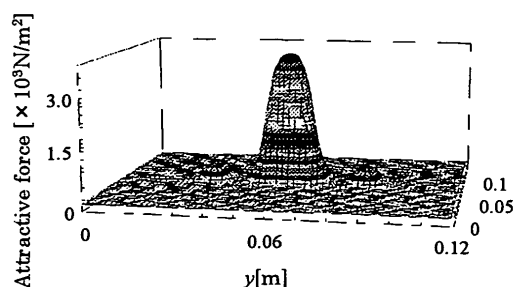


Fig. 3 Distribution of magnetic force on steel plate

5箇所の電磁石と30個の永久磁石を用いたハイブリット制御システムで、薄鋼板表面との距離が5mmに保たれるように制御するものである。

電磁アクチュエータはFig.2(a)に示すとおり1組につき2つの電磁石が渦電流式変位センサを挟んで配置されている。アクチュエータとして用いる電磁石はFig.2(b)示すようにE型コアにコイルを巻きつけたものを用いる。コイルの抵抗は $8.7[\Omega]$ 、インダクタンスは $0.23[H]$ である。電磁石の吸引力は電磁界解析ソフト EM Solution を用い、非線形解析してFig.3に示されるように求められる[5]。その際の電磁石コア及び薄鋼板の $B-H$ 曲線としては軟鋼(SS400)を採用した。この図は電磁石と薄鋼板との距離を5[mm]に浮上させるために電磁石に $0.54[A]$ の電流を流した場合のものである。電磁石は薄鋼板に比べて十分に小さいので、吸引力は電磁石直下の1点に集中するものと仮定できる。

電磁石表面と薄鋼板との距離を一定(5mm)としたときの電流と吸引力の関係をFig.4に、電磁石の電流を一定(0.54A)とし、電磁石と薄鋼板との距離と吸引力の関係をFig.5に測定結果と電磁力解析結果を示す。電磁力解析が実測結果に一致しているのがわかる。

ハイブリット制御システムに用いる永久磁石は、 $30 \times 30 \times 15$ で、表面中心部における磁束密度が1200Gaussのフェライト永久磁石である。Fig.1に示した30個の永久磁石を配置した際の吸引力分布をFig.6に、また、この磁石の吸引力特性をFig.7に示す。

Fig.1に示される様に、ハイブリット制御システムでは電磁石と永久磁石とで薄鋼板は浮上される。各々

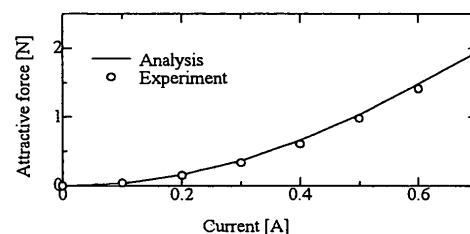


Fig. 4 Relationship between current and attractive force

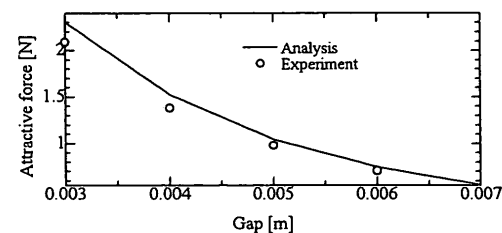


Fig. 5 Relationship between gap and attractive force

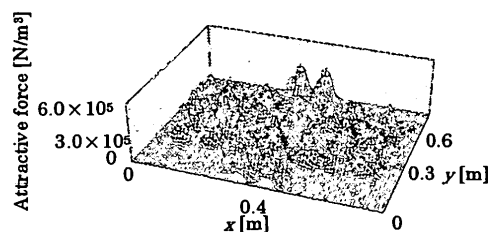


Fig. 6 Distribution of attractive force

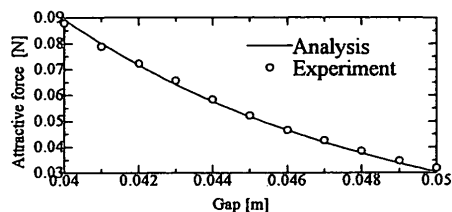


Fig. 7 Relationship between gap and attractive force

の永久磁石による吸引力はほとんど干渉がなく、吸引力分布は単独のものとはほとんど同じであり、Fig.6に示される様である。本報告では永久磁石の吸引力も電磁石の場合と同様に、永久磁石直下に集中して作用すると仮定する。

3 磁気浮上シミュレーション

3.1 運動方程式

薄鋼板の運動方程式は、次のようになる [6].

$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{C_s h^3}{12} \frac{\partial}{\partial t} \nabla^4 w + D \nabla^4 w = f \quad (1)$$

$$\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (2)$$

- h : 薄鋼板の厚さ [m]
- ρ : 薄鋼板の密度 [kg/m^3]
- C_s : 薄鋼板の内部減衰係数 [Ns/m^2]
- $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$
- E : 薄鋼板のヤング率 [N/m^2]
- ν : ポアソン比
- t : 時間 [sec]
- w : 薄鋼板の変位 [m]
- x : 薄鋼板の長手方向の座標 [m]
- y : 薄鋼板の幅方向の座標 [m]
- f : 単位面積あたりに薄鋼板に加わる力 [N/m^2]

周辺自由の薄鋼板における境界条件 [7] は、自由辺では、ねじりモーメントの分布をせん断力の分布に置

き換えることができることから、 $x = 0, l_x$ のときねじりモーメントとせん断力とが結合した条件より、

$$\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} = 0 \quad (3)$$

曲げモーメントが0であることより、

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (4)$$

となる。同様に、 $y = 0, l_y$ における境界条件は、 x と y を入れ替えたものとなる。また、コーナー部 $(x, y) = (0, 0), (0, l_y), (l_x, 0), (l_x, l_y)$ のときには、自由辺と同様に求められる境界条件に、ねじりモーメントが0であるという条件

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0 \quad (5)$$

が加わる。薄鋼板が長方形であることよりその運動方程式はプログラミングが容易で解析精度の良い差分法を用いて解析する。式 (1) の運動方程式をクランク・ニコルソン法を用いて差分近似すると次のようになる [8].

$$\frac{v_{n+1}}{\Delta t} + \frac{C_s h^3}{24 \rho h} = \frac{v_n}{\Delta t} - \frac{C_s h^3}{24 \rho h} \nabla^4 v_n - \frac{D}{\rho h} \nabla^4 w_n + f \quad (6)$$

$$w_{n+1} = w_n + v_{n+1} \Delta t \quad (7)$$

ここで、 v は薄鋼板の速度、 Δt は時間刻みの幅、 n は時間刻みの番号である。

式 (6) の右辺に示されるように、時間刻み番号 n における v 及び w を既知として、時間刻み番号 $n+1$ の v を求め、それを式 (7) に代入し、時間刻み番号 $n+1$ の w を求めるという反復解法により薄鋼板の振動が求められる。また、式 (2) の各項の差分は次のように表される。

$$\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} = \frac{v_{i+2,j} - 4v_{i+1,j} + 6v_{i,j} - 4v_{i-1,j} + v_{i-2,j}}{\Delta x^4} \quad (8)$$

$$\frac{\partial^4 v}{\partial y^4} = \frac{v_{i,j+2} - 4v_{i,j+1} + 6v_{i,j} - 4v_{i,j-1} + v_{i,j-2}}{\Delta y^4} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial y^2} = & \frac{v_{i+1,j+1} - 2v_{i,j+1} + v_{i-1,j+1}}{\Delta x^2 \Delta y^2} \\ & + \frac{-2v_{i+1,j} + 4v_{i,j} - 2v_{i-1,j}}{\Delta x^2 \Delta y^2} \\ & + \frac{v_{i+1,j-1} - 2v_{i,j-1} + v_{i-1,j-1}}{\Delta x^2 \Delta y^2} \quad (10) \end{aligned}$$

ここで、 Δx 、 Δy は x 方向、 y 方向におけるそれぞれの空間刻みの幅であり、 i 、 j は、それぞれ x 方向、 y 方向に対する空間刻みの番号である。 $\nabla^4 w$ の差分についても同様にして求められる。

微分方程式の差分化に際しては、薄鋼板のコーナーと自由辺では、板の境界を越える点が生じる。薄鋼板の外部に仮想点を設け、境界条件が満たされる条件により仮想点の値が消去でき、薄鋼板のコーナーと自由辺の値を決定するための式が導かれる [7]。差分法を用いた数値解析法の妥当性は二辺単純支持梁について、理論値と数値解析値との比較により確認されている [9]。

3.2 薄鋼板に働く力

磁気浮上において、薄鋼板に作用する力は重力による力 F_g 及び、アクチュエータの吸引力 F_a 、永久磁石の吸引力 F_p であるから、式 (1) に示した振動の式における力 f は次のように表せる。

$$f = F_g + F_a + F_p \quad (11)$$

なお、Fig.3 及び Fig.6 に示した電磁力解析の結果より、電磁石の吸引力は薄鋼板の電磁石直下の部分に集中して作用するという仮定より、電磁石の吸引力 F_a は電磁石直下の点を除き 0 であり、同様に、Fig.6 より永久磁石の吸引力 F_p は永久磁石直下の点を除き 0 であると仮定した。

本研究では薄鋼板の大きな動きを考慮する解析を行うため電磁石による吸引力を Fig.4, 5 より、吸引力と電流及び距離との関係を非線形の関係式で記述し、電流及び距離の変化に伴う吸引力の変化が電磁力解析の結果に一致する様な実験式を導く。薄鋼板と電磁石との距離を一定に保ち、電流を変化させた場合の吸引力の変化を表す式を $F_w(i)$ 、また、電流を一定に保ち、薄鋼板と電磁石との距離を変化させた場合の吸引力の変化を $F_i(w)$ とおき、これらの関係を用い、距離及び電流が変化した際の吸引力特性を次のように仮定する。

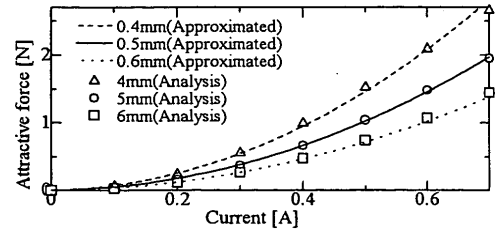


Fig. 8 Compare with Analysis and Approximated ($F_w(i)$)

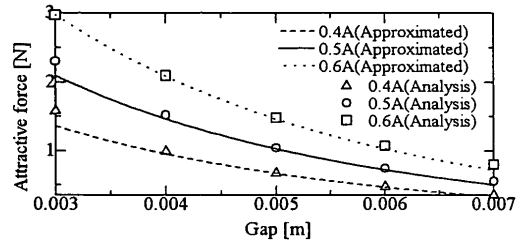


Fig. 9 Compare with Analysis and Approximated ($F_i(w)$)

$$F_a = F_w(i) \frac{F_i(w)}{F_i(w_0)} \quad (12)$$

なお、 w_0 は定常位置における薄鋼板と電磁石との距離 (5) である。

ここでは、非線形解析を行うため、電流と吸引力の関係を 2 次式で、また距離と吸引力の関係を指数関数により近似し、それぞれ次の様に表す。

$$F_w(i) = 3.83524i^2 + 0.522151i \quad (13)$$

$$F_i(w) = e^{(1.86065 - 355.319w)} \quad (14)$$

上式により仮定した吸引力を FEM による吸引力の解析結果との比較を Fig.8 及び Fig.9 に示す。これらの図から、式 (12) で仮定した電磁石の吸引力が FEM による解析結果と一致しているのがわかる。

永久磁石についても同様に、近似式を求めると次のようになる。なお、永久磁石表面から薄鋼板表面までの距離を w_p とする。

$$F_p = e^{(1.8701 - 107.276w_p)} \quad (15)$$

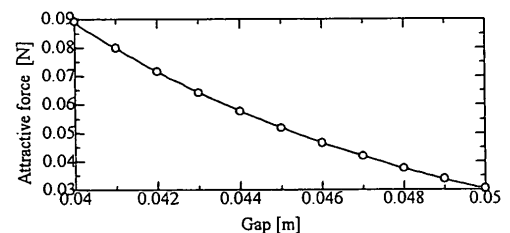


Fig. 10 Compare with Analysis and Approximated ($F_p(w_p)$)

解析結果と近似式との比較を Fig.10 に示す。

吸引力は常に上向きとなる。そのため、非線形解析では制御力として負の電流を加える場合でも上向きに力が作用してしまい、正帰還となる。そこで、下向きに力を作用させる場合、電流をカットし、重力により下向きの力を得るような制御を加える。ここでは、制御力が薄鋼板を非接触支持するのに必要な吸引力を下回った場合に電流をカットするように設定した。

3.3 磁気浮上シミュレーション

薄鋼板の運動方程式をクランク・ニコルソン法により差分化した式を用いて磁気浮上シミュレーション法を構築する。

磁気浮上システムの状態変数 $\mathbf{X}$ を薄鋼板と電磁石との距離 w 、その速度 v とし、入力 u を薄鋼板へ加わる外乱力とすると、状態方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}u \\ \mathbf{X} &= [w_1 \cdots w_5 v_1 \cdots v_5]^T\end{aligned}\quad (16)$$

吸引式の磁気浮上は不安定であり、安定した状態で浮上させるためには制御系を付加しなければならない。その際、状態変数をフィードバックすると、式 (16) の入力 u は式 (11) で与えられる力となる。

本報告では各アクチュエータが独立に制御を行うローカルフィードバック制御を適用し、3次元シミュレーションの基本的な検討を行う。このフィードバック制御では、アクチュエータへの電圧 e は w 及び v のフィードバックゲインをそれぞれ f_w 、 f_v とし次のようなになる。

$$e = -f_w w - f_v v \quad (17)$$

この電圧によって電磁石のコイル電流 i は次の様な差分式により与えられる。

$$i_{n+1} = i_n + \frac{e - Ri_n}{L} \Delta t \quad (18)$$

ここで、 R 及び L はそれぞれコイルの抵抗およびインダクタンスであり、電流の添え字 n は時間刻みの番号である。

この電流により式 (12) の様に与えられるアクチュエータの吸引力が決定される。薄鋼板と電磁石との間隔を一定とする様に電流を制御するシミュレーションを行う。前述の様にクランク・ニコルソン法を適用し、

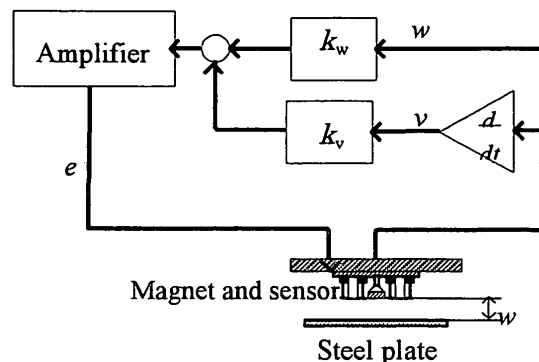


Fig. 11 Magnetic levitation control system

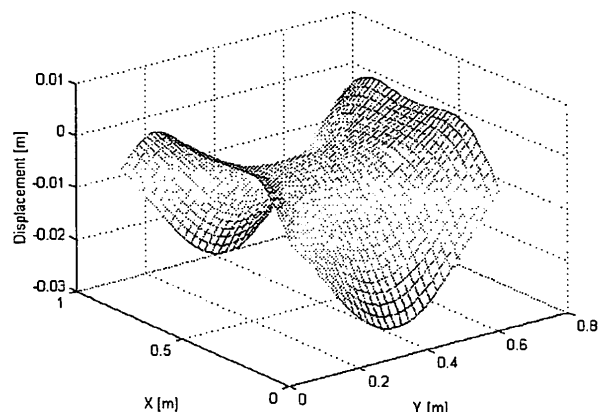


Fig. 12 Shape of plate in steady state (Without Permanent magnet)

薄鋼板の運動方程式 (1) を逐次に解くことにより薄鋼板の動きが決定される。

シミュレーション結果を Fig.12, Fig.13, Fig.14 に示す。Fig.12 は永久磁石を用いない場合、Fig.13 は永久磁石を用いた場合の浮上時の薄鋼板のたわみであり、Fig.14(a) は端部のセンサ位置における薄鋼板の変位、(b) は中央のセンサ位置における薄鋼板の変位の時間応答を示す。破線は永久磁石を用いない場合、実線が永久磁石を用いたハイブリット制御による結果である。薄鋼板が定常位置より 1 下方に静置されている状態から吸引し、浮上制御した場合のものである。薄鋼板の弾性振動に関する物質定数は $\rho = 7.266 \times 10^3 \text{ kg/m}$, $E = 2.172 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, $\nu = 0.3$, $C_s = 3.75 \times 10^8 \text{ Ns/m}^2$ である。なお、フィードバックゲイン f_w 、 f_v は実験的に求めたものに対応させ、次の様に定めた。

$$\begin{aligned}f_{wk} &= 13000, & f_{vk} &= 150 \quad (k = 1, 2, 3, 4) \\ f_{w5} &= 14000, & f_{v5} &= 160\end{aligned}$$

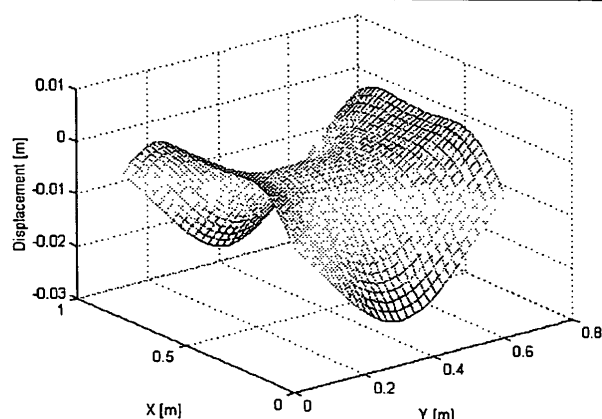


Fig. 13 Shape of plate in steady state (with permanent magnet)

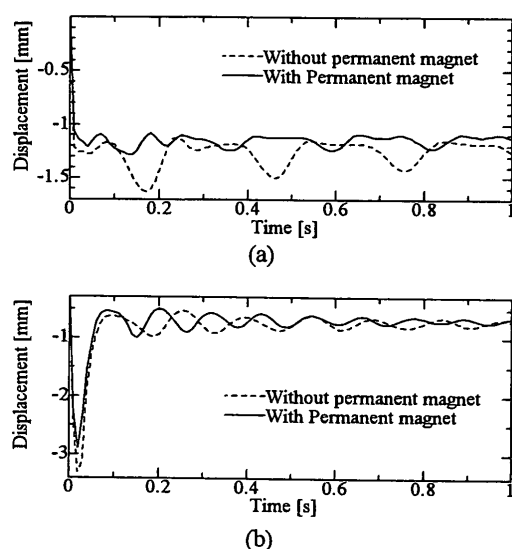


Fig. 14 Time history of displacement of steel plate

Fig.13, 14 から、永久磁石を付加した場合、永久磁石の吸引力により薄鋼板のたわみが小さくなっているのがわかる。また、Fig.14 より振動も抑制されているのがわかる。これは、Fig.1 に示した配置の永久磁石を付加することにより、これまで電磁石付近のみに生じていた吸引力がバランスよく薄鋼板の広い範囲に作用するようになったため、薄鋼板の見掛けの剛性が上がったためと考えられる。このことは Fig.14 において振動の周期が小さくなっていることから言える。振動抑制については、永久磁石の吸引力により、制御力が増加したことと、永久磁石の影響が広範囲にわたるため、安定度が増したためと考えられる。

4 まとめ

薄鋼板を電磁石と永久磁石とにより吸引し磁気浮上させるハイブリッド磁気浮上制御システムのコンピュー

タシミュレーションを行った。有限要素法による電磁力解析より薄鋼板に働く吸引力を求め、クランクニコルソン法により重力を考慮した薄鋼板の運動方程式を解き、磁気浮上時の薄鋼板の動きを解析した。永久磁石を用いることにより、浮上時のたわみ、振動を抑えることができることがわかった。

今後は永久磁石配置の変更や、アクチュエータの変更、制御手法の導入など、実験では実現の難しい検討をシミュレーションにより検討し、振動抑制効果、形状保持性の向上を目指す。

(2002 年 5 月 10 日受付)

参考文献

- [1] 押野谷, 小林, 石橋: 永久磁石と電磁石を利用した周辺自由鋼板の浮上制御に関する実験的考察, 東海大学紀要工学部, Vol. 37, No. 1, (1997), pp. 177-184.
- [2] 東, 伊草, 押野谷, 石橋: 薄鋼板の磁気浮上コンピュータシミュレーション, 東海大学紀要工学部, Vol. 40, No.1 (2000), pp. 119-124.
- [3] 丸永, 押野谷, 石橋: 薄鋼板磁気浮上システムの非線形解析, 第 44 回自動制御連合講演会講演論文集, (2001), pp440-443
- [4] K.Marunaga, Y.Oshinoya, K.Ishibashi, Computer Simulation of Magnetic Levitation of Thin Steel plate, The 10th International Symposium on Applied Electro magnetics and Mechanics, pp33-34(2001)
- [5] A. Kameari, Local force calculation in 3D FEM with edge elements, International Journal of Applied Electromagnetics in Materials, 3, pp. 231-240(1993)
- [6] R. W. Clough and J. Penzien, "DYNAMICS OF STRUCTURES" McGraw-Hill, pp. 301-302(1975)
- [7] S.Timoshenko, S.Woinowsky, "Theory of Plates and Shells", McGraw-Hill, pp.351-362(1959)
- [8] 篠原「数値解析の基礎」日新出版 (1978) .
- [9] 丸永, 押野谷, 石橋: 薄鋼板の磁気浮上制御シミュレーション, 第 13 回「電磁力関連のダイナミクス」シンポジウム講演論文集, (2001), pp353-356