

トービット・モデルの金融資産分析への応用について

縄 田 和 満*

要 約

トービット・モデル(Tobit Model)は、分析の対象とする変数がある条件を満足した場合のみに観測されるモデルである。一例として、ある財に対する家計の支出額や労働時間を考えてみよう。効用の最大化による最適の選択が負の値になった場合、当然支出額や労働時間は負の値を取ることは出来ないから、次善の手段として0を選択することになり、多数の0を含むデータが得られることになる。このような場合は、通常の最小二乗法等の分析手法ではデータの分析を行うことは出来ない。

経済学の分野では、このモデルはTobin[1958]によって耐久消費財への支出の分析に始めて用いられた。(このため、このモデルはトービット・モデルと呼ばれている。)その後、トービット・モデルに関する多くの研究が行われてきたが、実証研究への応用は消費者の選択の問題や労働経済学の分野が中心であり、その他の分野での応用例は比較的少なかった。

しかしながら、近年では、トービット・モデルを金融資産の分析に使った注目すべき実証研究がいくつか行われている。ここで、家計の資産保有の選択問題を考えてみよう。家計によってはあるタイプの金融資産(例えば株式)をまったく保有しておらず、このような資産の保有額を調査すると多数の0が観測され、トービット・モデルによる分析が有効であると考えられる。

Amemiya[1985]は、トービット・モデルをその尤度関係から5つに分類しているが、本論文では、その内、金融資産の分析において重要であると考えられるタイプとタイプのモデルについて簡単に述べ、次いでAmemiya, Saito and Simono[1987], 橘木・谷川[1990], 牧・古川・渡辺・河・伊藤[1991]の3つの実証研究を紹介する。また、最後に統計分析パッケージTSPを使ったモデルの推定例を示す。

近年までは、トービット・モデルは、消費者選択や労働経済の分野での応用が主でありその他の分野での応用例は比較的少なかった。しかしながら、金融資産の分析では有効な分析手法であり、また、家計の資産保有状況の詳しい調査が行われるようになったこともあり、今後は実証研究への応用例が増加すると考えられる。

*東京大学教養学部社会科学科助教授

序論

トービット・モデル(Tobit Model)は一般の回帰モデルと異なり、分析対象とする従属変数がある条件を満足した場合のみに観測することができるモデルである。トービット・モデルのうち、最も基本的なモデルは、従属変数 y_i が負の値をとることの出来ないモデルであり、 y_i が

$$(1.1) \quad y_i^* = x_i' \beta + u_i, \\ y_i = \begin{cases} y_i^* & y_i^* > 0 \\ 0 & y_i^* \leq 0 \end{cases}$$

で与えられるものである。 y_i^* が負の場合はその値を直接観測することが出来ず、その符号のみが観測されるものである。

このモデルは途中打ち切り回帰モデル(censored regression model)とも呼ばれているが、経済学の分野では、Tobin[1958]によって負の値をとることの出来ない耐久消費財への支出の

分析に始めて用いられた。(このため、経済学の分野ではこのタイプのモデルをTobinの名からTobit Modelと呼んでいる。)

その後、トービット・モデルには多くの理論的研究が行われ、基本モデルを発展させたいくつかのモデルやその推定方法が提案されている。これらのモデルは、現在まで消費者選択の分析や労働経済等の分野を中心に広く使われており、数多くの実証分析も行われている。(このモデルの詳しい性質や消費者選択・労働経済等の分野における応用例については、Amemiya[1985]、Maddala[1983]を参照せよ。)

この他、近年では、トービット・モデルを金融資産の分析に使った研究が行われている。本論文では、トービット・モデルについて主にAmemiya[1985]の分類に従い簡単に述べ、ついで金融資産の分析の実証研究を紹介する。

トービット・モデル

トービット・モデルは、分析対象とする従属変数がある条件を満足した場合にのみ観測することの出来るモデルである。このため、このモデルは、制限従属変数モデル(limited dependent variable model)とも呼ばれる。Amemiya[1985]は、その尤度関数から5つのタイプに分類している。ここでは、金融資産分析において重要であると考えられるタイプとタイプのモデルについて簡単に説明する。

2.1 タイプのトービット・モデル

タイプのトービット・モデルは最も基本的なものであり、これを使った実証分析の例も多い。タイプのトービット・モデルは、途中打

ち切り回帰モデル(censored regression model)と切断回帰モデル(truncated regression model)に分類される。本節では、この二つのタイプについて簡単に述べる。

2.1.1 途中打ち切り回帰モデル

途中打ち切り回帰モデルは、従属変数 y_i が負の値をとることの出来ないモデルで

$$(2.1) \quad y_i^* = x_i' \beta + u_i \\ y_i = \begin{cases} 0 & y_i^* \leq 0 \\ y_i^* & y_i^* > 0 \end{cases}$$

で与えられ、次のようなデータが得られるモデルである。

x_i は説明変数のK-次元のベクトル、 β はK-次

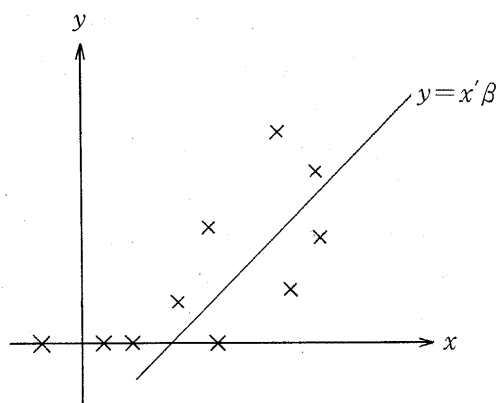


図 2.1 途中打ち切り回帰モデル

元の未知のパラメータ， u_i は誤差項であるが，標準回帰モデルと異なるのは， y_i^* の値が負の場合，直接観測することは出来ない点である。

ここで，このモデルがどのように得られるか効用の概念を使って考えてみよう。分析対象とする経済主体 i が y_i の量をその効用 $U(y_i, x_i)$ を最大にするように解決するとしよう。 x_i は効用に影響すると考えられるその他の変数のベクトルである。 y_i に何の制限もなければ， $U(y_i, x_i)$ に適当な仮定を置くことによって， y_i の最適量は，

$$y_i^* = x_i' \beta + u_i$$

となり，標準回帰モデルとなる。しかしながら，例えば労働時間や消費量は，負の値を選択することが出来ないから， y_i^* が負になった場合， i は次善の手段として $y_i = 0$ を選ぶことになる。このようにして，(2.1) のモデル得ることが出来る。金融資産の分析においても家計によってはある種の金融資産（例えば株式）を保有しておらず，多数の 0 のデータが観測され，このタイプのモデルの利用が考えられる。

このモデルにおいては，通常の最小二乗法による推定量はバイアスがあることが知られており，最小二乗法は β の推定に使うことはできず，最尤法に基づく推定量が推定に用いられる。

u_i が各々独立で平均 0 分散 σ^2 の正規分布に従うとし， ϕ ， Φ を標準正規分布の密度関数，分布関数とするとこの場合の尤度関数は，

$$(2.2) \quad L(\beta, \sigma^2) = \prod_{y_i=0} [1 - \Phi(x_i' \beta / \sigma)] \prod_{y_i>0} \sigma^{-1} \phi[(y_i - x_i' \beta) / \sigma]$$

$$\log L(\beta, \sigma^2) = \sum_{i=1}^N \{1(y_i=0) \cdot$$

$$\log[1 - \Phi(x_i' \beta / \sigma)] - 1(y_i>0) \cdot$$

$$[\log \sigma + \log \sqrt{2\pi} + (y_i - x_i' \beta)^2 / 2\sigma^2]\}$$

となる。なお， $\prod_{y_i=0}$ は $y_i=0$ の観測値について $\prod_{y_i>0}$ は

$y_i > 0$ の観測値について掛け合わせることを示している。

この尤度関数を最大にすることによってトービット最尤推定量 $\hat{\beta}$ ， $\hat{\sigma}^2$ を求めることが出来る。トービット最尤推定量は，一致推定量であ

る。その漸近分布は，正規分布であり， $\hat{\theta}' = (\hat{\beta}', \hat{\sigma}^2)$ の漸近分散共分散行列 $AV(\hat{\theta})$ は

$$(2.3) \quad AV(\theta) = -[E \partial^2 \log L / \partial \theta \partial \theta']^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N a_i x_i x_i' & \sum_{i=1}^N b_i x_i \\ \sum_{i=1}^N b_i x_i' & \sum_{i=1}^N c_i \end{bmatrix}^{-1}$$

$$a_i = -\sigma^{-2} [x_i' \alpha \phi_i - \phi_i^2 / (1 - \Phi_i) - \Phi_i]$$

$$b_i = (1/2) \sigma^{-3} [(x_i' \alpha)^2 \phi_i + \phi_i - (x_i' \alpha) \phi_i^2 / (1 - \Phi_i)]$$

$$c_i = -(1/4) \sigma^{-4} [(x_i' \alpha)^3 \phi_i + (x_i' \alpha) \phi_i - (x_i' \alpha) \phi_i^2 / (1 - \Phi_i) - 2\Phi_i]$$

$$\alpha = \beta / \sigma$$

$$\phi_i = \phi(x_i' \alpha)$$

$$\Phi_i = \Phi(x_i' \alpha)$$

である。

尤度関数は β ， σ^2 の複雑な関数であるので，標準回帰モデルと異なり β ， σ^2 を解析的に求めることは出来ない。このため，推定にはニュートン法や EM アルゴリズム等の数値計算法が用いられるが，現在では，多くの標準的な統計パッケージによって容易にモデルの推定を行うことが出来る。付章 A に TSP によってトービット・モデルの推定を行った例を示す。

2.1.2 切断回帰モデル

途中打ち切り回帰モデルは、(2.1)式のように y_i^* の値が負の場合には、その符号のみが観測されるモデルであったが、切断回帰モデルは $y_i^* \leq 0$ の場合、その符号や x_i の値も観測することができず、次図のようなデータが得られるモデルである。

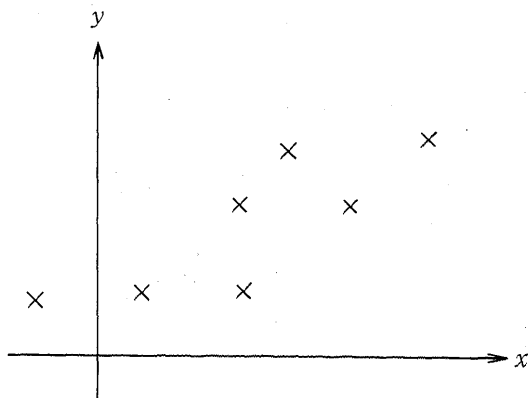


図2.2 切断回帰モデル

このようなデータは、例えばある特定の行動を取ったグループのみを調査対象とする(株式を所有している家計のみを調査対象とし、所有していない家計は調査対象としない)ことなどによって得ることが出来る。なお、このようなサンプリングは通常のランダム・サンプリングとは異なるが、同一のサンプル・サイズの場合、特定のグループについて詳しく知ることができ、行動を取る確立が小さい場合などには有効な方法である。

切断回帰モデルは

$$(2.4) \quad y_{1i} = x_{1i}' \beta + u_{1i}^*$$

とすると、誤差項 u_{1i}^* は切断正規分布(truncated normal distribution)に従う。したがって、その尤度関数は

$$(2.5) \quad L(\beta, \sigma^2) = \prod_{i=1}^N \Phi(x_{1i}' \beta / \sigma) \phi(x_{1i}' \beta / \sigma) \sigma^{-1}$$

$$\log L(\beta, \sigma^2) = \sum_{i=1}^N [-\log \Phi(x_{1i}' \beta / \sigma) - \log \sigma + \log \phi(x_{1i}' \beta / \sigma)]$$

であり、これを最大にする $\hat{\theta}' = (\hat{\beta}', \hat{\sigma}^2)$ を求めることにより、途中打ち切り回帰モデルの場合と同様に最尤推定量を求めることができる。

2.2 タイプのトービット・モデル

前節で述べたタイプのトービット・モデルは、 y_i^* が正の場合のみその値が観測されるモデルであったが、タイプのトービット・モデルは、

$$(2.6) \quad \begin{aligned} y_{1i}^* &= x_{1i}' \beta_1 + u_{1i} \\ y_{2i}^* &= x_{2i}' \beta_2 + u_{2i} \\ y_{2i} &= \begin{cases} y_{2i}^* & y_{1i}^* > 0 \\ 0 & y_{1i}^* \leq 0 \end{cases}, i=1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

で与えられる。 x_{1i}, x_{2i} はそれぞれ説明変数のベクトルである。(ただし、 x_{1i} と x_{2i} は同一である必要はない。) y_{1i}^* はその符号以外直接観測される必要はなく、 y_{2i}^* は y_{1i}^* の値が正の場合のみ観測され、負の場合は(符号も含めて)観測されないことのないモデルである。また、 x_{2i} の値は y_{1i}^* が負の場合観測される必要はなく、推定を行う場合の大きな利点である。 u_{1i}, u_{2i} は未知の誤差項であるが、通常独立ではない。なお、(2.6)式の第一式と第二式が同一である場合、このモデルはタイプのトービット・モデルの途中打ち切り回帰モデルとなる。

このモデルは、ある行動を行うのに、2段階の決定をする場合の分析に用いることができる。ここで、家計があるタイプの金融資産(例えば株式)を保有するかどうかを例に取り、このモデルを説明する。家計がある金融資産を保有するかどうかを次のような2つの判断によって決定するとして。

-) その資産を保有するかどうかを判断する。
-) 最適な保有額を判断する。

()の判断は、(2.6)の第一式(y_{1i}^* の式)に対応し、 y_{1i}^* が正の場合保有し、負の場合保有しない。したがって、この式は保有する、保有しないの二値選択モデル(Binary Choice Model)となっている。次に、()の判断は(2.6)の第二式(y_{2i}^* の式)に対応しここで最適の保有額 y_{2i}^*

が決定される。()と()の判断を合せると、(2.6)の第三式(y_{2i} の式)のように $y_{1i}^* > 0$ で資産を保有すると判断した家計のみについて実際の保有額 y_{2i}^* を観測することができる。

()の保有するかどうかの判断と()の保有額の判断は独立ではない。当然のことながら、保有するかどうかの判断と保有額との判断には密接な関係があり、より強く保有しようとする家計の方がより多くの額を保有すると考えられる。すなわち、(2.6)式の第一の誤差項 u_{1i} と第二式誤差項 u_{2i} は独立でなく、相互に相関していると考えられる。このような場合、(2.6)第二式を資産を保有する家計のみのデータを使い最小二乗法によって推定することはできない。

ここで、 w_i を資産を保有している場合1、保有していない場合0のダミー変数、すなわち、

$$(2.7) \quad w_i = \begin{cases} 1 & y_{1i}^* > 0 \\ 0 & y_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$$

としよう。 $f(z_1, z_2)$ を y_{1i}^*, y_{2i}^* の同時密度関数とすると、尤度関数は

$$(2.8) \quad L = \prod_{w_i=0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(z_1, z_2) dz_2 dz_1 \prod_{w_i=1} \int_0^{\infty} f(z_1, y_{2i}) dz_1$$

となる。

特に u_{1i}, u_{2i} が平均0、分散1、 σ_2^2 、共分散 σ_{12} の2次元正規分布に従うとすると((2.6)の第一式を定数倍してもモデルは同一であるから、一般性を損うことなく、 u_{1i} の分散を1とすることができる。)尤度関数は、

$$(2.9) \quad L = \prod_{w_i=0} [1 - \Phi(x_{1i}' \beta_1)] \cdot \prod_{w_i=1} \Phi \left\{ \frac{[x_{1i}' \beta_1 + \sigma_{12}(y_{2i} - x_{2i}' \beta_2) / \sigma_2^2]}{\sqrt{1 - \sigma_{12}^2 / \sigma_2^2}} \right\} \sigma_2^{-1} \cdot \phi \left[\frac{(y_{2i} - x_{2i}' \beta_2) / \sigma_2}{\sigma_2} \right]$$

となる。(2.9)式を最大化することによって $\beta_1, \beta_2, \sigma_{12}, \sigma_2^2$ の最尤推定量を求めることが可能となる。しかしながら、(2.9)式はタイプ

の尤度関数に比較しても複雑な形であり、コンピュータ・プログラムが多くの標準的な統計パッケージに含まれていないこともあり、このモデルを最尤法によって推定することは簡単ではないのでこのモデルの推定にはHeckmanの二

段階推定量(Heckman's two-step estimator, Heckman[1976, 1978])が使われることが多い。

ここで、 $w_i = 1$ 、すなわち、 $y_{2i} > 0$ である家計の条件付期待値 $E(y_{2i} | w_i = 1)$ を考えてみよう。

$E(y_{2i} | w_i = 1)$ は

$$(2.10) \quad E(y_{2i} | w_i = 1) = x_{2i}' \beta_2 + \sigma_{12} \lambda(x_{1i}' \beta_1) \\ \lambda(z) = \phi(z) / \Phi(z)$$

である。 $\lambda(z)$ はhazard ratioと呼ばれ、下図のように正の値を取る z の単調減少関数であり、 $\lambda(-\infty) = \infty, \lambda(\infty) = 0$ である。

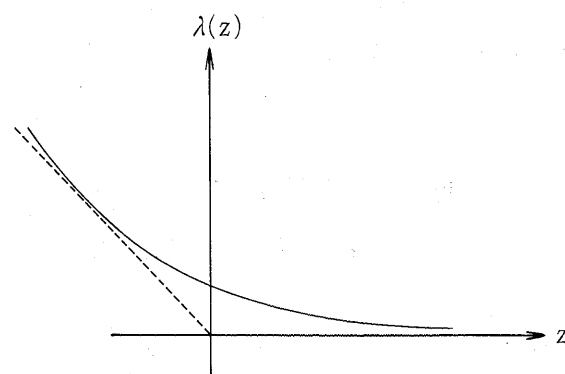


図2.3

金融資産の保有の分析の場合、保有する傾向が大きいほど保有額も大きくなるとすると、 $\sigma_{12} > 0$ である。したがって、 $E(y_{2i} | w_i = 1)$ は $x_{2i}' \beta$ より大きくなる。

このことから、 $y_{2i} > 0$ である家計においては、

$$(2.11) \quad y_{2i} = x_{2i}' \beta_2 + \sigma_{12} \lambda(x_{1i}' \beta_1) + \varepsilon_i \\ E(\varepsilon_i | y_{2i} > 0) = 0$$

となる。((2.11)はなぜ(2.6)の第二式を $y_{2i} > 0$ の家計のデータを使い最小二乗法によって推定できないかの理由ともなっている。)

Heckmanの二段階推定法は、(2.11)の関係を使い、 β_2 の推宏を行うものであり、次のような手順で行われる。

(2.6)の第一式は、 w_i が1(資産を保有する)か0(保有しない)かを決定する二値選択のモデルである。したがって、二値選択モデルの推定に用いられるプロビット最尤推定法(Probit Maximum Likelihood Method)によって(2.6)

の第一式の β_1 を推定する。

ii) プロビット最尤推定量 $\hat{\beta}_1$ を使い $\lambda(x_{1i}'\hat{\beta}_1)$ の推定量 $\lambda_i = \lambda(x_{1i}'\hat{\beta}_1)$ を求める。 λ_i を(2.11)に代入すると、

$$(2.12) \quad y_{2i} = x_{2i}'\beta + \sigma_{12}\lambda_i + \varepsilon_i^* \\ \varepsilon_i^* = \varepsilon_i + \sigma_{12}[\lambda(x_{1i}'\hat{\beta}_1) - \lambda_i]$$

であるが、 $y_{2i} > 0$ の家計のデータのみを使い最小二乗法によって $\hat{\beta}_2$ を推定する。この結果得られる $\hat{\beta}_2$ は一致推定量である。

この方法は、推定にプロジェクト最尤推定法と最小二乗法のみが必要なため、標準的な統計パッケージを使いごく簡単にモデルを推定できるという利点がある。なお、ここで注意する点

は、 $y_{2i} > 0$ である家計に対して、 ε_i^* は(漸近的に期待値0であるが)分散が均一であるなどの最小二乗法の標準的な仮定を満足しない。したがって、推定量の分散を求めるのに通常の最小二乗法の公式を使うことはできない。しかしながら、White[1980]の方法によって推定量の分散を簡単に求めることができる。Whiteの方法は、誤差項の分散が不均一である場合でも最小二乗推定量の分散の一致推定量を求めることができる方法であり、標準的な統計パッケージには最小二乗法のオプションとして組み込まれている。付章BにTSPを使ったHeckmanの二段階法によるタイプ のトービット・モデルの推定例をあげておく。

金融資産の分析におけるトービット・モデルを使った実証研究

前章では、タイプ のトービット・モデルについて簡単に述べた。近年、これらのモデルやそれを応用したモデルが金融資産の分析にも使われている。ここでは、実証研究の例として、Amemiya, Saito and Shimono[1987]、橘木・谷川[1990]、牧・古川・渡辺・河・伊藤[1991]について説明する。

3.1 Amemiya, Saito and Shimono[1987]の研究

Amemiya, Saito and Shimono[1987]は、家計の保有する金融資産を

-) 銀行預金(y_1)
-) 利子収入を主目的とする長期債券(y_2)
-) キャピタル・ゲインを主目的とする資産(y_3)

の3つに分類しトービット・モデルによる分析を行った。分析に使われたモデルは、

) 連立方程式トービット・モデル(Simultaneous Equations Tobit Model)

) Durbin-McFaddenタイプのモデル(Durbin-McFadden Type Model, Durbin and McFadden[1984])

) 逐次決定トービット・モデル(Squantinal Tobit Model)

の3つである。(), ()はタイプ のトービット・モデル、()はタイプ のトービット・モデルを拡張したものであるが、これらモデルについて簡単に述べる。

3.1.1 連立方程式トービット・モデル

いま、 の家計が、銀行預金を y_{1i} 、利子収入を主目的とする長期債券 y_{2i} 、キャピタル・ゲインを目的とする資産 y_{3i} 、合計 M_i 保有するとしよう。 M_i は外生的に決定されているものとする。(なお、これは家計がまず第一段階で資産の保有額を決定し、第二段階で第一段階の決定と独立に各資産の保有額を決定すると考えることもできる。)効用関数が各資産の保有額とその他の説明変数の二次関数として表されると仮定しよう。すると、保有資産の合計が M_i (ここでは、 y_{2i}, y_{3i} が先に決定され y_{1i} は保有資産の残りの部分、すなわち、 $y_{1i} = M_i - y_{2i} - y_{3i}$ とする)で各資産の保有額が負にならないことという条件のもとで、効用関数を最大にする y_{2i}, y_{3i} の

Kuhu-Tukerの解を考えると,

$$(3.1) \quad y_{2i} = \text{Max} \{ \gamma_1 y_{3i} + x_{2i}' \beta_2 + u_{2i}, 0 \}$$

$$y_{3i} = \text{Max} \{ \gamma_2 y_{2i} + x_{3i}' \beta_3 + u_{3i}, 0 \}$$

となる。 x_{2i}, x_{3i} は M_i を含む説明変数のベクトルであるが、識別性の問題のため少なくとも一つずつの異なる説明変数を含むものとする

このモデルは、タイプ のトービット・モデルを連立方程式にしたものであるが、通常の連立方程式モデルと同様、単純なトービット最尤推定法では推定することができない。このため、ここでは推定には、詳細は省くがAmemiya [1974]の推定方法を用いている。

3.1.2 Durbin-McFaddenタイプのモデル

ほとんどの家計が銀行預金を保有しているので、資産保有のパターンは次の4つに分けられることになる。

	y_1	y_2	y_3
パターン 1	+	+	+
2	+	+	0
3	+	0	+
4	+	0	0

+はその資産を保有している, 0は保有していないを示す

ここで、資産選択がタイプ のトービット・モデルにおいて述べたように2段階の選択によって行われるとしよう。すなわち、資産保有の決定が、

) 4つのうちどれかの保有パターンを選択する

) 各資産の保有額を決定する

という二段階からなっているとしよう。この場合、ある資産を保有しないパターンが選択された場合は、()で選択されるべき額は観測することができない。

番目の家計がj番目の保有パターンを選択した場合、k番目の資産の最適な保有額(j番目の保有パターンはk番目の資産を保有するものとする)は、

$$(3.2) \quad y_{ijk}^* = x_{ijk}' \beta_{jk} + u_{ijk}$$

与えられるとしよう。 u_{ijk} は平均0、分散 σ^2 の誤差項である。 V_{ij} ($j=1, 2, 3, 4$)をj番目の保有パターンを選んだ場合の取引コストを含んだ間接効用関数としよう。(なお、一般性を損なうことなく、 $V_{i4} = 0$ とすることができる。)

番目の家計がj番目の保有パターンを選択するのは、

$$(3.3) \quad V_{ij} > V_{ik}, \quad k \neq j$$

の場合である。 V_{ij} が $j=1, 2, 3$ について説明変数の一次線型関数で

$$(3.4) \quad V_{ij} = x_{ij}' \delta_i + v_{ij}, \quad j=1, 2, 3$$

であるとしよう。4パターンの選択が多変量ロジットモデル(Multinomial Logit Model)となるように、 v_{ij} は独立であり、その分布関数は $\exp[-\exp(\quad)]$ であるとする。また、 u_{ijk} の条件付期待値を

$$(3.5) \quad E(u_{ijk} | v_{i1}, v_{i2}, v_{i3}) = (\sqrt{6} \sigma / \pi) \sum_{m=1}^3 \{ R_{jk}(m) (v_{im} - \gamma) \}$$

$$\sum_{m=1}^3 R_{jk}(m) = 0$$

γ = オイラー定数 (Euler's Constant)

$$\approx 0.577$$

であるとする。 $R_{jk}(m)$ はuとvとの間の関係を決めるパラメーターである。

y_{ijk}^* が観測されるのはj番目の選択がされる時(当然のことながら、kは番目の保有パターンに含まれるものとする)であるが、この場合の条件付期待値は、

$$(3.6) \quad E(y_{ijk}^* | j \text{ を選択}) = x_{ijk}' \beta + E(u_{ijk}^* | j \text{ を選択})$$

$$= x_{ijk}' \beta + (\sqrt{6} \sigma / \pi) \sum_{m=1}^3 R_{jk}(m) \cdot [E(v_{im} | j \text{ を選択}) - \gamma]$$

$$E(v_{im} | j \text{ を選択})$$

$$= \begin{cases} \gamma - \log P_{im} & m \neq j \\ \gamma + [P_{im}/(1 - P_{im})] \cdot \log P_{im} & m = j \end{cases}$$

となる。 P_{im} は家計 がm番目の保有パターン

を選択する確率である。

このモデルの推定は、Heckmanの二段階推定法を応用して、

)多変量ロジット・モデルを使って、(3.4)式を推定し、 P_{im} の推定値 $\hat{P}_{im}$ を求める。

) (3.6)式に $\hat{P}_{im}$ を代入し、最小二乗法によって(3.6)式を推定する。

という方法でおこなう。

3.1.3 逐次決定トービット・モデル

逐次決定トービット・モデルは、まず、家計が第一の資産の保有額(上限 M_i 、下限0)を決定し、次に第二の資産の保有額(上限 $M_i - y_{1i}$ 、下限0)を決定するものである。(第三の資産の保有額は残りの部分 $=M_i - y_{1i} - y_{2i}$)

すなわち、

$$(3.7) \quad y_{1i}^* = x_{1i}' \beta_1 + u_{1i}$$

$$y_{2i}^* = x_{2i}' \beta_2 + u_{2i}$$

$$y_{1i} = \begin{cases} M_i & y_{1i}^* \geq M_i \\ y_{1i}^* & 0 < y_{1i}^* < M_i \\ 0 & y_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$$

$$y_{2i} = \begin{cases} M_i - y_{1i} & y_{2i}^* \geq M_i - y_{1i} \\ y_{2i}^* & 0 < y_{2i}^* < M_i - y_{1i} \\ 0 & y_{2i}^* \leq 0 \end{cases}$$

とし、 y_{1i}^* 、 y_{2i}^* は直接観測されず、 y_{1i} 、 y_{2i} のみが観測されるとするものである。このモデルは、タイプ のトービット・モデルの応用であり、最尤法によって簡単に推定することができる。

3.1.4 モデルの推定結果

前節で述べたモデルは、日本経済新聞によって1984年10月に行われた調査のデータを使って推定された。これは東京都の2,757の家計を調査したものである、金融資産の保有状況、収入等について調べたものであるが、このうちデータの欠損がないなどの条件を満たす1,148の家計の調査結果を使って推定を行っている。

金融資産のデータは、8つのカテゴリーに分けられているが、これを3つのタイプ(銀行預金、利子収入を主目的とする債券、キャピタル・ゲインを主目的とする資産)に分類して分析している。

説明変数は、

X_2 : 世帯主の収入(単位:万円)

X_3 : 金融資産の保有額(単位:万円)

X_4 : 世帯主の年齢のダミー変数、30才未満1, それ以外0

X_5 : 世帯主の年齢のダミー変数、30才以上40才未満1, それ以外0

X_6 : 世帯主の年齢のダミー変数、60才以上1, それ以外0

X_7 : 世帯主の教育のダミー変数、大学卒1, それ以外0

X_8 : 主婦の収入(単位:万円)

X_9 : 住居のダミー変数、持ち家1, それ以外0

X_{10} : 住居地域のダミー変数、田園地域1, それ以外0

X_{11} : 世帯の扶養家族の人数

X_{12} : 勤務先のダミー、1000以上の企業1, それ以外0

であり、被説明変数の3つの金融資産の保有額の単位は万円である。モデルの推定結果は、表3.1-3.3の通りである。なお、カッコ内は推定値の標準誤差であり、パラメーターの添字は上記の変数と対応している。

表3.1 連立方程式トービット・モデルの推定結果

	利子収入を主目的とする長期資産(y_2)の式	キャピタル・ゲインを主目的とする資産(y_3)の式
定数項	-703.223 (15.3)	-700.619 (13.9)
β_2		0.249 (0.045)
β_3	0.601 (0.0197)	0.349 (0.0196)
β_6	200.663 (62.9)	
β_7	119.320 (26.2)	81.784 (25.6)
β_9		82.241 (31.4)
β_{12}	132.752 (29.2)	139.275 (14.7)
γ_1	-0.890 (0.128)	
γ_3	-0.253 (0.182)	

出典: Amemiya, Saito, and Shimono [1987]

表3.2a Durbin-MacFaddenタイプのモデルの第一段階
多変量ロジット・モデルによる推定結果

	パターンⅠの 選択式	パターンⅡの 選択式	パターンⅢの 選択式
定数項	-4.3124 (0.350)	-3.5424 (0.294)	-4.4093 (0.321)
δ_2	0.000314 (0.000571)	0.000734 (0.00521)	0.001909 (0.000471)
δ_3	0.002671 (0.000237)	0.002030 (0.00224)	0.001385 (0.000240)
δ_7	0.5295 (0.245)	0.00203 (0.221)	0.001385 (0.216)
δ_9	0.4794 (0.266)	0.2545 (0.231)	0.7415 (0.249)
δ_{10}	-1.3508 (0.759)	-0.2585 (0.438)	-0.5954 (0.500)
δ_{12}	0.9667 (0.238)	0.4540 (0.214)	1.1327 (0.208)

表3.2b Durbin-McFaddenの二段階目の推定結果

	利子収入を主目的とする長期資産	キャピタル・ゲインを主目的とする
定数項		-84.051 (34.4)
β_2		0.219 (0.0509)
β_3	0.291 (0.0141)	0.207 (0.0178)
β_6	115.324 (59.8)	
X_{13}^*	1.266 (7.45)	-21.851 (6.39)

: X_{13}^ は、利子収入を主目的とする長期資産では

$$-d_1[P_2 \log P_2 / (1-P_2) + \log P_2] + d_2[P_1 \log P_1 / (1-P_1) + \log P_2]$$

キャピタル・ゲインを主目的とする資産では

$$-d_1[P_3 \log P_3 / (1-P_3) + \log P_3] + d_3[P_1 \log P_1 / (1-P_1) + \log P_3]$$

d_i はi番目のパターンが選択された場合1, その他の場合

0のダミー変数

出典:表3.1に同じ

表3.3 逐次決定トービット・モデルによる推定結果

	第一段階 銀行預金	第二段階 利子収入を主目的とする長期資産
定数項	-639.800 (41.9)	188.209 (81.1)
β_2	-0.224 (0.0716)	-0.381 (0.122)
β_3	0.466 (0.0339)	0.367 (0.0460)
β_6	-158.412 (70.4)	282.694 (120.3)
β_7	-86.361 (32.2)	
β_9	-82.719 (34.8)	-133.561 (67.5)
β_{10}	137.545 (71.6)	
β_{12}	-138.095 (31.2)	
σ	386.430 (14.6)	480.658 (33.9)

出典:表3.1に同じ

この研究では、三つのモデルの推定結果と単純な最小二乗法による推定結果を比較するために、

)100のサンプルをランダムに除きそれ以外のサンプルを使いモデルの推定を行う

)その推定値を使って推定に使われなかった100のサンプルの資産の予測を行い、予測精度を比較する

ということを行っている。この結果、予測誤差は次表の通りであり、三つのモデルは最小二乗

表3.4 モデルの予測精度の比較

(予測誤差の平均平方誤差の平方根:単位万円)

	利子収入を主目的とする長期資産	キャピタル・ゲインを主目的とする資産
最小二乗法	116.2	188.5
連立方程式トービット・モデル	114.4	182.1
Durbin-MacFaddenタイプのモデル	113.0	183.1
逐次決定トービット・モデル	108.6	177.6

出典:表3.1に同じ

法より優れているといえる。また、三つのモデルの中では、逐次決定トービット・モデルの予測精度が最もよく、連立方程式トービット・モデルとDurbin-McFaddenタイプのモデルの予測精度は連立方程式トービットモデルの方が多少良い。

3.2 橋木・谷川[1990]の研究

橋木・谷川[1990]は、タイプ のトービット・モデルを使い、金融資産の分析を行った。分析に用いられたのは、1985年11月に行われたNEEDS-RADAR(日経金融行動調査)のデータである。金融資産は、()銀行普通預金、()郵便貯金、()銀行定期性預金、()積立定期、()財形貯蓄、()定期性郵便貯金、()ビッグ、()金銭信託・貸付信託、()金融債、()公社債、()中国ファンド、()株式、()株式投信・公社債投信の13を対象としている。

橋木・谷川[1990]のモデルでは、

()j番目の資産を保有するかどうか(保有関数)を決定する

()保有額(需要関数)を決定する

という決定が個別に行われるとしている。家計がこのような行動をとる理由としては、取引費用(あるタイプの資産は一定額以上の資産総額がないと保有できない)の影響をあげており、

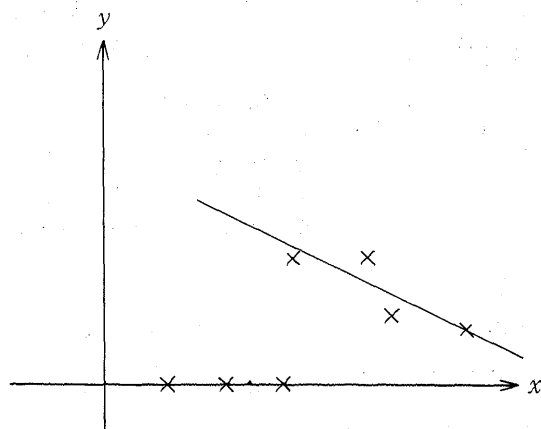


図3.1

また、このモデルでは、タイプ のトービット・モデルと異なり図3.1のようなデータを説明可能であるとしている。

保有の決定(保有関数)では、家計 は資産 j を

$$(3.8) \quad v_{ij} = x_{ij}' \gamma_j + u_{si}$$

が正の場合のみ保有する。 γ_j はプロビット法によって求めることができる。また、保有額(需要関数)は、

$$(3.9) \quad y_{ij}^* = x_{ij}' \beta_j + u_{ti}$$

で与えられるが、 y_{ij}^* は v_{ij} が正の場合のみ観測することができる。2章で述べたように、 σ_{st} を u_t , u_s の共分散とすると、観測される値は

$$(3.10) \quad y_{ij} = x_{ij}' \beta_j + \sigma_{st} \lambda (x_{ij}' \gamma_j) + \varepsilon_{ij}$$

であり、 γ_j にプロビット法の推定値を代入して、 β_j を最小二乗法によって推定することが可能となる。

橋木・谷川[1990]は13の金融資産すべてについてモデルの推定を行っているが、ここでは預金性の資産の推定結果を表3.5a及び3.5bに示した(資産の単位:万円)。サンプル・サイズはデータの欠損等の理由により、2052-2103となっている。カッコ内は推定値のt-値であり、D13, D14は保有パターンを表す変数で、通貨性預金(銀行、郵便局の普通預金)を保有している場合のD13は高利回り資産(ビッグ、金銭信託、金融債、公社債、中国ファンド)を、D14は危険資産(株式、株式投信・公社債投信)保有する条件付確率の推定値である。

3.3 牧・古川・渡辺・河・伊藤[1991]の研究

牧・古川・渡辺・河・伊藤[1991]は、家計がどのように金融資産を選択し、その保有額を決定するかについて、逐次決定トービット・モデルとタイプ のトービット・モデルを使い、分析を行った。データは、1988年11-12月に郵政研究所が実施した「家計における金融資産に関する調査」である。この調査は、全国の2人以上の構成人員の6000世帯を対象にしたもので、回収率は65.0%である。

逐次決定トービット・モデルは、タイプ の

表 3.5a 預金性の資産の保有の決定(保有関数)

	銀行普通預金	郵便貯金	銀行定期性預金	積立定期	定期性郵便貯金
定数項	1.2299 (3.2375)	-0.7733 (-6.6260)	0.1271 (1.0255)	-1.0097 (-7.8455)	-0.6879 (-5.6910)
所得	0.001841 (2.2887)	0.7511E-04 (0.7201)	0.4833E-03 (3.3140)	0.1410E-03 (1.3436)	-0.2028E-03 (-1.8461)
金融資産総額	0.002652 (2.5064)	0.9688E-04 (2.5575)	0.3379E-03 (5.8938)	0.1582E-03 (3.9913)	0.4698E-03 (9.5807)
リスク態度	-0.01854 (-0.2960)	0.001576 (0.08651)	-0.06234 (-3.1857)	-0.02358 (-1.2096)	-0.02323 (-1.2416)
世帯主年齢	0.003889 (0.6536)	0.01293 (5.8833)	0.009414 (3.9139)	0.007996 (3.5055)	0.01196 (5.3273)
扶養家族人数		0.01299 (1.9529)	-0.05195 (-1.7565)		-0.001230 (-0.1454)
持ち家	-0.05913 (-0.2093)	-0.1249 (-1.6460)	0.02472 (0.2909)		0.03008 (0.3861)
住宅ローン		0.001294 (2.4285)	0.3951E-03 (0.6264)		-0.6673E-03 (-1.2273)
学歴：大卒以上			0.03229 (0.5085)	-0.1560 (-2.4675)	0.2723 (4.5717)
保有サンプル	2083	878	1460	507	958
サンプルサイズ	2103	2054	2059	2098	2053
対数尤度	-89.58	-1358.95	-1141.83	-1123.10	-1297.48

表 3.5b 預金性の資産の保有額(保有関数)

	銀行普通預金	郵便貯金	銀行定期性預金	積立定期	定期性郵便貯金
定数項	-13.626 (-0.5535)	52.887 (1.0445)	299.68 (1.4341)	750.88 (2.3653)	217.24 (1.5212)
所得	0.06997 (2.4265)	0.009975 (1.1574)	-0.04766 (-0.5834)	0.001647 (0.03989)	0.01557 (0.4602)
金融資産総額	0.07652 (1.9430)	0.02181 (5.4750)	0.2936 (7.4872)	0.03100 (2.3096)	0.1051 (4.2590)
リスク態度	4.5600 (1.9587)	-2.6883 (-2.2810)	3.9097 (0.3647)	4.7026 (0.6908)	4.9535 (1.1464)
世帯主年齢	-0.4526 (-1.1669)	-0.2064 (-0.5548)	-2.5192 (-1.4561)	-2.8256 (-1.6694)	-2.4713 (-2.1860)
扶養家族人数			16.250 (1.6755)		8.2566 (1.4122)
持ち家	19.574 (1.8971)		-1.9199 (-0.0795)		32.807 (2.4042)
住宅ローン			-0.3543 (-2.0541)		-0.2101 (-2.0907)
学歴：大卒以上		-17.445 (-2.7703)	-67.408 (-3.4242)		-25.167 (-1.1112)
HAZARD RATE	94.037 (0.4056)	-17.891 (-0.4939)	-302.55 (-1.0228)	-456.35 (-2.2450)	-126.29 (-1.1369)
保有パターン・ダミーD13	1.1404 (1.7929)	-0.1170 (-0.8392)			
保有パターン・ダミーD14	-2.9051 (-1.6685)	0.2875 (1.6625)			

出典：橋木・谷川 [1990]

トービット・モデルの応用であり、金融資産を
()預貯金グループ(y_1)、()生命保険グループ
(y_2)、()有価証券グループ(y_3)、()株式
(y_4)の4つのグループに分け、家計が保有額
を $y_1 \rightarrow y_2 \rightarrow y_3 \rightarrow y_4$ の順に逐次決定していくとする
ものである。

このモデルでは、家計の資産の保有額は、

$$\begin{aligned} (3.11) \quad y_{1i} &= \text{Max} \{0, x_{1i}' \beta_1 + u_{1i}\} \\ y_{2i} &= \text{Max} \{0, \gamma_{21} y_{1i} + x_{2i}' \beta_2 + u_{2i}\} \\ y_{3i} &= \text{Max} \{0, \gamma_{31} y_{1i} + \gamma_{32} y_{2i} + x_{3i}' \beta_3 + u_{3i}\} \\ y_{4i} &= \text{Max} \{0, \gamma_{42} y_{2i} + \gamma_{43} y_{3i} + x_{4i}' \beta_4 + u_{4i}\} \end{aligned}$$

であるとしている。誤差項が互に独立であるとするれば、個々の決定式は、タイプ のトービット・モデルとなりその推定には、トービット最尤推定量を使うことができる。Amemiya, Saito and Shimono[1987]の逐次決定トービット・モデルとの違いは、このモデルでは、前段階までの決定がなされた後、次段階の決定を個別に行うとするため、前段階までに決定された各種資産の保有額が説明変数に含まれることである。(ただし、多重共線性のため、 y_4 の式では、 y_1 を除いている。)

タイプ のトービット・モデルは橘木・谷川[1990]のモデルと同様に、()資産の保有の決

定と、()保有額の決定が個別に行われるとし、資産保有決定段階では、家計が資産を保有するかどうかを

$$(3.12) \quad y_{1ij}^* = x_{1ij}' \delta_j + u_{1ij}$$

の符号によって決める。資産の保有額は

$$(3.13) \quad y_{2ij}^* = x_{2ij}' \beta_j + u_{2ij}$$

であるが、 $y_{1ij}^* > 0$ の場合のみ観測されるものとするモデルである。推定には、Heckmanの二段階推定法が用いられている。

分析対象とする金融資産は、()都銀・長信銀・信託の預金、()地銀・相銀の預金、()信金・信組・労金・農漁協の預金、()生命保険、()簡易保険、()株式、()株式投信・公社債投信、()貸付信託・金銭信託の8種である。

この二つのモデルを使った推定結果は、表3.6および表3.7の通りである。資産、所得の単位は万円であり、カッコ内は推定値のt-値である。(なお、逐次決定トービット・モデルとして、ここで示したものの以外に貯蓄目標額を説明変数に含むモデルの推定が行われている。また、タイプ のトービット・モデルについては、8種の資産すべてについて推定されているが、ここでは、4つの預金についてのみ推定結果を示した。)

まとめ

本論文では、タイプ 、タイプ のトービット・モデルとその金融資産の分析への応用例について簡単に述べた。トービット・モデルは、近年までは、労働経済や消費者選択の分析といった分野での応用が主であり、その他の分野での実証研究への応用例は比較的少なかった。

しかしながら、金融資産の分析においては、家計によってはあるタイプの資産を保有しないため、トービット・モデルは有効な分析手法であると考えられ、今後は実証研究への応用が広がると考えられる。

表 3.6 逐次決定トービット・モデルによる推定結果

説明変数 \ 被説明変数	預貯金グループ	生命保険グループ	有価証券グループ	株 式
定数項	-298.691 (-2.905)	104.005 (1.025)	-1113.884 (-6.496)	-1499.653 (-4.216)
資産残高 (単位：万円)	0.328 (26.051)	0.707 (45.514)	0.626 (17.362)	0.581 (10.532)
預貯金グループ (単位：万円)	— (—)	-0.720 (-22.789)	-0.582 (-11.642)	— (—)
生命保険グループ (単位：万円)	— (—)	— (—)	-0.701 (-12.648)	-0.575 (-6.637)
有価証券グループ (単位：万円)	— (—)	— (—)	— (—)	-0.229 (-1.595)
年間収入 (単位：万円)	0.143 (3.226)	-0.046 (-1.067)	0.054 (0.921)	0.214 (1.771)
年齢	6.681 (4.490)	-3.971 (-2.666)	2.438 (1.089)	-6.583 (-1.344)
地域ダミー				
東京都区部	-65.795 (-1.129)	50.424 (0.905)	305.710 (3.697)	94.614 (0.528)
10大都市	-146.914 (-2.627)	-53.145 (-0.982)	238.236 (2.907)	282.555 (1.652)
人口15万以上の都市	-56.453 (-1.217)	-50.767 (-1.121)	158.160 (2.203)	135.262 (0.918)
人口5万未満の都市	136.954 (1.923)	49.317 (0.720)	-71.685 (-0.576)	-240.463 (-1.014)
郡部	2.582 (0.053)	-13.910 (-0.295)	57.302 (0.741)	-147.536 (-0.909)
貯蓄目的ダミー				
老後	33.988 (0.971)	7.139 (0.208)	134.148 (2.450)	76.675 (0.657)
不時の出費	78.068 (2.185)	21.454 (0.610)	109.547 (2.007)	-180.656 (-1.609)
子供の教育・結婚	-28.052 (-0.785)	58.883 (1.686)	79.023 (1.448)	194.813 (1.689)
住宅取得	22.739 (0.462)	-72.460 (-1.530)	180.114 (2.675)	157.179 (1.095)
レジャー目的等	21.089 (0.533)	-49.542 (-1.276)	75.917 (1.278)	-13.911 (-1.108)
目的なし	89.397 (2.269)	-29.037 (-0.746)	157.149 (2.584)	-69.485 (-0.523)
持ち家ダミー	16.290 (0.447)	-10.976 (-0.310)	27.711 (0.519)	182.775 (1.510)
S I GMA	— (—)	425.800 (38.926)	455.111 (19.355)	880.538 (15.047)

出典：牧・古川・渡辺・河・伊藤 [1991]

表 3.7 預貯金の二段階モデルの推定結果

説明変数	預金のタイプ							
	都銀, 長銀, 信託		地銀, 相銀		信金, 信組, 農・漁協		郵便貯金	
	1)PROBIT	2)OLS	1)PROBIT	2)OLS	1)PROBIT	2)OLS	1)PROBIT	2)OLS
定数項	-0.915 (-4.019)	-216.6 (-0.631)	-0.125 (-0.611)	-1581.3 (-0.967)	-1.230 (-5.932)	4422.9 (2.900)	-0.675 (-3.366)	264.1 (0.267)
資産	0.0001 (3.389)	0.145 (6.594)	-0.0001 (2.687)	0.193 (2.423)	0.0001 (3.877)	-0.046 (-0.926)	0.0001 (5.392)	0.066 (1.061)
所得	0.0005 (5.239)	0.009 (0.113)	0.0001 (1.259)	0.163 (1.330)	0.0003 (3.133)	-0.463 (-2.655)	-0.0001 (-1.634)	-0.002 (-0.030)
年齢	-0.0004 (-0.105)	1.357 (1.157)	-0.005 (-1.606)	-4.383 (-0.751)	0.003 (0.882)	-3.071 (-1.402)	0.008 (2.513)	2.136 (0.555)
地域ダミー								
東京都区部	1.136 (7.874)	123.2 (0.778)	-1.029 (-8.170)	-1479.6 (-1.124)	-0.010 (-0.086)	-8.729 (-0.203)	0.073 (0.595)	-53.72 (-1.267)
10大都市	0.716 (6.262)	15.55 (0.143)	-0.176 (-1.671)	-245.1 (-1.186)	-0.353 (-3.259)	656.2 (2.412)	-0.047 (-0.441)	1.278 (0.040)
人口15万以上の都市	0.192 (2.054)	39.72 (0.891)	-0.040 (0.451)	-62.07 (-1.079)	-0.222 (-2.534)	419.1 (2.766)	-0.013 (-0.145)	-31.65 (-1.762)
人口5万以上の都市	-0.535 (-3.517)	140.6 (1.020)	0.270 (1.929)	449.2 (1.502)	0.171 (1.371)	-292.6 (-2.789)	0.040 (0.302)	-55.83 (-1.818)
郡部	-0.702 (-6.595)	-64.67 (-0.493)	0.251 (2.622)	252.3 (0.981)	0.264 (2.830)	-426.5 (-2.643)	-0.072 (-0.754)	22.87 (0.591)
貯蓄目的ダミー								
老後	0.108 (1.394)	57.76 (1.951)	0.183 (2.576)	224.7 (1.099)	-0.087 (-1.241)	153.6 (2.661)	0.200 (2.841)	-20.48 (-0.202)
不時の出費	0.197 (2.523)	37.33 (0.859)	0.115 (1.651)	71.97 (0.547)	0.306 (4.400)	-617.4 (-3.079)	0.229 (3.328)	-41.89 (-0.366)
子供の結婚	0.086 (1.086)	-26.92 (-0.883)	0.167 (2.372)	166.1 (0.885)	0.308 (4.348)	-600.3 (-3.097)	0.309 (4.432)	-46.99 (-0.307)
教育	0.668 (6.446)	32.40 (0.326)	0.105 (1.229)	143.7 (1.181)	0.244 (2.859)	-467.9 (-2.852)	0.182 (2.165)	-10.10 (-0.106)
住宅取得	0.166 (1.881)	8.71 (0.219)	0.278 (3.384)	266.5 (0.852)	0.181 (2.231)	-368.4 (-2.956)	0.151 (1.852)	-28.12 (-0.373)
レジャー	0.020 (0.228)	12.18 (0.363)	0.165 (2.097)	208.4 (1.085)	0.165 (2.148)	-276.6 (-2.493)	0.224 (2.889)	-0.735 (-0.007)
目的なし								
収益ダミー	0.145 (1.689)	-56.24 (0.934)	-0.017 (-0.215)	-59.72 (-1.949)	-0.046 (-0.602)	56.17 (1.495)	-0.189 (-2.409)	3.326 (0.034)
持ち家ダミー	-0.117 (-1.481)	24.57 (0.934)	0.068 (0.938)	109.3 (1.348)	0.262 (3.649)	-505.7 (-2.919)	-0.056 (-0.782)	3.135 (0.097)
貯蓄理由選択ダミー								
ANZEN	-	72.00 (2.458)	-	71.66 (3.407)	-	1.914 (0.071)	-	-1.065 (-0.069)
SHUEKI	-	102.85 (1.987)	-	13.32 (0.329)	-	41.16 (0.883)	-	38.23 (2.249)
RYUDOU	-	-31.96 (-1.030)	-	-69.48 (-2.648)	-	-45.13 (-1.381)	-	-28.54 (-2.122)
RIBEN	-	51.03 (1.443)	-	-43.16 (-1.459)	-	16.00 (0.612)	-	-5.314 (-0.389)
HOKKA	-	72.69 (1.371)	-	-31.74 (-0.825)	-	-13.81 (-0.420)	-	-32.57 (-2.000)
金融機関選択ダミー								
ACCESS	-	-33.58 (-1.044)	-	-27.01 (-0.969)	-	22.26 (0.691)	-	3.603 (0.249)
SHINYO	-	10.02 (0.322)	-	72.61 (3.144)	-	84.87 (2.808)	-	30.79 (2.069)
TOUGH	-	38.23 (0.887)	-	41.37 (1.425)	-	29.59 (0.940)	-	39.60 (2.015)
FUTAI	-	85.59 (1.746)	-	-41.46 (-1.256)	-	56.46 (0.788)	-	-55.46 (-2.173)
HOKAB	-	-48.43 (-1.161)	-	-20.10 (-0.534)	-	39.99 (0.695)	-	-11.55 (-0.498)
HAZARD RATIO (λ)	-	123.91 (0.509)	-	1906.7 (1.012)	-	-2717.9 (-2.874)	-	-284.1 (-0.344)
サンプル数	1798		1892		1978		1889	
正の値のもの	829		1062		808		1122	

貯蓄ダミー, 金融機関選択ダミーは次の通りである。

貯蓄選択ダミー

ANZEN: 元本が保証され安全

SHUEKI: 利回り面で有利, 税金面で有利

RYUDO: 換金が容易にできる

RIBEN: 手続簡単・わかりやすい, 自動的に給与から天引きされ手間がかからない, 当座貸越・公共料金などのサービスが受けられる

金融機関選択ダミー

ACCESS: 店舗が家や職場に近いなど便利なおところにある

SHINYO: 従業員が親切で親しみやすい, 信用・安心できる

TOUGH: 外交員や家や職場まで来てくれる, 知人・友人が動いている。

FUTAI: 貯蓄などの情報をたくさん提供してくれる, 住宅ローンなどの付加サービスを受けられる

HOKAB: その金融機関でしか扱っていない

出典: 表3.6に同じ

付章A タイプ のトービット・モデルの推定例

ここでは、TSPによるタイプ のトービット・モデルの途中打ち切り回帰モデルの推定例をあげる。(なお、TSPについては、和合・伴[1988]を参照せよ。)推定するモデルは、

$$(A.1) \quad Y_i^* = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

$$Y_i = \text{Max} \{Y_i^*, 0\}$$

であり、 β_1 、 β_2 の真の値は、-10.0、1.0である。入力データは、次の通りである。

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	0.0	9.3	13.6	11.8	2.1	18.1	14.0	7.1	10.8	17.5	18.0	13.1	10.4	14.7	12.3
Y	0	15.4	19.7	0	0	12.6	0	0	0	5.9	0	0	3.2	18.1	19.7

i	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
X	0.1	16.0	0.7	9.3	5.0	6.9	7.5	3.6	5.7	16.8	10.2	5.2	2.6	0.1	0.2
Y	0	5.3	1.1	0	0	6.4	0	0	0	19.4	9.6	0	0	0	0.3

推定のためのTSPコマンドは、

1. SMPL 1 30;
2. LOAD(FILE="A:INPUTA.DAT")X Y;
3. TOBIT Y C X;

である。

推定結果：

TOBIT ESTIMATION

Working space used:297

STARTING VALUES

	C	X	SIGMA
VALUE	-2.34241	1.46277	10.16445

F= 75.109 FNEW= 58.889 ISQZ= 0 STEP= 1.0000 CRIT= 31.565
 F= 58.889 FNEW= 58.797 ISQZ= 0 STEP= 1.0000 CRIT=0.16905
 F= 58.797 FNEW= 58.795 ISQZ= 0 STEP= 1.0000 CRIT=0.38843E-02
 F= 58.795 FNEW= 58.795 ISQZ= 0 STEP= 1.0000 CRIT=0.34038E-05

CONVERGENCE ACHIEVED AFTER 4 ITERATIONS

8 FUNCTION EVALUATIONS.

DEPENDENT VARIABLE: Y

LOG OF LIKELIHOOD FUNCTION= -58.7954
 NUMBER OF OBSERVATIONS= 30
 NUMBER OF POSITIVE OBSERVATIONS= 13
 PERCENT POSITIVE OBSERVATIONS= 0.433333

PARAMETER	ESTIMATE	STANDARD ERROR	T-STATISTIC
C	-12.230	5.3417	-2.2895
X	1.2263	0.42512	2.8847
SIGMA	10.747	2.3424	4.5879

STANDARD ERRORS COMPUTED FROM ANALYTIC SECOND DERIVATIVES
(NEWTON)

付章B Heckmanの二段階推定法によるタイプ のトービット・モデルの推定例

ここでは、タイプ のトービット・モデルのTSPによる推定例を示す。モデルは、

$$(B.1) \quad Y_{1i}^* = \beta_{11} + \beta_{12}X_{1i} + u_{1i}$$

$$Y_{2i}^* = \beta_{21} + \beta_{22}X_{2i} + u_{2i}$$

$$W_i = \begin{cases} 1 & Y_{1i}^* > 0 \\ 0 & Y_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$$

$$Y_{2i} = \begin{cases} Y_{2i}^* & Y_{1i}^* > 0 \\ 0 & Y_{1i}^* \leq 0 \end{cases}$$

であり、パラメーターの真の値は、 $\beta_{11} = -1.0$, $\beta_{12} = 0.1$, $\beta_{21} = -10.0$, $\beta_{22} = 1.0$ である。データは、次の通りである。

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X ₁	0.0	9.3	13.6	11.8	2.1	12.6	14.0	7.1	10.8	17.5	18.0	11.3	10.4	14.7	12.3
X ₂	0.6	4.9	11.9	17.3	15.9	18.1	14.7	9.8	1.9	12.2	6.5	13.1	8.4	15.6	7.1
W	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
Y ₂	0	0	19.7	0	0	6.4	0	-2.9	0	5.9	0	0	3.2	18.1	19.7

i	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
X ₁	0.1	16.0	0.7	9.3	5.0	6.9	7.5	3.6	5.7	16.8	10.2	5.2	2.6	0.1	16.6
X ₂	4.4	4.3	7.0	10.3	0.8	7.1	15.8	7.3	14.5	11.6	5.0	12.9	6.8	1.9	16.1
W	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0
Y ₂	-6.9	0	1.1	0	-4.6	0	-10.3	0	-8.8	19.4	9.6	-12.9	0	0	0

推定のTSPコマンドは、

1. SMPL 1 30;
2. LOAD(FILE="A:INPUT.DAT")X1 X2 W Y2;
3. PROBIT W C X1;
4. GENR XB=-0.12527+0.013459*X1;
5. GENR=NORM(XB)/CNORM(XB);
6. SELECT W>0;
7. LS(ROBUST)Y2 C X2 R;

である。3でProbit法によって、まず、二値選択のモデルを推定する。次に、4、5でこの推定値を使いHazard Ratioを計算する。最後に最小二乗法によって、 $W_i = 1$ のもののみを使って Y_{2i} の式を推定している。7のカッコのROBUSTは、Whiteの方法によって分散共分散行列を計算するオプションである。この場合、Heckmanの二段階推定法の推定結果はパラメーターの真の値からずれており、あまり良い推定値とは言えない。

EQLATION 1

PROBIT ESTIMATION

Working space used: 243

STARTING VALUES

			C	X 1	
	VALUE		0.00000	0.00000	
F = 20.794	FNEW= 20.737	ISQZ= 0	STEP= 1.0000	CRIT= 0.11454	
F = 20.737	FNEW= 20.737	ISQZ= 0	STEP= 1.0000	CRIT=0.11891E-05	

CONVERGENCE ACHIEVED AFTER 2 ITERATIONS

4 FUNCTION EVALUATIONS.

DEPENDENT VARIABLE:W

LOG OF LIKELIHOOD FUNCTION=	-20.7370
NUMPERA OF OBSERVATIONS=	30
NUMBER OF POSITIVE OBSERVATIONS=	15
PERCENT POSITIVE OBSERVATIONS=	0.500000
SUM OF SQUARED RESIDUALS=	7.47146
R-SQUARED=	0.380553E-02
PERCENT CORRECT PREDICTIONS=	0.533333

PARAMETER	ESTIMATE	STANDARD ERROR	T-STATISTIC
C	-0.12527	4.3654	-0.28695E-01
X1	0.13459E-01	0.39774E-0	0.33838

STANDRD ERRORS COMPUTED FROM ANALYTIC SECOND DERIVATIVES
(NEWTON)

EQUATION 2

* * * * *

METHOD OF ESTIMATION = ORDINARY LEAST SQUARES

DEPENDENT VARIABLE: Y2

SUM OF SQUARED RESIDUALS= 745.907
 STANDARD ERROR OF THE REGRESSION= 7.88409
 MEAN OF DEPENDENT VARIABLE= 4.19333
 STANDARD DEVIATION= 11.7737
 R-SQUARED= 0.615649
 ADJUSTED R-SQUARED= 0.551590
 DURBIN-WATSON STATISTIC(ADJ. FOR 8 GAPS)= 0.5015
 F-STATISTIC(2, 12)= 9.61071
 LOG OF LIKELIHOOD FUNCTION= -50.5832
 NUMBER OF OBSERVATIONS= 15

VARIABLE	ESTIMATED COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T-STATISTIC
C	164.58	34.251	4.8049
X2	-0.63919	0.41781	-1.5298
R	-193.93	41.299	-4.6958

S. E. S AND VARIANCE SHOWN ARE HETEROSKEDASTIC-CONSISTENT ESTIMATES

参 考 文 献

- Amemiya, T., 1974, "Multivariate Regression and Simultaneous Equation Models When Dependent Variables are Truncated Normal," *Econometrica*, Vol. 42, 999 - 1012
- _____, 1985, *Advanced Econometrics*, Harvard University Press.
- Amemiya, T., M. Saito, and K. Shimono, 1987, "A Study of Household Investment Pattern in Japan: An Application of Generalized Tobit Model," Technical Report No. 29, Econometric Workshop, Stanford University. (この論文の季刊理
- 論経済学(The Economic Studies of Quarterly)に掲載予定。)
- Durbin, J.A., and D.McFadden, 1984, "An Econometric Analysis of Residential Electric Appliance Holding and Consumption," *Econometrica*, Vol.52, 345 - 362.
- Heckman, J.J., 1976, "The Common Structure of Statistical Models of Truncation, Sample Selection and Limited Dependent Variables and a Simple Estimator for Such Models," *Annals of Economic and Social Measurement*, Vol.5, 475

- 492.
- _____, 1978, " Dummy Endogenous Variables in a Simultaneous Equation System, " *Econometrica*, Vol.48, 931 - 959.
- Maddala, G.S., 1983, *Limited Dependent and Quantitative Variables in Econometrics*, Cambridge University Press.
- 牧厚志・古川彰・渡辺真一・河信行・伊藤潔, 1991, 「家計における金融資産選択行動－Tobit Modelにおける資産選択モデルの計測－」, 郵政研究レビュー, №1, 55-118.
- 橘木俊詔・谷川寧彦, 1990, 「家計の資産選択－資産保有パターンの計量分析－」ファイナンス研究, №12, 1 - 20.
- Tobin, J., 1958, " Estimation of Relationships for Limited Dependent Variables, " *Econometrica*, Vol.26, 24 - 36.
- White, H., 1980, " A Heteroskedasticity - Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity, " *Econometrica*, Vol. 48, 817 - 838.
- 和合肇・伴金美, 1988, 『TSPによる経済データの分析』, 東京大学出版会