

信用リスク管理をめぐって

池 森 俊 文 *

要 約

金融機関の主要な役割の一つは、金融取引を通じて他者の金融リスクを引受けることである。したがって、金融機関にとってリスク管理は経営上の最重要課題の一つであるが、金融自由化の進行とともに、各金融機関は内部管理としてのリスク管理体制をあらためて整備することが要請されている。そのような中で、信用リスクの管理についても、最近の経営環境の変化によってその手法や体制を見直す動きが出てきている。

新しい信用リスク管理の枠組みは、最近の金融技術革新によってもたらされた計量的な手法を基礎として、(1)取引先のデフォルトを一定の頻度で生起する確率的な事象と考え、(2)デフォルトによって発生する損失額を与信ポートフォリオ全体で統計的に管理すること、に特徴がある。本稿ではまず、このような新しい信用リスク管理に用いられる計量的な手法の一例を、「リスク計測手法」と「リスク制御手法」として提示する。さらに後段で、信用リスクの計量的管理の今後の展開の可能性と、そのために取り組むべき課題について考える。

信用リスクの計測では、取引先の信用格付に対応して計測された一定期間中のデフォルト確率と、与信取引の評価価値、担保等による回収率を用いて、まず「(1)与信ポートフォリオから発生する損失額の期待値」を算定する。次に、実際の損失額がこの期待値を上回る可能性として、「(2)与信分散が十分になされていないことによる増加可能性(=与信集中効果)」と「(3)期待値計算に用いた各要素の変動により期待値がシフトする可能性」を算定する。この「(3)期待値のシフトの可能性」については、さらに「(3-1)与信価値の変動」「(3-2)回収率の変動」「(3-3)デフォルト率の変動」に分けて分析する。なお、(2)および(3)で使用される信用リスク量の計測方法は、市場リスクの計測で使用されるVaR手法と同一尺度とすることが可能であり、金融リスクの統合管理への展開を意識したものである。

信用リスクの制御には、発生する損失額(=リスク)を一定範囲に押さえるように、取引条件や取引量に制約を課すような方法(=予防手法)と、大きくとってしまったリスクを、追加取引によって事後的に軽減するような方法(=修正手法)がある。そのうち予防手法では、(1)与信取引からの約定収益が損失額の期待値を上回るように設定する「プライシングガイドライン」、(2)与信集中効果を一定範囲に押さえるように、格付や担保等を考慮して取引先毎に設定する「与信上限」、(3)デフォルト確率の変動効果を一定範囲に押さえるように、取引先の属する業種や地域を一定のブロックに分け、各ブロック毎に設定する「与信上限」、等の方法がある。また、修正手法では、(1)「資産売却」や「資産の証券化」等によって与信取引ごとバランスから除去する方法と、(2)もとの与信取引は

* 興銀第一フィナンシャルテクノロジー株式会社 金融工学第一部長

そのままにしながら、「クレジットデリバティブ」によって部分的に構造修正する方法がある。

このような定量的な信用リスク管理の手法が、金融機関の実務の中に定着するためには、引き続き以下のような課題に取り組むことが必要と思われる。すなわち、（１）信用リスク管理への評価損益の考慮（２）倒産統計等の基礎データの整備やデフォルト確率変動モデルの修正を含む「信用リスクモデル」の精度向上、（３）格付手法の改善や企業の財務内容の開示の進展を含む「取引先の信用評価」の精度向上、（４）信用リスクの流通市場の整備、（５）信用リスク規制の見直し、などである。

．金融技術の高度化と信用リスク管理

- 1．金融機関とリスク管理

銀行や保険会社・証券会社等の金融機関の主要な役割の一つは、金融取引を通じて他者の金融リスクを引き受けることである。したがって、収益獲得のために大量の資産負債を積み上げることは同時に、大きな損失を被る危険性（＝金融リスク）を抱え込むことにもなる。このように業務の性格としてリスクを抱え込むことが運命付けられている金融機関は、一方で資金決済や信用形成の機能等によって一国の経済活動に広く関わり合っており、その経営が破綻した場合の経済や社会への影響は大きいと考えられている。そのため金融機関の経営を健全に維持することを目的として、長い間「規制と保護」を内容とする金融行政が行われてきた。

ところが、ここ10数年来の金融自由化の進行によって、それらの規制や保護が少しずつ取り除かれ、資産負債の積み上げについての自由度が増加してきた。このことは金融機関経営に対して外側から掛けられていた「安全装置」が外されたことを意味し、自由化の下での自己責任経営を確実なものにするためには、金融機関自らがリスク管理体制を整備することが必要となった。

また、金融機関のリスク管理能力について

は、金融監督当局のほかに格付機関や株式市場からも従来以上に厳しい評価が下されるようになっており、各金融機関にとってリスク管理体制の整備は、今や経営上の最重要課題の一つとなっている。

- 2．信用リスク管理の新展開

- 2 - 1．信用リスク管理を見直す動き

金融機関の抱えるリスクのうち信用リスクの管理は、古くから認識されてきた重要な課題であり、金融機関はこれまでに、信用リスク管理に関する手法や体制をいろいろな形で整備してきた。しかし最近の経営環境の変化によって、その手法や体制を見直す動きが出てきている。

その環境変化の第一は、金融自由化や国際化の世界的な規模での進行によって、相対的に金融機関同士の競合状態が激しくなったことである。その過程で、金融機関が長い間享受してきた「収益獲得の構造」が崩れてしまい、かつては債権回収にあまり懸念のない取引に十分な利鞘を乗せてバランスシートに積み上げていたのが、債権回収に懸念なしとしない取引について、収益性とリスクのトレードオフを意識しながら、実行の可否をこれまで以上に合理的に判定しなければならなくなった。

環境変化の第二は、金融監督当局からのリスク管理体制整備に対する要請が強まり、ガイドラインやチェックリスト等の形で、金融機関の内部リスク管理に関する定量的・定性的な方向づけがなされるようになったことである。その背景としては、「制・保護」から「自由化・自己責任原則」へと金融行政がシフトしたことがあげられる。

環境変化の第三は、いわゆる金融技術革新によって、数理統計理論に基づく合理的な信用リスクの計測技術や制御技術が金融機関にもたらされたことである。そのような理論的な枠組みの下で、リスク管理に関連する諸問題を、収益管理の問題や取引条件設定の問題等とも整合的に関連付けていき、合理的な意思決定を行うための理論基盤を組み立てることができるようになった。

また、リスク管理を実践するための具体的な手段としての新型取引（クレジット・デリバティブ、資産流動化等）や、インフラとしてのデータ・ベース、電算機・通信技術が発達し、低コスト化してきたことも、信用リスク管理手法の見直しを行う上での重要な環境変化となっている。

- 2 - 2 . 信用リスク管理の新しい考え方

金融新技術の応用として展開される定量的な方法を「管理の考え方」の観点から見ると、従来の信用リスク管理の方法に比べて、次の2点において根本的な違いがある。

第一は、従来の信用リスク管理では、与信取引の回収可能性を「可／非」の二者択一で判定し、「可」の取引のみを実行する、というものであった。したがって、実行した与信取引は基本的には「回収に懸念のない」ものであった。それに対して、新しい管理手法では、いずれの与信取引も何らかの「回収不能となるリスクを

負っている」と考える。その回収可能性をいくつかのランク（「信用格付」に対応）に分け、各ランク毎の回収可能性を確率で表現することによって、損失発生の可能性と収益獲得の可能性を定量的に計測する。取引実行の意思決定は、両者（損失発生と収益獲得の可能性）を相対比較することによって行う、ということである。

第二は、従来の方法では、取引実行後の与信取引管理を個別取引先毎に行っていたのに対して、新しい方法では、従来通りの個別取引先毎の管理に加えて与信ポートフォリオ全体としての管理を行い、そこから発生する損失の可能性を確率統計的に分析して管理することである。

- 3 . 本稿の目的と構成

本稿は、経営環境の変化を背景に行われている「金融新技術に基づく新しい信用リスク管理手法」作りへの参考として、定量的な信用リスク管理の一つの方法^(注)を提示することを目的としている。管理手法は「信用リスクの計測手法」と「信用リスクの制御手法」から構成される。後半では、信用リスクの定量的な管理手法を業務の中に定着させるために、今後さらに取り組んでいくべき課題について考えることにする。

以降の本稿の構成は次のとおりである。

まず「 1 . 信用リスクの計測」では、信用リスクを「取引先の支払い不能によって損失が発生する可能性」として確率・統計的に捉え、その大きさを一定の信頼度の下に測定するという、市場リスク計測における「VaR (Value at Risk)」と類似の方法を提示する。そのための準備として、取引先の信用格付、デフォルト確率や担保等による回収率などのパラメータの計測、与信取引の評価価値の計測等の手法について述べる。

続いて「 2 . 信用リスクの制御」では、計測

(注) 信用リスクの定量化手法については、最近ではJ. P. MorganのCreditMetrics™([17])や、Credit Swiss F. P. のCreditRisk+([10])などによって試案が提示されているが、本稿で展開する方法も大筋においてはそれらの方法と類似のものである。

される信用リスク量が一定の範囲内に納まるような与信取引の制御方法を提示する。

最後に「 ．今後の展開と課題」では、定量的な信用リスク管理を業務として定着させてい

く上で、今後さらに検討を進めなければならないことや、基盤として整備しなければならないこと等について、いくつかの課題を提示することにしたい。

．信用リスクの計測

- 1 . 金融取引と信用リスク

銀行が行う貸出や預金の受入れなどのいわゆる金融取引は、「時間を隔てたキャッシュインフローとキャッシュアウトフローの交換」と見ることができる。例えば銀行にとっての貸出は、将来の利金の受取りと元金の償還というキャッシュインフローと交換に、現時点で元金の資金交付(=キャッシュアウトフロー)を行う、と考える。また、代表的なデリバティブ取引である金利スワップは、将来の一定期間にわたって、一定の間隔(例えば半年毎)で固定金利と変動金利の交換を行うような取引である。

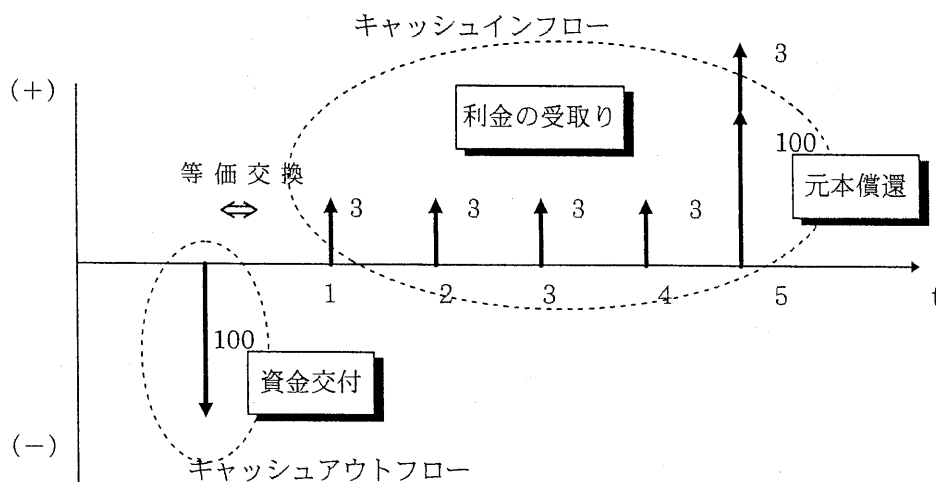
金融取引におけるこのようなキャッシュフローの交換は、取引開始時点においては、少なくとも当事者の間では等価交換である。時間の経過とともに、取引当事者の双方が支払いの約束を正しく履行すれば、金融市場の変動によっ

て当初の等価性は崩れてくる可能性はあるものの(=市場変動リスク)、やがて金融取引は満期を迎えて、双方ともに金融取引による目的を達成して取引を終了することができる。

ところが、先に支払いを行い、後からキャッシュの受取りを行うような金融取引(このような取引を「与信取引」という。)では、相手先が約束どおりに支払いを履行しないという可能性がある。その結果、相手先が支払い不能となった時点以降のキャッシュフローを受け取ることができなくなり、大きな損失を被ることになる。これが「信用リスク」である。

信用リスクの管理では、実行した金融取引にこのような事態が発生し得ることを想定し、そこから生じるべき損失額の程度を合理的に見積もって、実際にそのような事態が発生した場合に対処する方法を準備しておくことが重要であ

(図一1) 貸出のキャッシュフロー



る。以下ではまず、金融取引から発生する損失額の程度を合理的に見積もる方法としての信用リスク計測手法について考えることにしたい。

- 2. 支払い不能時の損失額を決定する要素

与信取引の相手が支払い不能に陥った時に、実際に被る損失額は2つの要素によって決まる。一つは、与信取引から消滅してしまったキャッシュフロー群の経済価値「 X 」であり、もう一つが、担保や残余財産等によって回収される価値「 W 」である。これらの2つの要素によって、取引先の支払い不能時に実際に被る損失額「 L （回収後損失額）」は、次のように計算される。

$$L = X - W = X \cdot (1 - w) \quad (1)$$

$w = W / X$ を回収率と呼ぶことにする。以下の節では、それぞれの要素の算定に関する注意事項を述べる。

- 2 - 1. 与信取引の経済価値 X

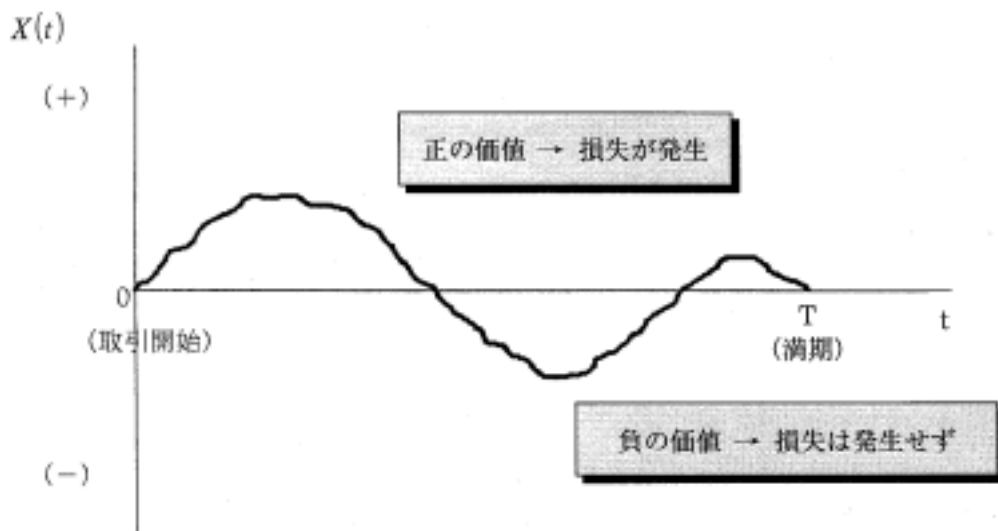
相手先が支払い不能となった時点において計算される、与信取引から消滅したキャッシュ

フローの経済価値「 X 」は、次の3つの理由で現時点では正確に把握することができない。第一には、相手先が支払不能となる時点が不確定であり、消滅する（したがって評価の対象となる）キャッシュフローの範囲が定まらないこと、第二には、キャッシュフロー評価に必要な金利や為替等の市場水準が、現時点では不明であること、第三には、随時償還条項やコミットメントライン等の設定によって与信残高自体が途中で変化する可能性がある取引が存在することである。

例えば金利スワップでは、取引開始時点では評価価値が「0」であるが、時間の経過とともに市場が変動して、正の価値になったり負の価値になったりする可能性がある。（（図-2）参照。）正の価値の状態で相手先が支払不能になれば、その価値が実現できなくなって損失が発生するが、負の価値の状態で相手先が支払不能となっても損失は発生しない。

一般的に、相手先が支払い不能となった時点 $\tilde{T}^*$ （この時点自体が不確実性を有しており、そのことを記号に $\sim$ を付して表示する）における与信取引の経済価値を、 $X(\tilde{T}^*)$ とすれば、与信取引から消滅する経済価値 X は次のようにな

（図 - 2）金利スワップの評価価値 $X(t)$



る。

$$X = \tilde{X} = \text{Max} [X(\tilde{T}^*), 0] \quad (2)$$

ところが、リスクを計測しようとする現時点では正確な $X(\tilde{T}^*)$ が分からないので、実務上ではこの経済価値を額面金額や現在の時価評価額で代用する方法、あるいは現在の時価評価額 $X(0)$ に、満期までの評価額の増加可能性を一定の方式で算定した金額 PE （ポテンシャルエクスポージャーという）を加算して評価する方法等が用いられる。

$$X \cong \text{Max} [X(0) + PE, 0] \quad (3)$$

また、複数の派生商品取引を同時に行うような相手先と「ネットینگ契約」を結んでいる場合には、一連の与信取引にこのネットینگ効果を考慮して経済価値の評価を行う必要がある。その場合には、ポテンシャルエクスポージャーを如何にして算定するかが課題となる。

- 2 - 2 . 担保等による回収価値 W

与信先が支払不能となったとき、担保や残余財産等によって回収される価値「 W 」も、現時点では正確に把握することができない情報である。担保物件等を確保している場合にはその処分価値 W_1 と与信先のその他の残余財産から与の回収価値 W_2 によって、消滅した与信価値 X を補填することになるが、 W_1 、 W_2 いずれの経済価値も現時点では観測できない価値である。

そこで、実務上では過去の支払い不能事例における回収率実績の統計を利用して、担保種類や現在の担保評価額等の区分に応じて、将来の回収率を推定するような手法が使用されることが多い。（（表 - 1）参照。）

- 3 . 取引先の支払不能発生の可能性の表現

（1）式による損失額は、「与信の相手先が支払不能に陥った時………」という仮定の下で算定されたものであるが、実際にはほとんどの取引先は約束どおりに支払いを実行し、ごく一部の取引先が支払いできない状態に陥る。そこで、取引先の支払い不能による損失発生額を定量化

（表 - 1）担保種類別回収率テーブルの事例

区分	(%) 推定回収率	担保種類					信用
		現金/手形	売掛金等	債 券	不動産	無形資産	
1	100	↑ ↓					
2	90						
3	80				↑		
4	70		↑	↑	↑	↑	
5	60		↑ ↓	↑ ↓	↑ ↓	↑ ↓	
6	50						
7	40						
8	30						
9	20					↓	↑ ↓
10	10						

するために準備すべき3つ目の要素は、一定期間内に取引先が支払不能となる可能性を数値的に表現することである。

- 3 - 1. デフォルト確率による表現

一定期間後（例えば1年後）における特定の取引先の支払い可能／不能の様子を、 $\tilde{H}$ という確率変数で表現することにする。 $\tilde{H}$ は1年後にこの取引先が支払不能になっていたら値「1」をとり、支払いができる状態ならば値「0」をとるとする。また、それぞれの値をとる確率は p （＝支払不能となる確率）、 $1-p$ （＝支払可能である確率）であるとすると、

$$\tilde{H} = \begin{cases} 1 \cdots \cdots \text{支払不能} & (p) \\ 0 \cdots \cdots \text{支払可能} & (1-p) \end{cases} \quad (4)$$

確率変数 $\tilde{H}$ によって、この取引先との金融取引から実際に発生する回収後損失額 $\tilde{L}$ は次のように表わすことができる。

$$\tilde{L} = X \cdot (1-w) \cdot \tilde{H} \quad (5)$$

すなわち、1年後にこの取引先が支払い不能になったら $\tilde{L} = X \cdot (1-w) \cdot (\tilde{H}=1)$ であり、支払い能力があれば $\tilde{L} = 0 (\tilde{H}=0)$ となる。

このようにして定義した確率変数 $\tilde{H}$ によって算定される回収後損失額 $\tilde{L}$ も、また確率変数であるから、その期待値 $E[\tilde{L}]$ や分散 $V[\tilde{L}]$ を計算することができる。

$$E[\tilde{L}] = X \cdot (1-w) \cdot E[\tilde{H}] \quad (6)$$

$$= X \cdot (1-w) \cdot p$$

$$V[\tilde{L}] = X^2 \cdot (1-w)^2 \cdot V[\tilde{H}]$$

$$= X^2 \cdot (1-w)^2 \cdot p \cdot (1-p) \quad (7)$$

このように、回収後損失 $\tilde{L}$ の期待値 $E[\tilde{L}]$ や分散 $V[\tilde{L}]$ は、与信価値 X と、回収率 w 、デフォルト確率 p によって表現することができる。

- 3 - 2. 取引先格付とデフォルト確率

各与信取引先が、一定期間内に支払不能となる可能性を判定して、信用度に応じてランク付けする作業が「取引先格付」である。与信取引の相手先に対して、それぞれの財務状況や業界動向等进行分析して「格付」という記号を付与するこの手続きは、定量的な信用リスク管理の精度を決定するほどの重要な手続きである。

（表-2）に示すのが格付体系の事例である。上位の格付は外部格付機関の格付体系に準拠し、下位格付は監督当局の債権分類基準に準拠したものになっている。また、中位格付では、外部格付機関の格付体系よりも細かい分類になっている。銀行などの金融機関取引の対象となる取引先の多くがこの領域に属し、かつデフォルト確率が急激に立ち上がってくる領域であるため、取引条件等を設定するに当たって、より詳細な分類が必要になるからである。

このようにして与信取引先に付与される「格付」に対して、その格付を付与された企業群が一定期間（例えば1年間）の内に支払い不能となる可能性としてのデフォルト確率を計測する必要がある。（表-3）に示したのが、1997年基準でS & P (Standard & Poor's) 社によって算定された格付別デフォルト確率の例である。

このように、信用リスクの定量化手法の導入にあたっては、与信取引先の信用度の尺度となる「格付体系」と、各取引先にその財務内容や経営基盤等の情報に基づいて、格付を対応させるロジックとしての「格付手法」、体系内の各格付毎に推定した「格付別デフォルト確率」が必要であることが分かる。

(表 - 2) 格付体系の事例

格付	リスクの程度	当局の分類基準			格付機関 格 付
		大蔵省	日銀	米国	
1 格	実質リスク無し				AAA
2 格	リスク僅少				AA
3 格	リスク少				A
4 格	平均水準よりも良好				BBB
5 格	平均水準				BB1
6 格	許容可能レベル				BB2-3
7 格	予防的管理レベル	(Ⅱ)	(S)	special mention	B
8 格	要注意先	Ⅱ	S	sub standard	CCC 以下
9 格	破綻懸念先	Ⅲ	D	doubtful	↓
10 格	(実質) 破綻先	Ⅳ	L	loss	

(資料) 週刊金融財政事情

(表 - 3) S & P による格付別累積デフォルト率 (%)

	1 年目	2 年目	3 年目	4 年目	5 年目
AAA	0.00	0.00	0.06	0.12	0.19
AA	0.00	0.02	0.10	0.20	0.35
A	0.05	0.14	0.24	0.39	0.58
BBB	0.18	0.42	0.67	1.21	1.68
BB	0.91	2.95	5.15	7.32	9.25
B	4.74	9.91	14.29	17.42	19.70
CCC	18.90	26.01	30.99	35.10	39.02
投資適格	0.07	0.18	0.31	0.54	0.78
投機的	3.75	7.60	11.30	13.79	16.03

(資料) 格付とデフォルトの関係 (Standard & Poor's - 1997)

Ⅱ - 3 - 3. 回収後損失額の期待値 $E[\tilde{L}]$ の意味

ここで (6) 式にしたがって各取引先毎に計算される「回収後損失額の期待値 $E[\tilde{L}]$ 」の意味について考えてみよう。各取引先の損失額を個別に見れば、一定期間後 (例えば1年後) の状態が支払い不能か否かに応じて、この取引先との

与信取引から発生する損失額は次の2通りのいずれかになり、決して $E[\tilde{L}] = X \cdot (1-w) \cdot p$ が実現することはない。

$$\begin{aligned} & \cdot L = X \cdot (1-w) \\ & \quad (\text{支払い不能の場合}) \cdots \cdots (\text{確率 } p) \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot L = 0 \\ & \quad (\text{支払い可能の場合}) \cdots \cdots (\text{確率 } 1-p) \quad (9) \end{aligned}$$

すなわち、期待値 $E[\tilde{L}]$ は生起確率を用いて計算された一つの指標値に過ぎないのである。

$$\begin{aligned} E[\tilde{L}] &= p \cdot [X \cdot (1-w)] + (1-p) \cdot [0] \\ &= p \cdot X \cdot (1-w) \end{aligned} \quad (10)$$

ところが、このような与信取引を、信用度の等しい（デフォルト確率 = p の）多数の取引先に対して実施すれば、「大数の法則」によって、全体の中で支払い不能となる取引先が出現する割合が p に収束していき、実際に発生するデフォルト損失額の合計も $E[\tilde{L}]$ に近づくことになる。

1つの取引先を単独でみた場合には確率的な一つの指標値に過ぎなかった $E[\tilde{L}]$ が、集合として見れば具体的な意味を持ってくるのである。実際、金額 X を信用度の等しい（デフォルト確率 = p ） N 社の取引先に対して、均等額 X/N に分けて与信したと仮定する。各取引先 $j(=1, 2, \dots, N)$ の1年後の信用状態を表わす確率変数を $\tilde{H}_j$ とすると、次のように定義される。

$$\tilde{H}_j = \begin{cases} 1 & \dots\dots \text{支払不能} & (p) \\ 0 & \dots\dots \text{支払可能} & (1-p) \end{cases} \quad (11)$$

1年間に発生する損失額 $\tilde{L}$ は、 $\tilde{H}_j$ を用いて次のように表わされる。

$$\tilde{L} = \sum_{j=1}^N \frac{X}{N} \cdot (1-w) \cdot \tilde{H}_j \quad (12)$$

各取引先の支払い不能が独立に発生すると仮定すれば、 $\tilde{L}$ の期待値と分散は次のように計算することができる。

$$E[\tilde{L}] = X \cdot (1-w) \cdot p \quad (13)$$

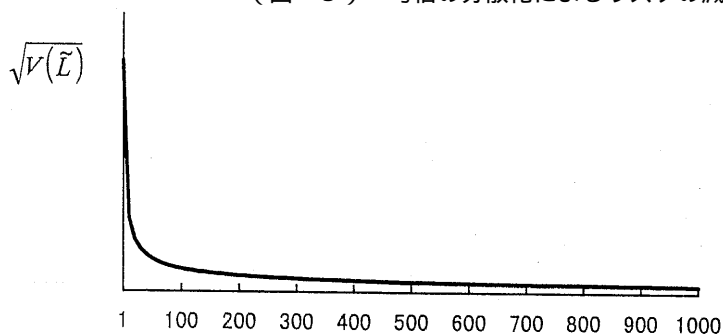
$$V[\tilde{L}] = \frac{1}{N} \cdot X^2 \cdot (1-w)^2 \cdot p \cdot (1-p) \rightarrow 0 \quad (N \rightarrow \infty) \quad (14)$$

したがって、各取引先に対して与信額を均等に分散させることと、取引先の支払い不能が相互に独立に発生することを仮定すれば、取引先数を増やす ($N \rightarrow \infty$) ことによって、期待値の周りでの分散 $V[\tilde{L}]$ は小さくなっていくことがわかる。すなわち、 $\tilde{L}$ は計算された指標値としての期待値 ($E[\tilde{L}] = X \cdot (1-w) \cdot p$) のごく近辺で実現するようになる。

(図 - 3) は、与信を分散化することによって、実際に発生するデフォルト損失額が、統計的な推定値である期待値 $E[\tilde{L}]$ から乖離する程度（標準偏差で表示）が減少していく様子を、グラフに表示したものである。 N 社に与信を分散させると、 $1/\sqrt{N}$ のオーダーで期待値 $E[\tilde{L}]$ からの乖離度が減少していく様子がわかる。

消費者金融や保険契約等では、このような方法によって、貸し倒れや保険契約の履行による

(図 - 3) 与信の分散化によるリスクの減少効果



損失額が期待値の周辺に分布するように制御していると考えられる。

- 4 . 信用リスク定量化の方法

ここまでの展開では、特定の取引先に対する与信取引を想定して、そこから発生する回収後損失額を決定する3つの要素（与信価値 X 、回収率 w 、デフォルト確率 p ）^(注)について考えた。そして回収後損失額の期待値 $E[\tilde{L}]$ の意味を考えるのに、与信額を均等に分散したポートフォリオを想定して、そこからの回収後損失の発生状況について考察した。以下では複数の取引先に対する、より一般的な与信ポートフォリオを想定する。そこから発生する回収後損失額を確率的方法によって分析し、信用リスクを効率的に管理するための定量的なリスク表現の方法を提示したい。

- 4 - 1 . 与信ポートフォリオのデフォルト損失額

与信取引先を $j(=1,2,\dots,N)$ で表示することにする。

取引先の信用度を表わす「格付体系」を $K=\{1,2,3,\dots,K\}$ とし、各取引先 j に対して格付 $k(j)$ を対応させる写像を、 $k:\{1,2,3,\dots,N\}\rightarrow K$ で表わすことにする。

N 社の取引先に対する総額 X の与信ポートフォリオを次のように表示する。

$$\begin{aligned} X &= X_1 + X_2 + \dots + X_N \\ &= X \cdot (\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_N) \end{aligned} \quad (15)$$

ただし、 $X_j (\geq 0)$ は、 j 社 ($j=1,2,\dots,N$) に対する与信金額、 $\theta_j = X_j / X$

($0 \leq \theta_j \leq 1, \sum_{j=1}^N \theta_j = 1$) は、 j 社に対する与信構成比を表わす。

このポートフォリオから発生するデフォルト損失額 $\tilde{L}$ は、次のように表わされる。

$$\tilde{L} = \sum_{j=1}^N X_j \cdot (1 - w_j) \cdot \tilde{H}_j \quad (16)$$

ただし、 w_j は、 j 社に対する与信からの回収率、 $\tilde{H}_j$ は、 j 社の1年後の状態を表わす確率変数を表わす。

II - 4 - 2 . 信用リスクの定量化 (1) 一期期待値 $E[\tilde{L}]$ の計測—

損失額 $\tilde{L}$ の期待値を計算すると次のようになる。

$$\begin{aligned} E[\tilde{L}] &= \sum_{j=1}^N X_j \cdot (1 - w_j) \cdot E[\tilde{H}_j] \\ &= \sum_{j=1}^N X_j \cdot (1 - w_j) \cdot p_{k(j)} \\ &= X \cdot \sum_{j=1}^N \theta_j \cdot (1 - w_j) \cdot p_{k(j)} \end{aligned} \quad (17)$$

この期待値 $E[\tilde{L}]$ が、(15)式によって表わされる与信ポートフォリオから発生する損失額 $\tilde{L}$ の推定の第一段階である。

- 4 - 3 . 信用リスクの定量化 (2) —与信分散効果の計測—

次に、与信ポートフォリオから発生する損失額 $\tilde{L}$ を(18)式のように分解する。ここで新たに定義された $\tilde{M}$ は損失額 $\tilde{L}$ が期待値 $E[\tilde{L}]$ から乖離する大きさを表わす確率変数である。

$$\tilde{L} = E[\tilde{L}] + (\tilde{L} - E[\tilde{L}]) = E[\tilde{L}] + \tilde{M} \quad (18)$$

$$\text{ただし、} \tilde{M} = \tilde{L} - E[\tilde{L}] \quad (19)$$

この確率変数 $\tilde{M}$ について、期待値と分散を計算すると以下ようになる。

(注) 信用リスク管理業務との対比では、各要素はそれぞれ (1) 与信価値の管理 (エクスポージャー管理)、(2) 債権保全の管理 (担保価値等の管理)、(3) 与信先信用状況の管理 (格付管理) に対応する。

$$\begin{aligned}
E[\tilde{M}] &= 0 \\
V[\tilde{M}] &= V[\tilde{L}] = \sum X_j^2 \cdot (1-w_j)^2 \cdot V[\tilde{H}_j] \\
&= X^2 \cdot \sum_{j=1}^N \theta_j^2 \cdot (1-w_j)^2 \cdot p_{k(j)} \cdot \\
&\quad (1-p_{k(j)})
\end{aligned}
\tag{20}$$

確率変数 $\tilde{M}$ の分散 $V[\tilde{M}]$ は、 $p = \max_k \{p_k\}$ とすれば、次のような範囲内に押さえることができる。

$$V[\tilde{M}] \leq X^2 \cdot p \cdot (1-p) \cdot \sum_{j=1}^N \theta_j^2 \tag{21}$$

また、 θ_j の 2 乗和の部分は、次のような範囲の値をとることがわかっている。

$$\frac{1}{N} \leq \sum_{j=1}^N \theta_j^2 < 1 \tag{22}$$

(注) $1/N$ となるのは、均等分散 ($\theta_j = 1/N$) の場合である。

したがって、各取引先に均等に与信するような状態で、取引先数 N を増やしていけば、損失額の分散は小さく押さえることができることになる。しかし、通常の銀行等の与信ポートフォリオでは「大口与信先」が存在して、期待値 $E[\tilde{L}]$ の周りの分散が残ることになる。

そこで、損失額 $\tilde{L}$ がその第一段階の推定値としての期待値 $E[\tilde{L}]$ から乖離する様子を表わす確率変数 $\tilde{M}$ に対して、市場リスク計測における VaR 分析と同様に、一定の信頼度 ϕ の下で、発生し得る $\tilde{M}$ の上限値を計算することができる。そのような上限値が、 $\tilde{M}$ の標準偏差（したがって $\tilde{L}$ の標準偏差）の $m(\phi)$ 倍^(注)とすると、下記の関係式をみたとす。

$$\begin{aligned}
Pr. \left\{ \tilde{L} \geq E[\tilde{L}] + m(\phi) \cdot \sqrt{V[\tilde{L}]} \right\} \\
= 1 - \phi
\end{aligned}
\tag{24}$$

このようにして定義される $m(\phi) \cdot \sqrt{V[\tilde{L}]}$ を使用して、発生する損失額の第二段階の推定値を(25)式のように算定する。

$$\begin{aligned}
\tilde{L} < E[\tilde{L}] + m(\phi) \cdot \sqrt{V[\tilde{L}]} \\
\text{(確率 } \phi \text{ で成立)}
\end{aligned}
\tag{25}$$

II-4-4. 信用リスクの定量化 (3) 一期期待値 $E[\tilde{L}]$ のシフトの可能性—

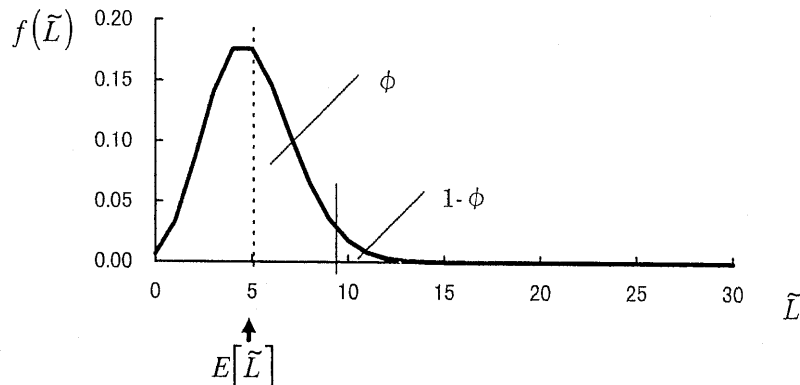
前節において、与信取引を十分に分散化すれば、発生する回収後損失額 $\tilde{L}$ が予測値としての期待値 $E[\tilde{L}]$ から乖離する程度を小さくすることができることを示した。ところが、この期待値 $E[\tilde{L}]$ 自体も時間の経過とともにシフトする可能性を持っている。

回収後損失額の期待値 $E[\tilde{L}]$ は (17) 式のように計算されるが、この計算に含まれる3つの要素、(1) 与信価値、(2) 担保等による回収率 w_j 、(3) デフォルト確率 $p_{k(j)}$ は、本来は時間とともに変化する可能性を持っている。ところが信用リスク量の算定では、各要素について算定時点において推定した特定の値を使って計算せざるを得ず、実現値がシフトする可能性がある。

$$E[\tilde{L}] = \sum_{j=1}^N X_j \cdot (1-w_j) \cdot p_{k(j)} \tag{17}$$

したがって、各要素（パラメータ）がその推定値からシフトすると、回収後損失額の期待値 $E[\tilde{L}]$ も計算された値からシフトすることになる。

(注) ただし、確率変数 $\tilde{M}$ の分布は、一般的には正規分布ではないので、信頼度 ϕ に応じた標準偏差への乗数 $m(\phi)$ を設定する場合には注意が必要である。シミュレーション法等によって求めることになる。

(図 - 4) 実際に発生する損失額 $\tilde{L}$ の分布 $f(\tilde{L})$ (1) 与信価値 X_i の変動

前述(Ⅱ-2-1)のとおり、与信取引の評価価値 X_i はいくつかの理由によって、時間の経過とともにリスク計測時に推定した値から乖離する可能性がある。このような与信取引の評価価値の変動可能性 $\tilde{\Delta}X_i$ が、分布関数 $\phi_x(\tilde{\Delta}X_i)$ としてわかっていれば、与信集中効果の計算と同様に、「一定の信頼度 ϕ の下での最大増加量」を算定してリスク量とすることができる。その他の要素が変わらないとすれば、与信価値の変動の影響は以下のように計算される。

$$\tilde{\Delta}_x E[\tilde{L}] = \sum_{j=1}^N \tilde{\Delta}X_j \cdot (1-w_j) \cdot p_{k(j)} \quad (26)$$

$\tilde{\Delta}X_i$ を引き起こす原因には、金利・為替等の市場変動(派生商品の与信価値変動等)や、取引先の資金需要や資金余剰の状況(コミットメントライン内の貸出残高の増加や期限前償還等)などがあり、一般的な形で分布関数 $\phi_x(\tilde{\Delta}X_j)$ を定めるのはなかなか困難である。実務的には、評価価値 X_i が変動する要素を限定してモデル化することになる。

信頼度 ϕ の下での最大増加量を形式的に定義すれば以下ようになる。これを「与信価値の変動効果」と呼ぶことにする。

$$m_x(\phi) \cdot \sqrt{V[\tilde{\Delta}_x E[\tilde{L}]]^{(注)}} \quad (27)$$

(注) 標準偏差の倍数 $m_x(\phi)$ を定めるにはシミュレーション等が必要となる。

(2) 回収率 w_j の変動

デフォルト発生時に担保処分等によって別途回収される価値 W_j (したがって回収率 w_j) も、時間とともにリスク計測時の推定値から乖離する可能性がある。例えば、バブル崩壊の前後では、不動産担保による回収価値の評価は大きく変化した。また、有価証券担保等の場合には、金融市場の変動によって、回収価値が変化する可能性がある。

回収率の変動による効果をリスク量として計算するには、与信価値の変動効果の計算と同様に、回収率の変動可能性 $\tilde{\Delta}w_j$ が、分布関数 ϕ_{w_j} として分かっている必要がある。その他の要素が変わらないとしたときに、回収率の変動の影響は次のように計算される。これを「回収率の変動効果」と呼ぶことにする。

$$\tilde{\Delta}_w E[\tilde{L}] = - \sum_{j=1}^N X_j \cdot \tilde{\Delta}w_j \cdot p_{k(j)} \quad (28)$$

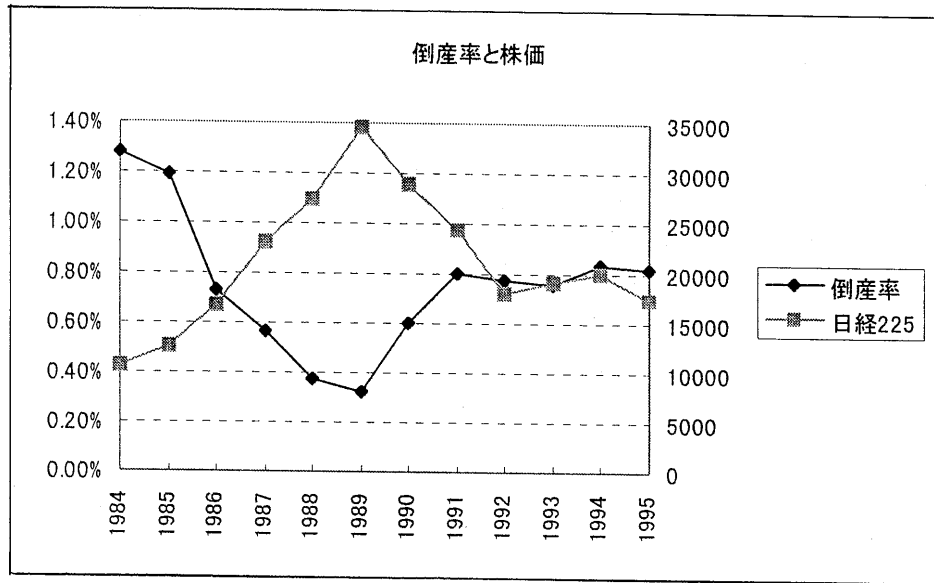
信頼度 ϕ の下での最大増加量を形式的に定義すれば以下ようになる。

$$m_w(\phi) \cdot \sqrt{V[\tilde{\Delta}_w E[\tilde{L}]]^{(注)}} \quad (29)$$

(3) デフォルト率 P_j の変動

(図 - 5) は、日本企業の倒産率の推移(帝国データバンク[倒産確率算出用マトリックスデータ]による)と日経225の推移とを比較したグラフである。倒産率^(注)が時間とともに変

(図 - 5)



化する様子と、その変化が日経225の推移とかなりリンクしている様子が観察される。

このような倒産率やデフォルト率の時間変化をさらに業種や地域別に分解して見ていくと、業種や地域毎に違った動きをしていることがわかる。そこで、「デフォルト率は業種や地域毎に異なる確率変動を起こす」と仮定して、以下のようなモデル化を行うことにする。

$$\tilde{P}_j = p_k \cdot (1 + \tilde{\Delta}_{g(j)}), \quad \tilde{\Delta} p_j = p_k \cdot \tilde{\Delta}_{g(j)} \quad (30)$$

$$\tilde{\Delta}_{g(j)} \sim N(0, \sigma_g^2) \quad (31)$$

すなわち、取引先のデフォルト率は、格付 $K_{(j)}$ によって決まる平均水準 p_k を中心にして、平均 0、分散 σ_g^2 の正規分布にしたがう変化率 $\Delta_{g(j)}$ によって変化すると仮定した。

さらに、帝国データバンクのデータ（[倒産確率算出用マトリックスデータ]）によって、全 G 業種の業種別の年間平均倒産率の変化率を過去13年間に互って収集し、それを(32)式のような因子分析モデルによって分析した。

$$\tilde{\Delta}_g = a_{g,1} \cdot \tilde{F}_1 + a_{g,2} \cdot \tilde{F}_2 + \dots + a_{g,6} \cdot \tilde{F}_6 + \tilde{\varepsilon}_g \quad (g=1,2,\dots,G) \quad (32)$$

ただし、 $a_{g,f}$: 因子負荷量,

$\tilde{F}_f \sim N(0,1)$: 共通因子,

$\tilde{\varepsilon}_g \sim N(0, \delta_g^2)$: 誤差項,

$(g=1,2,\dots,G, f=1,2,\dots,6)$

各 $\tilde{F}_f$, $\tilde{\varepsilon}_g$ は、互いに独立であると仮定。

このような前提の下で得られた各業種の倒産率の変動率の第一、第二因子負荷量を2次元の平面に表示したのが(図 - 6)である。

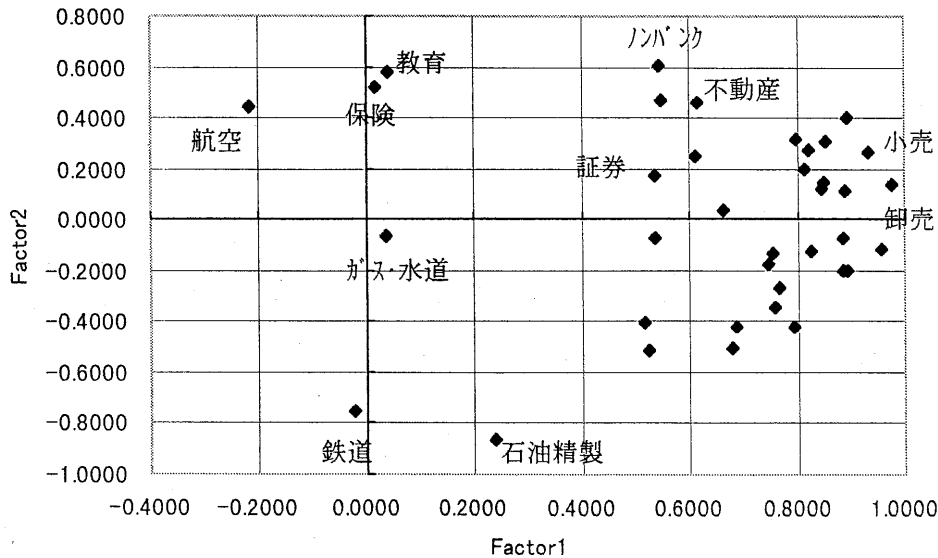
その他の要素が変わらないとすれば、デフォルト確率の変動による期待損失額への影響は以下のように計算される。

$$\tilde{\Delta}_p E[\tilde{L}] = \sum_{j=1}^N X_j \cdot (1 - w_j) \cdot \tilde{\Delta} p_j \quad (33)$$

信頼度 φ の下での最大増加量を定義すれば以下ようになる。これをデフォルト確率変動の効果と呼ぶことにする。

(注) 本稿では取引先が支払い不能となった状態を抽象的に「デフォルト」と呼んだが、実際の統計から、「デフォルト率」を推定する場合には、デフォルトや倒産の具体的な定義が必要となる。

(図 - 6) 業種別倒産率の因子分析



$$m_p(\phi) \cdot \sqrt{V[\tilde{\Delta}_p E[\tilde{L}]]} \quad (34)$$

デフォルト率の変動を，上記のように共通因子による線型モデルで表現するとすれば，(34)式は具体的な数式に書き下すことができる。

以上のような信用リスク定量化の計算に使用する推定値自体が変動することに対して，実務ではあらかじめ各要素の推定値を堅めに設定するという対応方法が考えられる。損失発生の可能性を大きく見積もることによって，非常事態への備えを万全にしておくという考え方である。格付別デフォルト確率を「過去の平均値＋安全度」として設定したり，BIS規制で行われているように，派生商品の市場価値にポテンシャルエクスポージャーを付加して評価したりするのは，そのような考え方に基づくものである。

それに対して，信用リスク量計算に使用する各要素を過去の平均的な値で推定しておき，その推定値が損失額を増加させる方向に振れる可能性を別のリスク量として認識して，従前のリスク量に合算するのが上記で述べた方法である。このような処理をすることによって，デフォルト損失額が増減するメカニズムがより構成的になり，信用リスクを制御する場合のポイントと

その効果が見やすくなるというメリットが出てくる。

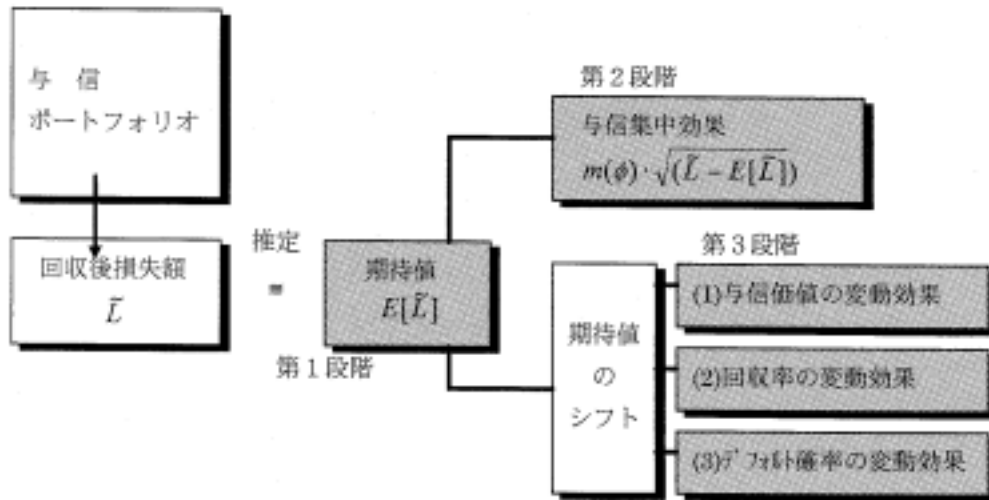
- 5 . 信用リスクの計測 (要約)

信用リスク量の計測についての前節までの内容を要約したのが(図 - 7)である。与信ポートフォリオから発生する損失額(担保等による回収後損失額) $\tilde{L}$ は，与信取引先の支払い不能という不確実な事象に起因して発生するため，その大きさを推定するには統計的な方法が必要となる。

そこでまず第一段階の推定値として，回収後損失額の期待値 $E[\tilde{L}]$ を計算する。完璧な与信分散が図られていれば，損失額 $\tilde{L}$ はこの期待値 $E[\tilde{L}]$ のごく近辺で振れることになるが，多くの金融機関では大口融資先が存在する等によって与信分散が不十分であり，発生する損失額は一定の分布の下で期待値 $E[\tilde{L}]$ から大きく乖離する可能性を持っている。

その乖離の可能性を表示するために，一定の信頼度 ϕ の下で損失額 $[\tilde{L}]$ が期待損失額 $E[\tilde{L}]$ を上回る上限値を，第2段階の推定値として加算する。これを「与信集中効果」と呼ぶことにする。

(図-7) 信用リスク量計測の概要



さらに、推定値である期待損失額 $E[\tilde{L}]$ 自体が、その計算に使用した要素の変動によってシフトする可能性を持っている。そこで第3段階の推定値として、回収後損失額の期待値 $E[\tilde{L}]$ 自体が増加の方向にシフトする可能性

を、同一の信頼度 ϕ の下での上限値の形で算定し加算する。このリスク推定値は、変動する要素によって、「(1) 与信価値の変動効果」、「(2) 回収率の変動効果」、「(3) デフォルト確率の変動効果」、に分けられる。

・信用リスクの制御

章で提示したような方法によって計測される信用リスク量 (= 与信ポートフォリオから発生する回収後損失額 $\tilde{L}$ の推定値) を参照しながら、金融機関はその収益が安定的に維持されるように、あらかじめ取引条件や資産負債の積み上げ状況に制約を加えるような手法が開発されている。また、既に大きくなってしまった信用リスク量を、クレジットデリバティブや資産の流動化等の取引を行うことによって低減させるような手法が開発されている。これらのいわゆる信用リスクの制御手法のうち、前者を予防手法、後者を修正手法と呼ぶことにする。この章では、このような信用リスクの制御手法について考えてみたい。

- 1. 予防手法

- 1 - 1. 回収後損失額の期待値 $E[\tilde{L}]$ の制御

取引先 j ($=1, 2, \dots, N$) から約定によって得られる収益 $\tilde{R}_j$ を考える。与信金額 X_j に対する収益率 (資産利益率) を r_j とすると、収益 $\tilde{R}_j$ は取引先 j の1後の状態を表わす確率変数 $\tilde{H}_j$ によって、次のように表わされる。(注)

$$\tilde{R}_j = X_j \cdot r_j \cdot (1 - \tilde{H}_j) \quad (25)$$

(注) 取引先 j のデフォルトによって得られなくなる利金を考慮した。

前章で考察した，取引先 j のデフォルトによって発生する回収後損失 $\tilde{L}_j$ と合せて考えれば，実質的な損益 $\tilde{P}$ は次のように表わされる。

$$\begin{aligned}\tilde{P}_j &= \tilde{R}_j - \tilde{L}_j \\ &= X_j \cdot [r_j \cdot (1 - \tilde{H}_j) - (1 - w_j) \cdot \tilde{H}_j]\end{aligned}\quad (36)$$

これらを全取引先について合算すると，与信ポートフォリオ全体 X の実質損益 $\tilde{P}$ が (37) 式のように計算される。

$$\begin{aligned}\tilde{P} &= \sum_{j=1}^N (\tilde{R}_j - \tilde{L}_j) \\ &= \sum_{j=1}^N X_j \cdot [r_j \cdot (1 - \tilde{H}_j) - (1 - w_j) \cdot \tilde{H}_j]\end{aligned}\quad (37)$$

この実質損益の期待値 $E[\tilde{P}]$ が，平均資金調達コストや営業経費を賄い，さらに残った株主利益が資本コストを上回るように，約定利益率 r_j を設定しなければならない。

$$\begin{aligned}E[\tilde{P}] &= \sum_{j=1}^N \tilde{X}_j \cdot [r_j \cdot (1 - p_{k(j)}) - (1 - w_j) \cdot p_{k(j)}] \\ &> \sum_{j=1}^N [q_j \cdot (1 - \alpha_j) + (q_j + \pi) \cdot \alpha_j + c_j] \cdot X_j\end{aligned}\quad (38)$$

ただし， q_j は取引先 j への与信に対応する調達コスト率

α_j は取引先 j への与信のリスクに充当される自己資本の X_j に占める割合

π は株主が要求する超過収益率

c_j は取引先 j への与信に対応する営業経費率

(38)式は，最終的には取引先全体に対して成立すべき不等式であるが，各取引先 j について，この不等式が成立するように仮定すると，これが (38)式を成立させるための十分条件となる。

$$\begin{aligned}X_j \cdot [r_j \cdot (1 - p_{k(j)}) - (1 - w_j) \cdot p_{k(j)}] &> q_j \\ &\cdot (1 - \alpha_j) + (q_j + \pi) \cdot \alpha_j + c_j \cdot X_j\end{aligned}\quad (39)$$

この関係式から r_j について解くと，次式が得られる。

$$r_j \geq \frac{(1 - w_j) \cdot p_{k(j)} + [\alpha_j \cdot (q_j + \pi) + (1 - \alpha_j) \cdot q_j]}{1 - p_{k(j)} + c_j}$$

このような，信用リスクを考慮した与信取引の条件設定基準を「プライシングガイドライン」とか「ミニマムリターン」と呼んでいる。基準作りには，与信取引に充当されるべき自己資本額の比率 α_j や，株主が要求する超過収益率 π ，各取引毎の営業経費率 c_j 等が必要であり，実務としてそれらの要素を具体的に定めるのは簡単ではない。

- 1 - 2 . 与信集中効果の制御

次に与信集中効果を予防する方法について考える。 - 4 - 3 節において，与信ポートフォリオからの損失額 $\tilde{L}$ が，期待値 $E[\tilde{L}]$ から乖離する大きさを表わす確率変数 $\tilde{M}$ を定義した。

$$\tilde{M} = \tilde{L} - E[\tilde{L}]\quad (41)$$

確率変数 $\tilde{M}$ の期待値と分散は，次のように計算された。

$$E[\tilde{M}] = 0\quad (42)$$

$$\begin{aligned}E[\tilde{M}] &= V[\tilde{L}] \\ &= X^2 \cdot \sum_{j=1}^N \theta_j^2 \cdot (1 - w_j)^2 \cdot p_{k(j)} \cdot (1 - p_{k(j)})\end{aligned}\quad (43)$$

仮に各社のデフォルト確率と回収率が等しい ($p_{k(j)} = P$, $w_j = w$) とすれば，各社の与信金額

に対して設定した与信上限 0 の効果は次のよう

$$V[\tilde{M}] \leq X^2 \cdot \frac{U}{X} \cdot (1 - w)^2 \cdot p \cdot (1 - p)\quad (44)$$

与信集中効果による損失額の振れが，一定の信頼度 ϕ の下で， Γ (配付自己資本に相当する) よりも小さくなるように制御するとすれ

ば、 ϕ に対応する標準偏差への乗数を $m(\phi)$ とすると、次のような制約式が得られる。

$$m(\phi)^2 \cdot V[\tilde{M}] \leq m(\phi)^2 \cdot X \cdot U \cdot (1-w) \cdot p \cdot (1-p) < \Gamma^2 \quad (45)$$

したがって、この式を U について解くと以下の制約式が得られる。

$$U < \frac{\Gamma^2}{m(\phi)^2 \cdot X \cdot (1-w) \cdot p \cdot (1-p)} \quad (46)$$

各社毎にデフォルト率 $p_{k(j)}$ や回収率 w_j が異なる場合には、格付と回収率 (k, w) に対して、次のようにして与信上限 $U_{(k, w)}$ が定まる。(注)(注2)

$$U_{(k, w)} < \frac{\Gamma^2}{m(\phi)^2 \cdot X \cdot (1-w) \cdot p_k \cdot (1-p_k)} \quad (47)$$

- 1 - 3 . デフォルト確率の変動効果の制御

次に与信分散によって消去することのできない3種類の信用リスク量((1) 与信価値の変動効果, (2) 回収率の変動効果, (3) デフォルト確率の変動効果)のうち, (3) デフォルト確率の変動効果の予防方法について考える。

- 4 - 4 (3) で見たとおり, デフォルト確率の変動を(30)式(31)式のようにモデル化し, 各取引先 j のデフォルト確率の水準自体は「格付 k 」によって決まり, その変動可能性はその取引先の属する「業種や地域 g 」によって決まると仮定した。

$$\tilde{p}_j = p_{k(j)} \cdot (1 + \tilde{\Delta}_{g(j)}) \quad \begin{matrix} k=1, 2, \dots, K, \\ g=1, 2, \dots, G \end{matrix} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta} p_j &= P_{k(j)} \cdot \tilde{\Delta}_{g(j)} \\ \Delta_g &= \sum_{f=1}^G a_{g,f} \cdot \tilde{F}_f + \tilde{\varepsilon}_g \end{aligned} \quad (31)$$

これらの式を, デフォルト確率の変動効果を表示する(33)式および(34)式に代入して整理すると, 次式が得られる。

$$\begin{aligned} \Delta_p E[\tilde{L}] &= \sum_{j=1}^N X_j \cdot (1-w_j) \cdot \tilde{\Delta} p_j \\ &= \sum_{j=1}^N X_j \cdot (1-w_j) \cdot p_{k(j)} \\ &\quad \cdot \left[\sum_{f=1}^G a_{g(j),f} \cdot \tilde{F}_f + \tilde{\varepsilon}_g \right] \\ &= \sum_{g=1}^G \left[\sum_{k(j)=g} X_j \cdot (1-w_j) \cdot p_{k(j)} \right] \\ &\quad \cdot \left[\sum_{f=1}^G a_{g(j),f} \cdot \tilde{F}_f + \tilde{\varepsilon}_g \right] \\ &= \sum_{g=1}^G \left[\sum_{k=1}^K K_g \cdot a_{g(k),f} \right] \tilde{F}_f + \sum_{g=1}^G K_g \tilde{\varepsilon}_g \\ \text{ただし, } K_g &= \sum_{k(j)=g} X_j \cdot (1-w_j) \cdot p_{k(j)} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} m_p(\phi)^2 \cdot V[\tilde{\Delta}_p E[\tilde{L}]] &\approx m_p(\phi)^2 \\ &\quad \cdot \sum_{f=1}^G \left[\sum_{g=1}^G K_g \cdot a_{g,f} \right]^2 + \Psi \end{aligned} \quad (49)$$

ただし, Ψ は誤差項の影響をまとめたもの

このような分析によって, デフォルト確率の変動効果を大きくしないための基本的な方法は, デフォルト確率の変動パターンを表わす係数,

$(a_{g,1}, a_{g,2}, a_{g,3}, a_{g,4}, a_{g,5}, a_{g,6})$
が類似する業種や地域に与信量 K_g が偏らないように, 与信ポートフォリオを構成することで

(注1) このような制約の下では, 与信上限ひに到達した取引先ばかりが並ぶ状態が最もリスク量が多くなる。

その場合, 与信構成比は $\theta = \frac{U}{X}$, 与信社数は $N = \frac{X}{U}$ となり, (44)式が得られる。

(注2) この設定では, あらかじめ配付自己資本額 Γ と総与信額 X とが, 何らかの方法で定まっている場合である。配付自己資本 Γ に対して, 総与信額 X への制約と各社への与信上限 U を同時に定めることもできる。

あることがわかる。(詳細は省略する。)

そのための実務的な対応としては、デフォルト確率の変動パターンの類似性によって業種や地域をグループ化し、同一グループに与信が集中しないように与信上限を設定して管理する、というような方法が考えられる。

- 2 . 修正手法

金融機関の果たす主要な役割の一つが、金融取引を通じて他者の金融リスクを引受けることであった(-1)。したがって、この役割を推進していけば、リスクの予防手法にもかかわらず、金融機関は意図せざるリスク構造を抱え込むことがあり得る。そこでこの節では、すでに抱えてしまった信用リスク構造を修正するための手法について考える。

金融取引や金融サービスは「キャッシュフローによって表示することができる」が、金融取引等に信用リスクを考慮する場合には、キャッシュフローが消滅する可能性を、取引先が支払不能に陥った状態を示す確率変数 $\tilde{H}(t)$ を使って次のように記述する。

$$C(t) \cdot (1 - \tilde{H}(t)), \quad t \in T \quad (50)$$

ただし、 $c(t)$: 金融取引等から時点 t に発生するキャッシュフロー

$\tilde{H}(t)$: 時点 t における取引先の信用状況。() 内は確率。

$$\tilde{H}(t) = \begin{cases} 1 & \text{時点 } t \text{ で支払不能} \\ & (p(t)) \\ 0 & \text{時点 } t \text{ で支払可能} \\ & (1 - p(t)) \end{cases}$$

T : 金融取引等からキャッシュフローが発生する時点の集合

- 2 - 1 . 資産売却

式(50)の中で、不確実性(いわゆる信用リスク)は $\tilde{H}(t)$ の部分に存在する。この金融取引に内包される信用リスク構造を修正するのに、キャッシュフローを $\tilde{H}(t)$ を含んだままそっく

り(商品ごと)除去する方法が考えられる。それが直接的な「資産の売却」や「資産の譲渡」を伴った「証券化スキーム」等である。

キャッシュフローによって表現すると以下ようになる。修正の対象となる信用リスクを内包した与信取引を $\{C(t) \cdot (1 - \tilde{H}(t))\}_{t \in T}$ とする。それに対して、その取引をそのまま売却して、与信ポートフォリオから除去すると、不確実性もキャッシュフローとともに消滅する。

$$\frac{C(t) \cdot (1 - \tilde{H}(t)) - C(t) \cdot (1 - \tilde{H}(t))}{0} \quad \begin{array}{l} \text{実行した与信取引} \\ \text{取引の売却} \end{array} \quad (51)$$

- 2 - 2 . クレジットデリバティブ

資産売却が金融取引自体を売却して、不確実性をキャッシュフローごと除去するのに対して、もとの取引をそのまま残した状態で、追加的な取引によってキャッシュフローを重ね、不確実性を含むキャッシュフロー部分だけ除去しようとするのが、クレジットデリバティブである。

典型的なクレジットデリバティブである「クレジットデフォルトスワップ」は、一定期間の内に取引先が支払不能に陥り、キャッシュフローを実現できなくなった時かわりにそのキャッシュフローに相当する金額「 $C(t) \cdot \tilde{H}(t)$ 」を実現するような取引で、その見返りにプレミアム η を支払う。したがって、キャッシュフローの時点が前後することを無視すれば、一定期間内のクレジットデフォルトスワップのキャッシュフローは次のように表わされる。

$$C(t) \cdot \tilde{H}(t) - \eta \quad (52)$$

したがって、すでに実行している与信取引のキャッシュフローと重ね合せると、次のようなリスク修正効果が得られる。

$$\frac{C(t) \cdot (1 - \tilde{H}(t)) + C(t) \cdot \tilde{H}(t) - \eta}{C(t) - \eta} \quad \begin{array}{l} \text{実行した与信取引} \\ \text{クレジットデリバティブ} \end{array} \quad (53)$$

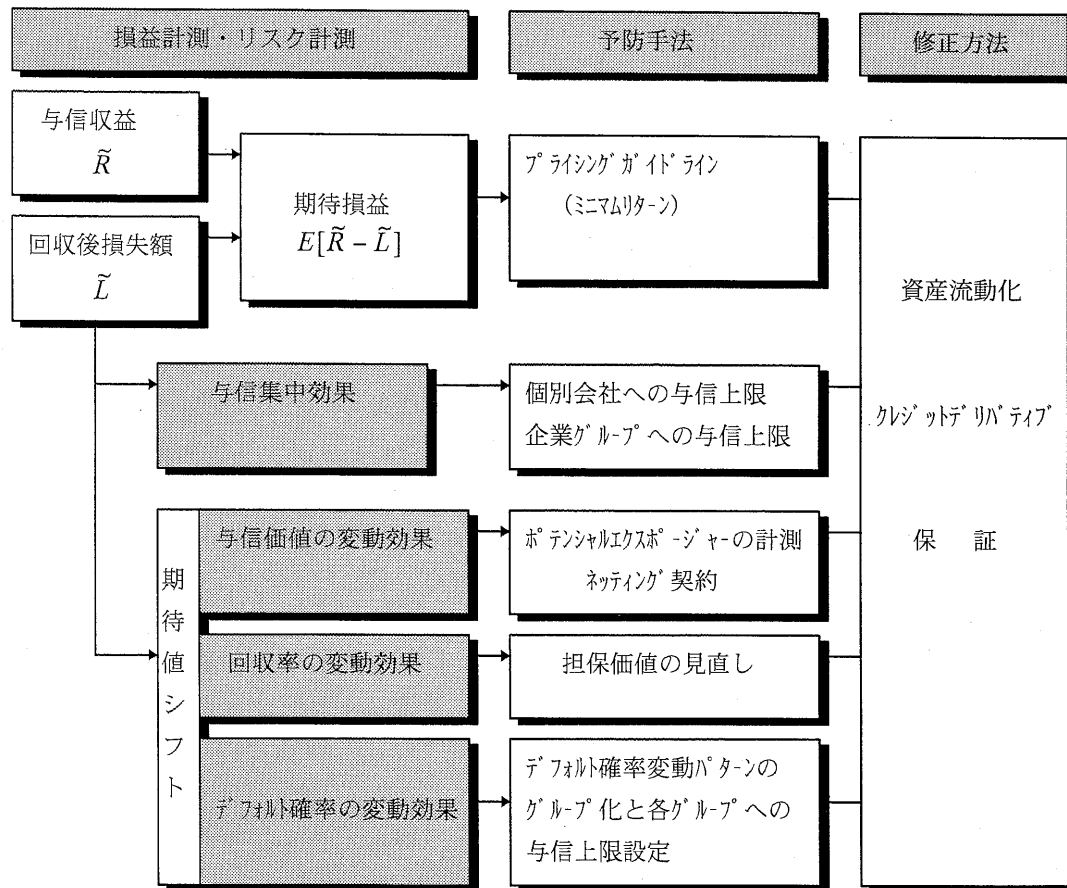
すなわち、合成後のキャッシュフローから不確実な要素である「 $\tilde{H}(t)$ 」が消去される。

- 3. 信用リスクの制御（要約）

章では、信用リスクを制御するための手法について考えた。制御手法には、信用リスク量があらかじめ定めた一定の範囲におさまるよう

に、取引条件や取引量に制約を課す方法（予防手法）と、一旦大きくなってしまった信用リスク量を、追加的な取引を重ねることによって軽減させる方法（修正手法）があった。これらの手法は、章で提示した信用リスクの計測手法と対比して考えると分かりやすい。（図 - 8）はその内容を要約したものである。

（図 - 8） 信用リスク制御の概要



・ 今後の展開と課題

章および 章において、信用リスクを定量的に管理するための計測手法、制御手法について例を示したが、このような方法が金融機関の業務の中に定着するためには、なお取り組まな

なければならないいくつかの課題がある。以下では、信用リスクの定量的管理の今後の展開の可能性と、そのために取り組むべき課題について見ていきたい。

- 1. 評価損益の考慮

本稿で提示した信用リスク定量化の方法では、「管理期間中に取引先が支払い不能に陥ったことによって与信取引から発生する損失（いわゆる実現損益）」を計量化の対象としたが、「管理期間中に取引先の信用度（格付）が低下したことによって与信取引の評価額が低下すること（いわゆる評価損益）」も計量化の対象に含めることもできる。前出の *CreditMetricsTM*（[17]）では、この評価損益も含めて信用リスクの定量化を行っている。

評価損益の低下を信用リスクに含めるためには、これまでに本稿で考えた要素のほかに、新たに2つの要素が必要である。一つは一定期間の間に取引先格付が遷移する様子を表す「格付遷移行列」、もう一つは金融取引のキャッシュフローを格付別に評価するための「格付別イールドカーブ（あるいは格付別スプレッド）」である。

(1) 格付遷移行列

現在の格付を取得している企業が、一定期間後（例えば1年後）に現在と同一の格付、あるいは別の格付になっている確率を表示した行列で、デフォルトを一つの格付の状態と考えれば、デフォルト確率も格付遷移行列の中の一情報と考えることができる。

格付区分を、 $k = 1, 2, \dots, K, D$ （ただし、 D ）
は

デフォルトの状態）とすると、「格付遷移行列」は成分が、

$p_{k,l}$ ：現在格付 k である企業が1年後に格付 l となる確率 (54)

であるような行列 $[p_{k,l}]_{k=1,2,\dots,G,D,l=1,2,\dots,G,D}$ である。その成分には定義より次のような制約がある。

$$\begin{aligned} 0 \leq p_{k,l} &\leq 1 \\ \sum_{l=1}^{K,D} p_{k,l} &= 1 \\ p_{D,k} &= 0 (k \neq D), \quad p_{D,D} = 1 \end{aligned} \quad (55)$$

(2) 格付別イールドカーブ

一般的に金融商品の評価価格は、その金融商品から発生するキャッシュフローを、そのキャッシュフローの信用度等に対応した金利（イールドカーブ）で割引くことによって求められる。その場合に使用される割引金利 $Z_j(t)$ は、信用リスクを含まないキャッシュフローの割引きに適用される金利 $R(t)$ （＝国債金利）に、その金融商品を発行した企業の信用度に対応するリスクプレミアム $sp_{k(j)}(t)$ （＝例えば格付毎の平均値）を乗せ、さらにその金融商品自体の商品性に基づくプレミアム Φ_j を乗せることによって得られる。

$$Z_j(t) = R(t) + sp_{k(j)}(t) + \Phi_j \quad (56)$$

- 2. パラメータ推定の精度

信用リスク管理では、市場リスク管理と比較してリスク量計測の精度やリスク制御の精度が不十分であることが指摘されている。その原因の一つとして、取引先の支払い不能や格付低下といった、いわゆるリスクイベントの発生頻度が低く、イベント発生の状況を確認的に記述するための基礎となる標本データが十分でないことがあげられる。その結果、格付別のデフォルト確率や担保等からの回収率等の、モデルを記述するパラメータの推定の精度に問題が出てくる。

- 2 - 1. 基礎データの整備

デフォルト確率の推定や担保等からの回収率の推定のためには、企業の倒産データや回収データを時系列データとして蓄積することが必要である。しかし、発生件数を安定的に捉えるためには1年程度の間隔が必要であり、10年間かけても10件の時系列データしか揃わないことになる。したがって、信用リスク管理のためのデータ収集は出来るだけ早期に開始し、広範囲かつ体系的に蓄積を継続することが重要である。その意味で、99年4月からほとんどの地銀が参加して行われる地銀協の「信用リスク管理のた

めの共同データベース計画」は、画期的な試みとして評価される。また、パラメータの推定にあまりに長期間の時系列データをとると、デフォルト等の事象が発生する環境自体が変化して、対象データが均質でなくなることもある。信用リスク管理では、モデルのパラメータ推定のために基礎データの整備が不可欠であるが、仮にデータが長期間にわたって整備されたとしても少数のデータしか使用できない可能性がある。

- 2 - 2 . デフォルト確率変動のモデル化

短期的な市場変動を表現する場合に金融工学でよく使用されるモデルは、市場効率性仮説とその実証分析に基づくランダムウォークモデルである。それに対してデフォルト確率の変動をモデル化する場合には、想定する期間が長いいため、景気変動や金利・為替等のマクロ要因との因果関係について考慮する余地がある。本稿で提示した方法では、デフォルト確率の変動が市場変動等と同様にランダムウォークに従うとしているが、環境等を考慮してトレンドやサイクル等を取り込んだモデルの使用が検討されるべきであろう。デフォルト確率の変動に対して、先行指標が存在するようなモデルが開発できれば、信用リスク管理における意義は大きいといえる。

- 3 . 格付手法

取引先の信用度の判定結果である「取引先格付」は、信用リスクの定量的な管理の枠組みを支える柱の一つである。取引先の信用度を格付で表現し、それぞれの格付に一定期間内のデフォルト確率を対応付けることが、信用リスクを定量把握するための出発点となっている。したがって、この取引先格付の手法を合理的に組み立てることが、信用リスクの定量化の精度を向上させる上で、重要な要素となる。

- 3 - 1 . 新しい格付手法

(1) 取引先の信用格付の代表的な手法は、ス

コアリングシステムである。スコアリングシステムでは、経験に基づいて選定された、企業の信用判断に有効と思われる指標について、それぞれその大きさに応じて得点を与え、指標毎の得点を合算して総合得点とする。企業の格付は、この総合得点の大きさによって決定される。

(2) スコアリングシステムの仕組みを作り上げるときに、統計的な手法が使用されることがある。例えば、企業の「財務指標」と呼ばれるものは数多く存在するが、それを体系的に整理するのに、「因子分析」という多変量解析の手法が用いられる。この分析では、各財務指標 $\tilde{X}_i$ が潜在的な因子 $\tilde{F}_1, \tilde{F}_2, \dots, \tilde{F}_m$ の一次結合と誤差項 $\tilde{G}_i$ の和として次のように表わされると仮定する。

$$\tilde{X}_i = a_{i,1} \cdot \tilde{F}_1 + a_{i,2} \cdot \tilde{F}_2 + \dots + a_{i,m} \cdot \tilde{F}_m + \tilde{G}_i \quad (57)$$

ただし、

どの $j=1,2,\dots,m$ についても、

$$E[\tilde{F}_j] = 0, \quad V[\tilde{F}_j] = 1$$

どの $j \neq k$ についても、

$$\text{Cov}[\tilde{F}_j, \tilde{F}_k] = \text{Cov}[\tilde{F}_j, \tilde{G}_k] = \text{Cov}[\tilde{F}_j, \tilde{G}_k] = 0$$

このとき、各潜在因子 $\tilde{F}_1, \tilde{F}_2, \dots, \tilde{F}_m$ への重み、 $a_{i,1}, a_{i,2}, \dots, a_{i,m}$ の類似を調べることによって、財務指標 $\tilde{X}_i$ をいくつかのグループに分類することができる。(表-4) 参照。

(表 - 4) 財務指標の分類

グループ			財 務 指 標
規	模		売上高, 自己資本, 使用総資産,
収	益	性	使用総資本事業利益率, 売上高経常利益率.....
安	全	性	自己資本比率, 固定長期適合率, 流動比率,
成	長	性	売上高伸び率, 使用総資本伸び率,
効	率	性	使用総資本回転率, 1人当たり売上高,

(3) 企業格付の判定に, 同じく多変量解析の手法である「判別分析」が利用される。この手法を企業の財務構造の評価に利用した事例としては, Altman ([7]) の研究が有名である。判別分析による企業評価では, あらかじめ人間の判断(あるいは, 倒産等の事実)により, 企業群をほぼ同数の「良い企業群」と「悪い企業群」に分類しておき, 財務指標を変数とする一次関数,

$$Z_j = a_1 \cdot X_{1j} + a_2 \cdot X_{2j} + \dots + a_m \cdot X_{mj} \quad (58)$$

と境界値 Z_0 によって,

$$\begin{aligned} Z_j \geq Z_0 \text{ ならば, 企業 } j \text{ は「良い企業」} \\ Z_j < Z_0 \text{ ならば, 企業 } j \text{ は「悪い企業」} \end{aligned} \quad (59)$$

となるように, 変数となる財務指標 $X_1, X_2, \dots, X_m$, 係数 $a_1, a_2, \dots, a_m$, および Z_0 を定めなければならない。2群を最もよ判別するようなものを決定する手続きを与えるのが判別分析である。

このような判別関数の値によって企業の信用度を計測し, その大きさによって取引先に格付を付与するような方法が利用されている。企業の財務構造の業種による違いを考慮して, いくつかの業種毎に複数の判別関数を用意することが多い。

(4) 企業がデフォルトを起こすメカニズムを財務モデルによって表現し, デフォルトが発生する可能性を「確率」によって計測するような方法が使われている。このようなモデルを最初に提示したのは, Merton ([16]) である。モデル

のおおまかな内容は次のとおりである。

企業価値の内, 株主に帰属する価値 $\hat{S}$ は, 企業の資産価値 $\tilde{V}$ に対するコールオプションである。ただし, L はこの企業の外部負債の金額を表わすとする。

$$\begin{aligned} \text{株主への帰属価値} \quad \hat{S} &= \text{Max}[\tilde{V} - L, 0] \quad (60) \\ \text{債権者への帰属価値} \quad \hat{L} &= \text{Min}[L, \tilde{V}] \\ &= L - \text{Max}[\tilde{L} - V, 0] \quad (61) \end{aligned}$$

企業の資産価値 $\tilde{V}$ は, 一定の確率微分方程式に従って変動すると仮定する。

$$d\tilde{V} = \mu \cdot \tilde{V} \cdot dt + \sigma_v \cdot \tilde{V} \cdot d\tilde{w}_t \quad (62)$$

一定期間 T の後の資産価値 $\tilde{V}(T)$ は, 密度関数を伴う確率変数となるが, この企業のデフォルトは,

$$\tilde{V}(T) < L \quad (63)$$

なる状態として定義される。

したがって, デフォルト確率は次式のように計算される。

$$P_r \{ \tilde{V}(T) < L \} = \int_{-\infty}^L \phi(V) dV \quad (64)$$

株式の市場価格は $\hat{S}$ の代理変数として, 企業価値 $\tilde{V}$ の変動性 σ_v 、に関する情報を内包しており, したがって σ_v は株式の市場価格の分析によって推定できる。

- 3 - 2 . 企業の財務内容の開示について

取引先の信用度を判定するには、さまざまな情報が必要であるが、現在の会計情報等の開示では、信用リスクの判定に必要な情報が外部から十分に得られないという問題がある。現在の開示情報からは、貸借対照表や損益計算書等によって、過去の一時点における財務構成や一定期間内の損益実績等を得ることができる。しかし、これが将来に亘ってどのように変化していくかを推定するような情報はあまり開示されていない。例えば、各種債権の格付別残高や借入金等の満期期間別残高、あるいは金融派生商品や各種運用商品の市場変動への感応度等の情報はリスク管理の上で効果的である。

また、現行では会計情報の開示は半年毎であるが、信用リスクが流通するようになると、より高頻度の取引先信用度の計測が必要となる。そのため、信用リスク管理の観点からは、財務情報等の開示間隔を四半期毎にするような案も検討に値する。

- 4 . 信用リスク流通市場の整備

信用リスク構造を直接に修正する方法として、債権の流動化やクレジットデリバティブ取引などがあるが、現在これらの取引は限定的にしか行われておらず、いつでも思い通りの取引ができるような状況ではない。その理由としては、取引条件設定のメカニズムが不透明であることや、リスクヘッジした際のB I S信用リスク規制での取り扱いが明確でないこと、その結果、常に取引を仲介する業者が存在しない等が考えられる。市場デリバティブ市場の発達によって、市場リスク管理が金融機関に浸透していったように、信用リスク構造を限界的に修正

する機能を持つこれらの取引が柔軟に実行できるようになれば、実効性を持った信用リスクの定量管理が可能となると思われる。信用リスク流通市場の制度面での整備が望まれる。

- 5 . 信用リスク規制の見直し

現行の信用リスク規制は、1988年にバーゼル合意がなされて以来ほぼ10年間、国際的に活動を行う銀行に対して適用され続けているが、その中で提示されている信用リスク量の計測方法については、以下のような課題が指摘されている。

(1) 一般事業会社の信用度をすべて同一に扱っており、格付等による信用度の違いが信用リスク量に反映されていない。

(2) 与信取引で慣行となっている担保の効果が格付が信用リスク量に反映されていない。

(3) 一般的に期間の長い与信ほど信用リスクが高いとされているが、このような与信期間の違いが信用リスク量の計測に反映されていない。

(4) クレジットデリバティブ等による信用リスクのヘッジの効果が、信用リスク量の計測に反映されていない。

(5) 信用リスクを考える上で重要な要素である与信集中の程度の差が、信用リスク量の計測に反映されていない。

(6) リスクエクスポージャーに対して、8%以上の自己資本を必要とするということの根拠が不明瞭である。

これらの課題は、1997年度から導入された市場リスク量に関する規制の細かさと比較して際立つようになり、現在B I Sにおいて、信用リスク規制の見直しについての検討がなされている。

以上

参 考 文 献

[1] 池森俊文(1997)

「信用リスクの計測から制御へ」：興銀資料

[2] 小田信之、村永 淳(1996)

「信用リスクの定量化手法についてーポートフォリオのリスクを統合的に計量する枠組みの構築に向けてー」；「金融研究」日本銀行金融研究所、1996年11月

- [3] 木島正明 (1998)
「金融リスクの計量化 (下) - クレジット・リスク」; 金融財政事情研究会
- [4] 関野勝弘 (1996)
「信用リスク管理への挑戦 - 信用力計量化への実務展開 -」; 金融財政事情研究会
- [5] 西田真二 (1995)
「ALM手法の新展開 - 信用リスクの定量的管理による再構築 -」日本経済新聞社
- [6] 早瀬保行, 西 正 (1997)
「信用格付とリスク管理」; 銀行研修社
- [7] Altman E.I. (1993) "Corporate Financial Distress and Bankruptcy," John Wiley & Sons, Inc.
- [8] Basu S.N. and Rolfes, Jr H. L. (1995)
"Strategic Credit Management," John Wiley & Sons, Inc.
- [9] Buhlmann H. (1996) "Mathematical Methods in Risk Theory," Springer
- [10] Credit Suisse Financial Products (1997)
"Credit Risk-A Credit Risk Management Framework"
- [11] Das S. (Editor) (1998) "Credit Derivatives- Trading & Management of Credit & default Risks-?": John Wiley & Sons, Inc.
- [12] Daykin C.D., Penttinen T., and Pesonen M. (1994) "Practical Risk Theory for Actuaries," Chapman & Halls
- [13] Feeny P.W. (1995) "Securitization- Redefining the Bank-," St. Martin's Press
- [14] Freixas X. And Rochet J.C. (1997)
"Microeconomics of Banking," MIT press
- [15] Madan D.B. and Haluk U. (1993)
"Pricing the Risks of Default," Working Paper, College of Business, University of Maryland
- [16] Merton R.C. (1974) "On the Pricing of Corporate Debt : The Risk Structure of Interest Rates." Journal of Finance 29, pp. 449-70
- [17] Morgan J.P. (1997) "Credit Metrics CSTM - Technical Document
- [18] Morris R. (1997) "Early Warning Indicators of Corporate Failure," Ashgate
- [19] Standard & Poor's (1999) "Standard & Poor's Credit Week" March 1999
- [20] Thomas L.C. (1992) "Financial Risk Management Models" in "Risk-Analysis Assessment and Management -", John Wiley & Sons, Inc.

以上