

学術論文

リッツ線の素線数が交流抵抗に与える影響に関する検討

Consideration on Influences of Number of Strands on AC Resistance of Litz Wire

水野 勉^{*1} (正員), 神谷 旭^{*1}, 志村 祐介^{*1}, 飯田 和剛^{*1},
山本 大輔^{*1}, 宮尾 直樹^{*2}, 笹平 秀昭^{*2}

Tsutomu MIZUNO (Mem.), Akira KAMIYA, Shimura Yusuke SHIMURA, Kazutaka IIDA,
Daisuke YAMAMOTO, Naoki MIYAO, Hideaki SASADAIRA

Litz wires are used in induction cooking appliances and transformers, because litz wires can reduce the resistance due to skin and proximity effects. AC resistance of a litz wire is composed of DC resistance and resistances due to the skin and proximity effects. This paper describes the theoretical expression of AC resistance considering each strand of a litz wire. Range of number of strands for reducing AC resistance of litz wire is considered in the case that the litz wire is certain cross section area of conductor. Number of strands for the ratio of AC resistance to DC resistance $R/R_{dc} = 1.2$ at frequency $f=50, 100, 500$ kHz are 35, 190, 3000, respectively.

Keywords: litz wire, AC resistance, skin effect, proximity effect, theoretical expression, number of strands.

1 まえがき

リッツ線は細い素線を撚り合わせた導線のことであり、素線の導体径を小さくすることで表皮効果と近接効果に起因する抵抗の増加を抑制できる。このために IH 調理器やトランスのコイルに用いられている [1,2]。

リッツ線の交流抵抗を算出するために、導体径とリッツ線の占める割合である占積率を用いた近似計算や、素線に作用する磁束密度を近似した簡便式が提案されている [3,4]。しかし素線 1 本ごとを考慮した理論式は検討されていなかった。

そこで、本論文ではリッツ線の素線 1 本ごとを考慮した抵抗の理論式を導出して、リッツ線の導体断面積が一定、との条件下において、素線数が抵抗に与える影響を検討している [5]。さらに、有限要素法 (FEM) で得られた抵抗と比較することで、素線数に関する理論式の適用範囲と単線 (素線数 1 本の導線) の交流抵抗よりも抵抗を低減できる素線数の範囲を検討している [6]。本論文では、以下の事項について述べる。

- 1) 交流抵抗の理論式の導出
- 2) 交流抵抗の理論式の適用範囲
- 3) 素線数の範囲

連絡先: 水野 勉, 〒380-8553 長野市若里 4-17-1, 信州大学工学部電気電子工学科,
e-mail: mizunot@gipwc.shinshu-u.ac.jp

^{*1} 信州大学 ^{*2} 東京特殊電線株式会社

2 リッツ線の交流抵抗の理論式

2.1 リッツ線の交流抵抗の物理現象

Fig. 1にリッツ線に生ずる抵抗の物理現象を示した。リッツ線の交流抵抗 R は、直流抵抗 R_{dc} 、表皮効果に起因する抵抗 R_s および近接効果に起因する抵抗 R_p 、の3要素に分類される。表皮効果とは、周波数 f の交流電流 I が作る交流磁界によって、導線表面に電流が偏る現象のことであり、これが表皮効果に起因する抵抗 R_s になる。近接効果とは、導線に近接した他の導線から発生した交流磁界が作用することによって渦電流が発生する現象のことである。この渦電流損が近接効果に起因する抵抗 R_p となる。

本論文では、「リッツ線は均一に十分撚られており、

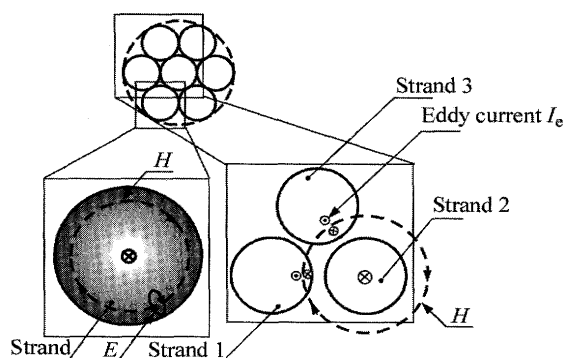


Fig. 1 DC resistance and AC resistance due to skin and proximity effects in litz wire.

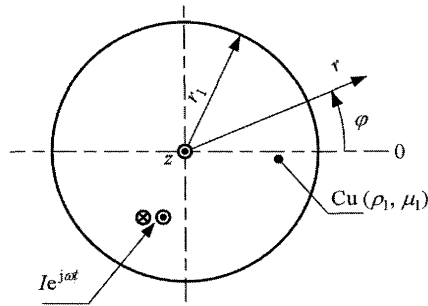


Fig. 2 Model for deriving the expressions for skin effect in copper wire.

各素線の抵抗とインダクタンスは同一であり、各素線に流れる電流は等しい」との仮定に基づいて解析している。

2.2 表皮効果に起因する抵抗

Fig. 2に銅線の表皮効果の理論式算出モデルを示した。このモデルは、無限の長さをもつ、半径 r_1 の銅線である。以下に周波数 f の電流 I を流しときに生ずる表皮効果に起因する抵抗を導出する。

まず、Maxwellの方程式を用いて銅線内部の電界と磁界に関する微分方程式を導出して、直流抵抗を含めた銅線の表皮効果に起因する抵抗 R_s' を算出する[6]。次に、表皮効果に起因する抵抗 R_s を明確にするために、 R_s' から直流抵抗 R_{dc} を減算すると表皮効果に起因する抵抗 R_s は次のようになる[7]。

$$R_s = (R_s' - R_{dc}) = \operatorname{Re} \left[j^{3/2} \frac{\omega \mu_1 J_0(j^{3/2} k_1 r_1)}{2\pi k_1 r_1 J_1(j^{3/2} k_1 r_1)} \right] \left\{ \frac{\rho_1}{\pi r_1^2} \right\} \quad (\Omega/\text{m}) \quad (1)$$

$$R_{dc} = \frac{\rho_1}{\pi r_1^2} \quad (\Omega/\text{m}) \quad (2)$$

$$k_1^2 = \frac{\omega \mu_1}{\rho_1} \quad (\text{m}^{-2}) \quad (3)$$

ここに、 Re : 実数成分、 ω : 角周波数(rad/s),
 μ_1 : 銅の透磁率 ($= 0.99991 \times 4\pi \times 10^{-7}$ H/m [8]),
 J_n : 第1種n次ベッセル関数、 r_1 : 銅線の半径(m),
 ρ_1 : 銅の抵抗率 ($= 0.0172 \mu\Omega\text{m}$ (20°C) [9])

2.3 近接効果に起因する抵抗

近接効果に起因する抵抗 R_p を計算するために、まず、一様な外部磁界 H が素線に作用したときの渦電流損 $P_e(H)$ を求める。次に、各素線に電流 I が流れた場合に発生する磁界の強さ H を算出する。さらに、各素線で生ずる $P_e(H)$ の和を I^2 で除して R_p を求める。

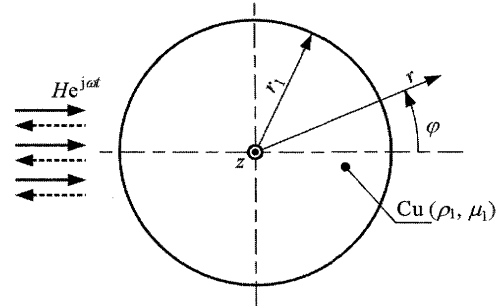


Fig. 3 Model for deriving the expressions for proximity effect in copper wire.

Fig. 3に銅線(素線)の近接効果の理論式算出モデルを示した。このモデルは、無限の長さをもつ、半径 r_1 の銅線である。周波数 f の一様な交流磁界が銅線に垂直に作用するときの渦電流損を求めて、近接効果に起因する抵抗の理論式を導出する。

一様な外部磁界が作用した場合の銅線(素線)の単位長さあたりの渦電流損 P_e は、素線に作用する磁界の強さ H の関数となっており、 $P_e(H)$ は次式となる[3]。なお、式中のアスタリスク(*)は共役複素数を表している。

$$P_e(H) = -\frac{1}{j} \pi \rho_1 k_1^3 r_1 C_e C_e^* \times \{ j^{3/2} J_1(j^{-3/2} k_1 r_1) J_2(j^{3/2} k_1 r_1) - j^{-3/2} J_1(j^{3/2} k_1 r_1) J_2(j^{-3/2} k_1 r_1) \} \quad (\text{W/m}) \quad (4)$$

$$C_e = \frac{4\mu_0 H r_1}{j^{3/2} \mu_0 k_1 r_1 \{ J_0(j^{3/2} k_1 r_1) - J_2(j^{3/2} k_1 r_1) \} + 2\mu_1 J_1(j^{3/2} k_1 r_1)} \quad (\text{A}) \quad (5)$$

ここに、 C_e : 渦電流に関する係数(A), μ_0 : 真空の透磁率 (H/m), H : 磁界の強さ(A/m)

Fig. 4にリッツ線の素線に流れる電流 I がつくる磁界の強さを示した。リッツ線の素線番号 $m(x_m, y_m)$ の素線に電流 I が流れており、素線番号 $n(x_n, y_n)$ の素線に磁界の強さ H_{nm} が作用している。磁界の強さ H_{nm} は、 x 方向成分 H_{xnm} と y 方向成分 H_{ynm} に分けることができ、それぞれ下式となる[10]。

$$H_{xnm} = \frac{I}{2\pi} \frac{y_n - y_m}{(x_n - x_m)^2 + (y_n - y_m)^2} \quad (\text{A/m}) \quad (6)$$

$$H_{ynm} = -\frac{I}{2\pi} \frac{x_n - x_m}{(x_n - x_m)^2 + (y_n - y_m)^2} \quad (\text{A/m}) \quad (7)$$

ここに、 I : 素線に流れる電流(A), x_m, y_m : 素線番号 m の導線の中心座標(m), x_n, y_n : 素線番号 n の導線の中心座標(m)

素線数 N 本のリッツ線の場合、任意の素線番号 $n(x_n,$

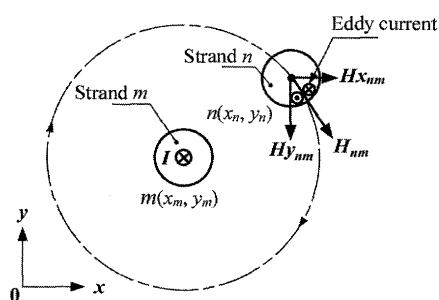


Fig. 4 Magnetic field made by current flowing in strand of litz wire.

y_n)に作用する磁界の強さ H は、他の $(N-1)$ 本の素線による磁界の強さのベクトル和となる。式(6)および式(7)を用いて任意の素線番号 n に作用する x 方向成分と y 方向線分の磁界の強さ H_{x_n} および H_{y_n} は、それぞれ下式となる。

$$H_{x_n} = \sum_{m=1, m \neq n}^N H_{x_{nm}} \quad (\text{A/m}) \quad (8)$$

$$H_{y_n} = \sum_{m=1, m \neq n}^N H_{y_{nm}} \quad (\text{A/m}) \quad (9)$$

ここに、 N : 素線数

式(8)および式(9)の合成和、すなわちリッツ線の素線番号 n に作用する磁界の強さ H_n は次式となる。

$$H_n = \sqrt{H_{x_n}^2 + H_{y_n}^2} \quad (\text{A/m}) \quad (10)$$

式(4)において $H = H_n$ とすると素線番号 n に生ずる渦電流損は $P_e(H_n)$ となり、さらに素線数 N のまでの総和 P_p (リッツ線の近接効果に起因する損失)は下式となる。

$$P_p = \sum_{n=1}^N P_e(H_n) \quad (\text{W/m}) \quad (11)$$

リッツ線の近接効果に起因する抵抗 R_p は式(11)を用いて次式となる。

$$R_p = \frac{P_p}{I^2} = \frac{\sum_{n=1}^N P_e(H_n)}{I^2} \quad (\Omega/\text{m}) \quad (12)$$

リッツ線は各素線が並列に接続されているので、交流抵抗 R は次式で表される。

$$R \approx \frac{R_{dc} + R_s + R_p}{N} \times l \quad (\Omega) \quad (13)$$

ここに、 l : リッツ線の長さ(m)

3 交流抵抗の実測値と理論計算値との比較

Fig. 5はリッツ線に用いた素線(銅線)の構造であり、銅(Cu)線 $\varnothing 50 \mu\text{m}$ の外周に厚さ $4 \mu\text{m}$ の絶縁層が設けられている。Fig. 6はリッツ線の撚り方である。まずFig. 6

(a)に示したように、素線を60本撚って孫撚りを作成した(撚りピッチ: 60 mm)。次に、孫撚りを5本撚って子撚りを作成した(Fig. 6 (b), 撚りピッチ: 27 mm)。さらに、子撚りを4本撚って親撚りとしたあとに(撚りピッチ: 16 mm), 全体をフッ素樹脂でコーティングした(Fig. 6 (c))。したがって、素線数は $N = 1200$ 本、導体断面積 $A = 2.36 \text{ mm}^2$ である。実測には長さ1 mのリッツ線を用いた。

Fig. 7にリッツ線の理論計算に用いた座標を示した。 $N = 1200$ 本のリッツ線を、簡便に解析できるように、対称かつ最密構造になるように素線を並べた。

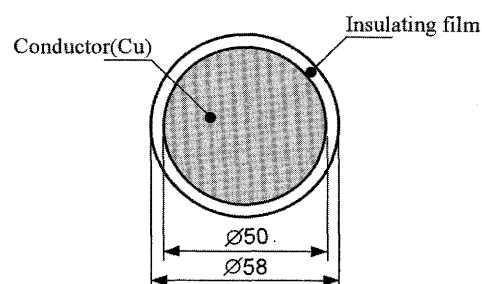


Fig. 5 Structure of copper wire for litz wire (unit: μm).

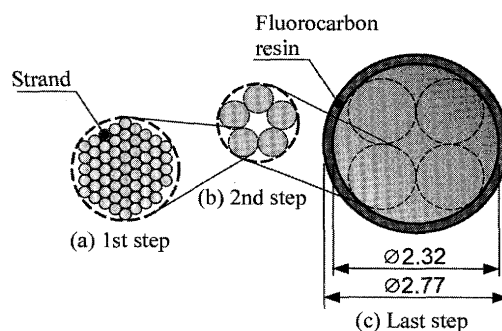


Fig. 6 Structure of litz wire (unit: mm).

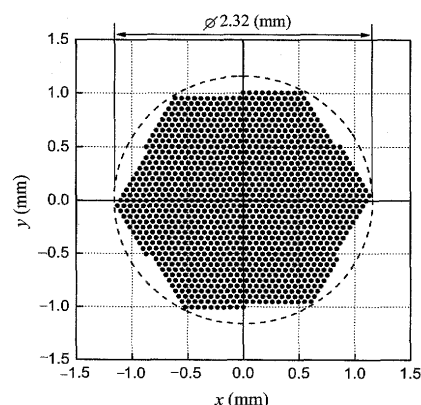


Fig. 7 Coordinate of strands for theoretical calculation of litz wire ($N = 1200$, $A = 2.36 \text{ mm}^2$).

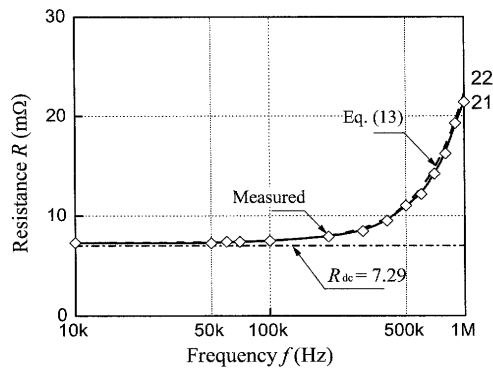


Fig. 8 Comparison with measured and calculated values of resistance of litz wire ($N = 1200$, $A = 2.36 \text{ mm}^2$, $l = 1 \text{ m}$).

Fig. 8にリッツ線の抵抗の実測値と計算値との比較を示した。素線数 $N = 1200$ 本、長さ $l = 1 \text{ m}$ であるリッツ線の共振周波数は周波数 $f = 12 \text{ MHz}$ であり、周波数 1 MHz 以下の範囲においては共振の影響は無い。周波数 $f = 10 \text{ kHz}$ から 1 MHz の範囲において、理論式(13)を用いて求めた抵抗の計算誤差は $\pm 5\%$ 以内であった。

素線の導体径は $\phi 50 \mu\text{m}$ であり、表皮深さ $\delta = 66 \mu\text{m}$ ($f = 1 \text{ MHz}$)と比較して小さいために表皮効果に起因する抵抗 $R_s \approx 0$ である。したがって、Fig. 8に示したリッツ線の抵抗成分は、 R_p と R_{dc} だけとなる。そこで、 R_s の理論式の妥当性を確認するために、表皮深さ $\delta = 66 \mu\text{m}$ よりも大きな導体径 $\phi 1 \text{ mm}$ の銅線1本の交流抵抗の実測値と計算値との比較を行った。周波数 $f = 10 \text{ kHz}$ から 1 MHz の範囲における抵抗の計算誤差は $\pm 5\%$ 以内となり、 R_s の理論式の妥当性を確認した。

4 リッツ線の素線数検討

本章では、リッツ線の導体断面積 $A = 2.36 \text{ mm}^2$ 一定、との条件下において、素線数 N が抵抗 R に与える影響を検討する。さらに、FEMによって得られた抵抗と比較することで、素線数に関する理論式の適用範囲を検討する。

リッツ線の一例として、素線数 $N = 7$ 本のモデルをFig. 9に示した。導体断面積 $A = 2.36 \text{ mm}^2$ 一定であるので素線の導体径 $2r_1 = 654.6 \mu\text{m}$ となる。絶縁皮膜の厚さ t は、JIS C3202「エナメル線」の第2種ポリウレタン銅線に準拠して $t = 12 \mu\text{m}$ と設定した[11]。また同図に示したように素線を対称かつ最密構造になるように並べた。

Table 1は理論計算に用いたリッツ線の仕様であり、代表的な素線数を挙げてある。 $A = 2.36 \text{ mm}^2$ 一定となるように導体径を選定してあるために、 $R_{dc} = 7.29 \text{ m}\Omega$

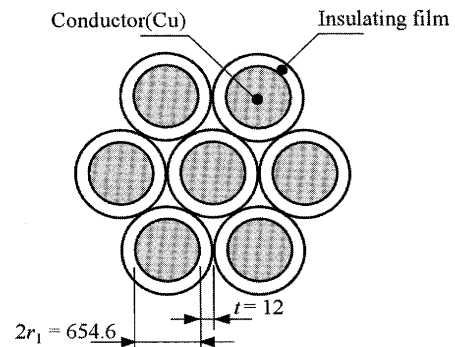


Fig. 9 Model of litz wire ($N = 7$, $A = 2.36 \text{ mm}^2$, unit: μm).

Table. 1 Specification of litz wires for theoretical calculation ($A = 2.36 \text{ mm}^2$, $R_{dc} = 7.29 \text{ m}\Omega$).

Number of strands, N	Diameter of strands, $2r_1$ (μm)	Thickness of insulating firm, t (μm)
1	1732	0
5	774.6	15
7	654.6	12
19	397.4	11
50	244.9	9
75	200	8
100	173.2	7
300	100	5
600	70.7	4
1200	50	4
2000	38.7	3
2977	31.7	3

一定である。素線の導体径はJIS規格に定められた導体径とならないことがあり、その場合の絶縁皮膜の厚さは、その導体径に近い皮膜の厚さとした。例えば素線数600本の場合、導体径は $70.7 \mu\text{m}$ となり、JIS規格に定められたもっとも近い導体径 $70 \mu\text{m}$ の皮膜厚さ $4 \mu\text{m}$ とした。

Fig. 10にリッツ線の交流抵抗の計算値を示した。各リッツ線は $A = 2.36 \text{ mm}^2$ と一定であるために、 $R_{dc} = 7.29 \text{ m}\Omega$ である。周波数 $f = 1 \text{ MHz}$ における素線数 $N = 1, 50, 2977$ 本における抵抗は、それぞれ、 $49.8 \text{ m}\Omega$, $186.1 \text{ m}\Omega$, $13.1 \text{ m}\Omega$ となった。同図は、 N に対して R が複雑に変化することを示している。そこで、 f 一定の条件下で、 N が R に与える影響を検討した。また理論計算式の適用範囲について有限要素法(FEM)を用いて確認した。

Fig. 11はリッツ線の抵抗(R)-素線数(N)特性であり、 $f = 50 \text{ kHz}, 100 \text{ kHz}, 1 \text{ MHz}$ における理論計算値とFEM

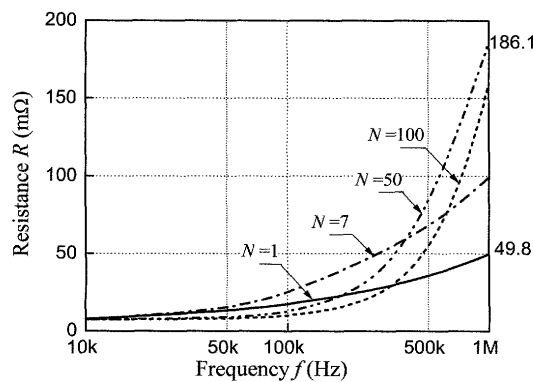
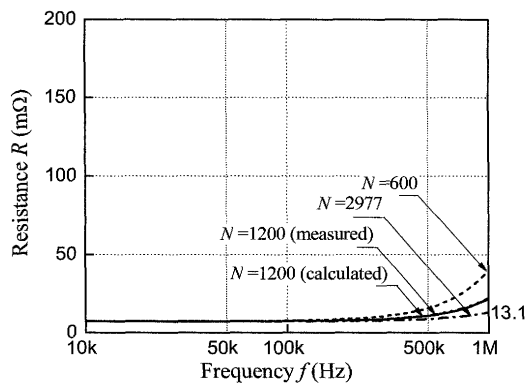
(a) $N = 1, 7, 50, 100$ (b) $N = 600, 1200, 2977$

Fig. 10 Calculated values of AC resistance for litz wires ($l = 1$ m, $A = 2.36$ mm², $R_{dc} = 7.29$ mΩ).

を用いて算出した R をそれぞれ, Fig. 11(a)-(c)に示した。また, 同図に Fig. 8 に示した $N = 1200$ 本のリッツ線の R の実測値も示してある。さらに, $A = 2.36$ mm² と一定であるために, 各リッツ線は $R_{dc} = 7.29$ mΩ である。理論計算値 R_s , R_p , R は, それぞれ, 式(1)と式(12)および式(13)を用いて求めた。また, FEM は Maxwell 2D Ver. 12 (Ansoft Japan) を用いて, 二次元平面座標系において周波数応答解析を行った。また素線のメッシュの大きさは表皮深さよりも十分小さくした。単位長さあたりのリッツ線の交流抵抗は, 二次元平面座標の FEM 解析によって求めた抵抗を素線数 N で割ることによって求めた[6]。

Fig. 11(a)は, $f = 50$ kHz における特性であり, N の増加にしたがって, R_s は単調減少, R_p は $N = 7$ 本で最大となり, その後, 減少した。その結果, R は $N = 7$ 本で最大となり, その後, 小さくなった。また, 理論計算と FEM を用いて求めた R は, $N > 19$ の範囲で一致した。

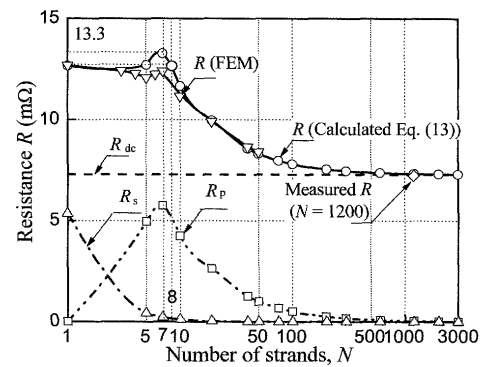
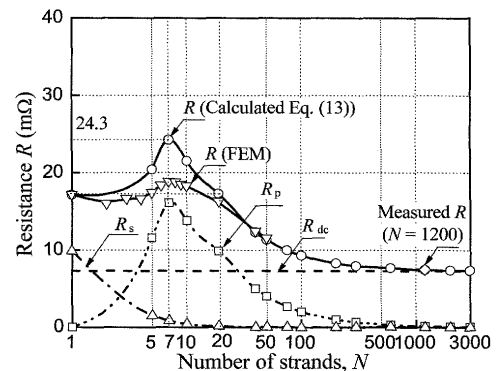
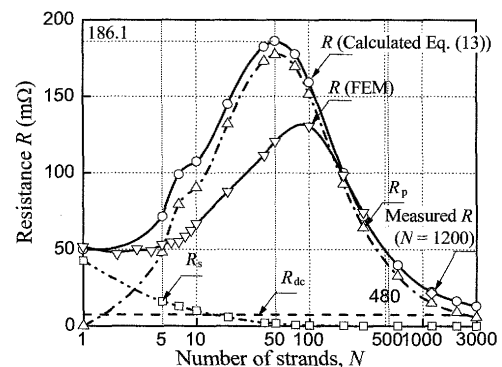
(a) $f = 50$ kHz(b) $f = 100$ kHz(c) $f = 1$ MHz

Fig. 11 Resistance vs. number of strands characteristic of litz wires ($l = 1$ m, $A = 2.36$ mm², $R_{dc} = 7.29$ mΩ).

Fig. 11(b)と(c)に示した $f = 100$ kHz, 1 MHz における R の特性も Fig. 11(a)と同じ以下の特徴をもっている。

- 1) $N = 1$ から素線数を増加させると, R は増加して最大となり, その後, 減少する。
- 2) 理論式と FEM を用いた R は, N が小さい範囲では差が大きく, ある N 以上になると一致する。

まず, 上記 1)は以下のように考察できる。 N が増加するにしたがって, 導体径が小さくなるために R_s は単調減少する。一方, R_p は渦電流損に起因しており, 渦

電流損は素線の導体径が小さくなることで減少し、また N に比例している。リッツ線全体の渦電流損、すなわち R_p は導体径が小さくなることによる減少分と N の増加分の兼ね合いによって変化する。例えば Fig. 11(b)において $N < 7$ の範囲では N の増加の影響が大きいため R_p は増加する。一方 $N > 7$ の範囲では導体径が小さくなる影響が大きいため R_p は減少する。

次に2)は、以下のように説明できる。 R_p の理論式は、Fig. 3 に示したように導線に一樣な磁界が作用するところを仮定して導出した。 N が小さい範囲では、一樣な磁界が導線に作用しないために、FEM 解析値との差が大きくなった。本解析では、 $f = 50$ kHz と 100 kHz および 1 MHz における理論値と FEM 解析値が一致する N は、それぞれ 19 と 40 および 300 以上であった。

Fig. 12 にリッツ線の交流抵抗を低減するための素線数の範囲を示した。実線で $N = 1$ (単線) の R と等しくなる N を示してあり、これらの N よりも大きな範囲 (ハッチングした範囲) において $N = 1$ の R よりも抵抗を低減できる。また $N = 1$ の R と等しくなる N は、周波数が低い範囲では理論計算の適用範囲外となるために FEM 値を適用した。さらに、 $R/R_{dc} = 1.1, 1.2, 1.5$ となる N を図中に破線で示した。 f が高くなると R を低減できる N は増加する。例えば、 $f = 50, 100, 500$ kHz おいて $R/R_{dc} = 1.2$ となる N は、それぞれ 35, 190, 3000 本となった。

5 あとがき

本論文で述べたことをまとめると以下ようになる。

(1) 交流抵抗の理論式の導出

素線1本ごとを考慮したリッツ線の交流抵抗の理論式を導出した。本理論式は、直流抵抗、表皮効果および近接効果に起因する抵抗を考慮してある。

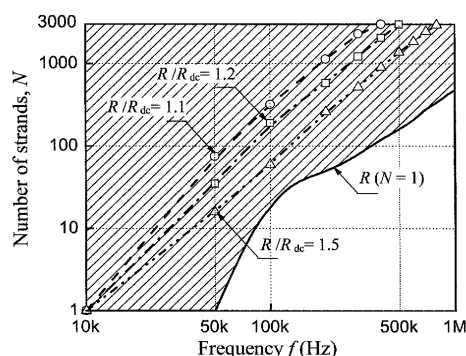


Fig. 12 Range of number of strands for reducing AC resistance of litz wire
($l = 1$ m, $A = 2.36$ mm², $R_{dc} = 7.29$ m Ω).

(2) 交流抵抗の理論式の適用範囲

$N = 1200$ 本のリッツ線の抵抗の計算誤差は $\pm 5\%$ 以内であり、適用範囲内の理論式の妥当性を確認した。さらに $f = 50$ kHz と 100 kHz および 1 MHz の交流抵抗の理論計算式の適用範囲の素線数 N は、それぞれ 19 と 40 および 300 以上であった。

(3) 素線数の範囲

「リッツ線の導体断面積 $A = 2.36$ mm² 一定」の条件下で、 $N = 1$ (単線) よりも抵抗を低減できる素線数の範囲を検討した。さらに、交流抵抗 R と直流抵抗 R_{dc} との比 $R/R_{dc} = 1.1, 1.2, 1.5$ とする N を明らかにした。例えば、 $f = 50, 100, 500$ kHz おいて $R/R_{dc} = 1.2$ となる N は、それぞれ 35, 190, 3000 本となった。

導体断面積 A が異なるリッツ線においても、本解析手法を用いて抵抗低減のための素線数の範囲を求めることができる。またリッツ線を用いたコイルの交流抵抗は、本論文で述べた内容を拡張して、今後検討する。

(2009 年 12 月 22 日受付, 2010 年 4 月 30 日再受付)

参考文献

- [1] 近藤, 家電製品の最近の動向—IH調理器 (1) オールメタル対応200V IHクッキングヒーターの開発, 日本電機工業会, No.677, pp.31-34, 2004.
- [2] 藤原, Charles R. Sullivan, Tarek A. Abdallah, リッツ線を用いたフライバックトランスの銅損解析, 電気学会マグネティックス研究会資料, Vol.MAG-01, No.190-199, pp.1-6, 2001.
- [3] J. Lammeraner, M. Stafil: Eddy current, Iliffe Book Ltd., pp.91-101, 1964.
- [4] Jesus Acero, Pablo J. hernandez, Jose M. Burdio, Rafael Alonso, and Luis A. Barragan, Simple resistance calculation in litz-wire planar windings for induction cooking appliances, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.41, No.4, pp.1280-1288, 2005.
- [5] 水野, 松下, 飯田, 神谷, 山本, 磁性めっき線を用いたリッツ線の交流抵抗, 日本AEM学会, 電磁現象および電磁力に関するコンファレンス講演論文集, pp.469-474, 2008.
- [6] 水野, 神谷, 松下, 志村, 飯田, 山本, 池田, 笹平, リッツ線の素線数が交流抵抗に与える影響, 第21回電磁力関連のダイナミクスシンポジウム, pp.489-494, 2009.
- [7] G. H. Brown, C. N. Holyer: Theory and application of ratio-frequency, *D. Van nostrand company*, pp.4-21, 1947.
- [8] 後藤, なつとくする電磁気学, 講談社, pp.222, 1993.
- [9] 日本規格協会: C3001 電気用銅材の電気抵抗, 電気設備, JISハンドブック19巻, p.861, 2003.
- [10] Robert A. Schill, Jr.: General relation for the vector magnetics field of a circular current loop: a closer look, *Transaction on Magnetics, IEEE*, Vol. 39, No. 2, p. 965, 2003.
- [11] 日本規格協会: JIS C3202 エナメル線, pp.27, 1994.