

米国における社会資本の長期的影響^{*1}

—ヨハンセンの共和分分析による計測—

高橋 青天^{*2}

要 約

本稿では、Ratner, AschaureやMunnellの研究に従い、コブ・ダグラス生産関数を使った社会資本の影響の検討を行う。「見せかけの回帰問題」と「同時性バイアス問題」を避ける為に、コブ・ダグラス生産関数から導かれた長期費用関数を想定する。この長期費用関数を、近年注目されているJohansen and Juselius(1990)で展開された「共和分分析」を適用して、「共和分」として推計する。さらに、分析を通じて、Lynde and Richmond(1992)の結果を確認する。

分析の結果は、1) 長期費用関数の共和分から、社会資本を含むすべての投入物に関して収穫一定性が成立しているという、Lynde and Richmond(1992)の結論を確認できなかった、2) しかしながら、コブ・ダグラス生産関数を想定した社会資本の他の研究で推定された弾力性の値よりは小さいが、社会資本が生産・生産性に長期的影響を及ぼしていることが長期費用関数の共和分より確認できた。

はじめに

社会資本が民間部門の生産・生産性へ及ぼす長期的影響に関して、これまで多くの研究がなされてきた。例えば、Ratner(1983), Aschaure(1989), Holtz-Earkin(1988), Munnell(1990a, b), Berndt and Hansson(1991)さらに、Lynde and Richmond(1992)などが重要な研究として挙げられるであろう。これらの研究では、社会資本が民間部門の生産・生産性に重要な長期的影響を及ぼしているという結論が導かれている。しかし、Munnell(1992)で指摘されたように、これらの研究の多くは、結論を導

く上で重大な分析上の欠陥を共有している。すなわち、多くの時系列データは非定常である、という事実が考慮されていないということである。Granger and Newbold(1974)で詳しく論じられたように、データの非定常性を考慮に入れない実証分析は、彼らが得た結論に重大な影響を及ぼす可能性がある。すなわち、それらの論文で行われた回帰分析は、いわゆる「見せかけの回帰」にすぎないのでは、という重大な疑問が生じる。この問題を避けるために、Munnell(1990b)のように地域データを使った

^{*1} 本稿の作成の過程で、牧 厚志 (慶応大学), 三井 清 (明治学院大学), 西尾 敦 (明治学院大学), 吉野 直行 (慶応大学) の各氏から有益なコメントを頂いた。言うまでもなく、在りうべき誤謬は、一切筆者の責任である。

^{*2} 明治学院大学

分析を行う方法もあるが、非定常性を考慮した論文としては、Holtz-Earlin(1988)及びLynde and Richmond(1992)がある。Holtz-Earlin(1988)では、非定常性を考慮して各系列の1階の階差を取って回帰分析を行っている。しかしながらこの方法では、我々が知りたい長期的関係の情報が失われてしまうことになる。また、Lynde and Richmond(1992)では、非定常性を十分考慮し、シェア関数を計測し、1)社会資本の限界生産性が正となること、2)社会資本を含めて規模に関して収穫一定が成立すること、3)社会資本と民間資本は補完関係であることなどの結果が得られた。

本稿では、Ratner, AschaureやMunnellの研究に従い、コブ・ダグラス生産関数を使った

社会資本の影響の検討を行う。「見せかけの回帰問題」と「同時性バイアス問題」を避ける為に、コブ・ダグラス生産関数から導かれた長期費用関数を想定する。

この長期費用関数を、近年注目されているJohansen and Juselius(1990)で展開された「共和分分析」を適用して、「共和分」として推計する。さらに、分析を通じて、Lynde and Richmond(1992)の結果を確認することが目的である。

次節では、実証分析に使われる計量モデルとデータが分析される。節では、Johansenの共和分分析方法が適用され、推定結果の妥当性が検討される。節は結論に当てられている。

．モデルとデータ

2.1: 長期費用関数の導出

下記のコブ・ダグラス生産関数を想定しよう。

$$Y = me^{at} L^{\alpha_1} K^{\alpha_2} G^{\alpha_3}$$

さらに、費用最小化問題を解くことにより、よく知られた次の費用関数を得る。

$$\ln C = \alpha + (1/\gamma) \ln Y + (-\alpha_1/\gamma) \ln G + (\alpha_1/\gamma) \ln w + (\alpha_2/\gamma) \ln r + \theta t \quad (1)$$

ここで、 $\gamma = \alpha_1 + \alpha_2$ であり、上式の各記号は次の通りである。

Y : 産出量, a : 技術進歩率, t : 時間を表わすパラメーター, L : 労働投入量, K : 民間資本, G : 社会資本, C : 総費用, w : 賃金率, r : 資本レンタル率, α_i : 各投入要素の弾力性, α : 定数項。

よって、共和分として推定されるべき関係は、次式となるであろう。

$$\ln c = \beta_1 + \beta_2 \ln ry + \beta_3 \ln rg + \beta_4 \ln w + \beta_5 \ln r + \beta_6 t \quad (2)$$

ここで、 $\ln c$: 名目総費用の対数値, $\ln ry$: 実質総生産の対数値, $\ln rg$: 実質社会資本ストックの対数値, $\ln r$: 名目賃金率の対数値, $\ln r$: 名目資本レンタル率。

また、理論から予想される符号条件は、 $\beta_2 > 0$, $\beta_3 < 0$, $\beta_4 > 0$, $\beta_5 > 0$, $\beta_6 < 0$ である。さらに、もし $\lambda = 1$ が成立すれば、民間投入に関する収穫一定、また、 $(1 - \beta_3) / \beta_2 = 1$ が成立すれば、社会資本も含めた投入に対して収穫一定が成り立つことになる。

さて、我々の目的は、共和分として(2)式を推定することである。まず、 $X_t = (\ln c_t, \ln ry_t, \ln rg_t, \ln w_t, \ln r_t)$ を定義する。また、この変数を使った「VARモデル」は下記で表わすことができる。

$$X_t = A_1 X_{t-1} + \dots + A_k X_{t-k} + \mu + \varepsilon_t, \\ t = 1, \dots, T \quad (3)$$

さらに、これを「誤差修正項」を含むモデルに変換すると、

$$\Delta X_t = \Gamma_1 \Delta X_{t-1} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta X_{t-k+1} \\ - \Pi X_{t-k} + \mu + \varepsilon_t \quad (4)$$

ここで、 μ は定数項、 Δ は一階の階差を表わし、また、誤差項 ε は $IN(0, \Sigma)$ を満たしている。さらに、もし共和分が存在すれば、 Π は二つの行列の積として表わすことが出来る。すなわち、 $\Pi = \alpha \beta'$ であり、さらに $\beta' X_t$ は定常過程 ($I(0)$ と表示される) となっており、共和分の関係を表わしている。ヨハンセンの「共和分分析」は、共和分の数とその推定値を与えてくれる。ただし、この分析が適用可能な条件として、すべてのデータ系列が「 $I(1)$ 過程」、すなわち、一階の階差を取った系列が定常となることが必要となる。Johansen and Juselius (1990) で展開された「共和分分析」は、以下の手順で進められる。

- 1) データが $I(1)$ 過程となっていることのチェック。
- 2) 最大ラグ (k) の決定。
- 3) 共和分 (ベクトル β) の最大個数の決定とその計測。
- 4) 求めた関係が共和分となっているか、残差を使った診断テスト。
- 5) 共和分に制約を置いた場合の各種 LM 検定。

この分析のより詳しい説明は、彼らの論文 (1990) 及び、Johansen (1995) と統計プログラム「Cats in Rats」のマニュアル (1994) を参照のこと。

2.2 : 分析データ

推計に用いられるデータは、米国民間部門の1958年から1989年までの32個の年次データが用

いられる。必要なデータは、名目総費用、実質総生産量、実質社会資本、さらに、名目賃金率及び名目資本レンタル料が必要となる。データの出所の説明は付論で行われている。また、実質社会資本を稼働率で調整することにより、実質的に生産に関わる部分を計測に使うことにする。社会資本の稼働率データは存在しないので、民間資本と補完的であるとの仮定のもとに、民間資本の稼働率を適用することにする。この稼働率調整された実質社会資本の対数変換したものをこれから $\ln cug$ と表わすことにする。

「共和分分析」が適用されるためには、すべての時系列 $X_t = (\ln c_t, \ln r_{yt}, \ln cug_t, \ln w_t, \ln r_t)$ が「 $I(1)$ 過程」、すなわち、一階の階差を取った系列が定常となるような時系列データであることを確認する必要がある。この確認は、各系列のレベル及び一階の階差をプロットすることにより、また、Dickey and Fuller (1979, 1981) による「ADF 検定」及び Phillips and Perron (1988) による「PP 検定」による「単位根の検定法」を適用して行われる。

各系列のレベルと一階階差の系列は図1から図5で画かれている。また、表1では、「単位根検定」の結果が示されている。

米国における社会資本の長期的影響

図1 LNC 系列とその1回階差

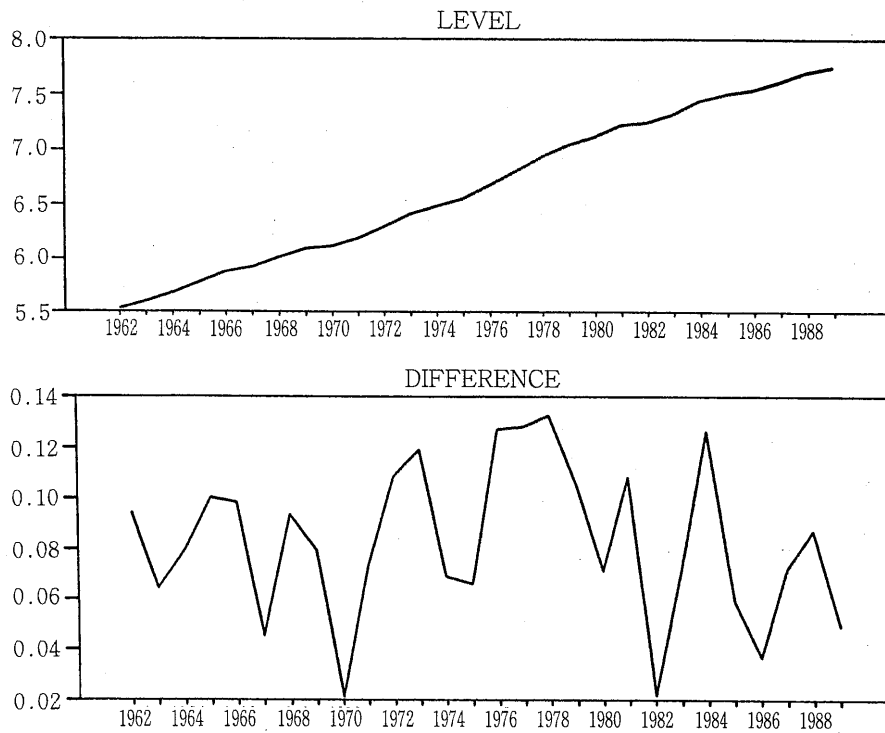
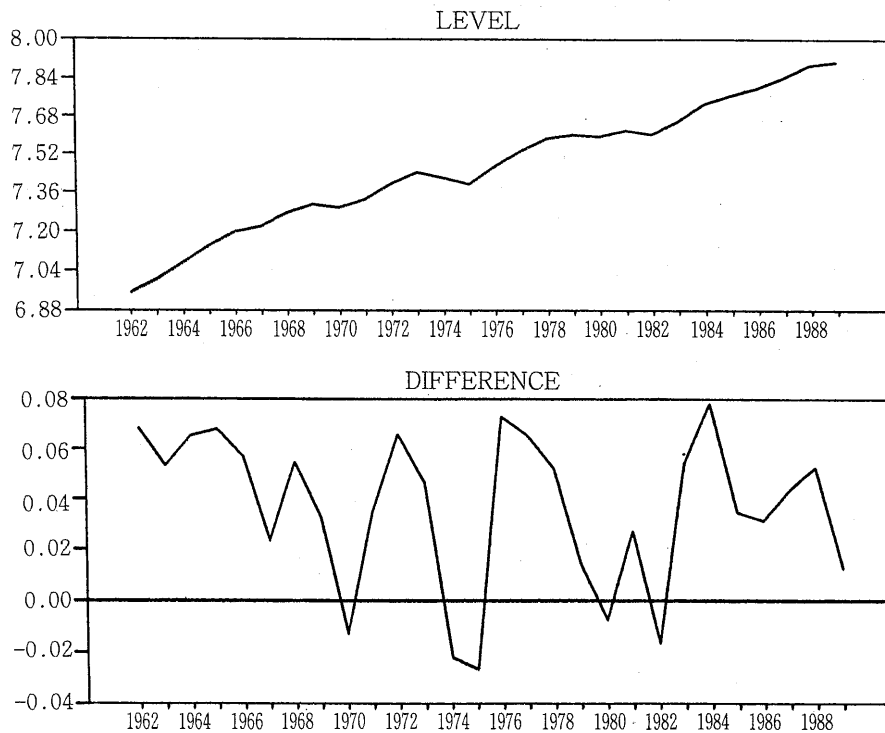


図2 LNRY 系列とその1回階差



米国における社会資本の長期的影響

図3 LNCUG 系列とその1回階差

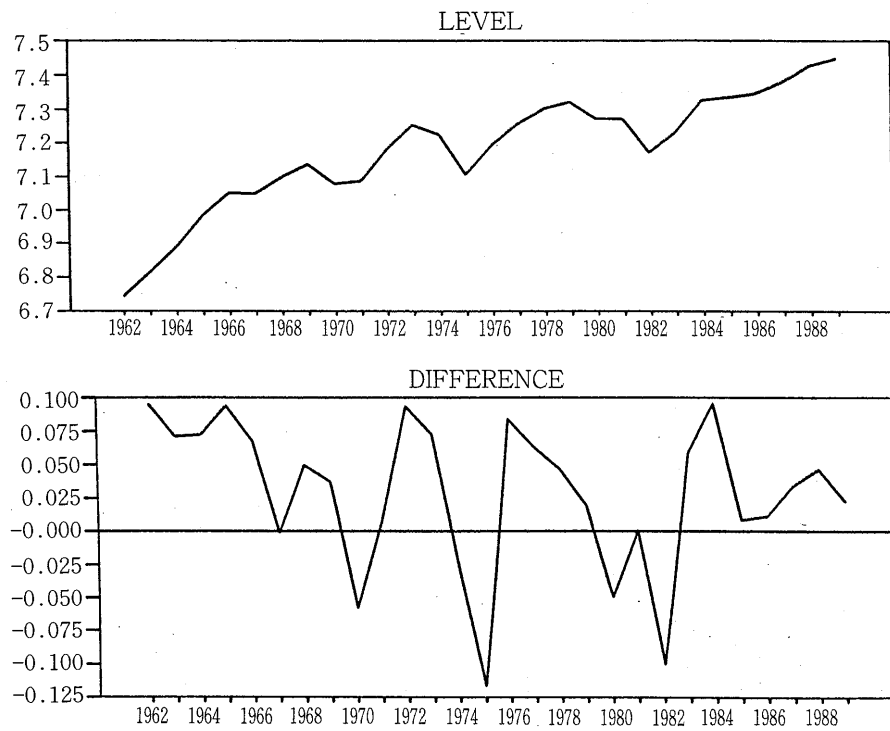


図4 LNW 系列とその1回階差

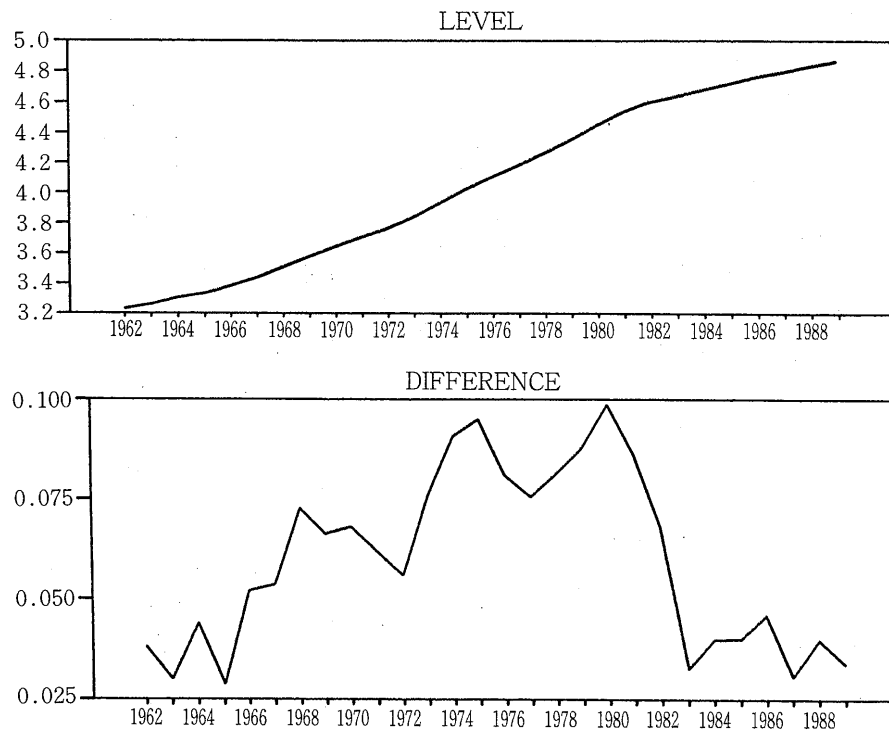


図5 LNR 系列とその1回階差

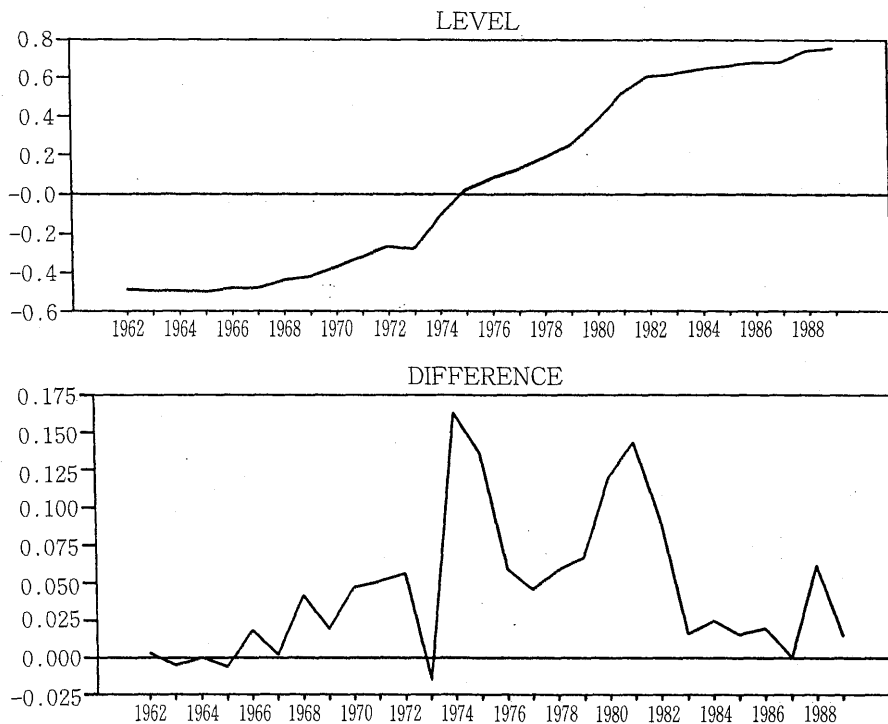


図1から図5を検討して分かることは、1) Inc , $lnry$, $Incug$, lnr の系列は比較的 $I(1)$ 過程と見なせ、 $Incug$ を除いて階差系列は切片を

持っている、2) lnw の系列は、 $I(1)$ 過程を満たさない。これらの観察結果は、「単位根検定」をすることにより確かめられる。

表1 単位根検定

	Inc	$lnry$	$Incug$	lnw	lnr	5%有意点
PP 検定	-2.7386	-1.8775	-1.4678	-2.1690	-1.5399	-3.5469
ADF(1)	-3.0431	-2.2230	-1.8184	-2.3624	-2.1553	-3.5514
ADF(2)	-3.0017	-1.7108	-1.4818	-2.4911	-2.1090	-3.5582
ADF(3)	-1.6960	-2.2659	-2.0646	-1.8346	-2.2921	-3.5614

	ΔInc	$\Delta lnry$	$\Delta Incug$	Δlnw	Δlnr	5%有意点
PP 検定	-5.3686	-5.3261	-5.4788	-1.2106	-3.7024	-2.9527
ADF(1)	-4.0226	-4.9928	-4.8502	-1.4755	-2.7898	-2.9558
ADF(2)	-3.3158	-4.0409	-2.7898	-2.0467	-2.1716	-2.9591
ADF(3)	-2.004	-3.0072	-2.8300	-1.1131	-1.8082	-2.9627

以上の表より、賃金率の系列である lnw を除いて $I(1)$ 過程であると言える。 lnw に関しては、 $I(1)$ 過程の仮説は強く否定される。しかしながら、理論上は除外できない。それゆえ、共

和分析の変数に含めた計測をし、残差の分析をすることにより lnw を含めて共和分が成立しているかどうか確認することにする。

．分析と結果

以下の統計分析は，計量ソフト「Cats in Rats」を用いて計測されたものである。

3.1：最大ラグの決定

(4)式で示された誤差修正モデルの「最大ラグ」(k)を決めるために，(3)式のVARモデルを計測し，このモデルに関する「赤池情報基準値 (AIC)」や「Schwartz情報基準値 (SBIC)」を求める。

下記の表がその結果である。

表2 情報基準値

ラグ数	AIC	SBIC
1	-43.0889	-42.8113
2	-44.7916	-44.2778
3	-46.7437	-45.9893
4	-53.0982	-52.0990

表2より，AICとSBICともラグ数を増やすと減少し，ラグ4で最低値を取っている。データの数が32しかなく，ラグ4では我々の誤差修正モデル(2)を計算できない。よって，ラグ3か

ラグ2が選択されるが，両者の基準値はあまり変わらないので，データの数が少ないことを考慮してラグ2を採用することにする。

3.2：共和分モデルの選択

「共和分分析」では，次の五つのモデルが想定されている。

モデル1：一切トレンド等を含まないケース。

モデル2：共和分に切片だけを含むケース。

モデル3：レベルにトレンドを含むケース。

モデル4：共和分にトレンドを含むケース。

モデル5：レベルに2次のトレンドを含むケース。

どのモデルを採用するかは，ヨハンセンに従って，すべてのモデルに関して，「トレース検定」(5%の臨界値を使う)を当てはめ，共和分の階数(共和分の数， r で表示する)が最も小さくなるところで検定をパスするモデルを選ぶことにする。ただし，前節のデータについての検討から，モデル1は選択の対象から除かれる。表3がその結果である。

表3 共和分モデル

#of coint.	Model 2)	Model 3)	Model 4)	Model 5)
0	89.091 (75.737)	76.909 (68.681)	124.084 (86.959)	104.948 (77.790)
1	61.602 (53.423)	50.073 (47.208)	59.352 (62.614)	42.667 (54.114)
2	35.780	33.744	35.681	23.634
3	20.267	19.610	20.170	8.177
4	7.021	6.945	7.371	0.716

注) カッコの中は95%の Trace Test の臨界値を示している。

この結果から，モデル4が選ばれる。

3.3 : 共和分の計測と残差分析

モデル4を想定し、共和分ベクトル(β)を計測するためには、共和分の最大個数(共和分階数: r)を決める必要がある。もし、2個以上の共和分が存在すると、それらの一次結合も共

和分となるので、費用関数の関係を共和分として同定できないことになる。それゆえ、最大個数が一個になることが必要になる。共和分階数決定のために、2種類の検定、「最大個有値検定」($L - \max$ 検定)と「トレース検定」(Trace検定)を行う。結果は、表4で示されている。

表4 最大階数(r)の検定

eigenvalues s_{λ}	# of co-int. vectors. (r)	Trace	$\lambda_{\text{trace}}(0.95)$	$\lambda_{\text{trace}}(0.90)$	$L - \max$	$\lambda_{\max}(0.95)$	$\lambda_{\max}(0.90)$
0.9009	0	124.08	87.31	83.20	64.73	37.52	34.75
0.5706	1	59.35	62.99	59.14	23.67	31.46	29.12
0.4253	2	35.68	45.44	39.06	15.51	25.54	23.11
0.3669	3	20.12	27.75	22.76	12.80	18.96	16.85
0.2314	4	7.37	12.25	10.49	7.37	12.25	10.49

(注) λ_{trace} 及び $\lambda_{\max}$ の統計量は、Osterwald-Lenum (1992) の表2より掲載。

この結果から、ただ一個の共和分関係が存在し、 Inc の係数を1と基準化することにより $\beta' = (1.000, -1.885, 0.168, -0.390, -0.653, 0.034)$ が推計される。この共和分関係

($\text{beta1}'Z_k(1)$ で表示)と共和分への短期動学過程($\text{beta1}'R_k(t)$ で表示)を表わすグラフがそれぞれ図6で示されている。

図6 共和分と短期動学

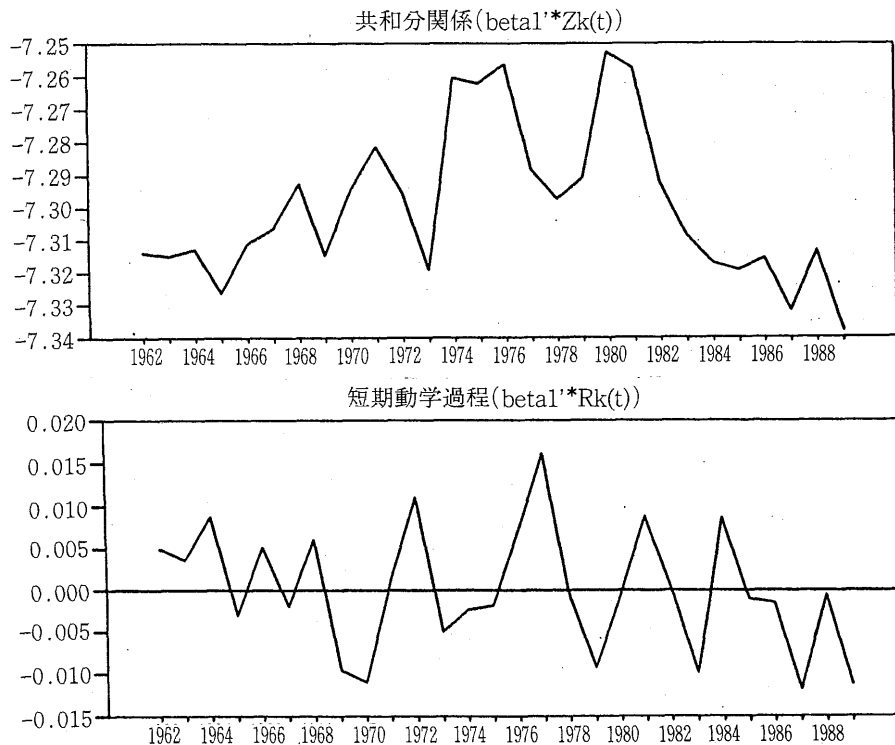


表5 ベクトル α の計測値

変 数	測定値	t-値
$\Delta \ln c$	2.084	3.243
$\Delta \ln ry$	1.983	5.259
$\Delta \ln cug$	2.632	3.122
$\Delta \ln w$	0.344	1.650
$\Delta \ln r$	0.865	1.493

また、このベクトルと対応した、ベクトル α と行列 Π が表5及び表6のように推計される。いずれのt-値もまずまず有意な結果を示している。

表6 Π の推定値

変 数	$\ln c$	$\ln ry$	$\ln cug$	$\ln w$	$\ln r$	trend
$\Delta \ln c$	2.084 (3.243)	-3.928 (-3.243)	0.349 (3.243)	-0.812 (-3.243)	-1.362 (-3.24)	0.072 (3.243)
$\Delta \ln ry$	1.983 (5.259)	-3.738 (-5.259)	0.332 (5.259)	-0.773 (-5.259)	-1.296 (-5.259)	0.068 (5.259)
$\Delta \ln cug$	2.632 (3.122)	-4.960 (-3.122)	0.441 (3.122)	-1.025 (-3.122)	-1.720 (-3.122)	0.091 (3.122)
$\Delta \ln w$	0.344 (1.650)	-0.649 (-1.650)	0.058 (1.650)	-0.134 (-1.650)	-0.225 (-1.650)	0.012 (1.650)
$\Delta \ln r$	0.865 (1.493)	-1.631 (-1.493)	0.145 (1.493)	-0.337 (-1.493)	-0.565 (-1.493)	0.030 (1.493)

(注) カッコ内はt-値を示している。

さらに、各推定式の残差項に関して各種検定を行った結果が表7にまとめられている。

3.4：残差による共和分の診断テスト

表7 残差の診断検定

平 均	標準偏差	歪 度	尖 度	最 大 値	最 小 値	ARCH(2)	正 規 性	決定係数
-0.000	0.025	-0.506	3.381	0.049	-0.067	3.056	2.317	0.350
-0.000	0.015	-0.535	3.908	0.028	-0.041	1.592	4.159	0.769
-0.000	0.032	-0.451	4.312	0.074	-0.093	2.847	6.440	0.666
-0.000	0.008	0.171	3.563	0.019	-0.019	0.982	3.229	0.863
-0.000	0.022	-0.047	2.617	0.041	-0.049	0.045	0.122	0.776

(注) ARCH(2) は Engle による 2 期の LM テスト値を、正規性は、Shenton-Bowman テスト値をそれぞれ示している。

さらにこれらの結果を補足するために、「Rats in Cats」で求められた各推定式の残差に関する図が示されている。これらの結果から総

合的に判断して、求められた一つのベクトル β を共和分と見なすことができると結論できるであろう。

図7 DLNC の残差分析

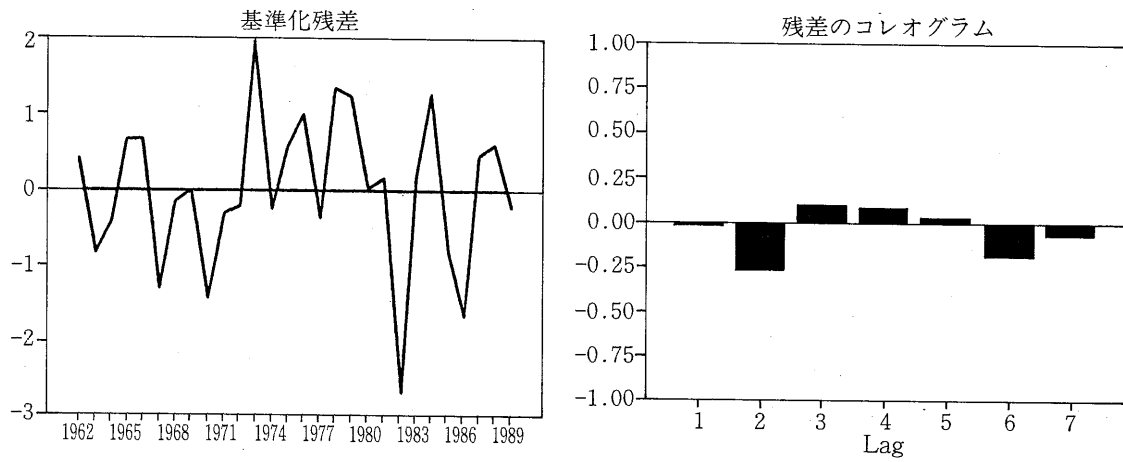


図8 DLNRY の残差分析

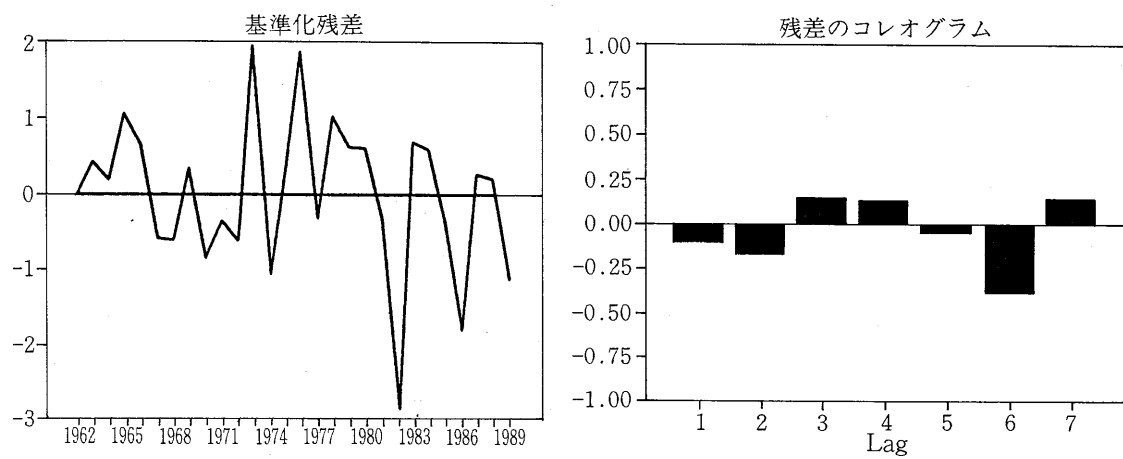


図9 DLNCUG の残差分析

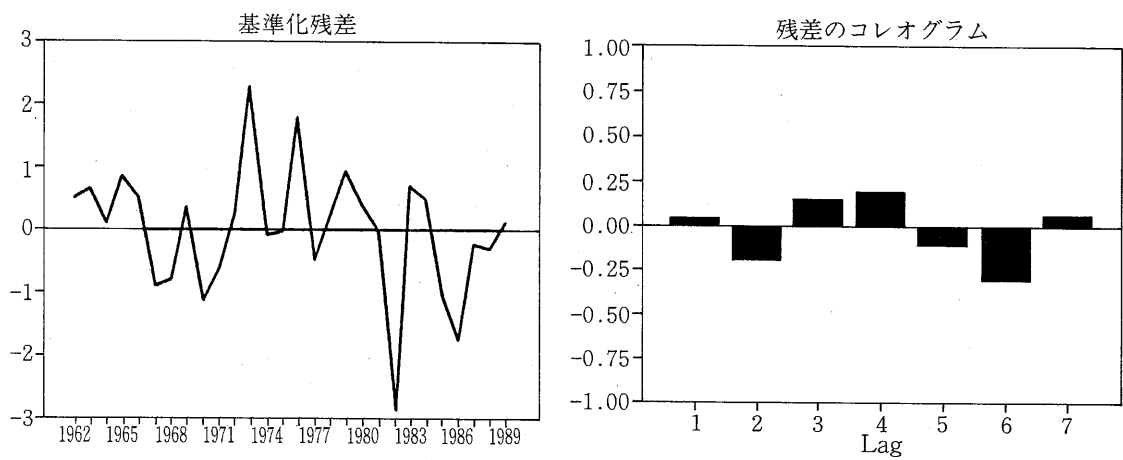


図10 DLNW の残差分析

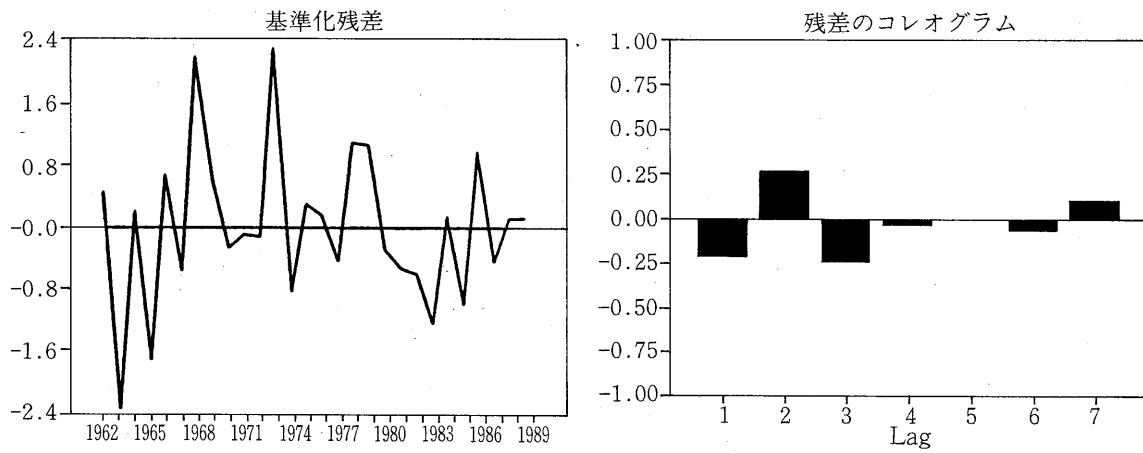


図11 DLNR の残差分析

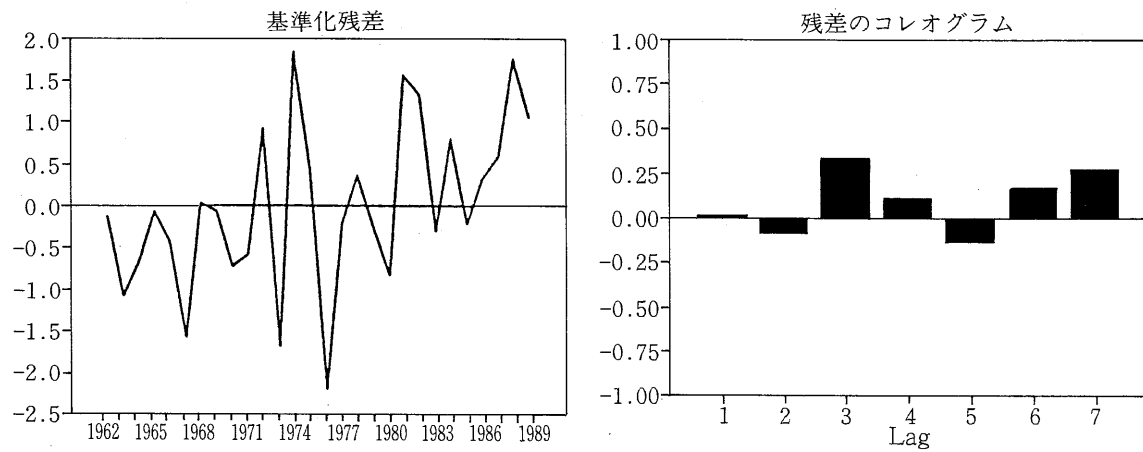
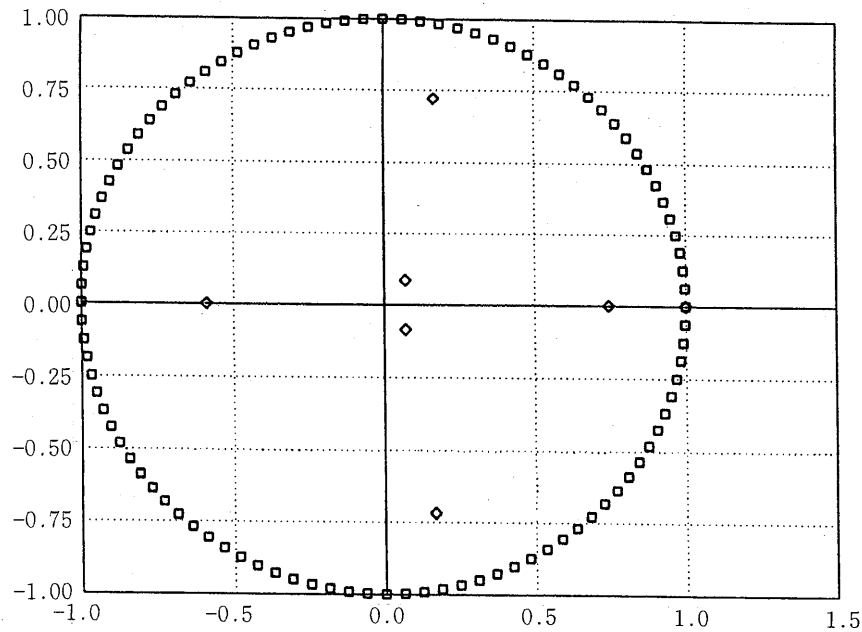


図12では，companion行列の固有値が報告されている。いずれも，単位円上か内にあるので，

共積分階数 = 1 が強く支持されている。

図12 COMPANION 行列の固有値



(注)COMPANION行列は下記で定義されている。

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ I_5 & 0 \end{pmatrix}$$

ここで、AはVARモデル(3)式の5×5係数行列、さらに I_5 は5×5の単位行列である。

．結果の検討

以上の分析より、長期の費用関数として、下記の関係が共和分として求められた。

$$\begin{aligned} \ln c = & 1.885 \ln r_y + (-0.168) \ln c_{ug} + 0.390 \ln w \\ & + 0.653 + (-0.034)t \end{aligned}$$

この結果を(1)式に当てはめると、符号条件はすべて満たしている。さらに、各生産要素の弾力性を計算すると、社会資本の生産弾力性 = 0.09であり、また民間投入物だけに対する生産弾力性 = 0.53、労働投入の生産弾力性 = 0.21、民間資本の生産弾力性 = 0.35が計算できる。さ

らに、すべての投入物に対する弾力性は、0.62と推定される。社会資本に関する生産弾力性を除き、いずれの弾力性の値も、経済学的に考えられる値よりもかなり小さなものとなっていて、満足のいく結果ではない。おそらく、賃金率の系列($\ln w$)がI(1)過程でないという事実が、弾力性の値を小さくする要因と考えられる。

次に、これらの結果に関して、3つの尤度比検定を行う。第一は、 $\beta' = (1, 1, 1, 0, 0, 0)$ の制約に関して、第二は、 $\beta' = (1, 1, 0, 0, 0, 0)$ の制約に関してであり、

最後は $\beta' = (0, 0, 1, 0, 0, 0)$ の制約である。第一の検定は、 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$ に関するものである。自由度1の χ^2 分布となり、統計量の値は39.06で、この制約の有効は、強く否定される。第二の検定は $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ の検定となっている。この場合も同様の分布となり、値は31.11となり、同じく強く否定される。以上から、社会資本を含む場合も含まない場合も

「収穫一定」が成立しないことを意味している。第三の制約については、社会資本の弾力性の有意性の検定 ($\alpha_3 = 0$) となっている。やはり、自由度1の χ^2 分布となり、結果は6.01で、P - 値は0.01となり1%有意水準ではぎりぎり否定できないが、5%有意水準では強く否定される。

・ 結論

以上の共和分分析から、社会資本を含むすべての投入物に関して収穫一定性が成立しているという、Lynde and Richmond(1992)の結論を確認できなかった。しかしながら、他の研究で推定された値より小さいが、社会資本が生産・生産性に長期的影響を及ぼしていることが共和分により確認できた。

また、「規模に対する収穫」に関して良い推計結果が得られなかったのは、系列が I (1) 過程であるという、「共和分分析」の条件を賃金率

のデータが満たしていないためであると考えられる。これを克服するためには、I (1) 過程の変数からなる理論モデルを導くか、あるいは、最近開発されつつある、I (2) 過程の共和分分析を適用することが考えられる。また、同様の問題は、「共和分分析」を日本のデータに適用するときにも生じる。なぜなら、よく知られているように、ほとんどの日本の時系列データは I (1) 過程ではないからである。

付論：データの説明

以下のデータはすべて、「CITIBASE」か [Economic Report of the President] より取られている。

Y : 87年基準の金融関連を除いたGDP。

C : 金融関連を除く名目国内所得 (Domestic Income)。

G : 87年基準の軍関係を除く純社会資本 (Survey of Current Business, January 1992, Table 15)。

w : 金融を除く全民間部門の、時間当たり名目雇用所律

r : Rinde and Richmond(1992)に従い計算された名目資本レンタル率 (Appendix p.43 の説明を参照)。

さらに、製造業部門の資本稼働率 (Industrial Production and Capacity Utilization) が社会資本の調整のために必要になる。

参 考 文 献

Aschaure, D.A., 1989, Is public expenditure productive?, *Journal of Monetary Economics* 23, 177-200.

Berndt E. R. and B. Hansson, 1991, Measuring the contribution of public infrastructure capital in Sweden, *NBER Working Paper*

- Series #3842.
- Dickey, D. and W. Fuller, 1979, Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root, *Journal of American Statistical Association* 74, 427 - 431.
- Dickey D. and W. Fuller, 1981, Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root, *Econometrica* 49, 1057 - 1072.
- Granger, C. and P. Newbold, 1974, Suprious regression in Econometrics, *Journal of Econometrics* 2, 111 - 120.
- Holz - Earkin, D., 1988, Private output, government capital, and the infrastructure 'Crisis', *Department of Economics Discussion Paper Series No.394, Columbia University*.
- Johansen, S. and K. Juselius, 1990, Maximum likelihood estimation and inference of cointegration with applications to the demand for money, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 52, 169 - 210.
- Johansen, S., 1995, *Likelihood - Based Inference in Cointegrated Vector Regressive Models*, Oxford University Press.
- Lynde, C. and J. Richmond, 1993, Public capital and total factor productivity, *International Economic Review* 34, 401 - 414.
- Munnell, A., 1990a, Why has productivity growth declined?: productivity and public investment, *New England Economic Review, Federal Reserve Bank of Boston, January / February*, 3 - 22.
- Munnell, A., 1990b, How does public infrastructure affect regional economic performance?, *New England Economic Review, Federal Reserve Bank of Boston, September / October*, 11-32.
- Munnell, A., 1992, Infrastructure investment and economic growth, *Journal of Economic Perspective Vol.6, No.4*, 189 - 198.
- Osterwald - Lenum, M., 1992, A Note with quantiles of the asymptotic distribution of the maximum likelihood cointegration rank test, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 54, 461 - 480.
- Ratner, J., 1983, Government capital and the production function for U.S. private output, *Economics Letters* 13, 213 - 217.