The Japan Society Applied Electromagnetics and Mechanics

特集 逆問題

逆問題解析の最近の研究動向

Recent trends in inverse analysis

小島 史男 (神戸大学)

Fumio KOJIMA Member

This paper is concerned with recent trends in inverse problems arising in the field of scientific and engineering. First Tikhonov regularization technique is discussed with linear inverse problems. Secondly, model-based inverse problems are stated within the framework of parameter estimation problems. Finally, some recent topics in inverse problems are discussed based on Bayesian inference.

Key Words: Inverse analysis, identification, parameter estimation, Bayesian inference.

1 はじめに

逆問題解析は, 応用数学, 応用物理学, 計算科学にまたがる大きな研究分野であり, かつその工学的応用分野として, この10年間盛んに研究されてきており, いろいろな啓蒙書, 国際学術雑誌も出版されている (たとえば [1, 2])。筆者が逆問題 (Inverse problem) という, 聞き慣れないかつ興味深い言葉を目にしたのはいまから20年以上も前のことである。当時の指導教授砂原善文先生から, ある応用数学雑誌の論文を読むように指示された時に始まる。石油資源探査に関するフランスの数学者 Bamberger, Chavent の共著論文 [3] は, それまでの方法論とはまったく異なる数学モデルを用いた逆解析であり, 小生が研究テーマとしていた偏微分方程式で記述される確率システムの推定問題として, まさにうってつけのテーマであった。その後, 数年間は, エアガンで発生させた人工地震に関する地層からの反射データから, 時間依存型波動確率モデルにもとづく最尤推定により, 地層構造を探る計算アルゴリズムを開発した。これが筆者が最初に携わった逆問題解析の工学的応用例である。しばらくたって, 日本の石油資源探査の技術者と共同で研究する貴重な機会を得ることができた。大学で研究を開始したころで, 数学的な基礎理論を工学に応用することが重要であるという, あまり根拠のない確信は, 実データのもつ複雑さの前に揺らいでしまい, 学位論文の最後の章の飾りぐらいにしかならなかったが, この経験が結局, 逆解析の工学的応用に関する研究テーマをずっと続ける結果となった。その後, アメリカ航空宇宙局での赤外線リモートセンシングによる非破壊検査, 日本に戻ってからは, おもに原子力プラントの監視など, 逆解析に関する研究をずっと続ける機会に恵まれ, 今日に至っている。本稿では, 逆問題解析におけるいくつかの基本的なアプローチの方法および最近の研究動向について, おもに工学的応用の立場からふれることにする。

連絡先: 小島史男, 〒 657-8501 神戸市灘区六甲台 1-1, 神戸大学自然科学研究科, email: kojima@cs.kobe-u.ac.jp

2 逆解析と不適切問題

Fig. 1 にあるように, 逆問題は探索すべき空間上のパラメータ θ と提示される観測データ y との写像 f を数学的問題

$$f(\theta) = y \tag{1}$$

として記述し, その解 $\theta = f^{-1}(y)$ を求める問題である。探索すべき空間 (パラメータ空間) から, 観測データへの空間の写像 f は, 順問題解析と呼ばれる。工学上の設計問題を考えるとき, 実験装置を組み立てる前にまずは物理的背景を考慮して, 何らかの数学モデルを構築し, その考えの妥当性を調べる。順問題解析で

NII-Electronic Library Service

The Japan Society Applied Electromagnetics and Mechanics

は写像 f の θ から y への連続性，もしくはパラメータ θ が与えられたときに，観測データが一意に存在するかどうかを考察する。Fig. 1 の順問題解析で，写像 f が連続であったとしても，これはただちに逆解の存在性，一意性を保証するものではないことは明らかである。逆問題解析においては，解の存在性，一意性およびデータに関する解 θ の連続性（安定性）の保証がどれかひとつでもとれないとき，これを不適切問題とよび，これを如何なる方策でもって適切な問題に仕上げるかということが，応用数学上重要な研究テーマである。Tikhonov の正則化技法はよく知られた方策であ

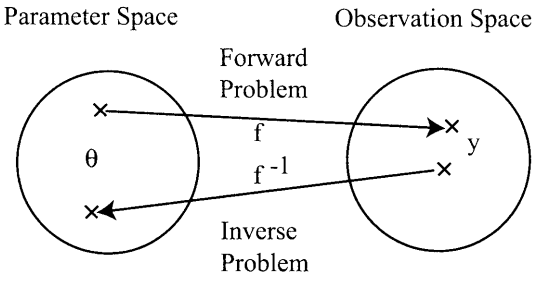


Fig. 1 Forward and inverse problem

り，これに関する各種の議論はいまも続いている。たとえば学術雑誌 [1, 2] でその内容をしることができる。ここでは，まず線形逆問題解析について簡単に説明しよう。たとえば，人工衛星からのリモートセンシングデータを利用した画像処理は線形逆問題により解かれる。いま (1) 式の写像 f が $f = K\theta$ のように記述できるとする。つまり，ここでの逆問題は，観測データ y を得たとき，

$$K\theta = y \tag{2}$$

により，元の信号 θ を同定する問題となる。ここで K は多くの場面において積分作用素，もしくはそれから近似した行列である。物理的には，データの特徴は，復元された画像上の特異性，すなわちエッジ検出などにより有効な情報を入手されるのであるが，多くの場合，その境界がぼやけたり，境界と境界が近接したりして，視認が困難となる場合が多い。これは，数学的には作用素 K がコンパクト性を持ち，データの保持している特異性を平滑化してしまったことに相当する。したがって滑らかなデータから特異性を有する逆解を復元することは，本質的に不適切問題となる。たとえば，2次元空間 Ω 上での磁気イメージの復元では，ビオサバールの法則やアンペールの法則に適当な制約をほどこすことにより，

$$K[\cdot] = \int_\Omega \{(x-x')^2 + (y-y')^2 + d^2\}^{-1/2}(\cdot)dxdy \tag{3}$$

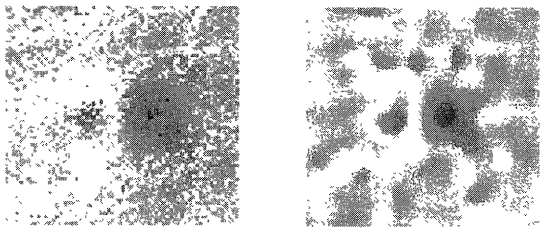
で与えられる場合を考えよう（[4]）。ここでは d は観測点と検査面との距離，いわゆるリフトオフに相当するが，この距離が大きくなるほどデータの特異性が失われる。つまりセンサの解像度が落ちてしまう。したがって，ノイズに埋もれた観測信号から元データに近い復元画像を得るには，何らかの工夫が必要となる。Tikhonov の正則化では，問題 (2) を解くために，

$$J[\theta^*] = \min_\theta \frac{1}{2}\|K\theta - y\|^2_{L^2(\Omega)} + \frac{\alpha}{2}\|\nabla\theta\|^2_{L^2(\Omega)} \tag{4}$$

のような最適化問題として定式化する。上式の右辺第2項が Tikhonov の正則化であるが，これは結局

$$(K^*K - \alpha\nabla^2)\theta = K^*y \quad \text{on } \Omega. \tag{5}$$

を何らかの数値解析を使用して解くことになる。Fig. 2 は雑音に乱された磁気イメージを正則化手法により復元した図の例である。Tikhonov の正則化は結局楕円



(a) Original Image *(b) Recovered Image*

Fig. 2 Recovering image with Tikhonov regularization

型方程式となるが，その役割は拡散項の係数 α に委ねられる。この係数選択については L-Curve による解析はもっともよく使われている。この方法の詳細は文献 [5] にゆずるが，指摘されているおもな問題点を下記にあげてみよう。

- 加法的雑音に関しては，雑音に関する先験情報なしに最適な係数 α を求めることができ，雑音の除去に有効である。しかしながら，このことは，本来の不適切問題の解決にはなっていない。
- (5) 式にあるように，拡散係数の影響は考察する全領域に均等に配置されるので，本来必要な情報もノイズと同じように平滑化されてしまう。

NII-Electronic Library Service

The Japan Society Applied Electromagnetics and Mechanics

上記の第1の問題については，現在も応用数学の分野で活発な議論が展開されている。一方第2の問題について，計算科学・工学応用の分野から，正則化の効果を局所的に配置するいくつかの有効な方法が検討されつつある。たとえば，さきの正則化問題 (5) に，BV 法と呼ばれる非線形項を加える方法や本節の後半で述べる統計学的手法などである。これらの新しい計算的方法については最近 SIAM からだされた成書があるので参照されたい [6]。

3 モデル規範型にもとづく逆解析

システムの特性が数理モデルで記述しやすい問題においては，逆解析の工学応用が比較的容易である。非破壊検査に関連する逆問題は，検査のプロセスの物理的背景が明らかであることから，逆問題の適用事例として，さかんに研究されてきた。検査ではテスト信号 s に対する検査対象からの応答信号 y を検出する。この入出力関係を

$$y(\theta) = f(\theta, s) \tag{6}$$

で記述できたとしよう。ここで θ は検査対象に関する検査パラメータであり，たとえばプラントの配管きずの位置情報，サイジング，もしくは材料に関する何らかの劣化指標をあらわすパラメータである。(6) 式は，検査の方法ごとに物理モデルにもとづいて解析をおこなう。モデル規範型逆問題解析 (Model based inverse problem) とは，モデル (6) 式に対応する検査データ y が与えられたとき，評価パラメータ θ を求める問題である。実験データはモデルの出力にばらつき ϵ が印加されて

$$Y = f(\theta, s) + \epsilon \tag{7}$$

で与えられると仮定すれば，逆問題解析は (7) 式の残差を最小にする，すなわち以下の出力自乗誤差問題として定式化できる。

$$J(\theta^*) = \min_{\theta \in \Theta} \| f(\theta, s) - Y \|^2 \tag{8}$$

この問題の最適解，すなわち逆解の存在性，一意性，安定性については結局，評価パラメータの許容クラスをいかに設定するかに依存する。結論からいうと (6) 式における写像 $\theta \to y$ の連続性が保証されれば，すなわち，順問題解析が数学的に定式化されておれば，(8) 式の解が少なくとも1つは存在することが確かめられている。また観測データの摂動に関する，逆解の安定性については，正則化項を付加し，パラメータから出力に関する写像について制約をつければ，保証される。具体的な条件は結局問題依存となる。応用数学の逆問題研究においては，パラメータの許容クラスをどれだけ広くとれるかについて，システムの構造と関連づけて議論される。一方，工学への応用面からいうと，問題の設定は数学とは逆に，“測る” ことから，問題を構成する。センサの解像度や，測定方法を考慮して，検査過程のモデルをつくる。非破壊検査における計測データは，音，振動，熱，電磁場などの物理量である。非破壊評価に関するパラメータと計測データとの関係づけを数学的におこなうためには，まず欠陥情報とこの情報を計測器が収集するまでの過程のモデル化が必要となる。定量的非破壊評価をおこなうにはまず検査対象の領域とそれに含まれる欠陥の幾何学情報のパラメータ表現をおこなう。つぎにこの欠陥を含む媒体を伝搬していく物理量の特性を数式で記述する。例えば音の伝播は波動方程式であり，熱なら拡散方程式，電磁場ならマクスウエルの方程式などにもとづいて，検査システムのモデリングをおこなう。システムモデルの定義される領域や問題の構造を考慮して，有限要素法や境界要素法などの適切なシミュレーション技法をもちいてモデル構造を決定する。筆者は，これまで，サーマルトモグラフィーによる欠陥復元 [7, 8] 柔軟アームの振動を利用した非破壊評価法 [9]，また渦電流探傷法 [10, 11, 12, 13, 14, 15] や高温超伝導量子干渉素子を用いた非破壊評価 [16, 17, 18, 19, 20] に上記の計算手法の適用を試みてきた。逆解を求めるための最適化問題 (8) は，パラメータ θ に関する非線形問題となるので，何らかの反復法により求解アルゴリズムを考えることになる。従来の一般的な方法としては，パラメータ θ に関する評価関数 $J(\theta)$ の感度を用いて，

$$\theta^{(k+1)} = \theta^{(k)} + \lambda_k d^{(k)}(\nabla J(\theta^{(k)})) \quad k = 0, 1, 2, \cdots$$

のような繰り返し計算を解く方法をとる。しかしながらこの方法は，局所最適解に落ち込むことが多く，推定すべき解の近傍に初期値がないと発見できない。このことから，最近は遺伝的アルゴリズムを代表とする進化計算による最適化手法を用いて，最適解を求める数多くの報告がある（例えば，[21])。この方法では，解の候補 θ を複数作成しその個体群のなかから，生命の進化形態を模倣した新たな個体を遺伝子作用素を用いて次々と世代交代させて，多様な解の候補を生成し，

NII-Electronic Library Service

The Japan Society Applied Electromagnetics and Mechanics

そのなかから適応度の高い，すなわち，(8) 式で記述されるモデル出力と観測データ誤差のより小さい個体を生成していく方法である。この方法では，多目的最適化が容易に行えることから，材料の欠陥検知のような複雑な逆解析においても比較的簡単なアルゴリズムで推定計算できる。いずれにしても，解を求めるためには繰り返し演算がさけられず，その計算の過程で非常に多くの順解析を実行しなければならない。このことから逆解析の高機能化においては，順解析の高精度計算と高速化とがトレードオフとなる。このためさまざまな方法が工夫提案されている [22]。以下においては，ECT プローブコイルを用いた蒸気発生器伝熱管に使われる材料のき裂深さの同定に関する計算手法を例にあげてパラメータ推定による非破壊評価の方法について説明し，モデル規範型逆解析の方法の概要を説明する。詳細はたとえば [13, 15] を参照されたい。渦電流探傷法による非破壊検査では，２次冷却水を流す伝熱管内に磁気プローブを挿入し，プローブコイルを励磁し，発生した渦電流をコイルのインピーダンス変化として検出し，伝熱管内外に発生するき裂の存在の有無を検査する。Fig. 3 は対象とした試験材料とその検査方法の概要をあらわしたものである。試験材料の真上

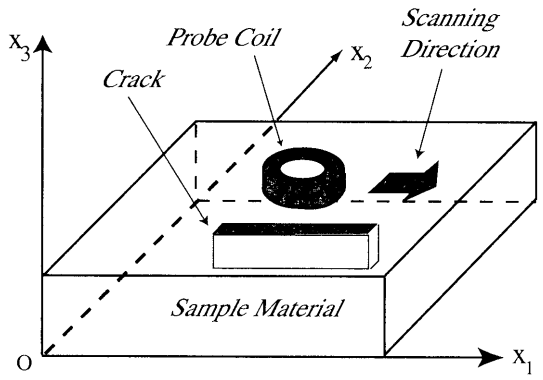


Fig. 3 Overall configuration of eddy current testing

に配置したパンケーキ型コイルを励磁すると試験材料（導体）内に渦電流が発生する。この渦電流による反作用磁場がパンケーキコイルのインピーダンスを変化させる。Fig. 3 では，伝熱管外側に発生するき裂に対して，内側をスキャンしている励磁コイルをき裂欠陥の裏側を長さ方向に移動させて，コイルのインピーダンス変化の軌跡（リサージュ波形）を検査データとして入手している様子を示している。き裂を含む検査材料の形状は，たとえば B スプライン関数を用いて，

$$h(x;\theta) = \sum \theta_i B_i(x)$$

のように，そのフーリエ係数のベクトル $\theta = \{\theta_i\}$ で特徴づける。この検査手続きの数学モデルは，マックスウエルの方程式から磁気ベクトルポテンシャル $\mathbf{A}$ と電気スカラーポテンシャル ϕ によって求めることができる。パンケーキ型コイルに印加する交流の励磁電流密度を $\mathbf{J}_f$ とすると，空気領域における磁気ベクトルポテンシャルは次のポアソン方程式に支配される。

$$-\frac{1}{\mu_0}\nabla^2\mathbf{A} = \mathbf{J}_f \qquad \text{in} \quad R^3 - \bar{V}(\theta). \tag{9}$$

ここで μ_0 は真空中の透磁率を，$V(\theta)$ はクラックがはいった導体の形状をあらわす。導体領域（試験材料）$V(\theta)$ の磁気ベクトルポテンシャルは，導電率を σ として，次の連立方程式で与えられる。

$$\frac{1}{\mu_0}\nabla^2\mathbf{A} = j\omega\sigma(\mathbf{A} + \nabla\Phi) \tag{10}$$

$$\nabla\cdot(\mathbf{A} + \nabla\Phi) = 0 \qquad \text{in} \quad V(\theta). \tag{11}$$

ω は励磁コイルに印加する交流電流の角周波数である。(10 - 11) 式の Φ は電気スカラーポテンシャルの時間微分である。渦電流によるインピーダンス変化

$$y(\theta) = [H]\{\mathbf{A}, \Phi\}(\theta, s) \tag{12}$$

が観測データに対応するモデル出力となる。H はデータ取得に関連する積分作用素である。(12) の s は，この問題では $\{\omega, \mathbf{J}_f\}$ である。写像 $f : \theta \to y$ は，(9-12) 式で記述されている。一連の数学モデルの数値解析手法としては，導体が３次元空間上の閉領域，励磁コイルを含めた空気領域が開領域となっていることを考慮して，導体領域で有限要素法を，空気領域では境界要素法を用いるいわゆる有限要素-境界要素併用法を用いることができる。Fig. 4 は，併用解法による順解析と感度解析アルゴリズムを用いて行った推定結果である [10]。

4 データ生成機構による逆解析

数理モデルでの定式化が困難である複雑システムの逆解析には多くの関心が集められている。本節では，最近注目されているベイズ推論機構と逆解析との関連性について，考察してみよう。ベイズ推定では，まず対

NII-Electronic Library Service

The Japan Society Applied Electromagnetics and Mechanics

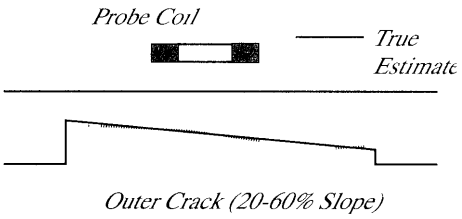


Fig. 4 True and estimated shape

象となるデータそのものではなく，データの統計的分布にもとづき議論が展開される。いま取得されたデータを y，そしてデータ y の発生因子をパラメータ θ で表記しよう。すなわち，データ y から母数 θ を推定することが，ここでいう逆問題である。前節での取り扱いとの本質的な違いは未知パラメータ θ そのものを推定するのではなく，データ y を発生させるメカニズムを構築することにより，未知パラメータに関する統計量により，逆解を求めることになる。ベイズ推定論ではデータ y を取得したとき，未知パラメータに関する情報は事後確率密度

$$p(\theta|y) = \frac{p(y|\theta)p(\theta)}{p(y)} \propto p(y|\theta)p(\theta) \qquad (13)$$

で与えられる。ここで，$p(y|\theta)$ はデータ発生確率密度，$p(\theta)$ は事前確率密度（先験確率密度）と呼ばれる。データ発生確率密度は尤度比関数と呼ばれ，この統計モデルを作成し，事後確率密度を計算する。マルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC) はベイズ推定の事後確率の計算をおこなうためのシミュレーション法である。もともと逆問題では事後分布の未知母数の次元が高くなり，統計モデルの計算は困難であったが，1990 年代にはいって，事後分布をシミュレーションにより求める方法が使われるようになった。シミュレーションに関しては BUGS(Bayeasian Inference Using Gibs Sampler) というプログラムがグラフイカルインターフェースとともに Web 上で公開されている。この方法を理解するための書籍も次第に増えてきている。ここでは「B型肝炎のワクチン効果」に関する有名なケーススタデイについて概略説明しよう [23]。これは，ワクチン投与後の患者の血液に含まれる抗体の濃度の時間経過に関する統計モデルである。医薬効果のモデルは対象が人間であることから，個人差が激しく，またデータのとれるサンプル数も限られ，一般的に困難な逆問題となる。患者 i のワクチン投与後の時間経過 j ステップにおける抗体濃度が Log スケールの 1 次関数

$$\mu_{ij} = \alpha_i + \beta_i(\log t_{ij} - \log c) \qquad (14)$$

で表せるものとする。各患者の実際の試験データはばらつきを考慮して

$$y_{ij} = \mu_{ij} + \epsilon_j \qquad (15)$$

で生成されるものとしよう。これらの仮定にもとづきデータ生成機構に関する統計モデルを構築する。以下はガウス分布による統計モデルの例である。

$$\begin{aligned} y_{ij} &\sim N(\mu_{ij}, \sigma^2) \\ \alpha_i &\sim N(\alpha_0, \sigma_\alpha^2) \\ \beta_i &\sim N(\beta_0 \sigma_\beta^2) \end{aligned}$$

ここで ~ は統計分布の意味で両者が等価であることを示す。以上の分布から，事後確率密度を計算することができる。たとえば，式中の定数 α_i に関する事後確率は

$$p(\alpha_i|\cdot) \propto \exp\left\{-\frac{(\alpha_i - \alpha_0)^2}{2\sigma_\alpha^2}\right\} \times \prod_{j=1}^{n_i} \exp\left\{-\frac{[y_{ij} - \alpha_i - \beta_i(\log t_{ij} - \log c)]^2}{2\sigma^2}\right\}$$

で記述できる。これをまとめると結局 α_i に関する事後確率密度は平均

$$\left\{\frac{\alpha_0}{\sigma_\alpha^2} + \frac{1}{\sigma^2}\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} - \beta_i(\log t_{ij} - \log c)\right\} \Big/ \left(\frac{1}{\sigma_\alpha^2} + \frac{n_i}{\sigma^2}\right)$$

で，分散

$$1\Big/\left(\frac{1}{\sigma_\alpha^2} + \frac{n_i}{\sigma^2}\right)$$

に従うガウス型分布となる。このほか $\beta_i, \alpha_0, \beta_0$ に関しても同じようにガウス分布にまとめることができる。推定値はこれらの事後分布から生成される乱数のシミュレーションにより求めることができる。Metropolis-Hasting アルゴリズムは MCMC によるシミュレーションの方法として知られている [23]。データ生成機構による逆解は確率変数として明示的に定義され，データの発生機構の統計モデルにより，逆問題を確率分布にもとづいて解かれるという点に特徴がある。ここであげられている例のように，数理モデルの構築が困難である逆問題については，今後注目される方法といえる。なお学術雑誌 Inverse Problem に最近，電磁場逆解析への適用事例が報告されている [24]。

NII-Electronic Library Service

The Japan Society Applied Electromagnetics and Mechanics

5 おわりに

本稿では, 逆問題解析の最近 10 年間の流れを包括的に解説することを試みた。逆問題解析は本来 2 節で説明した不適切な線形問題をいかに解くかを考察の対象としてきた。3 節のモデルに基づく逆解析は, さらに, モデルの構造をあらかじめ与えて, データとのフイッテイングにより, 最適なパラメータを求める問題で, 数学では, これを逆問題ではないという研究者もいる。しかしながら, 非破壊評価への応用など, この 10 年間この方面の研究は着実に進展しており, パラメータの制御もこの範疇にはいると筆者は考えている。モデル規範型逆問題は, どちらかというと, 解析で必要となる膨大な計算をいかに節約するかが問題となっている。本稿で最後に述べた統計処理にもとづく逆解析は, 2, 3 節と関連しながらも別の考え方によっている。ここでは, 紙面の関係上, 十分な解説ができなかったが, 人間がシステムの一部として作用する製薬効果の問題や, 社会システムの同定は, 限られた情報からモデルを作ること自体困難な作業である。この方法の本質的な点は推定すべきパラメータを統計学上の母数として, 取り扱いその確率分布（密度）とデータ生成のメカニズムを統計分布でモデル化する。このとき, 取得されるデータを逐次代入することにより得られる事後確率密度を利用して, シミュレーションにより母数のサンプルを発生させ, その分布からパラメータを推定する統計学的方法である。この考え方から, たとえば Tikhonov の正則化を考えると, 実は係数の選び方を含めて, 興味深いつながりがでてくるのであるが, これについては最近の文献 [6] などを参照されたい。

この 10 年間を振り返ると, 小生の独断と偏見もはいるが, 逆問題解析は本来は応用数学・応用物理学の関連分野であり, 工学への応用を考えるとき, 逆解析のアイデアがそのまま直接工学上有効な技術になかなかむすびついてこなかったと感じている。工学では, まず新しい先端的なセンサの開発により, これまでとはちがったデータが提供されると, まずそのモデルをつくりその有効性をさぐる。これは, われわれにとって逆解析のはじまりであるが, 逆解析の実用化をはかるには, 複数のセンサ群による異種, 異次元の情報を複合的に利用し, これらの情報の統融合をはかる, いわゆるセンサリー・ネットワークの結合が, 今後逆解析の工学への実用化に向けてさらに重要になってくると考えている。

参考文献

[1] Inverse Problems, ISSN: 0266-5611, Institute of Physics Publishing, UK, 1985-Present.

[2] Journal of Inverse and Ill-posed Problems, VSP, The Netherlands, 1993-Present.

[3] A. Bamberger, G. Chavent, and P. Lailly, *About the stability of the inverse problem in 1-D wave equations – appliction to the interpretation of seismic profiles*, Applied Mathematics and Optimization, Vol. 5 (1979), pp. 1-47.

[4] Z. Chen, K. Aoto and K. Miya, *NDE of fatigue damage in austenite stainless steel by measuring and inversion of damage-induced magnetic field*, In Electromagnetic Nondestructive Evaluation (VI), *Studies in Applied Electromagnetics and Mechanics*, Vol. 23, pp. 127-134, IOS Press, Amsterdam, 2002.

[5] 小島史男, 上坂 充編著, 電磁現象と逆問題, (1999), 養賢堂.

[6] C. Vogel, *Computational Method for Inverse Problem*, SIAM Frontiers in Applied Mathematics, SIAM, Philaderphia 2003.

[7] H.T. Banks and F. Kojima, *Boundary shape identification problems in two dimensional domains related to thermal testing of materials*, Quart. Appl. Math., Vol. 47 (1989), pp.273-293.

[8] H.T. Banks, F. Kojima, and W.P. Winfree, *Boundary estimation problems arising in thermal tomography* ICASE Report 89-44, NASA Langley Research Center (1989) ; Inverse Problems, Vol. 6 (1990), pp. 121-132.

[9] 小島, 門叫, パラメータ推定による柔軟マニプレータのオンライン非破壊評価の一手法, 日本機械学会論文集（C編）, Vol. 63, No. 605 (1997), pp.135-140.

[10] 小島, 岡本, 大野, 有限要素・境界要素併用法を用いた電磁場逆解析による蒸気発生器細管材料のき裂形状推定に関する計算手法, 日本機械学会論文集（C 編）, Vol. 63, No. 612 (1997), pp. 2650-2656.

[11] 小島, 久保田, 谷口, 簡略化ファジイ推論を用いた原子炉蒸気細管内のき裂深さ推定に関する推定手法, 日本機械学会論文集（C 編）, Vol. 65, No. 637 (1999), pp. 3614-3620.

[12] F. Kojima, N. Kubota and S. Hashimoto: *Identification of crack profiles using genetic programming and fuzzy inference*, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 108 (2001), pp. 263-267.

[13] 小島, 遊佐, 陳, 電磁非破壊評価における逆解析技術, 日本 AEM 学会誌, Vol. 9, No. 1 (2001), pp. 55-65.

[14] F. Kojima, N. Kubota, F. Kobayashi, and T. Takagi, *Shape recovery of natural crack using evolutionary programming related to eddy current testing*, International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, Vol. 15, No. 1-4 (2001/2002) pp. 243-247.

[15] F. Kojima, *Inverse problems related to electro-*

NII-Electronic Library Service

The Japan Society Applied Electromagnetics and Mechanics

magnetic nondestructive evaluation, Research Directions in Distributed Parameter Systems, SIAM series Frontiers in Applied Mathematics, (2003), pp.225-241.

[16] 小島, 長島, 鈴木, 葛西, パラメータ推定による高温超伝導量子干渉素子を用いた定量的非破壊評価法, 日本機械学会論文集（C 編）, Vol. 64, No. 622 (1998), pp. 1957-1962.

[17] 小島, 葛西, 長島, 正則化逆解析法による高温超伝導量子干渉素子を用いた導体欠陥の位置・形状同定, 日本 AEM 学会誌, Vol. 8, No. 1 (2000), pp. 9-15.

[18] H.T. Banks and F. Kojima, *Boundary shape identification in two-dimensional electrostatic problems using SQUIDs*, Journal of Inverse and Ill-posed Problems, Vol. 8, No. 5 (2000), pp. 487-504.

[19] 小島, 河合, 葛西, 廿日出, パラメータ推定による超伝導量子干渉計を用いた定量的非破壊評価計算法（第 2 報, 周波数応答による深さ方向欠陥形状同定）, 日本機械学会論文集（C 編）, Vol. 67, No. 657 (2001), pp. 1373-1378.

[20] H.T. Banks and F. Kojima, *Identification of material damage in two-dimensional domains using the SQUID-based nondestructive evaluation system*, Inverse Problems Vol. 18, No. 6 (2002) pp. 1831-1855.

[21] F. Kojima and N. Kubota, *Electromagnetic inverse analysis using coevolutionary algorithm and its application to crack profiles identification*, Proc. of the 7th International Conference on Soft Computing (MENDEL2001), Brno, CZ, (2001), pp. 75–80.

[22] Z. Chen and K. Miya, *ECT inversion using a knowledge-based forward solver*, Journal of Nondestructive Evaluation, Vol. 17 (1998), pp. 167-175.

[23] W.R. Gilks, S. Richardson, and D.J. Spiegelhalter, *Markov Chain Monte Carlo in Practice*, Chapman & Hall (1995)

[24] J. P Kaipio, V. Kolehmainen, E. Somersalo and M. Vauhkonen, *Statistical inversion and Monte Carlo sampling methods in electrical impedance tomography*, Inverse Problems Vol. 16, No. 6 (2000), pp. 1487-1522.

NII-Electronic Library Service