学術論文

小形誘導電動機の電磁加振力発生要因および低減方法の検討

A Study of the Generation and Reduction of the Electromagnetic Excitation Force for Small Induction Motors

吉桑 義雄*1(正員), 今城 昭彦*1, 米谷 晴之*1, 岡田 順二*1

Yoshio YOSHIKUWA (Mem.), Akihiko IMAGI, Haruyuki KOMETANI, Junji OKADA

The electromagnetic excitation force of small induction motors was examined. Owing to the inevitable manufacturing tolerances in actual motors, the flux distribution is unbalanced and the electromagnetic excitation force is generated in the radial direction. In order to investigate the generation of the electromagnetic excitation force, we developed experimental apparatus which can measure the radial force generated between the rotor and the stator. A feature of the experimental apparatus is to set the amount of eccentricity of the rotor to the stator. We also apply optional voltage waveforms. As a result of the experimental study, it was found that the frequencies of the radial force are affected by the number of rotor slots and the frequency of the power supply, and the levels of the electromagnetic excitation forces are proportional to the eccentricity. We also propose a way of decreasing the unbalanced magnetic pull in mass-production motors by designing a different number of windings which are in a symmetrical position.

Keywords: induction motor, electromagnetic excitation force, power supply distortion, eccentricity, slot, winding

1 緒言

小形誘導電動機は家電製品や産業機器に幅広く用い られているが、快適性向上の観点から低騒音化が強く 要求されている. モータ駆動時の電磁振動が機械系と 共振すると騒音が発生するため, 電磁振動の周波数や モードについて多くの研究がなされてきた[1-4]. しか しながら実際のモータでは、製造誤差による電磁加振 力が原因となって騒音が発生することが多い. 例えば モータの組み立て誤差によりロータとステータが偏心 している場合,空隙磁束密度分布が非対称になるため, 半径方向の電磁加振力が発生する[5.6]. 小形モータで は軸の剛性がステータの剛性より小さいことが多く, 半径方向の加振力が軸の固有値と共振すると騒音が大 きくなる. このような製造誤差の影響を検討するため には、実機の電磁加振力を測定するのが効果的と考え られるが、製造誤差等の条件を模擬した電磁界解析例 [7,8]はあるものの、電磁加振力の実測例はほとんど見 あたらない.

そこで筆者らは、モータの電磁加振力を実測でき、 また偏心量を定量的に設定できる実験装置を開発した. 本論文では家電製品で用いられる小形コンデンサモー タを対象に、偏心によって生じる半径方向の電磁加振 カに注目して検討する.またモータの印加電圧は高調 波成分を含む歪んだ波形となるため,電源の高調波成 分が原因となる加振力について検討する.さらに量産 モータを対象として,製造誤差による磁気的アンバラ ンスを緩和するモータの設計方法を提案する.

2 顕著な電磁力波の周波数とモード

2.1 単相誘導電動機の電磁力波

ステータによるパーミアンス P。は次式で表される.

$$P_s = \sum_{K_{ps}} A_{K_{ps}} \cos(K_{ps} N_s \theta + \phi_{K_{ps}})$$
(1)

ここで、 θ はモータの軸を中心とする周方向の角度を 表す. θ の係数は空間高調波次数であり、機械角の一 周期を基準としている. N_s はステータのスロット数 であり、 K_{ps} はステータパーミアンスの高調波次数を 示す任意の整数、 A_{Kps} は K_{ps} 次成分の最大振幅、また $\phi_{K_{ps}}$ は基準点からの位相である.

ロータによるパーミアンス P, は次式で表される.

$$P_{r} = \sum_{K_{pr}} A_{K_{pr}} \cos\{K_{pr} N_{r} (\theta - \frac{1 - s}{p} \omega t) + \phi_{K_{pr}}\}$$
(2)

ここで、 ω は電源電圧の基本波の角周波数、tは時間 を表す. ωt の係数は時間高調波次数であり、電気角の 一周期を基準としている.N,はロータのスロット数、 sはモータのすべり、pは極対数であり、 K_{pr} はロー タパーミアンスの高調波次数を示す任意の整数、 $A_{K_{pr}}$

連絡先: 吉桑 義雄, 〒661-8661 兵庫県尼崎市塚口本町 8-1-1, 三菱電機株式会社 先端技術総合研究所, e-mail: Yoshikuwa. Yoshio@ab.MitsubishiElectric.co.jp ^{*1}三菱電機株式会社

は
$$K_{pr}$$
次成分の最大振幅,また $\phi_{K_{pr}}$ は位相である.
ステータによる起磁力 F_s は次式で表される.
$$F_s = \sum_{K_{ms}} A_{K_{ms}} \cos\{(4K_{ms} \pm 1)p\theta - (\pm 1)\omega t + \phi_{K_{ms}}\}$$
(3)

単相誘導機では正相成分と逆相成分があるため、符号 は複号任意である.ここで、 K_{ms} はステータ起磁力の 高調波次数を示すための任意の整数、 $A_{K_{ms}}$ は最大振幅、 $\phi_{K_{ms}}$ は位相である.

ロータによる起磁力は、空隙部の磁束によってロー タの導体部分に電流が誘導されて発生する.ロータの 電流は空隙磁束密度をロータの座標系に変換すること で求められる[3]が、小形モータの電磁振動を扱う場合 にはロータの電流を再度ステータの座標系に変換する ため、空隙磁束密度の周波数は基本的に同じである.

ステータによる起磁力 F_s ,ステータによるパーミア ンス P_s ,ロータによるパーミアンス P_r を考慮すると, 空隙磁束密度 b_s は近似的に次のように表される[4].

$$b_{g} \propto F_{s} P_{s} P_{r}$$

$$\propto \sum_{K_{ms}} \sum_{K_{ps}} \sum_{K_{pr}} A_{K_{ms}} A_{K_{ps}} A_{K_{pr}}$$

$$\times \cos[(K_{ps}N_{s} + K_{pr}N_{r} + 4K_{ms}p \pm p)\theta - \{\frac{K_{pr}N_{r}(1-s)}{p} \pm 1\}\omega t + \phi_{b}] \qquad (4)$$

ここで、符号は複号任意であり、 ϕ_b は位相である.

電磁力波は空隙磁束密度bgの2乗に比例する.顕著 な電磁力波fは,空隙磁束密度の基本成分の2乗ある いは基本成分と高次成分の乗算で導かれる成分となり, 次のように表される.

$$f \propto \sum_{K_{ms}} \sum_{K_{ps}} \sum_{K_{pr}} A_{K_{ms}} A_{K_{ps}} A_{K_{pr}}$$
$$\times \cos[(K_{ps}N_s + K_{pr}N_r + 4K_{ms}p + X)\theta \qquad (5)$$
$$-\{\frac{K_{pr}N_r(1-s)}{p} + Y\}\omega t + \phi_f]$$

ただし, X = (2p, -2p, 0), Y = (2, -2, 0) であり, 組み 合わせは任意である. また ϕ_f は位相である.

2.2 電源高調波の影響

電源の基本周波数に高調波成分が重畳した場合を検 討する.基本周波数のN次成分が重畳した場合のステ ータによる起磁力F_sは次のように表される.

$$F_{s} = \sum_{K_{ms}} A_{K_{ms}} [\cos\{(4K_{ms} \pm 1) p \theta - (\pm 1) \omega t + \phi_{K_{ms}}\} + \alpha_{n} \cos\{(4K_{ms} \pm 1) p \theta - (\pm N) \omega t + \phi_{\alpha_{n}}\}]$$
(6)

ここで、 α_n は基本周波数の振幅に対する N 次成分の

振幅の割合であり、 ϕ_{α_n} は位相である.

空隙磁束密度 b_g について、電源周波数の N 次成分が影響する磁束密度 b_{gn} を求めると、次のようになる.

$$b_{gn} \propto \sum_{K_{ms}} \sum_{K_{ps}} \sum_{K_{pr}} \alpha_n A_{K_{ms}} A_{K_{ps}} A_{K_{pr}}$$
$$\times \cos[(K_{ps}N_s + K_{pr}N_r + 4K_{ms}p \pm p)\theta \qquad (7)$$
$$-\{\frac{K_{pr}N_r(1-s)}{p} \pm N\}\omega t + \phi_{bn}]$$

ここで、符号は複号任意であり、 \$m は位相である.

顕著な電磁力波 f について、電源周波数のN 次成分 が影響する電磁力波 f,を求めると、次のようになる.

$$f_{n} \propto \sum_{K_{ms}} \sum_{K_{ps}} \sum_{K_{pr}} \alpha_{n} A_{K_{ms}} A_{K_{ps}} A_{K_{pr}}$$
$$\times \cos[(K_{ps}N_{s} + K_{pr}N_{r} + 4K_{ms}p + X_{n})\theta \qquad (8)$$
$$-\{\frac{K_{pr}N_{r}(1-s)}{p} + Y_{n}\}\omega t + \phi_{fn}\}$$

ただし, $X_n = (2p, -2p, 0)$, $Y_n = (N+1, N-1, -N+1, -N-1)$ であり, 組み合わせは任意である.また ϕ_f , は 位相である.このように,電源に基本周波数のN次成 分が重畳した場合には, N±1 次の周波数の電磁力波が 発生する.また電磁力波の大きさは,電源のN次成分 の割合に比例する.

2.3 偏心の影響

製造誤差や組立精度によりロータとステータが偏心 した場合を検討する.本論文では、ロータの回転軸と ステータの中心軸が異なる静的偏心状態について示す.

偏心したロータとステータおよび巻線電流による磁 束を Fig.1 に示す.ステータの中心を O_1 ,ロータの中 心を O_2 ,偏心量を e とする.偏心方向から角度 θ の 位置の巻線電流による磁束 Φ_{θ} の磁路が空隙部分と交 わる位置を角度 θ_1, θ_2 とし,次のように表す.

$$\theta_1 = \theta - \pi/(2p) \tag{9}$$

$$\theta_2 = \theta + \pi/(2p) \tag{10}$$

偏心方向から角度θの位置の空隙長g_θは近似的に 次式で表せる.

$$g_{\theta} = g_0 - e \cdot \cos \theta \tag{11}$$

ここで、 g_0 は偏心がない場合の空隙長である.また、 Fig.1 の磁路における空隙長の和は次のようになる.

$$g_{\theta 1} + g_{\theta 2} = 2g_0[1 - e_r \cdot \cos\theta \cdot \cos\{\pi/(2p)\}]$$
 (12)
ここで, e_r は偏心率であり, $e_r = e/g_0$ である.

巻線電流による磁束の磁気抵抗として空隙部分のみ を考慮し、また漏れ磁束等の影響を無視すると、偏心 方向から角度 θ の位置の巻線電流による磁束 Φ_{θ} は近

103





Fig.1 Eccentric rotor and stator and magnetic flux



似的に次のように表される.

$$\Phi_{\theta} = \mu N i S / (g_{\theta 1} + g_{\theta 2})$$
(13)

ここで、Nは巻線数、iは巻線電流、Sは磁束が通る 部分の断面積、 μ は空気の透磁率である.このように 偏心がある場合の磁束は θ によって変わるため、磁束 分布は不均一になる.なお、偏心がない場合の磁束 Φ は次式のようになり、磁束分布は均一である.

$$\Phi = \mu N i S / (2g_0) \tag{14}$$

ロータとステータが偏心している場合,空隙部のパーミアンス P_e は次のように表される.

$$P_{e} = P_{e0} + \sum_{K_{e}} A_{K_{e}} \cos(K_{e} \theta + \phi_{K_{e}})$$
(15)

ただし, $P_{e0} = \mu S/(g_0 \sqrt{1-e_r^2})$ である.ここで, K_e は 静的偏心によるパーミアンスの高調波次数を示す任意 の整数, A_{K_e} は K_e 次成分の最大振幅, ϕ_{K_e} は位相であ る.式(15)の第2項は静的偏心によるパーミアンス変 動を表し,その1次成分の振幅 A_{Kel} は次のようになる.

$$A_{Ke1} = \frac{2\mu S}{g_0 \sqrt{1 - e_r^2}} \cdot \frac{1 - \sqrt{1 - e_r^2}}{e_r} = \frac{2\mu S}{g_0} \cdot f(e_r) \quad (16)$$

このように, 偏心によるパーミアンス変動は偏心率 e_r の関数になる.式(16)の $f(e_r)$ と偏心率 e_r の関係を求

めると, Fig.2 のようになる. したがって偏心率が 0.4 以下であれば, パーミアンスの1次成分の振幅 A_{Kel} は 偏心率 e_r にほぼ比例するといえる.

空隙磁束密度bgは次のように表される.

$$b_{g} \propto F_{s} P_{s} P_{r} P_{e}$$

$$\propto \sum_{K_{ms}} \sum_{K_{ps}} \sum_{K_{pr}} \sum_{K_{e}} A_{K_{ms}} A_{K_{ps}} A_{K_{pr}} A_{K_{e}}$$

$$\times \cos[(K_{ps}N_{s} + K_{pr}N_{r} + 4K_{ms}p + K_{e} \pm p)\theta^{-1}(17) - \{\frac{K_{pr}N_{r}(1-s)}{p} \pm 1\}\omega t + \phi_{be}]$$
(17)

ここで, φ_{be} は位相である. 顕著な電磁力波 *f* は次のように表される.

$$f \propto \sum_{K_{ms}} \sum_{K_{ps}} \sum_{K_{pr}} \sum_{K_e} A_{K_{ms}} A_{K_{ps}} A_{K_{pr}} A_{K_e}$$
$$\times \cos[(K_{ps}N_s + K_{pr}N_r + 4K_{ms}p + K_e + X)\theta \quad (18)$$
$$-\{\frac{K_{pr}N_r(1-s)}{p} + Y\}\omega t + \phi_{fe}]$$

ただし、X = (2p, -2p, 0), Y = (2, -2, 0) であり、組み 合わせは任意である. また ϕ_{fe} は位相である. このよ うにロータとステータが偏心した場合には、電磁力波 の空間次数が変わる. また電磁力波の大きさは、偏心 率にほぼ比例する.

3 実験装置およびモータ仕様

3.1 実験装置

開発した実験装置の構成を Fig.3 に示す.本装置の 特徴は、ロータにはたらく半径方向の電磁加振力を測 定できること、ロータとステータの偏心量を設定でき ること、また任意の電圧波形を印加できることである.

ロータ・シャフトは軸受で支持しており,高剛性の カセンサを介してベースに設置する.このカセンサは PCB 社製の圧電型ロードセルであり,力の検出方向が モータ軸を中心とした半径方向となるように配置して, ロータにはたらく加振力の半径方向成分のみを検出す る.ステータはベースに固定した一軸テーブル上に設 置している.この一軸テーブルの位置は10µm単位で 設定でき,ステータの位置を変えることで偏心状態を 精度よく実現する.モータ軸にはカップリングを介し てトルク計を設置し,さらに負荷や回転数が設定でき るサーボモータを接続している.なお,一軸テーブル やその他固定治具の剛性は,モータ軸の剛性と比べて 十分大きくなるように設計している.供試モータはコ ンデンサモータであり,パソコンで作成した電圧波形 を交流電源に入力して主巻線および補助巻線に印加す



日本AEM学会誌 Vol.14, No.1 (2006)

Table 1Specifications of the motor

Rated voltage	100 V
Rated frequency	60 Hz
Rated output	50 W
Rated speed	580 r/min
Number of poles	4
Number of rotor slots	34
Number of stator slots	24
Capacity	12 μ F

Table 2 Specifications of the power supply distortion

Frequendy	Rate of gain	Phase
1f (60Hz)	100 %	0°
3f (180Hz)	1 %	314°
5f (300Hz)	5 %	198°
7f (420Hz)	1 %	327°

と巻線Dは偏心方向とほぼ直角の位置にあるため偏心 の影響は小さいが,巻線Cの方が空隙長が小さいとい える.このようにモータ駆動時の巻線端子電圧を測定 することにより,モータの組込状態が推定できる.

3.2 モータ仕様

供試モータの仕様を Table 1 に示す. 定格回転数で発 生する電磁力波の周波数を式(5)から求めると, 120Hz, 209Hz, 329Hz, 449Hz, 537Hz, 657Hz, 777Hz などとなる.

住宅等の立地条件によっては商用電源の歪みが大き いため、印加電圧波形として正弦波に高調波成分を重 畳した波形を検討する. 歪みが比較的大きい場所での 実測結果を参考にして Table 2 の実験条件を設定した. 表のfは電圧の定格周波数 60Hz を示し,その5次成分 の高調波 5f が最も多く重畳した波形としている.

4 電磁加振力の実測結果

モータに正弦波状の電圧を印加して、定格回転数で 駆動した. ロータとステータが偏心した状態で測定し た主巻線電流と半径方向加振力の時間波形を Fig.5 に 示す. 電源周波数の 60Hz に対して、加振力は 120Hz が発生することがわかる. これは式(5)と対応している.

次に半径方向加振力の周波数特性を Fig.6 に示す. Fig.6(a)は偏心が小さい場合であり, Fig.6(b)は偏心率が約 30%の場合である. 偏心が大きくなると電源周波数の2倍の120Hz 成分が極めて大きくなる. またスロット数に対応した溝高調波成分の209Hz, 329Hz, 449Hz, 537Hz, 777Hz も大きくなることがわかる.

モータに Table 2 の高調波成分を含む電圧を印加し て、定格回転数で駆動した. ロータとステータが偏心 した状態で測定した主巻線電流と半径方向加振力の時 間波形を Fig.7 に示す. 加振力は電源周波数の 2 倍の

Fig.3 Configuration of the experimental apparatus



る. またカセンサの出力をアンプで増幅し, FFT アナ ライザに入力している.

モータ組み込み時には、ロータとステータの同軸度 や平行度を小さくする必要がある.実験装置では以下 のように機械的な方法と電気的な方法によって組込状 態を推定し、偏心が微小な状態に設定している.

機械的な方法とは,設置した一軸テーブルの可動範 囲を参考にする方法である.組込状態が悪い場合には 可動範囲が小さくなるため,一軸テーブルの可動範囲 が設計通りとなるように組み込み,可動範囲の中央を 偏心がない状態とする.

電気的な方法とは、モータ駆動時に発生する誘導起 電力を利用する方法である.各巻線の鎖交磁束数は、 空隙長の影響を受ける.したがって、モータ駆動時の 各巻線の電流や端子電圧を測定すれば、モータ組込状 態が推定できると考えられる.偏心状態を変えながら、 モータ駆動時の巻線端子電圧を測定した例を Fig.4 に 示す.巻線A,B,C,Dは90°間隔に配置した4個の主巻 線であり、直列に接続している.巻線Aは正の偏心方 向にあり、巻線Bは負の偏心方向にあり、これらの端 子電圧は偏心率にほぼ比例して変化している.巻線C 日本AEM学会誌 Vol.14, No.1 (2006)



Fig.5 The waveform when applying the sine wave voltage



when applying the sine wave voltage

120Hz 成分が発生し、さらに高調波成分が重畳していることがわかる.これは電源に含まれる高調波成分の影響と考えられる.

次に偏心率が約30%の状態で測定した半径方向加振 力の周波数特性をFig.8 に示す.正弦波状の電圧を印加 したFig.6(b)と比較すると,Fig.8 ではさらに240Hz,360Hz, 480Hzの周波数成分が増大していることがわかる.

印加電圧に含まれる高調波成分と加振力の関係について検討する.電圧の基本周波数に5次成分が重畳した電圧を印加し,半径方向加振力の4次,5次,6次成分を測定した.偏心率が約20%の状態で測定した加振力と電圧の高調波成分の関係をFig.9に示す.印加電圧の5次成分の割合が大きくなると,加振力の4次成分および6次成分がほぼ比例して増大しているが,加



Fig.7 The waveform when applying distorted voltage



Fig.8 Frequency characteristics of the radial force when applying distorted voltage



振力の5次成分は発生していない.このように印加電 圧に高調波成分が含まれる場合には、高調波成分の次 数から1次ずれた次数成分の加振力が発生する.また 加振力の大きさは高調波成分の割合に比例する.これ らの関係は式(8)と対応している.

実験装置を用いて偏心状態を設定し, Table 2 に示す 高調波成分を含む電圧を印加して定格回転数で駆動し た.電源の高調波成分である 240Hz, 360Hz, また溝高 調波である 537Hz,777Hz について, 半径方向加振力と 偏心の関係を Fig.10 に示す.電源の高調波成分および 溝高調波成分ともに,加振力は偏心率にほぼ比例して 大きくなることがわかる.これは式(18)と対応している.

5 電磁加振力低減方法の検討

モータ駆動時の電磁加振力を低減するためには偏心 を小さくすればよいが、量産モータで偏心を完全にな くすのは困難である.しかし、同じ製造ラインで量産 されるモータの偏心状態は、同じ傾向になると考えら れる.そこで、量産モータの機械的な偏心状態を把握 した上で、磁束分布が均一になる起磁力分布とするこ とで、電磁加振力の低減をはかる.

偏心したモータの磁束の式(13)において、巻線数を θ の関数として N_{θ} と表す.磁束 Φ_{θ} が偏心がない場合 の磁束 Φ と等しいとすると、 $\Phi = \Phi_{\theta}$ をみたす巻線数 N_{θ} は次のようになる.

 $N_{\theta} = N \cdot [1 - e_r \cdot \cos \theta \cdot \cos \{\pi/(2p)\}]$ (19) ここで、 N_{θ} は偏心方向から角度 θ の位置の巻線数であり、Nは偏心がないとして設計した巻線数である.

量産モータで15%程度偏心した場合を想定し,巻線 数を設計した.偏心がない場合の巻線数に対する本方 式による巻線数の比 N₀/N を式(19)から求め, Fig.11 に示す.図の横軸は偏心方向を基準とした巻線の位置 であり,偏心側では巻線数が少なく,反偏心側では巻 線数が多くなっている.なお,巻線は異なる2つのス ロットにわたって巻かれるため,試作モータでは各ス ロット位置で計算した巻線数の平均をとることにした.

試作モータを実験装置に組み込み,定格回転数で駆動した.半径方向加振力と偏心の関係をFig.12に示す. 偏心率が約15%の状態で加振力が最小になっている. このように,機械的な偏心量を考慮して巻線数を調整することにより,半径方向加振力を低減できる.

6 結言

小形誘導電動機の電磁加振力に関し、開発した実験 装置を用いて検討した結果、以下の事項がわかった. (1) 半径方向の電磁加振力には電源周波数成分と溝高 調波成分があり、いずれも偏心率にほぼ比例する.

(2) 電源高調波による加振力の周波数は、電源高調波 の次数±1 次であり、加振力の大きさは高調波成分の 大きさに比例する.

(3) 偏心がないモータは製造困難であるが,偏心状態を把握して巻線数を設計することにより,量産モータの偏心状態で電磁加振力を最小にすることができる.

(2005 年 4 月 25 日受付, 2005 年 9 月 17 日再受付) 参考文献

 坪井和男、廣塚功、石橋文徳、かご形誘導電動機の負荷時における電磁振動の発生原因と特徴、電気学会論文誌 D, Vol.117, No.1, pp.73-80, 1997.



Fig.10 Relationship between the radial force and eccentricity





- [2] 廣塚功, 坪井和男, コンデンサ誘導電動機の負荷時電磁 振動の発生原因と特徴, 電気学会論文誌 D, Vol.124, No.4, pp.405-412, 2004.
- [3] 石橋文徳,小林和夫,小形かご形誘導電動機の高調波磁 束の実験的検討,電気学会論文誌 D, Vol.110, No.8, pp.891-898, 1990.
- [4] S.J.Yang, Low-noise electrical motors, Oxford University Press, 1981.
- [5] A.J.Ellison and S.J.Yang, Effects of rotor eccentricity on acoustic noise from induction machines, Proceedings of IEE, Vol.118, No.1, pp.174-184, 1971.
- [6] D.G.Dorrel and A.C.Smith, Calculation of U.M.P. in Induction Motors with Series or Parallel Winding Connections, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol.9-2, pp.304-310, 1994.
- [7] 江部克佳,原田和郎,石原好之,戸高敏之,回転子偏心 を考慮した回転機のトルク解析,電気学会論文誌 B, Vol.118, No.10, pp.1085-1090, 1998.
- [8] 河瀬順洋,三村寛世,井田一男,埋込磁石構造回転機の 偏芯が電磁力に及ぼす影響の三次元解析,電気学会回転 機研究会資料,RM99-79,pp.69-74,1999.