

学術論文

コイルの導体径に依存する渦電流形変位センサの直線範囲

Linearity Range of Eddy-Current Displacement sensor Due to Diameter of Conductor of Coil

水野 勉^{*1} (正員), 志村 祐介^{*1}, 出口 見多^{*1}, 北村 善紀^{*1}, 清水 悠介^{*1}, 品川 宏樹^{*1}, 榎木 茂実^{*2}Tsutomu MIZUNO (Mem.), Yusuke SHIMURA, Kenta DEGUCHI, Yoshinori KITAMURA, Yusuke SHIMIZU
Hiroki SHINAGAWA, Shigemi ENOKI

The extension of the linearity range of eddy-current displacement sensors is demanded. However, the relationship between the diameter of conductor of the coils and the linearity range has not been clarified. In this paper, the relationship between the diameter of conductor of the coils and the linearity range is clarified from both the measurement and the theory. As a result, the calculation errors of the linearity range of sensor in the diameter of conductor range from 50 μm to 100 μm are within 4.3 %. The linearity range of sensors, with diameter of 90 μm and 60 μm are 2.1 mm and 2.3 mm, respectively. Thus, linearity range is extending by 0.2 mm.

Keywords: eddy-current displacement sensor, linearity range, diameter of conductor, AC resistance, inductance, quality factor

1 緒言

渦電流形変位センサ (Eddy-current displacement sensor: 以下, EC 変位センサ) は耐環境性に優れており, 高速回転体の振動測定などの多方面の産業分野で使用されている[1]。

EC 変位センサの重要な特性の一つに直線範囲があり, 直線範囲の拡大が望まれている。直線範囲を求める理論計算が確立していないために, 従来はコイルを試作して設計条件を変更しながら特性を改善してきた。

そこで, 本論文では直線範囲の理論式の導出を目的として, コイルの断面積一定の条件下で, コイルの導体径(巻数)と直線範囲との関係を検討する。すなわち, 導体径を変化させたときの EC 変位センサの Q 値-変位特性および直線範囲の実測値と理論値との比較を行い, 理論計算の妥当性を明らかにする。本論文では, 以下の事項について述べる。

- 1) 交流抵抗, インダクタンスおよび Q 値の理論計算
- 2) 直線範囲の実測値と計算値との比較

2 渦電流形変位センサの構成と直線範囲

Fig. 1 に EC 変位センサの構成と変位検出原理を示した。同システムは測定対象とコイル(抵抗 R , インダ

クタンス L) および並列共振用コンデンサ C_p とコイルに流れる電流を制限するための分圧用コンデンサ C_s で構成されている。発振器からは励振電圧 V (励振周波数 f : 並列共振となる周波数) が印加されている。測定対象は回転機のシャフトに多用されているクロムモリ

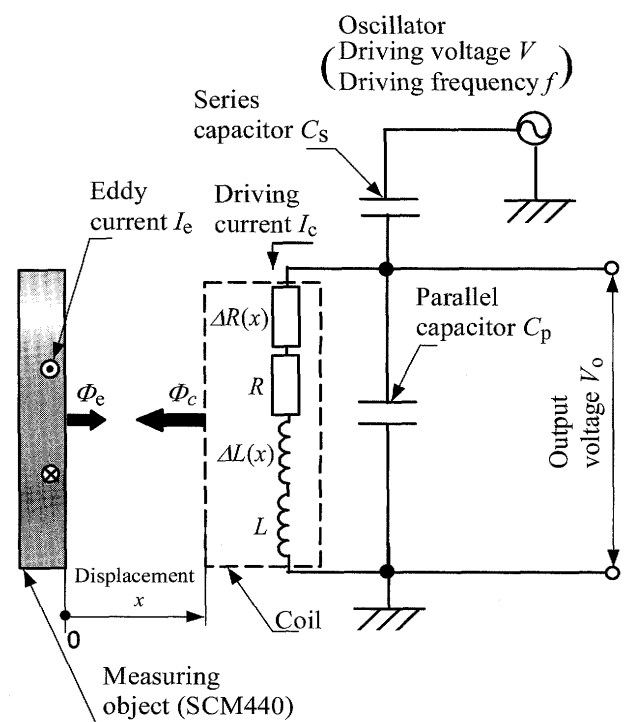


Fig. 1 System configuration and detection principle of EC displacement sensor.

連絡先: 水野 勉, 〒380-8553 長野県長野市若里 4-7-1,
信州大学工学部電気電子工学科,
e-mail: mizunot@gipwc.shinshu-u.ac.jp

^{*1} 信州大学 ^{*2} 新川センサテクノロジー(株)

ブデン鋼(SCM440)とした。測定対象は、焼きなまし(ANL)の熱処理が施されており、650℃まで加熱したあとに冷却処理(焼きなまし)を施している[2]。

同図中に示したようにコイルに励振電流 I_e を流すと磁束 Φ_e が発生する。 Φ_e が測定対象に作用すると電磁誘導の法則により測定対象に渦電流 I_e が流れて磁束 Φ_e が生ずる。測定対象に生ずる渦電流損がコイルに生ずる抵抗増加分 $\Delta R(x)$ を生じさせる。また、測定対象に作用する磁束量が変位 x に応じて変化するために、インダクタンスの変化 $\Delta L(x)$ が生ずる。コイルのインピーダンスを並列共振回路によって出力電圧に変換しており、出力電圧 V_o は次式で表される[3]。

$$V_o = \sqrt{\frac{1+Q^2(x)}{k^2+Q^2(x)}} V$$

$$\doteq \frac{Q(x)}{k} V \quad (\text{V}) \quad (1)$$

$$k = 1 + \frac{C_p}{C_s} \quad (2)$$

ここに、 $Q(x)$: 変位 x に依存する Q 値、 V : 印加電圧(V)、 C_p : 共振用コンデンサ容量(F)、 C_s : 分圧用コンデンサ容量(F)

上式は、出力電圧 V_o がコイルの $Q(x)$ 値とコンデンサ容量 C_p および C_s だけで表現されることを示している。式(1)に示したように、出力電圧 V_o は $Q(x)$ に比例するために、本論文では $Q(x)$ 値について検討する。

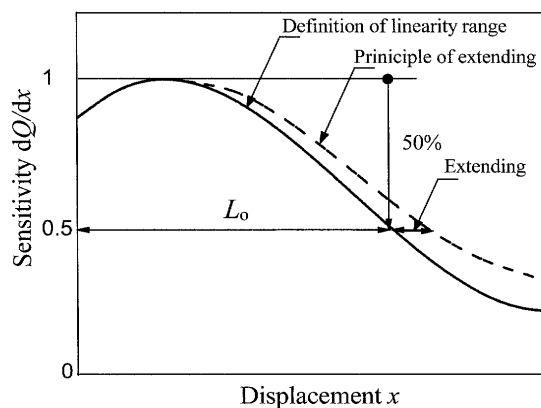


Fig. 2 Definition of linearity range and principle of extension.

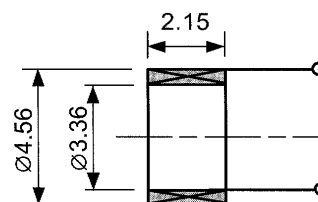
Fig. 2 に直線範囲の定義と拡大の原理を示した。同図は dQ/dx の最大値を1として規格化してある。同図に示したように直線範囲は変位 x に対する Q 値の変化量 dQ/dx の最大値の50%となる変位を直線範囲 L_o と定義する。 L_o を拡大するためには、破線で示した特性となればよい。したがって、 dQ/dx の積分が Q 値であるから、 L_o を拡大するためには Q 値を向上させる必要がある。コイルの $Q(x)$ 値は次式で表される。

$$Q(x) = \frac{\omega(L + \Delta L(x))}{R_{dc} + R_s + R_p + \Delta R(x)} \quad (3)$$

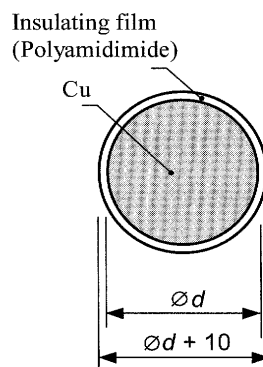
ここに、 ω : 角周波数(rad/s)、 L : インダクタンス(H)、 $\Delta L(x)$: 変位に依存するインダクタンスの変化(H)、 R_{dc} : 直流抵抗(Ω)、 R_s : 表皮効果に起因する抵抗(Ω)、 R_p : 近接効果に起因する抵抗(Ω)、 $\Delta R(x)$: 変位に依存する抵抗の変化(Ω)

変位 $x \rightarrow \infty$ のときに、 $\Delta L(x) \rightarrow 0$, $\Delta R(x) \rightarrow 0$ となり、上式からコイルの Q 値は R_{dc} , R_s , R_p および L だけで構成される。 L はコイルの巻数 N の2乗に比例して、 $R_{dc} + R_s + R_p$ は巻数 N に比例する。したがって、 L_o の拡大、すなわち Q 値の向上のためには、 N を増加させればよいことを示唆している[4]。

Fig. 3 にコイルと導線の構造を示した。同図(a)に示したようにコイルの外径 $\phi 4.56$ mm、内径 $\phi 3.36$ mm、



(a) Coil (unit: mm).



(b) Conductor (unit: μm , $d = 50, 60, 70, 90, 100 \mu\text{m}$).

Fig. 3 Structures of coil and conductor.

軸方向の長さ 2.15 mm の断面積が一定の条件下で巻数を変化させた。同図(b)に示したように導線の導体径 d を変化させて検討した。 $d = 50 - 100 \mu\text{m}$ の範囲(50, 60, 70, 90, 100 μm)で検討しており、導体径 $d = 60 \mu\text{m}$ と 90 μm のコイルを試作した。導体径 $d = 50, 60, 70, 90, 100 \mu\text{m}$ のときの巻数は、それぞれ $N = 275, 204, 158, 111, 81$ 回であった。

3 抵抗, インダクタンスおよび Q 値の理論計算

Fig. 1 中に示した抵抗の変化 $\Delta R(x)$, インダクタンスの変化 $\Delta L(x)$, インダクタンス L は、次式に示した Dodd の理論[5]を用いて求めており、それぞれ次式で表される。

$$\Delta R(x) = \frac{\pi \omega \mu_0 N^2}{l_a^2 (r_o - r_i)^2} \int_0^\infty \frac{I^2(r_o, r_i)}{\alpha^6} \left[\exp(-2x\alpha) \times \left\{ \exp(-l_a \alpha) - 1 \right\}^2 \frac{2\mu_r \alpha_2 \alpha}{(\mu_r \alpha + \alpha_1)^2 + \alpha_2^2} \right] d\alpha \quad (\Omega) \quad (4)$$

$$\Delta L(x) = \frac{\pi \mu_0 N^2}{l_a^2 (r_o - r_i)^2} \int_0^\infty \frac{I^2(r_o, r_i)}{\alpha^6} \times \left[\exp(-2x\alpha) \left\{ \exp(-l_a \alpha) - 1 \right\}^2 \frac{\mu_r^2 \alpha^2 - \alpha_1^2 - \alpha_2^2}{(\mu_r \alpha + \alpha_1)^2 + \alpha_2^2} \right] d\alpha \quad (\text{H}) \quad (5)$$

$$L = \frac{2\pi \mu_0 N^2}{l_a^2 (r_o - r_i)^2} \int_0^\infty \frac{I^2(r_o, r_i)}{\alpha^6} \{l_a \alpha + \exp(-l_a \alpha) - 1\} d\alpha \quad (\text{H}) \quad (6)$$

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{\alpha^2 + \sqrt{\alpha^4 + (\omega \mu_r \mu_0 / \rho)^2}}{2}} \quad (\text{m}^{-1}) \quad (7)$$

$$\alpha_2 = \sqrt{\frac{-\alpha^2 + \sqrt{\alpha^4 + (\omega \mu_r \mu_0 / \rho)^2}}{2}} \quad (\text{m}^{-1}) \quad (8)$$

$$I(r_o, r_i) \equiv \int_{r_i}^{r_o} \beta J_1(\beta) d\beta \quad (9)$$

ここに、 μ_0 : 真空の透磁率($= 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$), N : コイルの巻数(回), l_a : コイルの軸方向長さ(m), r_o : コイルの外半径(m), r_i : コイルの内半径(m), α : 積分変数(m^{-1}), J_1 : 第1種1次ベッセル関数, μ_r : 測定対象の比透磁率, β : 積分変数, ρ : 測定対象の抵抗率(Ωm)

また、コイルの抵抗 R は Maxwell の方程式を用い

て求めた理論式[6][7]を用いる。交流抵抗 R は、直流抵抗 R_{dc} , 表皮効果に起因する抵抗 R_s , 近接効果に起因する抵抗 R_p の和で表され、それぞれ以下のようなになる。

$$R = R_{dc} + R_s + R_p \quad (\Omega) \quad (10)$$

$$R_{dc} = \frac{\rho_l l}{\pi r_1^2} \quad (\Omega) \quad (11)$$

$$R_s = \text{Re} \left[j^{3/2} \frac{\omega \mu_1 J_0(j^{3/2} k_1 r_1)}{2\pi k_1 r_1 J_1(j^{3/2} k_1 r_1)} \right] l - R_{dc} \quad (\Omega) \quad (12)$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{\omega \mu_1}{\rho_1}} \quad (\text{m}^{-1}) \quad (13)$$

$$R_p = \frac{1}{I_c^2} \sum_{n=1}^N P_e(H_n) \cdot 2\pi r_n \quad (\Omega) \quad (14)$$

$$P_e = -\frac{\pi \rho_1 k_1^3 r_1 C_e C_e^*}{j} \times \left\{ j^{3/2} J_1(j^{-3/2} k_1 r_1) J_2(j^{3/2} k_1 r_1) - j^{-3/2} J_1(j^{3/2} k_1 r_1) J_2(j^{-3/2} k_1 r_1) \right\} \quad (\text{W/m}) \quad (15)$$

$$C_e = \frac{4\mu_0 H_n r_1}{j^{3/2} \mu_0 k_1 r_1 \{J_0(j^{3/2} k_1 r_1) - J_2(j^{3/2} k_1 r_1)\} + 2\mu_1 J_1(j^{3/2} k_1 r_1)} \quad (\text{A}) \quad (16)$$

$$H_n = \sqrt{H_{rn}^2 + H_{zn}^2} \quad (\text{A/m}) \quad (17)$$

$$H_{rn} = \sum_{m=1, m \neq n}^N \frac{I_c}{2\pi} \frac{z_n - z_m}{r_n \sqrt{(r_n + r_m)^2 + (z_n - z_m)^2}} \times \left\{ -K(k_c) + \frac{r_n^2 + r_m^2 + (z_n - z_m)^2}{(r_n + r_m)^2 + (z_n - z_m)^2} \cdot E(k_c) \right\} \quad (\text{A/m}) \quad (18)$$

$$H_{zn} = \sum_{m=1, m \neq n}^N \frac{I_c}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(r_n + r_m)^2 + (z_n - z_m)^2}} \times \left\{ K(k_c) - \frac{r_n^2 - r_m^2 + (z_n - z_m)^2}{(r_n + r_m)^2 + (z_n - z_m)^2} \cdot E(k_c) \right\} \quad (\text{A/m}) \quad (19)$$

$$k_c = \sqrt{\frac{4r_n r_m}{(r_n + r_m)^2 + (z_n - z_m)^2}} \quad (20)$$

ここに、 ρ_1 : Cu の抵抗率(Ωm), l : 導線の長さ(m), r_1 : 導線の半径($= d/2$, d : 導体径, m), μ_1 : Cu の透磁率, J_0 : 第1種0次ベッセル関

数, I_c : 励振電流(A), $P_e(H_n)$: 磁界の強さ H_n が作用したときに導線に生ずる単位長さあたりの渦電流損(W/m), r_n, z_n : 磁界が作用するコイル番号 n の座標(m), C_e : 渦電流損 P_e の係数(A), $C_e^*: C_e$ の共役な複素数(A), J_2 : 第1種2次ベッセル関数, H_n : コイル番号 n に作用する磁界の強さ(A/m), H_{rn} : r 方向成分の磁界の強さ(A/m), H_{zn} : z 方向成分の磁界の強さ(A/m), r_m, z_m : 磁界を生ずる円形コイル番号 m の座標(m), K : 第1種完全楕円積分関数, E : 第2種完全楕円積分関数

上式(14)に示した R_p の導出方法の概要は以下のとおりである (詳細は, [6][7]参照)。まず, N 回巻きコイルを N 個の円形コイルとして, 各円形コイルに励振電流 I_c を流したときの各コイルに作用する磁界の強さ H_n を求める (式(17)-(20))。次に, 各円形コイルで生ずる渦電流損 P_e (式(15)) の和を求めて I_c^2 で割ることで R_p を求める。

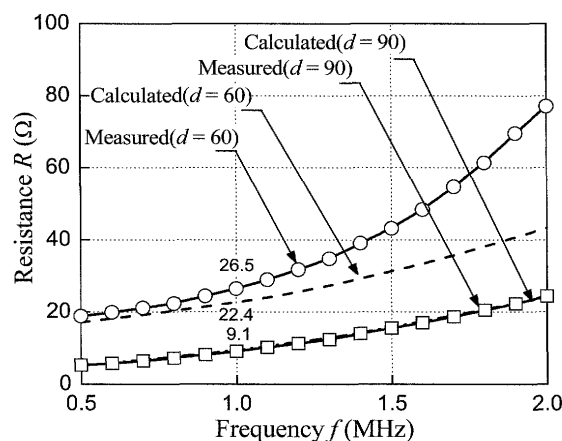
4 直線範囲の実測値と計算値との比較

4.1 コイルのインピーダンス-周波数特性

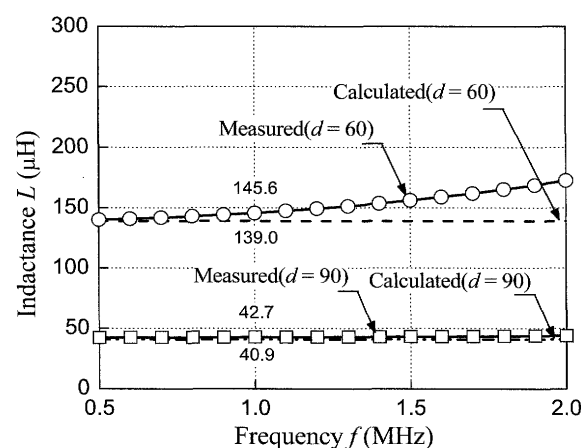
Fig. 4 にコイルのインピーダンス-周波数特性を示した。インピーダンスアナライザ(HP4294A)を用いて変位 $x = \infty$ におけるコイルのインピーダンスを測定した。計算値は, 式(10)-(20)を用いて, コイルの抵抗を計算した。また, インダクタンスは式(6)-(9)を用いて計算した。 $d = 90 \mu\text{m}$ ($N = 111$) と $d = 60 \mu\text{m}$ ($N = 204$) の共振周波数はそれぞれ 10 MHz, 6 MHz であった。

Fig. 4(a) にコイルの抵抗-周波数特性を示した。同図に示したように $f = 1 \text{ MHz}$ における $d = 90 \mu\text{m}$ ($N = 111$) の抵抗の実測値と計算値は, それぞれ 9.1, 9.2 Ω であり, 計算誤差は 1.1 % となった。 $d = 60 \mu\text{m}$ ($N = 204$) の抵抗の実測値と計算値は, それぞれ 26.5, 22.4 Ω であり, 計算誤差は 15.5 % であった。さらに, 周波数が高くなるにつれて, 計算誤差が大きくなった。この原因は, 巻数が増加するとコイルに生ずる浮遊容量が増加し, その結果, $d = 60 \mu\text{m}$ ($N = 204$) の共振周波数が 6 MHz と低くなり, 共振の影響を受けて抵抗の実測値が大きくなったためである。

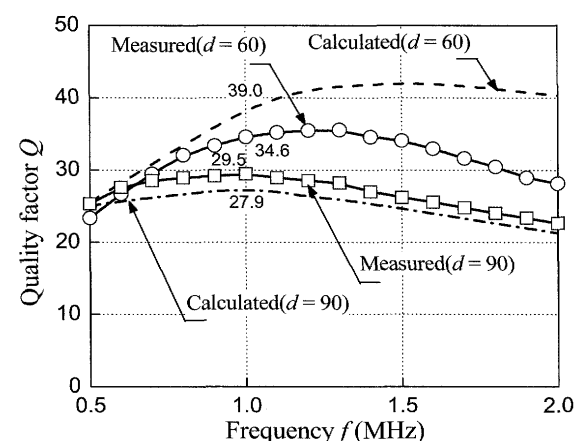
Fig. 4(b) にコイルのインダクタンス-周波数特性を示した。 $f = 1 \text{ MHz}$ における $d = 90 \mu\text{m}$ ($N = 111$) のインダクタンスの実測値と計算値は, それぞれ 42.7, 40.9 μH であり, 誤差は 4.2 % であった。 $d = 60 \mu\text{m}$ ($N = 204$) の L の実測値と計算値は, それぞれ 145.6, 139 μH であり, 計算誤差は 4.5 % であった。 $d = 90 \mu\text{m}$ ($N = 111$) の L



(a) Resistance



(b) Inductance



(c) Quality factor

Fig. 4 Measured and calculated values of R, L, Q vs. frequency of coil ($x = \infty$).

は周波数に対してほぼ一定であった。しかし、 $d = 60 \mu\text{m}$ ($N = 204$) の L は周波数が高くなるに従って大きくなった。これは、前述と同様に共振の影響を受けて L の実測値が大きくなったためである。

Fig. 4(c) にコイルの Q 値-周波数特性を示した。同図に示したように $f = 1 \text{ MHz}$ における $d = 90 \mu\text{m}$ ($N = 111$) の $f = 1 \text{ MHz}$ の Q 値の実測値と計算値は、それぞれ 29.5, 27.9 であり、計算誤差は 8.4 % となった。 $d = 60 \mu\text{m}$ ($N = 204$) の Q 値の実測値と計算値は、それぞれ 34.6, 39.0 であり、計算誤差は 15.6 % であった。 $d = 60 \mu\text{m}$ ($N = 204$) の Q は周波数が高くなるに従って、計算誤差が大きくなった。計算誤差の原因は、前述と同様に共振の影響を受けて抵抗が大きくなり、 Q 値が小さくなったためである。

コイルの Q 値が最大となる周波数を EC 変位センサの励振周波数とするのが一般的である。これは、Fig. 2 に示したように L_0 を拡大するためには Q 値を向上させる必要があるためである。 $d = 90, 60 \mu\text{m}$ における実測値の Q 値が最大となる周波数は、それぞれ 1.0 MHz と 1.3 MHz であり、以降の検討では、これらの周波数を励振周波数とする。

4.2 直線範囲の実測値と計算値との比較

Fig. 5 に EC 変位センサの Q 値-変位特性の実測値と計算値を示した。インピーダンスアナライザ (HP4294A) を用いてコイルと測定対象の変位を 0.1 mm – 3 mm の範囲で測定した。測定対象はクロムモリブテン鋼 (SCM440) であり、焼きなまし (ANL) の熱処理が施されている。焼きなましは 650 °C まで加熱したあとに炉冷している。また、計算値は (4)-(20) を用いて計算した。SCM440 の抵抗率 $\rho = 0.21 \mu\Omega\text{m}$ 、比透磁率 $\mu_r = 59.5$ とした [9]。 $d = 90 \mu\text{m}$ ($N = 111$) の計算誤差は 5 % 以内となった。同様に $d = 60 \mu\text{m}$ ($N = 204$) の計算誤差は最大で 23 % となった。前述と同様に共振の影響を受けて抵抗が大きくなったためである。

Fig. 6 に EC 変位センサの dQ/dx の変位特性の実測値と計算値を示した。 Q 値-変位 x 特性の実測値を 6 次式の多項式を用いて近似して、その近似式を微分することで dQ/dx を算出した。同様に計算値は、 Q 値-変位 x 特性の計算値を 6 次式の多項式を用いて近似して、その近似式を微分することで dQ/dx を求めた。Fig. 2 に示したように、 dQ/dx の最大値の 50 % となる変位を直線範囲と定義すると $d = 90 \mu\text{m}$ ($N = 111$) の実測値と計算値は両者ともに 2.1 mm となり、同様に、 $d = 60$

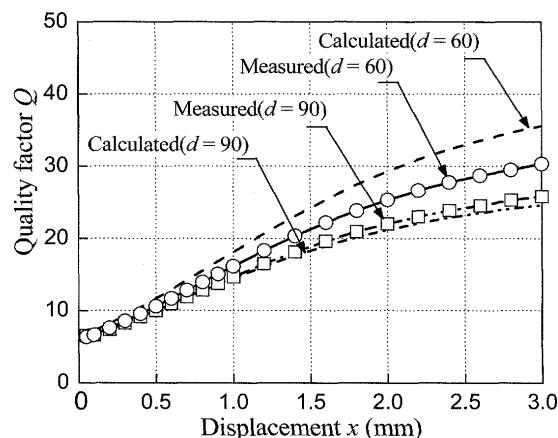


Fig. 5 Measured and calculated values of Q vs. displacement characteristics of EC displacement sensor ($d = 90 \mu\text{m}$: $f = 1.3 \text{ MHz}$, $d = 60 \mu\text{m}$: $f = 1.0 \text{ MHz}$).

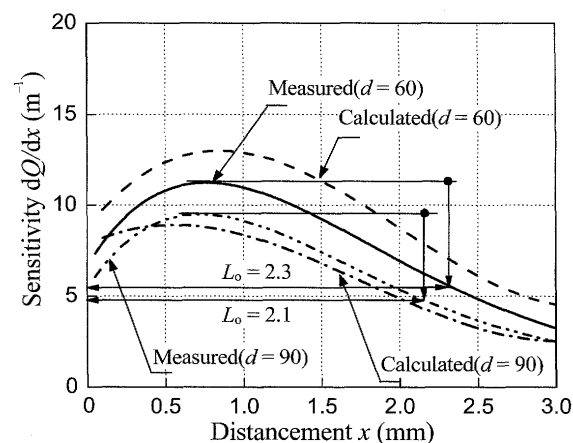


Fig. 6 Measured and calculated values of dQ/dx vs. displacement characteristics of EC displacement sensor ($d = 90 \mu\text{m}$: $f = 1.0 \text{ MHz}$, $d = 60 \mu\text{m}$: $f = 1.3 \text{ MHz}$).

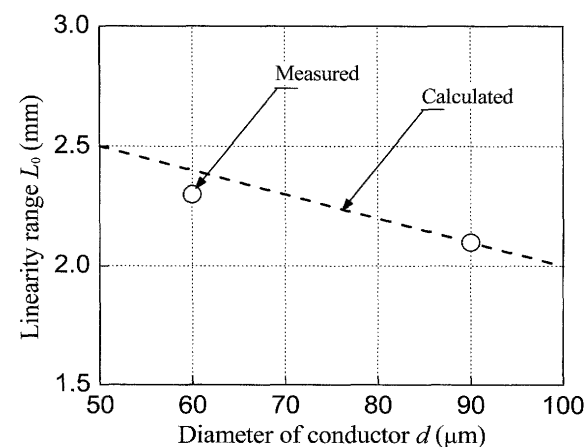


Fig. 7 Measured and calculated values of linearity range vs. conductor of diameter characteristics of EC displacement sensor ($d = 90 \mu\text{m}$: $f = 1.0 \text{ MHz}$, $d = 60 \mu\text{m}$: $f = 1.3 \text{ MHz}$).

μm ($N=204$)の実測値と計算値は、それぞれ 2.3 mm, 2.4 mm となった。計算誤差は、4.3 %であった。計算誤差の原因は、共振の影響で抵抗が大きくなり、 Q 値が小さくなったためである。

Fig. 7にEC変位センサの直線範囲の実測値と計算値を示した。同図に示したように、理論計算では導体径が小さくなると直線範囲が拡大する。また、直線範囲と導体径との関係は導体径 d が大きくなると直線範囲が小さくなる比例関係である。導体径を小さくすると、巻数 N が増加して、インダクタンス L が増加する。その結果、 Q 値が増加して、直線範囲が拡大した。 L_0 の計算誤差は、最大で 4.3 %となった。導体径が小さくなると、巻数が多くなり共振の影響で、抵抗、インダクタンスおよび Q 値の計算誤差は大きくなる。しかし、直線範囲を求めた場合、 Q 値の変化量 dQ/dx で求めているため実測値と計算値は一致した。

5 結言

本論文で述べたことをまとめると以下ようになる。

(1) 交流抵抗、インダクタンスおよび Q 値の理論計算
コイルの抵抗、インダクタンスおよび Q 値の理論式を導出した。 $d=90\mu\text{m}$ ($N=111$)のときの抵抗、インダクタンスおよび Q 値の計算誤差は、それぞれ 1.1 %, 4.2 %, 8.4 %となった。 $d=60\mu\text{m}$ ($N=204$)のときの抵抗、インダクタンスおよび Q 値の計算誤差は、それぞれ 15.5 %, 4.5 %, 15.6 %となった。この原因は、巻数が増加するとコイルに生ずる浮遊容量が増加し、その結果、 $d=60\mu\text{m}$ ($N=204$)の共振周波数が 6 MHz と低くなり、共振の影響を受けて抵抗の実測値が大きくなったためである。巻数が少ないとき、理論計算は妥当である。

(2) 直線範囲と導体径との関係

コイルの断面積が一定の条件下で直線範囲と導体径との関係は導体径 d が大きくなると直線範囲が減少する比例関係であった。導体径 50 μm から 100 μm の範囲で直線範囲の計算誤差は、4.3 %以内となり、理論計算は妥当である。さらに、導体径を 90 μm から 60 μm に小さくすることで、直線範囲が 2.1 mm から 2.3 mm に拡大した。

(2010 年 3 月 20 日受付)

参考文献

- [1] 片岡, 柴田, 高橋, 山崎, センサハンドブック, pp. 423-424, 培風館, 1986.
- [2] 横井, 要説 機械工学, pp. 92-93, 理工学社, 2001
- [3] 水野, 米野, 林, 榎木, 品川, 山田, 渡辺, 岸本, 竹下, 渦電流形変位センサの Q 値の解析手法, 日本応用磁気学会誌, Vol. 29, No. 3, pp. 296-301, 2005.
- [4] Tsutomu Mizuno, Shigemi Enoki, Takashi Asahina, Takayuki Suzuki, Masahiro Noda, and Hiroki Shinagawa, Reduction of proximity effect in coil using magnetoplated wire, Transaction on magnetics, IEEE, Vol. 43, No. 6, pp. 2654-2656, 2007.
- [5] C. V. Dodd, W. E. Deeds, J. W. Luquire, W. G. Spoeri: Some eddy-current problems and their integral solutions, Oak Ridge National Laboratory, 87 p. 1969.
- [6] Hiroki Shinagawa, Takayuki Suzuki, Masahiro Noda, Yusuke Shimura, Shigemi Enoki, Tsutomu Mizuno, Theoretical analysis of AC resistance in coil using magnetoplated wire, Transaction on magnetics, IEEE, Vol. 45, No. 9, pp. 3251-3259, 2009.
- [7] Robert A. Schill, Jr.: General reration for the vector magnetic field of a circular current loop: a closer look, Transaction on Magnetics, IEEE, Vol. 39, No. 2, p. 965, 2003.
- [8] J. Lammeraner, M. Staff: Eddy current, Iliffe Book Ltd., pp. 91-98, 1964
- [9] 水野, 志村, 野田, 出口, 品川, 榎木, 磁性めっき線を用いた渦電流形変位センサの温度特性の検討, 第 21 回「電気磁気関連のダイナミクス」シンポジウム, Vol. 29, No. 3, pp. 178-179, 2009.