

社会資本整備のマクロ経済効果

麻生 良文*¹

中本 淳*²

要 約

我が国では、公共投資をめぐる議論として、景気対策としての側面がクローズアップされることが多かった。よく議論の対象となるのが公共投資の乗数の大きさであり、これが近年低下してきたことが問題視されてきた。これは公共投資のケインズ的な効果に着目した議論である。しかし、公共投資の本来の役割は社会資本整備に貢献することであり、その是非を論ずる上でこのような長期的な視点を欠かすことはできない。

公共投資のマクロ経済効果については、これまで、日本国内ではケインズのモデルを前提にして語られることが多かった。この論文では新古典派的なモデルを前提にして議論を展開する。これによって社会資本整備の短期的効果と（本来の目的である）長期的効果を同一のフレームワークで分析することができる。この論文では、新古典派モデルでの政府の消費的支出や社会資本投資のマクロ経済効果を分析し、今後の少子高齢化の進展を前提とした場合に望ましい社会資本投資の経路について分析した。

消費的支出の効果については、労働供給が内生的か外生的かでその結論は異なる。また、支出の増加が一時的なものか恒常的なものかによっても効果は異なる。労働供給が内生的である場合、政府支出の変化は所得効果（生涯税負担の変化）に加え、異時点間の代替効果をもたらす。これが短期的な産出量の変化をもたらす。労働供給が外生的であれば、政府の消費的支出は単に民間消費を同額だけ減らすだけであり、経済全体の産出量は変化しない。なお、労働供給が内生的な場合は、一時的な政府支出増加の効果は見かけ上ケインズのモデルと見分けがつかないことに注意が必要である。

一方、投資的支出の効果については、①経済の生産性を高める効果、②生産要素価格への変化をもたらす点が消費的支出とは異なる部分である。特に①については、民間資本の限界生産性の上昇をもたらすため、民間投資の増加（クラウドディング・イン）の効果が見られる。また、公的資本の使用に混雑が発生する場合は、その効果は小さくなる。

論文の後半は人口動態の変化を前提にして、望ましい社会資本投資の経路を分析した。人口動態の変化としては、少子化＝労働力そのものの減少と高齢化＝扶養者比率の低下を考慮した。人口の低下は一人当たりの資本装備率を高めるため、一人当たりの消費は増加するが、扶養家族の増加は労働者一人当たりでみたときの消費量を減少させる。将来推計人口を用いた試算では、今後の我が国においては後者の効果はかなり強い。今後の高齢化を前提とするならば、長期的な社会厚生を最大化のためには、相対的に高齢化の進んでいない時期に、投資を進めておくことが望ましい。

* 1 財務総合政策研究所総括主任研究官

* 2 財務総合政策研究所研究官

I. はじめに

社会資本投資の最適性の理論分析は、Arrow and Kurz (1970) によってその重要性が認識され、数多くの理論・実証研究がなされてきた。代表的なものとして Ascheuer (1988) や Baxter and King (1993), Turnovsky and Fisher (1995) などをあげることができる。日本においても、岩本(1990)をはじめとして、井堀・近藤(1998)、赤木(1996)など理論・実証の積み重ねがある。

政策的には、我が国では公共投資の景気対策としての側面がクローズアップされることが多かった。よく議論の対象となるのが公共投資の乗数の大きさであり、これが近年低下してきたことからその見直しが叫ばれてきた。これは公共投資の短期的な効果に着目した議論である。しかし、公共投資の本来の役割は社会資本整備に貢献することであり、その是非を論ずる上で、このような長期的な視点を欠かすことはできない。わが国の政府は、2011年の基礎的財政収支の黒字化に向けて歳出改革を行っている最中であり、特に公共事業関連予算については平成14年度予算より7年連続で削減が行われてきた。そのマクロ経済に与える影響について、短期的な効果のみならず、長期的な効果がどのようなものかを合わせて考えることが必要であろう。

一方、わが国は世界の先進国の中でも最も高齢化が進んでおり、今後も一層進展することが見込まれている。このような状況にあって、高齢化が経済にもたらす影響を無視することはできないであろう。上述の公共投資削減がマクロ経済に与える影響についても、今後の高齢化の影響を加味した上で検討が必要であると考えられるが、そうした研究はほとんどなかった。本稿は、公共投資のマクロ経済効果について理論的に整理し、また高齢化と最適投資水準の関係について考察することを目的としている。

以下では、はじめに政府の消費的支出や社会資本投資がマクロ経済に与える影響はどのようなものかを、続いて今後の少子高齢化の進展を前提とした場合にどのように資本蓄積を進めていくのが望ましいのかを理論的に整理・検討していく。まず第Ⅱ節において、これらの議論に共通するモデルの枠組みを示す。続いて、第Ⅲ節で政府の消費的支出、第Ⅳ節で政府の投資的支出がマクロ経済にどのような影響を与えるかを関数型を特定化しつつ検討する。第Ⅴ節では、今後の人口構成の変化を前提とした場合の、望ましい貯蓄率のあり方について議論する。第Ⅵ節はまとめである。

Ⅱ. モデル

まず以下の議論に共通する議論の枠組みを、Turnovsky and Fisher (1995)¹⁾を参考に示すことにする。ここでは閉鎖経済を仮定し、総需要は民間消費、民間投資、政府支出からなるものと

する。また、同質の個人がそれぞれ生産プロセスを所有しているような経済を考える。また、消費財・投資財、そして政府の支出は全て同質の財であり、政府はその支出を個人に対する一

1) Turnovsky and Fisher (1995) では、効用関数に直接影響を与える生活基盤型の社会投資も同時に考慮しているが、本論文では捨象する。

括固定税及び国債発行で賄っているとしよう。 t 期の人口を P_t とし、一人当たりの変数は小文字で、マクロの変数は大文字で示すものとする($X_t = P_t x_t$)。

このとき、社会的厚生関数を以下のように定式化する。

$$U = \int_0^{\infty} P_t \mu(c_t, 1 - l_t) e^{-\rho t} dt \quad (1)$$

ρ は主観的割引率、 c_t は時点 t における個人の財の消費量、 l_t は個人の利用可能時間を1に基準化したときの労働供給量を表す。 $u(c_t, 1 - l_t)$ は、時点 t における消費と余暇から生じる瞬時的効用であり、

$$\begin{aligned} u_c > 0, u_{cc} < 0 \\ u_l \leq 0, u_{ll} \leq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

を仮定する²⁾。 U はこの経済の消費者の生涯効用の総和である。

個人の所有する生産プロセスは、以下のように定式化しよう。

$$y_t = f(k_t, l_t, K_{gt}^s) \quad (3)$$

ここで y_t は個人の産出量、 k_t は個人が所有する資本、 K_{gt}^s は各個人が使用できる政府の生産基盤型資本の資本サービスを表すものとし、

$$\begin{aligned} f_k > 0, f_{kk} < 0 \\ f_l > 0, f_{ll} < 0 \\ f_g > 0 \end{aligned} \quad (4)$$

を仮定する。政府の所有する生産基盤型資本の水準 K_g と、個人が使用することのできる政府資本サービス K_{gt}^s の関係については、IV節で議論することしよう。

このとき、個人の予算制約、及び一人当たりでみたときの政府の予算制約は、左辺を支出、右辺を収入として次の式で与えられる。

$$c_t + \dot{k} + \dot{b} + \tau = f(k_t, l_t, K_{gt}^s) + rb \quad (5)$$

$$g_c + g_l + rb = \dot{b} + \tau \quad (6)$$

b は一人当たりの国債残高、 $g_c \cdot g_l$ はそれぞれ政府の消費的支出・投資的支出を示している。また、 i は民間粗投資量を表し、 δ を民間資本の減耗率とすると、

$$\dot{k} = i - \delta k$$

である。

以上より、個人の資本水準 k は以下のような経路をたどる。

$$\dot{k} = f(k_t, l_t, K_{gt}^s) - c_t - \dot{b} - \tau + rb - \delta k \quad (7)$$

また、政府の投資水準 G_l と政府の資本水準 K_g の間には、以下の関係が成立している。

$$\dot{K}_g = G_l - \delta_g K_g \quad (8)$$

δ_g は政府資本の資本減耗率を表している。

(6)式を(5)式に代入することで、財市場における均衡条件が導ける。

$$c_t + \dot{k} + g_c + g_l = f(k_t, l_t, K_{gt}^s) \quad (9)$$

以上の設定のもとで、個人の効用最大化問題は(7)式の制約のもとで、(1)式を最大化することであり、そのための最適化条件を用いることでこの経済における諸変数の関係や経路を調べることができる。

このモデルでは同質の個人・課税は一括固定税のみなどの仮定のもとでリカードの等価定理が成立するので、政府が国債を発行せず、その支出を全て一括固定税で賄うとしても結論は変わらない。以下の節では課税だけで賄うとして議論を進めていく。すなわち、(6)(7)式において $\dot{b} = 0$ とし、0時点における国債もないものとする。

$$g_c + g_l = \tau \quad (6')$$

$$\dot{k} = f(k_t, l_t, K_{gt}^s) - c_t - \tau - \delta k \quad (7')$$

以下では、効用関数や生産関数をより具体的に特定化することで、政府の消費的支出、投資的支出、及び人口動態がマクロ経済に与える効

2) $u_l = 0$, $u_{ll} = 0$ は、労働が外生的に与えられている場合である。III節を参照。

果について検討していく。

Ⅲ．消費的支出のマクロ経済効果

はじめに政府の消費的支出の影響について考える事にしよう。この節の議論では、労働力が内生的に決定されるか否かが政府の消費的支出の影響を異なったものに見ていく。すなわち、もし労働力が外生的に与えられていれば、消費的支出の増加は同量の民間消費の減少を引き起こし、経済の生産量を変化させることはない。一方、労働力が内生的に決められるのであればそれは生産量の増加を引き起こす。逆に言えば、現実には政府支出の増加が生産量の増加を引き起こしたとしても、それはケインズのマクロ経済学の乗数効果とは限らず、労働を内生化した新古典派的な枠組みで説明可能である。なお、財政政策の効果はそれが予期されたものか否かで効果や経路が異なるが、ここでは単純化のために予期されない財政政策の効果のみを考えることにする。

Ⅲ－１．関数の特定化と一階の条件

時間を通じて、人口が一定であるとしよう ($P_t = 1$ とする)。また、政府は消費的支出だけを行っているものとし、個人の生産プロセスに対する政府資本の影響もないものとする ($G_t = 0$, $f_g = 0$)。

ここで、効用関数及び生産関数を以下のように特定化しよう。

$$u(c_t, 1 - l_t) \equiv \log c_t + \phi \log(1 - l_t) \quad (10)$$

$$f(k_t, l_t) = A_t k_t^\alpha l_t^\beta \quad (11)$$

ϕ は消費に対する余暇の選好の強さを表すパラメーターである (ϕ がゼロのとき、個人は非弾力的に労働を供給するものとする)。また、消費・余暇に関する異時点間の代替の弾力性は 1 である。一方、労働供給に関しては、 $\sigma_{ll} = l / (1 - l)$ が異時点間の代替の弾力性となる。ま

た α , β はそれぞれ資本所得シェアと労働所得シェアを表している。ここでは $\alpha + \beta = 1$ と仮定する。

このとき、個人の最適化問題の一階条件は

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = f_k - \rho \quad (12)$$

$$\phi \frac{c_t}{1 - l_t} = f_l \quad (13)$$

及び資本ストック k_t についての横断性条件 (t を限りなく大きくしていったときに k_t の割引価値が 0 に収束するという条件) となる。消費と投資が決まれば、(13)式によって労働供給量も決まるため、この経済の動きは、資本蓄積方程式(7)とオイラー方程式(12)によって、分析することができる。

Ⅲ－２．財市場の需給と消費的支出の効果

上記のモデルによる分析を進める前に、財市場の需給を図に描くことで政府の消費的支出の効果を簡単にまとめておくことにする。以下では、需要項目である消費や投資、そして総供給がどのように決まるのかを簡単な仮定のもとで検討する。

まず、競争市場を仮定すると、賃金率 w_t と利子率 r_t は、それぞれ労働の限界生産力と民間資本の限界生産力に等しくなる。

$$\begin{aligned} r_t = f_k &= \alpha A_t k_t^{\alpha-1} l_t^\beta - \delta = \alpha A_t \left(\frac{k_t}{l_t}\right)^{\alpha-1} - \delta \\ &= \alpha \left(\frac{y_t}{k_t}\right) - \delta \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} w_t = f_l &= \beta A_t k_t^\alpha l_t^{\beta-1} = (1 - \alpha) A_t \left(\frac{k_t}{l_t}\right)^\alpha \\ &= (1 - \alpha) \left(\frac{y_t}{l_t}\right) \end{aligned} \quad (15)$$

これらを用いると、消費者及び政府の通時的な予算制約は以下のように書ける（ただし、 $R_t \equiv \int_0^t r_s ds$ とする）。

$$k_0 = \int_0^\infty [c_t - w_t l_t + \tau_t] e^{-R_t} dt \quad (16^3)$$

$$\Leftrightarrow \int_0^\infty [c_t + w_t(1 - l_t)] e^{-R_t} dt = k_0 + \int_0^\infty [w_t - \tau_t] e^{-R_t} dt \quad (17)$$

$$\int_0^\infty [\tau_t - g_{ct}] e^{-R_t} dt = 0 \quad (18)$$

(17)によれば、個人の消費及び余暇の割引価値の合計は、各期の full labor income（全ての時間を労働に用いたときに実現する労働所得）の割引価値の合計に、初期保有資本を加えたものに等しくなければならない（ただし、労働が外生的に供給されるとき余暇 l_t はゼロである）。(18)式は政府支出の割引価値の合計が、税収の割引価値の合計に等しいことを主張している。これら、(17)式と(18)式を足し合わせることで、政府支出を増加させたときに個人の予算制約式がどのように変化するかが分かる。

$$\int_0^\infty [c_t + w_t(1 - l_t)] e^{-R_t} dt = k_0 + \int_0^\infty [w_t - g_{ct}] e^{-R_t} dt \quad (19)$$

この式の右辺は、個人が生涯に得ることが可能な可処分所得の総額を表している。ここで、この右辺の一期あたりの平均値を税引き後の恒常所得（以下、 Y^p で表す）と定義しよう。政府支出の増加は、 Y^p の減少をもたらす、予算制約を満たすためには財または余暇の消費を抑えることが必要となる。

個人は(19)式の通時的予算制約の中で、最適条件(12)(13)を満たすように消費と余暇の経路を決め

ることになる。つまり消費は恒常所得 Y^p に依存する。また(12)(14)式を合わせて考えると、消費は利率 r にも依存する。恒常所得が上がれば、消費者にとって以後の消費を増加させるのが望ましい（所得効果）。また、利率が増加すると将来の消費が現在消費に比べて割安になるため、消費者は現在の消費を抑制して将来の消費を増加させることが望ましい（異時点間の代替効果）。つまり、今期の消費 C は、恒常所得の増加関数かつ利率の減少関数である。

$$c = c(Y^p, r), c_Y > 0, c_r < 0 \quad (20)$$

投資については、どうだろうか。ここでは単純に資本コストである利率の減少関数と仮定しよう。

$$i = i(r), i_r < 0 \quad (21)$$

続いて、財の供給量がどのように決まるかを考えてみよう。供給の水準が利率にどのように反応するかは労働供給が固定されているか否かで異なる。労働供給が外生的に固定されている場合、短期的には資本ストックは一定であるため、今期の総供給は利率の影響を受けずに一定の値をとる。長期的には資本ストックも増減するので、それに合わせて総供給も増減する（利率は需要と供給が一致する点で決まる）。一方、労働供給が内生化されている場合、生産水準は利率に依存して変動する。すなわち、利率の上昇は将来の余暇を割安にする一方で現在の余暇を割高にするので、労働者にとって現在の労働供給を増加させるのが望ましい（労働供給の異時点間の代替）。生産要素である労働力が増えれば、生産量も増加する。すなわち、総供給 Y^s は利率の増加関数である。また、

3) (16)式は、以下のように導出できる。まず競争市場における利率・賃金率の決定（14、15式）と $\alpha + \beta = 1$ の仮定、及び(7)から、各期における個人の予算制約式は

$$\dot{k}_t = r k_t + w_t l_t - c_t - \tau_t$$

と書ける。したがって通時的な予算制約式は

$$k_0 = \int_0^\infty [c_t - w_t l_t + \tau_t] e^{-R_t} dt + [\lim_{t \rightarrow \infty} k_t e^{-R_t}]$$

となり、これにノーポージゲーム条件（ $\lim_{t \rightarrow \infty} k_t e^{-R_t} = 0$ ）を考慮することで、(16)式となる。

図1. 財市場の需給曲線

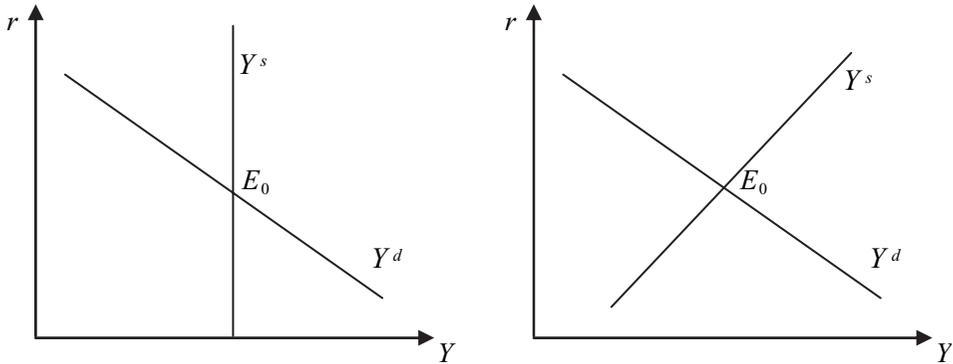
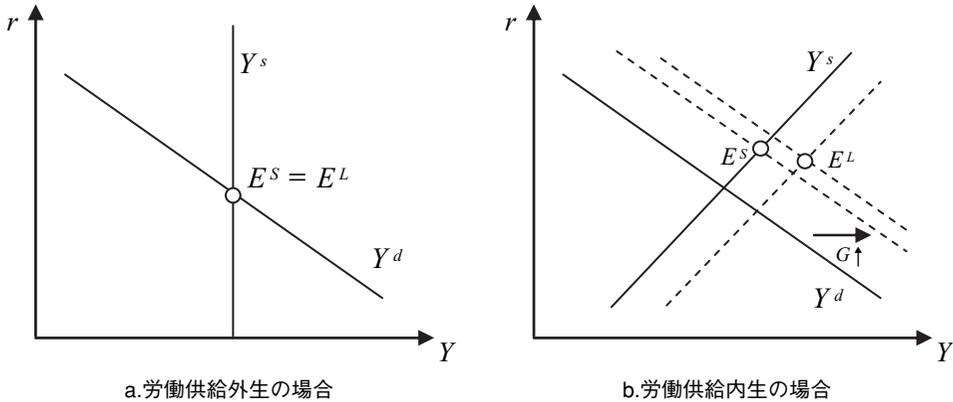


図2. 政府の消費的支出が恒常的に上昇したときの効果



a. 労働供給外生の場合

b. 労働供給内生の場合

長期的には、労働力の増加は資本の生産性上昇を通じて投資を増加させる効果も持つ。

ここで、以上見てきた総需要・総供給、そして財市場における均衡条件を書くと以下のようなになる。2行目が生産関数を表しているが、労働供給が固定である場合は $l'(r) = 0$ 、内生である場合は、 $l'(r) > 0$ である。

$$\begin{aligned} Y^d &= c(Y^p, r) + i(r) + g_c \\ Y^s &= f(k, l(r)) \\ Y^s &= Y^d \end{aligned} \quad (22)$$

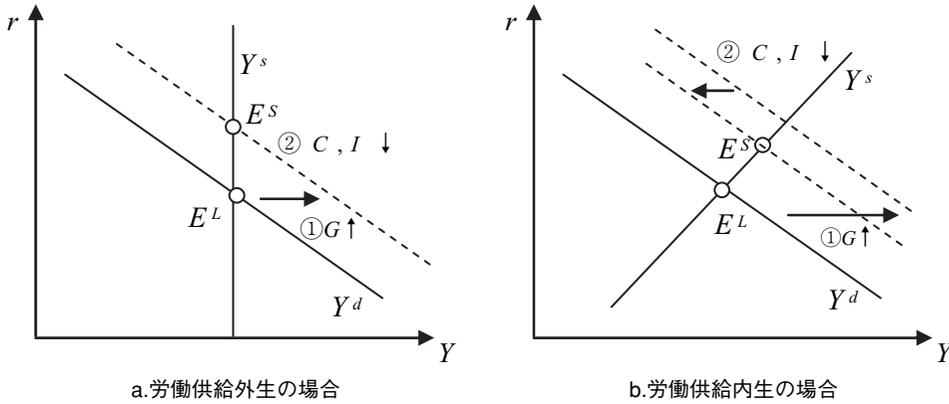
この需給を図にしたのが図1である。労働が固定されている場合（左図）と異なり、労働が内生化されている場合（右図）は総供給線が傾きを持っている。これらの図を用いて、消費的

な政府支出の効果を整理しよう。以下では、政府支出の増加が、恒常的なものか一時的なものかのそれぞれについて、その短期的な効果と長期的な効果をそれぞれ整理していこう。

Ⅲ-2-1. 政府支出が恒常的に増加された場合

政府の消費的支出が恒常的に増加された場合を考えよう。まず、労働供給が非弾力的に供給されている場合について考える（図2左）。今政府が消費的支出を恒常的に、すなわち今期を含めて将来にわたって増加させたとする。このとき、予算制約式(19)より消費者の恒常所得は減少するが、労働供給が外生的であれば、この変化に対して消費者は各期の消費を減少させることでしか対応できない。政府支出の増加分はこ

図3. 政府の消費的支出が一時的に上昇したときの効果



の消費の減少によって相殺されるため、総需要曲線 Y^d はシフトせず、均衡利子率・投資量も変化しない (点 E^s)。変わったのは総需要における消費と政府の消費的支出の構成比だけである。また、長期的にも産出量・利子率の水準はこの時点以降変化しない (点 E^L)。

労働供給が内生的に供給されている場合についてはどうであろうか。この場合も、政府の消費的支出が恒常的に増加すれば、税引き後の恒常所得が減少する。このマイナスの所得効果は、民間消費の減少だけでなく余暇の減少 (=労働供給の増加) をもたらす。消費の減少は労働供給が固定されているときよりも小さくなるため、 Y^d 曲線は右側へシフトする⁴⁾。また、労働供給の増加は総供給の増加圧力となり、 Y^s 曲線も右側へシフトする。両者のシフト幅は効用関数のパラメータに依存するため、結果として利子率の増減がどうなるかは分からないものの、総需要は増加することになる。長期的にはどうであろうか。労働力の上昇は資本の限界生産性を引き上げるため、投資需要は高まることになる。これに伴って資本水準も徐々に調整され、結果として産出量を引き上げることになる。

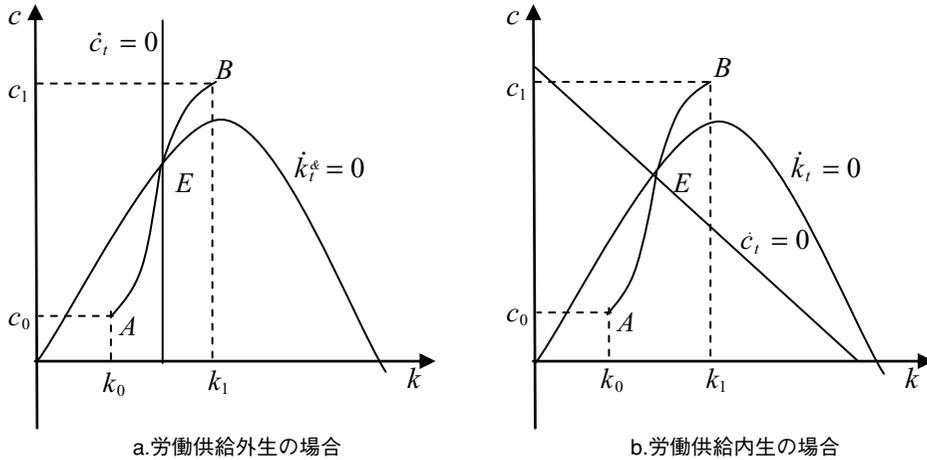
III-2-2. 政府支出が一時的に増加された場合

政府の消費的支出の増加が一時的なものだったとしよう。ここで、「一時的」とは、消費者にとっての税負担の割引現在価値を変化させない、別の言い方をすれば、消費者の生涯の予算制約式を変化させない (=恒常所得が変化しない) ような支出であるとする。これは、政府の側からすると、政府の消費的支出の割引現在価値を一定とするような支出でもある。このような政府支出増がなされたとき、マクロ経済にはどのような変化が起こるだろうか。

まず、労働供給が非弾力的に供給されている場合について考えよう。恒常所得が変化しないので、所得効果による消費量の変化はない。しかし、 Y^d 曲線は政府支出の増加分だけ右方向にシフトするため、図から分かるようにその時点の利子率を増加させる (図3左図)。このとき、消費は異時点間の代替効果により、また投資は資本コスト増加のために減少し、財市場の均衡 $Y^s = Y^d$ が成立する (点 E^s)。消費・投資の減少が政府支出の増加を相殺する程度まで利子率が上昇するため、均衡における産出量は変化しない。長期的にはどうなるだろうか。一時的な消費的支出の増加は、政府支出の割引現在

4) ただしこの場合であっても、もし余暇の所得効果があまり大きくなければ、政府支出の増加に近い民間消費の減少が起こるため、総需要の増加はわずかなものとなる。

図4. 位相図 ($g=0$)



価値の合計を変えないものなので、次の時点からごくわずかに G は減少する。しかし、将来のある時点で政府支出を元の水準に戻すような経路を考えれば、これに伴って利子率・消費・投資も元の水準に戻ることになる。移行過程において資本ストックの水準の変化が伴うが、長期的にはこれも元の水準に戻るの、産出量も変わらない (点 E^L)。

続いて、労働供給が内生的に決まる場合を考えよう (図3右図)。「恒常所得が変化しないため所得効果による消費の減少はない」という論理は、労働力が固定の場合と同じであるが、政府消費の増加 (Y^d 曲線の右側シフト) がもたらす利子率の増加は、異時点間の代替効果による消費の減少・資本コスト増加による投資の減少だけでなく、異時点間の代替効果によって労働力も増加させる。これが総供給の増加をもたらすため、消費・投資の減少は、政府消費の増加を相殺するほどに大きくなる必要はない。結果として、産出量と利子率は増加することになる (点 E^s)。長期的には、政府支出は元の水準に戻り、これに伴う利子率の減少は消費・投資も元の水準に戻すことになる。移行過程においては、資本ストックの水準の変化が伴うが、長期的にはこれも元の水準に戻るの、産出量も変わらない (点 E^L)。

III-3. 位相図を用いた分析

さて、前節では財市場の需給図を用いることで、消費的支出の効果を簡単に示した。ここでは、III-3節で出したオイラー方程式及び資本蓄積方程式を使った位相図を ck 平面上に描き、動学的な経路を含めた消費的支出の効果をみていくことにする。

この経済の定常状態では $\dot{c}_t = 0$ 及び $\dot{k}_t = 0$ が成立している。まず $\dot{k}_t = 0$ について考えてみよう。このとき、政府の予算制約式(6')及び資本蓄積方程式(7')から、

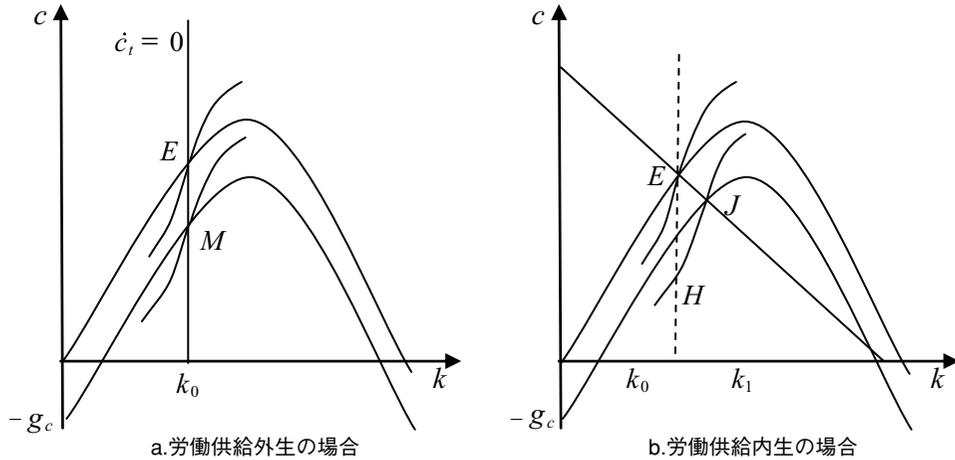
$$c_t = f(k_t, l_t) - \delta k_t - g_{ct}$$

が成立する。 $f_k > 0$, $f_{kk} < 0$ を仮定していることから、この式は ck 平面上である点を頂点にした山型のグラフとして書くことができる。

$\dot{c}_t = 0$ については、労働供給が外生か内生かで図は異なる。 $\dot{c}_t = 0$ のとき、(12)式と(14)式より $r_t = \rho$ が成立するが、 ρ が外生的であることから k_t/l_t は一定となる (これを仮に a としておく)。つまり労働供給が外生であれば、個人の資本水準は常に一定である (図4左)。

労働供給が内生的に決まるのであれば最適解においてはさらに(13)式が成立するが、(15)式及び先ほどの議論から定常状態では賃金率 w_t は一定であり、したがって $c/(1-l)$ も一定となる (これを仮に b とする)。このとき、 $\dot{c}_t = 0$ 線は

図5. 政府の消費的支出が恒常的に上昇したときの効果



$$\frac{c}{1-l} = b \Leftrightarrow c = b(1-l) \Leftrightarrow c = b\left(1 - \frac{k}{a}\right)$$

を意味し、 ck 平面上で、負の傾きを持つ直線となる。するとこの経済の位相図は図4右のように描くことができ、定常状態はE点で決まる。

初期時点の資本が定常状態から乖離している場合はどうなるだろうか。初期時点の資本水準が k_0 なら消費水準は c_0 に決まり、時間の経過とともにE点に近づく。初期時点の資本労働比率が k_1 なら消費水準は c_1 になり、B点からE点までの経路をたどる。以下では、この位相図を用いて、消費的支出の効果について検討しよう。

Ⅲ-3-1. 政府支出が恒常的に増加された場合

まず、政府支出を恒常的に増加させたときの効果を見ることにする。はじめに労働供給が内生である場合について検討しよう(図5右)。まず、政府支出が恒常的に増やされたとき、 $\dot{c}_t = 0$ 線には何も起こらないが、 $\dot{k}_t = 0$ 線は下方に平行移動する。これは、政府支出の増加=税負担の増加が家計の可処分所得を減らすためであり、家計はただちに消費と余暇を減らし(=労働を増やし)て、この動きに対処する(図で

はE→Hの動き)。これが短期的な効果である。このとき、一時的に k/l が低下するので、利率は上昇し、次の期以降の消費を増やしていくことになる(12式)。また、最初に消費を大きく減らしたため、家計は新たに貯蓄=投資を増やすことができる。こうして、長期的には、経済は新しい鞍点経路に沿って、定常状態に向かって動いていく(H→J)。資本の増加に伴いこの経済の産出量は上昇している。

続いて、労働供給が外生の場合について検討しよう。政府支出が恒常的に増やされたときに $\dot{c}_t = 0$ 線には何も起こらないのは労働供給が内生の場合と同じであるが、労働供給が外生であるため、可処分所得の減少に対して消費を減らすことだけで対応しなければならない(E→M)。このとき、投資水準及び生産量に変化がないため、M点で定常状態となる。結局需要項目が消費から政府支出に変わっただけということになる。

Ⅲ-3-2. 政府支出が一時的に増加された場合

次に政府支出を一時的に増加させたときのマクロ効果を見ることにする。前節と同様、「一時的な増加」を、代表的個人にとっての税負担の割引現在価値を変化させないような変化であるとする。

このような政策変化を位相図で見ると、一時的に政府支出の増加＝「 $\dot{k}_t = 0$ 線」の下方移動」を起こし (①)、将来のある段階で一度元の水準よりも低い政府支出を行ったあと (②)、元の水準に戻す変化だと言える。

このように単純な「一時的な増加」の定義のもとでは、その効果を考えるのは難しくない。すなわち、労働供給が外生でも内生でも、 $\dot{c}_t = 0$ 線は変わらないのであるから、「 $\dot{k}_t = 0$ 線の下方移動」がもたらす短期的な効果は、消費的支出が恒常的に増加した場合とまったく同じである。(長期的には、ある時点までの政府支出の減少で当初の政府支出の増加を補うのであれば、時間が十分経過した後ではその均衡は当初のものと同じになり、当初の均衡と比較して政策の効果はない。ただし、政府の予算制約を変えないための経路は他にもあり、例えば每期 $r_t \Delta G_0$ の政府支出の減少を永遠に行うことで初期の政府支出の増加 ΔG_0 を補うこともできる。この場合の長期の定常状態は、当初のものとは少し異なる)

Ⅲ－３－３．小括

以上、消費的支出の増加の効果簡単なモデルのもとで見えてきた。ここで重要なのは、労働供給を生内生化した場合、政府支出の増加がもた

らすマクロ経済効果が産出量の増加という、あたかもケインズ的な効果をもたらしているということである。さきほど確認したように、労働供給を生内生化した場合、政府支出の増加は短期的には産出量の増加と利子率の上昇をもたらす。これは、定性的にはケインズ的な IS-LM 分析における政府支出増加による乗数効果と同じ結論である。ただし、その背後にあるメカニズムは全く異なる。IS-LM 分析が、アドホックな消費関数をベースにした消費の波及効果なのに対し、本稿のベースになっている完全競争を前提とした恒常所得仮説はミクロ的基礎をベースにした最適化行動の結果である⁵⁾。注意が必要なのは、現実の経済において、結果だけを見ても、その背後にあるメカニズムがどちらであるかは識別できないということである。

また、ケインジアンモデルにおいては、財市場において均衡が成立していない場合の政府支出の増加による産出量の増加(乗数効果)は、基本的に望ましいものである。しかし、消費者の効用関数を考えれば、政府の消費的支出は消費者の効用の増加には寄与していないので、消費的政府支出の増加(=消費者にとっては消費できる財の削減)による産出量の増加は、消費者にとって望ましいものとはなっていない。

Ⅳ．投資的支出のマクロ経済効果

続いて、政府支出が投資的なものであったときのマクロ経済効果を検討しよう。まず政府の投資については、公園や下水道整備などの生活基盤型投資と、道路やダム建設などの生産基盤型投資に分けることができる。前者が国民の福祉水準・生活水準を直接向上させるのに対し、後者は民間の生産基盤を整え、将来の生産性を

高める役割を果たすものである。前者の、生活基盤型社会資本については、そこから生み出されるサービスフローの平準化が社会厚生を高めることを指摘しておけば十分だろう。この論文では後者、つまり個人の生産プロセスの生産性を上昇させるような投資的な支出を行った場合の効果に焦点を当てて分析することにする⁶⁾。

5) 近年発展の著しいニューケインジアン・モデルでは、消費者の最適化行動のもとであっても、独占競争的な前提をおけば乗数効果が発生することを示している (Blanchard and Kiyotaki (1987) などを参照)。

6) 生活基盤型投資の分析は、個人の効用関数が政府の生活基盤型資本水準に直接依存するような形で分析される。赤木 (1996) などを参照。

さて、投資的支出と消費的支出の違いの一つは、恒常所得に与える影響である。前節でみたように、消費的支出は個人の恒常所得をその支出額分だけ引き下げる効果を持つ。投資的支出の場合もその増加は恒常所得の減少をもたらすが、それに加えて生産性の向上をもたらされるためその効果は相対的に小さくなる。また、生産関数の形状にもよるが、一般的には生産基盤型投資は労働及び民間資本の生産性を変化させるため、生産要素価格にも直接影響を与えることになる。

以下ではこのような消費的支出と投資的支出の違いに加え、生産基盤型資本の使用に混雑状況が発生する場合を考慮しつつ、投資的支出の効果を検討していく。

IV-1. 関数の特定化と一階の条件

政府は投資的支出だけを行っているものとする。煩雑さを避けるため、ここでは労働供給は外生的に決まる場合のみを考える ($l = \bar{l}$ とする)。さて、 t 期における瞬時的効用関数及び個人の持つ生産関数を以下のように特定化しよう。

$$u(c_t) \equiv \frac{c_t^{1-l/\sigma}}{1-l/\sigma} \quad (23)$$

$$y_t = f(k_t, \bar{l}_t, K_{gt}^s) = A k_t^\alpha \bar{l}_t^\beta (K_{gt}^s)^\gamma \quad (24)$$

σ は異時点間の消費の代替の弾力性を表す ($\sigma > 0$)。また、生産関数については、個人の持つ生産要素に関して収穫一定 ($\alpha + \beta = 1$) と仮定しよう。

K_{gt}^s は I 節で設定したように個人が使用することのできる、生産基盤型投資から得られる資本サービスである。 K_{gt}^s は、当然のことながら政府のもつ生産基盤型資本水準 K_{gt} に関する。政府の投資的支出を考察した多くの論文で $K_{gt}^s = K_{gt}$ が仮定されているが、ここでは Fisher and Turnovsky (1998) の議論を参考に、政府の資本サービスの使用に混雑費用がかかる状況を考

え、

$$K_g^s = K_g (k/K)^{1-\eta} \quad (25)$$

と表されるとしよう⁷⁾。

η の大きさは、混雑の度合いと関係している。 $\eta = 1$ であれば、全ての個人は同量の政府資本サービス K_{gt}^s を利用することが可能になり、いわば政府資本は純公共財的なものであると想定していることになる。一方 $\eta = 0$ であれば、個人が使用できる政府資本サービスは、経済全体の個人資本に占める自己資本の割合 (k/K) に比例することになり、競争性が発生している。

$K_t = P_t k_t$ であることを利用すれば、より直感的な理解が可能になる。つまり、(25)式は

$$K_g^s = K_g P_t^{\eta-1} \quad (26)$$

と同値であり、個人が利用できる政府の資本サービスを一定に保つ ($\dot{K}_{gt}^s = 0$) とするならば、

$$\frac{\dot{K}_g}{K_g} = (1-\eta) \frac{\dot{P}_t}{P_t} \quad (27)$$

が成立していなければならない。この式によれば、社会に存在する人口が増加したとしても、 $\eta = 1$ であれば政府資本を増加させる必要はない。一方、 $\eta = 0$ であれば政府資本を人口の増加率と同じスピードで増やしていく必要があり、これは政府資本がいわば各個人がもつ資本と同じように利用されていることを示している。以下では $\eta \neq 1$ として議論を進めていこう。

このとき、個人の利用する生産関数は

$$y_t = f(k_t, \bar{l}_t, K_{gt}^s) = A k_t^\alpha \bar{l}_t^\beta (K_g (k/K)^{1-\eta})^\gamma \quad (28)$$

と書くことができる。政府の資本ストック K_{gt} を所与としたときの各個人の最適化問題は、制約条件(7)のもとで、個人の効用 $U = \int_0^\infty u(c_t) e^{-\rho t} dt$ を最大化することであり、このとき一階の条件は、

7) 以下の議論も Fisher and Turnovsky (1998) によるところが大きい。

$$u'(c_t) = c_t^{-1/\sigma} = \lambda_t \quad (29)$$

$$f_k + (1-\eta) \frac{K_g}{k} \left(\frac{k}{K}\right)^{1-\eta} f_g - \delta = \rho - \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} \quad (30)$$

及び、資本 k に関する横断性条件である。

(29)式により、消費の限界効用は所得のシャドウプライスに等しいことが分かる。また、(30)式は望ましい投資水準経路に関する条件であり、左辺は、投資を1単位増加させたときの所得の増加分(=便益)であり、今期の消費を我慢して投資に回すことの不効用を表している。混雑が生じていない($\eta=1$)ならば、(30)式左辺の第二項は無視できる。すなわち、政府資本サービスを使用する際の混雑費用はこの項によって表現されている。

この二つの式より、個人の消費の経路は

$$\frac{\dot{c}_t}{c_t} = \sigma [f_k + (1-\eta) \frac{K_g}{k} \left(\frac{k}{K}\right)^{1-\eta} f_g - \delta - \rho] \quad (31)$$

と書くことができる。

IV-2. マクロ変数の経路と定常状態

さて、II節と同様、この節のモデルにおいても全ての個人は同質と仮定しているが、混雑費用があるため、個人の使う生産プロセスとマクロ経済における生産関数の関係を意識する必要がある。すなわち、II節においては全ての個人がお互い干渉し合うことなく自らの生産プロセスを使うことができたため、個人が同質だとすればマクロの生産関数は個人の生産プロセスと実質的に同じである。しかし、さきほど仮定したように政府資本の使用に対して混雑費用が発生しているため、人口 P_t の大きさによって、個人の生産とマクロ経済における産出量の関係は変わってくるのである。

すなわち、 $Y_t = P_t y_t$ かつ $K_t = P_t k_t$ より、

$$Y_t = P_t y_t = P_t f(K_t/P_t, \bar{l}_t, K_{gt}^\xi)$$

$$= P_t f(K_t/P_t, \bar{l}_t, K_{gt} P_t^{\eta-1})$$

$$= F(K_t, P_t, K_{gt} P_t^{\eta-1}) \quad (32)$$

となり、マクロでみたときの政府資本の水準が、マクロの産出量に与える影響は、 $P_t^{\eta-1} \leq 1$ の割合で、割り引かれることになる(割引率が1と等しくなるのは、混雑費用がないとき($\eta=1$)もしくは経済に一人しか存在しないとき($P_t=1$)である)。(31)式より個人の生産プロセスとマクロの生産関数の間には、以下のような関係が成立している。

$$F_k = f_k, F_g = P f_g, F_{kk} = f_{kk}/P, F_{kg} = f_{kg} \quad (33)$$

マクロ経済における資本蓄積の経路は、個人の制約式(5')を人数分足し合わせればよい。

$$\dot{K}_g = F(K_t, P_t, K_{gt} P_t^{\eta-1}) - C_t - \delta K - G_t \quad (34)$$

また、I節で示したように政府の資本は以下の式によって蓄積されていく(再掲)。

$$\dot{K}_g = G_t - \delta_g K_g \quad (35)$$

これらの式と、マクロの消費に関する最適経路、

$$\dot{C}_t = C_t \sigma [F_k + (1-\eta) \frac{K_g}{K} (P)^{1-\eta} F_g - \delta - \rho] \quad (36)$$

によってこの経済の動きを見ることができ⁸⁾。

定常状態($\dot{C} = \dot{K} = \dot{K}_g = 0$)においては以下の式が成り立っている⁹⁾。

$$F_k + (1-\eta) \frac{K_g}{K} (P)^{1-\eta} F_g = \rho + \delta \quad (37)$$

$$F(K, P, K_g P) - C - \delta K - G_t = 0 \quad (38)$$

$$G_t = \delta_g K_g \quad (39)$$

IV-3. 恒常的に政府投資が増加された場合の経済効果

以下では、恒常的に政府投資 G_t を増加させ

8) $C_t = P_t c_t$ 及び、(33)式の間係を(31)式に代入すればよい。

たときのマクロ経済効果について検討していく¹⁰⁾。

IV-3-1. 長期的な効果

G_I を一定の水準で上昇させた場合、長期的には(39)式によって K_{gt} が上昇する。すると、(37)式により民間資本の水準 K が、そして(32)式により産出量 Y が決まる。また、(38)式によって消費も決まることが分かる。 K の変化は生産関数の形状に依存するが、①政府資本の上昇が引き起こす民間資本の限界生産性の上昇、②政府資本の使用に関する混雑費用の存在、のそれぞれが K を増加させる方向に働くことになる。

IV-3-2. 短期的効果

では、短期的な効果はどのようなものだろうか。ここでは特に、ストック変数である K と K_g への影響を見ることにしよう。定常状態(39)(37)式を使うと、 $d\tilde{K}_g/dG_I/d\tilde{K}/dG_I$ はそれぞれ以下のように表すことができる。

$$\frac{d\tilde{K}_g}{dG_I} = \frac{1}{\delta_g} > 0 \quad (40)$$

$$\frac{d\tilde{K}}{dG_I} = -\frac{\theta_{13}}{\delta_g \theta_{12}} = -\frac{1}{\delta_g \theta_{12}} P^{\eta-1} \left\{ F_{kg} + \frac{1-\eta}{K} (F_g + K_g P^{\eta-1} F_{gg}) \right\} \quad (41)$$

(41)式によれば、政府の投資的支出が民間資本に与える影響は、①生産関数において、政府資本と民間資本がどのような関係にあるか、②政府資本サービスの使用に関する混雑費用の程度によって決まることが分かる。

以下では、(23)(24)式で特定化した関数を使って、各パラメーターがこれらの経済効果にどのような影響を与えるのかについて、数値例を示して検討したい。

IV-3-3. 数値例

ここでは、今まで検討してきた政府支出の効果について数値例で見たい。ここでは定常状態の変化(長期的な効果)のみに着目する。生産関数、消費関数はそれぞれの節で与えた通りである。ただし、以下で使用するパラメーターはカリブレーションなどは行っておらず、あくまでも一つの例としてあげたものである。

まず、投資的支出と消費的支出の効果の違いについて、簡単に見てみよう。第Ⅲ節における ϕ (余暇に対する選好パラメーター)をゼロ、第Ⅳ節における混雑パラメーターを1にすると、どちらのモデルにおいても瞬時的効用関数は $\log(c_t)$ となる。また、初期定常状態が1になるように技術パラメーターで調整する。このとき、政府の消費的支出もしくは投資的支出を、産出

9) このモデルの安定性について、(34)~(36)式を定常状態の近傍で線形近似すると、この経済の動きは以下の(a)(b)式で表すことができる。

$$\begin{pmatrix} \dot{C} \\ \dot{K} \\ \dot{K}_g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \tilde{C} \theta_{12} & \sigma \tilde{C} \theta_{13} \\ -1 & F_k - \delta & F_g P^{\eta-1} \\ 0 & 0 & -\delta_g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C - \tilde{C} \\ K - \tilde{K} \\ K_g - \tilde{K}_g \end{pmatrix} \quad (a)$$

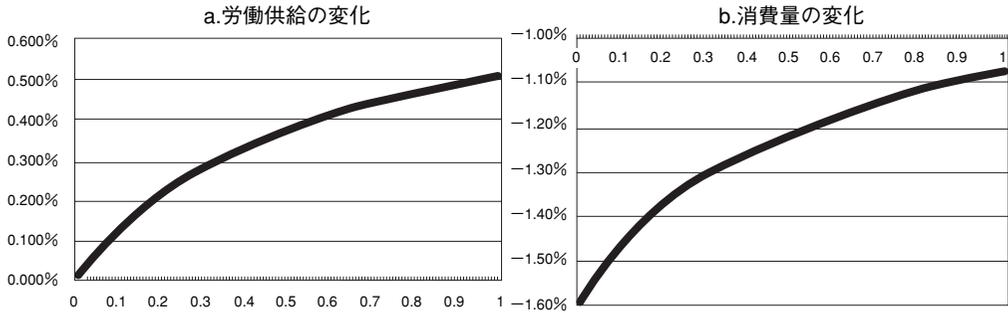
$$\theta_{12} \equiv F_{kk} + (1-\eta) \frac{K_g}{K} P^{1-\eta} \left\{ F_{kg} - \frac{F_g}{K} \right\}$$

$$\theta_{13} \equiv P^{\eta-1} \left\{ F_{kg} + \frac{1-\eta}{K} (F_g + K_g P^{\eta-1} F_{gg}) \right\} \quad (b)$$

モデルが安定的であるためには $\theta_{12} < 0$ であることが必要である。混雑費用がなければ $\theta_{12} = F_{kk} < 0$ が問題なく成立するのに対し、混雑費用が大きくなればなるほど、生産関数に対する制約はきつくなっていく。この議論の詳細は、Fisher and Turnovsky (1998)に譲りたい。

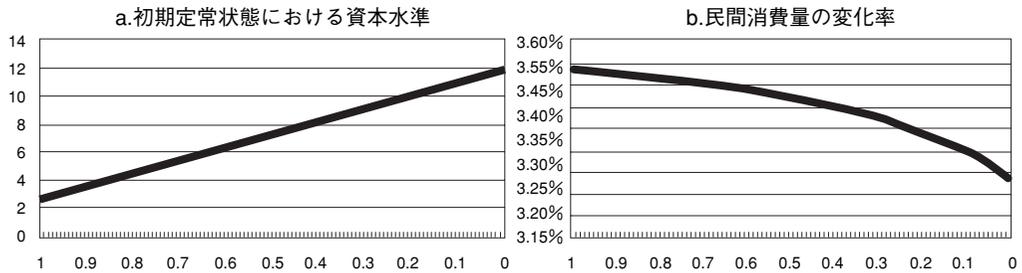
10) 一時的な増加については、この論文では扱わない。また、本論では一括固定税の場合のみを扱っているが、税のかけ方が変われば政府支出の経済効果も異なってくる。Fisher and Turnovsky (1998)では、法人税で賄った場合について、一括固定税で賄った場合と比較して検討している。

図 6. 政府の消費的支出の長期的効果



(横軸は余暇に対する選好パラメータ ϕ 。縦軸は、左が労働供給の変化率、右が消費の変化率である。それぞれ、政府消費支出の対産出量割合を0.2から0.21に増加させた時の労働・消費の変化を見ている。その他のパラメータの設定は以下の通り。 $\alpha=0.3$, $\delta=0.06$, $\rho=0.05$ 。また、初期定常状態の産出量が1になるように、技術パラメータAで調整してある。)

図 7. 投資的支出の長期的効果



(横軸は混雑パラメータ η 。縦軸は、左図は初期定常状態における民間資本水準、右図は政府投資支出の対産出量割合を0.02から0.021に増加させたときの消費の変化率である。その他のパラメータの設定は以下の通り。 $\alpha=\gamma=0.3$, $\delta=\delta_g=0.06$, $\rho=0.05$, $\gamma=0.3$ 。また、初期定常状態の産出量が1になるように、技術パラメータAで調整してある。)

量比で0.2から0.21に上げた時の、定常状態の変化を計測した。政府消費的支出の効果については、 ϕ がゼロであれば、産出量水準に変化はない(1→1)。消費については、政府支出の増加分だけ消費が減少する(0.636→0.626)。投資的支出の場合は、その増加が民間資本の限界生産性を引き上げるために、民間資本が増大した(2.727→2.829)。それに伴って産出量及び消費量も増大する(それぞれ1→1.037, 0.636→0.650)。

続いて消費的支出の効果について、 ϕ の違いがどう影響するかを見ていこう。Ⅲ節で見たように、消費的支出の効果は労働供給が外生か内生か(余暇に対する選好パラメータ ϕ がゼロか

そうでないか)で大きく異なる。

まず ϕ の違いは、初期定常状態の労働供給に違いをもたらす。 ϕ がゼロであれば、最初から全ての保有時間を労働に回しており、 ϕ が大きくなるほど労働供給量は小さい(ϕ が1のときに0.524)。また、政府支出割合の増加(0.2→0.21)に対しては、初期における労働供給が少ないほど、それを増加させることによる対応が可能となる(左図)。このとき、(14)式より定常状態における資本労働比率と産出資本比率は一定になるので、資本水準及び産出量水準は、労働供給と同じ率で増加している。消費については、 ϕ がゼロであれば同額の消費の減少で対応するしかない。一方、 ϕ が大きくなるほど、余

暇の消費を減少（＝労働供給を増加）させることで対応できるので、消費の減少はそれほど大きくならない（右図）。

さて、投資的支出の場合はどうであろうか。ここでは混雑の度合いの違いが、投資的支出の効果をどのように変えるのかを見ていこう。図は、公的資本サービスの使用に関して混雑の度合いが大きくなるほど、定常状態における民間資本水準が高くなることを示している。投資的支出の変化は、公的資本水準を徐々に変化させ

（35式）、それにしたがって諸変数を変化させていく。このときの定常状態における民間資本水準及び産出量水準の変化率は、混雑の度合いが大きくなるほど小さかったが、その違いは無視できるほど小さく、約3.66%であった。公的資本水準の増加は消費を増加させるが、混雑の度合いが大きくなるほど、その変化率は小さかった。これは、混雑の度合いが大きければ民間資本ストックを維持するコストも大きくなるからである。

V. 高齢化の影響

社会資本整備の効果について、高齢化社会との関連で分析を行った研究は意外に少ない。井堀他（2000）、井堀編（2004）では、Auerbach and Kotlikoff 流の世代重複モデルを用い、日本の将来推計人口を用いてシミュレーション分析を行っている。しかし、将来における国債残高の対GDP比の目標値を実現するように社会資本投資が内生的に決定されるというシナリオを想定しているため、望ましい社会資本の経路についての分析が行われているわけではない。また、様々な政策の効果が同時に分析されているため、シミュレーション結果の解釈が不明確である¹¹⁾。この節では、簡単なモデルを用いて、高齢化社会における望ましい社会資本の蓄積経路について考察する。

V-1. 分析のフレームワーク

以下では、infinite horizon model に人口要因を組み込んで最適貯蓄率の分析を行った Cutler et al（1990）の方法を参考にして、最適な社会資本投資の経路について分析を行う。最初に、OLGではなく、infinite horizon model の利用を

正当化する根拠を述べる。続いて、社会資本を生産要素の一つとする生産関数を考えるが、最適な経路を考える上では、社会資本を明示的に扱う必要性のないことを説明する。

V-1-1. 人口動態の分析と infinite horizon model

最初に、人口要因を組み込む上で OLG ではなく、infinite horizon model の利用を正当化する根拠を述べる。人口高齢化の影響を分析する場合に、世代重複モデルを用いる必要は必ずしもない。各世代の生涯効用が時間に関して加法的であり、社会厚生関数が各世代の効用の加重和からなる場合を考えてみよう。単純化のため、2期間の世代重複モデルを考える。時点 t に生まれた世代（世代 t ）の生涯効用が $U_t = u(c_{1,t}) + \beta u(c_{2,t+1})$ と表されるものとしよう。ここで、 $c_{1,t}$ は世代 t の第1期（若年期）の消費、 $c_{2,t+1}$ は第2期（老年期）の消費を表す（時点 $t+1$ に行われる）。世代 t の人口を N_t で表すとき、社会厚生関数が次の式で表されるものとする。

11) 井堀他（2000）のシミュレーションは、人口高齢化の影響、社会資本の経路が産出量に与える影響、国債と租税に資金調達方法の比較、租税の種類（賃金税、消費税、所得税等）が主に資本蓄積に与える効果の比較が同時に行われている。

$$V_t = N_{t-1}u(c_{2,t}) + \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i N_{t+i} U_{t+i} \quad (42)$$

もし、各時点において異なる世代の消費支出が同一なら、社会厚生関数は

$$V_t = \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i P_{t+i} u(c_{t+i}) \quad (43)$$

と書き直すことができる。ここで P_t は時点 t の総人口（今の設定では $N_{t-1} + N_t$ に等しい）、 c_t は時点 t の一人当たり消費を表す。

現実の世界では、各時点における異なる世代の消費額は異なる。加齢による嗜好の変化を捨象すれば、大きな原因は経済成長のため、各世代の生涯所得が異なるからである。しかし、この場合でも、 β について適当な調整をすることで依然として社会厚生関数は(1)式のように表せる。個人の割引率と社会的割引率が異なり、例えば個人の割引率が高いために第1期に消費を集中させるために、若年者の消費額と高齢者の消費額が異なる場合でも、適切な調整を行うことで、基本的には社会厚生関数は(1)式のように表される。

V-1-2. 社会資本の最適水準と民間資本水準の関係

次に社会資本の蓄積が産出量に与える効果を考えよう。単純化のため、生産関数が $Y = K^\alpha L^\beta G^\gamma$ で表される場合を考える（前節のように混雑費用を考えない）。ここで、 Y は産出量、 K は民間資本、 L は労働力人口、 G は社会資本である。前節の最適条件でも見たように Y, K, G が同質な財であるとするれば、最適化のためには各時点で社会資本の限界生産物と民間資本の限界生産物が一致していなければならない。資本減耗を無視することができれば、民間資本の限界生産物は $MPK = \alpha Y/K$ 、社会資本の限界生産物は $MPG = \gamma Y/G$ であるから、この条件は $G = (\gamma/\alpha)K$ と同値である¹²⁾。この関係を生産関数に代入すると $Y = (\gamma/\alpha)^\gamma K^{\alpha+\gamma} L^\beta$ と

り、社会資本を明示的に扱う必要がないことがわかる。なお、社会資本の生産力効果についての実証分析では $\alpha + \beta + \gamma > 1$ を仮定する場合も一般的である。このとき、労働者一人当たり産出量を y 、労働者一人当たり民間資本を k で表すと、 $y = Ak^{\alpha+\gamma} L^{\alpha+\beta+\gamma-1}$ となるから、労働力人口の絶対数が労働者一人当たり産出量を決めるという意味で、規模の経済性が働くことになる。

最適な社会資本の蓄積経路上で社会資本と民間資本の量が固定的な関係を持つのは、上にあげたコブダグラス型生産関数の場合だけではない。例えば、社会資本と民間資本が補完的であれば、最適な社会資本量が民間資本と比例的な関係にあることは自明である。また、もっと一般的に生産関数が CES 型の場合にも最適な社会資本は民間資本と比例的になる。生産関数が

$$Y = [\alpha K^{1-1/\theta} + \beta L^{1-1/\theta} + \gamma G^{1-1/\theta}]^{1/(1-\theta)}$$

で与えられる時、 $MPK = MPG$ の必要十分条件は $G = (\gamma/\alpha)^\theta K$ である。 $\theta > 0$ で、 θ は任意の生産要素間の代替の弾力性を表す。 $\theta = 1$ のときはコブダグラス型に帰着し、 θ が大きいほど生産要素間の代替性が大きいことを表す。また、 θ を 0 に近づけていった時の極限がレオンティエフ型生産関数で、この場合は、生産要素は完全に補完的になる。さらに以下の議論のためには、CES 型生産関数が大域的に成立する必要は無く、局所的に成り立てばよいので、「最適な社会資本を考えると K と G の間に比例的な関係が成立する」ことは、かなり一般的に成り立つと考えられる。

以上の議論から、最適な社会資本蓄積の経路を考える問題は、ほぼ、通常最適成長理論のフレームワークで分析できることが明らかになった。ただし、先ほども述べたように、社会資本を含んだ生産関数の定式化では、生産関数 Y

12) 民間資本および社会資本の減耗率を δ_K, δ_G で表すと、本文中の式が成り立つためには $\delta_K = \delta_G$ でなければならない。もちろん、 $\delta_K \neq \delta_G$ の場合でも、最適な社会資本が民間資本と固定的な関係にあるという結論は変わらない。

$=K^\alpha L^\beta G^\gamma$ において $\alpha+\beta+\gamma>1$ を仮定する場合がかなり一般的である。新古典派モデルでは、資本所得のシェアは0.3前後が妥当だと考えられるが、この場合、(社会資本を含んだ)資本所得 $\alpha+\gamma$ はかなり高くなることに注意が必要である。そして、 $\alpha+\gamma=1$ の場合には $y=Ak$ モデルに帰着するので、多少、取り扱いを変える必要が生じる。ただし、 $y=Ak$ モデルについてはこの論文では取り扱わない。

V-2. モデル

V-2-1. 生産関数と資本蓄積方程式

この経済には異なる世代の個人が共存しており、子供や高齢者は扶養されているものとしよう。そして、労働者がこれらの従属人口を支えているものとする。総産出量は、労働、民間資本、社会資本からなるコブダグラス型生産関数で決定されると仮定する。ただし、最適な社会資本は民間資本と比例的な関係にあることを考慮する。このとき、生産関数は資本と労働の関数になる。

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^\gamma \quad (44)$$

ここで、 α は資本所得のシェアであるが、先に議論したように、民間資本と社会資本の合計の資本所得のシェアである(生産関数 $Y=K^\alpha L^\beta G^\gamma$ の例では $\alpha+\gamma$ に相当する)。また、 γ は規模の経済性を取り入れるためのパラメータで、 $\gamma \geq 1$ でなければならない。 $\gamma=1$ の場合、生産関数は1次同次関数である。また、 $\gamma>1$ の時には規模の経済性がある場合に相当する。先ほどの生産関数 $Y=K^\alpha L^\beta G^\gamma$ の例では、 $\alpha+\beta+\gamma>1$ のケースに相当する。また、 A_t と L_t は外生的で、 A_t の成長率は一定で g 、 L_t の成長率は n_t であるものとする(L_t の成長率は外生的だが可変的であることを許す)。

次に、実効労働者1単位あたりの産出量(産出労働比率)と実効労働者1単位あたりの資本(資本労働比率)に相当する y_t 、 k_t を次のように定義しよう。

$$y_t = Y_t / (A_t L_t)^\gamma \quad (45)$$

$$k_t = K_t / (A_t L_t)^\gamma \quad (46)$$

$\gamma=1$ のとき、 y_t 及び k_t は通常の設定に等しい。ここでの定義は、規模の経済性を考慮して修正した定義である。以下では(45)式、(46)式で定義された y_t 及び k_t を単に産出労働比率、資本労働比率と呼ぶことにする。さて、上の定義を用いて生産関数を書き直すと、

$$y_t = f(k_t) = k_t^\alpha \quad (47)$$

となる。次に、経済全体の総消費を C_t 、資本減耗率を δ で表すと、資本ストックの推移式は次の通りになる。

$$\dot{K}_t = Y_t - C_t - \delta K_t \quad (48)$$

ここで、総消費 C_t と一人当たり消費 c_t の間には、総人口を P_t として、 $C_t = c_t P_t$ の関係がある。さらに、実効労働者1単位あたりの消費 \tilde{c}_t と、扶養者比率 v_t (労働力人口 L_t と総人口 P_t の比率)を次のように定義する。

$$\tilde{c}_t = c_t / A_t^\gamma = C_t / (A_t L_t)^\gamma \quad (49)$$

$$v_t = L_t^\gamma / P_t \quad (50)$$

(49)、(50)式において、 A や L が γ のべき乗になっているのは規模の経済性を考慮しているためである。この時、(48)式は次のように書き換えることができる。

$$\dot{k}_t = f(k_t) - \frac{\tilde{c}_t}{v_t} - [\delta + \gamma(g + n_t)] k_t \quad (51)$$

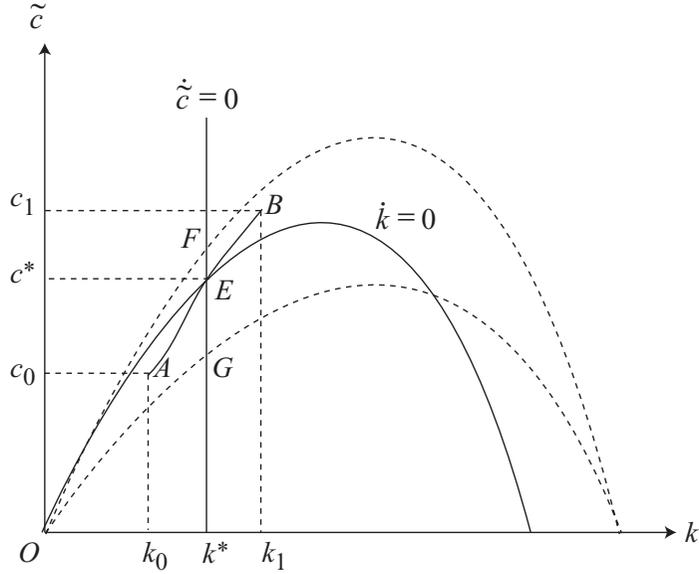
V-2-2. 最適条件及び定常状態

次に、このような経済での最適な消費経路を求める。個人の一人当たりの瞬時的効用関数は、前節と同様、

$$u(c) = \frac{c^{1-1/\sigma}}{1-1/\sigma} \quad (52)$$

と仮定しよう。結局、最適な消費経路は、(48)式の制約のもとで(1)式を最大化することである。最適化の条件は、

図8. 人口動態の変化がもたらす定常状態の変化



$$P_t u'(c_t) = \lambda_t \frac{P_t}{(A_t L_t)^\gamma} \quad (53)$$

$$\dot{\lambda}_t = \rho \lambda_t - \lambda_t [f'(k_t) - (\delta + \gamma(g + n_t))] \quad (54)$$

と横断面条件が満たされていることである。横断面条件が満たされているとして、上の二つの方程式から λ_t を消去すると、消費の最適経路に関する方程式が得られる。

$$\dot{c}_t / c_t = \sigma [f'(k_t) - \delta - \rho] \quad (55)$$

あるいは

$$\dot{c}_t / \tilde{c} = \sigma [f'(k_t) - \delta - \rho - \sigma^{-1} \gamma g] \quad (56)$$

が得られる。

このモデルの動学は、(55)式と(56)式の2本の方程式で記述される。そして、定常状態は $\dot{k} = 0$ と $\dot{c} = 0$ の連立方程式の解で与えられる。 $\dot{k} =$

0 と $\dot{c} = 0$ は次の方程式である。

$$\tilde{c} = v [f(k) - (\delta + \gamma(g + n))k] \quad (57)$$

$$f'(k) = \delta + \rho + \sigma^{-1} \gamma g \quad (58)$$

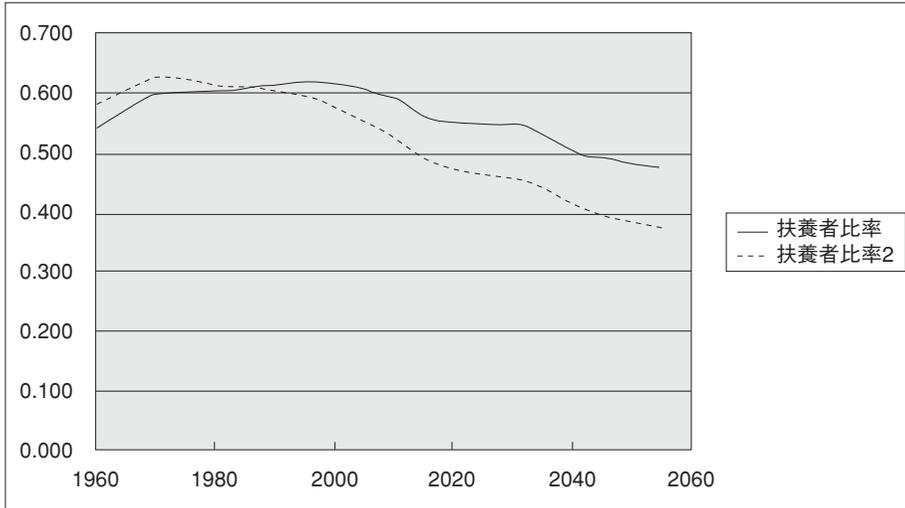
初期時点の資本が定常状態から乖離している場合の調整が図8に描かれている。初期時点の資本労働比率が k_0 なら消費水準は c_0 に決まり、時間の経過とともに E 点に近づく。初期時点の資本労働比率が k_1 なら消費水準は c_1 になり、 B 点から E 点までの経路をたどる。

V-3. 人口動態のマクロ経済効果

次に、労働力人口の増加率や扶養者比率が変化した場合の効果を考えよう¹³⁾。今、所与の労働力の増加率 n と扶養者比率 v のもとで経済が定常状態 E にあったとしよう。このとき、

13) 以下では、労働力人口 n や扶養比率 v の値の変化を、それらの値の定常状態の変化として捉えている。言うまでもなく、現実的にはこれらの値は徐々に変化していくものであり、それに伴う最適経路の変化についてきちんと解くためには、数値計算等が必要となる。後に最適貯蓄率の経路を推計するが、そこでは、最終的な定常状態の仮定と(57)、(59)式から初期値 c_0 を求め、そこから $\{c_t, k_t\}$ を算出している。

図9. 扶養者比率の推移



(2005年以降は将来推計人口(2006年12月)中位推計)

労働力の増加率 n と扶養者比率 v の変化は、定常状態をどのように変化させるだろうか。

$\dot{k}=0$ 線は、 n の低下と v の低下に対して異なった変化をみせる。人口成長率 n の低下は曲線 $\dot{k}=0$ を外側にシフトさせる(同時に頂点の位置も右側にシフトする)。これは定常状態の資本労働比率を保つために必要な貯蓄が少なくすむ効果を表している。Cutner et. al(1990)ではこれを Solow 効果と呼んでいる。一方、扶養者比率 v の低下は曲線 $\dot{k}=0$ を内側にシフトさせる。どちらの効果が強いかで(6)式の曲線が外側にシフトするのか内側にシフトするかが決まる。今後の日本経済は n と v の低下が同時に生じるが、後で見るように v の低下の効果がはるかに強く、 $\dot{k}=0$ 線は内側にシフトする。

一方、 $\dot{c}=0$ 線は n と v の変化に影響されないから、以前と同じ位置にとどまる。したがっ

て、将来の n と v の変化が明らかになった時、調整は、消費水準が下方にジャンプするだけで、資本労働比率は一定にとどまる。つまり、当初、経済が定常状態にあったとすれば E 点から G 点へのジャンプが瞬時に生じる¹⁴⁾。

V-4. 扶養者比率と人口成長率の変化—日本のケース

図9は、扶養者比率の推移を示したものである。「扶養者比率」は20歳から64歳人口を総人口で割った値、「扶養者比率2」は年少人口と高齢人口で消費水準が違うことを考慮して、消費水準でウェイト付けした総人口で20-64歳人口を割った値である。消費のウェイトは、20-64歳人口を1.0としたとき、19歳以下人口は0.72、65歳以上人口は1.27とした。このウェイトは Cutler et. al (1990) の値をそのまま用いた。なお、2005年以降の人口は国立社会保障・

14) 既に述べたように、労働力人口の成長率の低下は、資本労働比率を一定に保つために必要な投資を減少させる。この効果によって、一般に、高齢化の進展(労働力人口の成長率の低下)により徐々に資本労働比率が上昇していく。ここでのモデルによれば、労働力人口の成長率の低下が予想された時点で消費水準を増加させ、以後、消費を一定に保つことが社会厚生を最大にする。つまり、Solow 効果による恩恵を現時点から享受することが望ましい。また、扶養者比率の減少が予想された時点で消費を減少させ、将来の負担増を現時点から受け入れて、負担の平準化を図ることが望ましいのである。

図10. 年齢別人口の推移

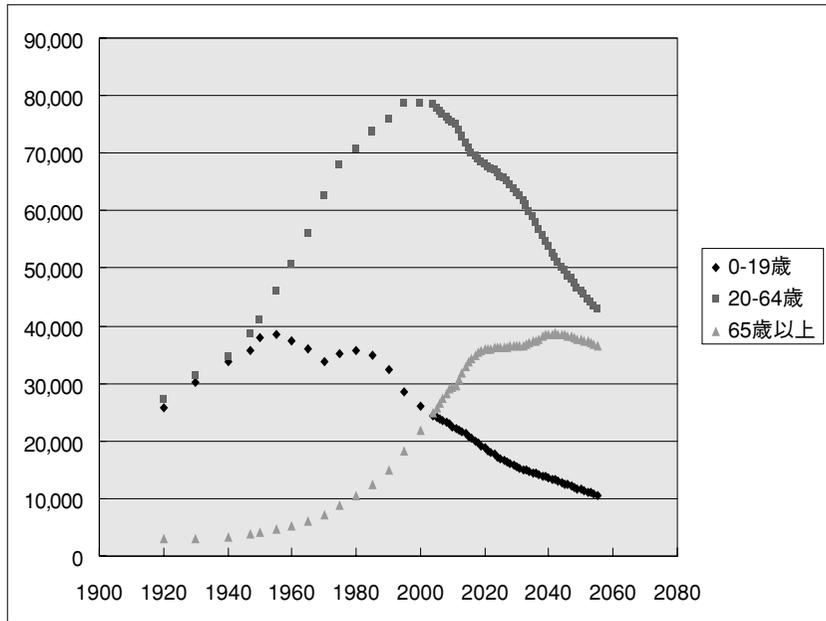


表1. 年齢別の人口増加率（年率換算）

	総人口	0-19歳	20-64歳	65歳以上
1960-1980	0.01128	-0.00218	0.016534	0.034414
1980-2000	0.004046	-0.01604	0.005477	0.036297
2005-2055	-0.00702	-0.01656	-0.01191	0.006949

人口問題研究所の「日本の将来推計人口」（2006年12月推計）の中位推計を用いた（出生：中位，死亡：中位）。「扶養者比率」のピークは1995年頃で0.626である。また2005年におけるこの数値は0.61で1980年頃とほとんど同じである。総人口に占める高齢者の割合は1980年に9%，1995年には14.5%，そして2005年には20.2%と急速に上昇してきた。にも関わらず扶養者比率がこの間、横ばいだったのは年少人口の比率が低下したからである。なお、2005年の値を1とすると、「扶養者比率」は2055年までに0.78に、「扶養者比率2」は0.68の水準までに低下する。今後50年間で扶養者比率は20%から30%低下すると見込まれるのである。

図10には年齢別人口の推移が示されている。

20歳から64歳人口は2000年頃にピークを打ち、今後は高齢者人口の急増が生じることがわかる。また、表1には年齢階層別人口の成長率がまとめられている。20歳から64歳人口は1980年から2000年の20年間に年率で0.5%の増加をしたが、2005年から2055年の50年間では年率で1.2%減少すると予想される。

なお、将来の人口については、中位推計だけでなく、高位推計や低位推計についても同様の数字を計算してみたが大きな違いは見られない。また、扶養者比率について言えば、高位推計では2040年過ぎまで扶養者比率で低位推計よりも低い値になる。出生率が高いと子供の数が増えるのに対し、高齢者人口が影響を受けるのは65年以上先であり、生産年齢人口（ここでは20-

表2 定常状態の資本労働比率、一人当たり消費

	a	b	c	d	e	f
σ	1.00	0.50	2.00	1.00	0.50	2.00
γ	1.00	1.00	1.00	1.25	1.25	1.25
k	17.36	14.79	18.90	16.66	13.72	18.50
y	4.17	3.85	4.35	4.08	3.70	4.30
c_0	2.19	2.03	2.29	2.13	1.94	2.24
c_1	1.56	1.43	1.62	1.52	1.38	1.61
c_1/c_0	0.71	0.71	0.71	0.72	0.71	0.72
k/c_0	7.91	7.29	8.27	7.83	7.08	8.27
k/c_1	11.16	10.31	11.64	10.93	9.94	11.51
c_1/y	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37

(パラメータの値は次の通り。 $\alpha=0.5$, $\delta=0.06$, $\rho=0.05$, $g=0.01$, 初期定常状態の $n=0.00$, $v=0.55732$; 終期定常状態の $n=-0.01$, $v=0.378898$; c_0 は初期定常状態の一人当たり消費, c_1 は終期定常状態の一人当たり消費)

64歳人口) が影響を受けるのも少なくとも20年かかるからである。つまり、仮に少子化対策が効果を発揮するようであれば、2040年過ぎまで労働者の負担は重くなるのである。

V-5. 数値計算：人口動態の変化が定常状態の資本・消費に与える影響

さて、(58)式から、定常状態の資本労働比率を求めると次の通りになる。

$$k^* = \left[\frac{\alpha}{\delta + \rho + \sigma^{-1}\gamma g} \right]^{1/(1-\alpha)} \quad (59)$$

同様に定常状態の消費も(57)式から求めることができる。定常状態の消費と資本労働比率を求めたのが次の表である。社会資本形成の規模の経済性を見るためにパラメーター γ を導入したが、その影響はあまり大きくなかった。

すでに見たように、労働供給が外生的に決まる最適成長モデルの枠組みでは、労働力人口の成長率や扶養者比率の変化は最終的な定常状態の資本労働比率を変化させない(Solowモデルでは異なる)。このことを利用して、人口動態の変化が定常状態の一人当たり消費に与える影響を分析してみよう。 k が一定であることを利用して、(57)式を微分して線形近似すると次の通りになる。

$$\frac{\Delta \tilde{c}}{\tilde{c}} = \frac{\Delta v}{v} - \gamma v \Delta n \frac{k}{c} \quad (60)$$

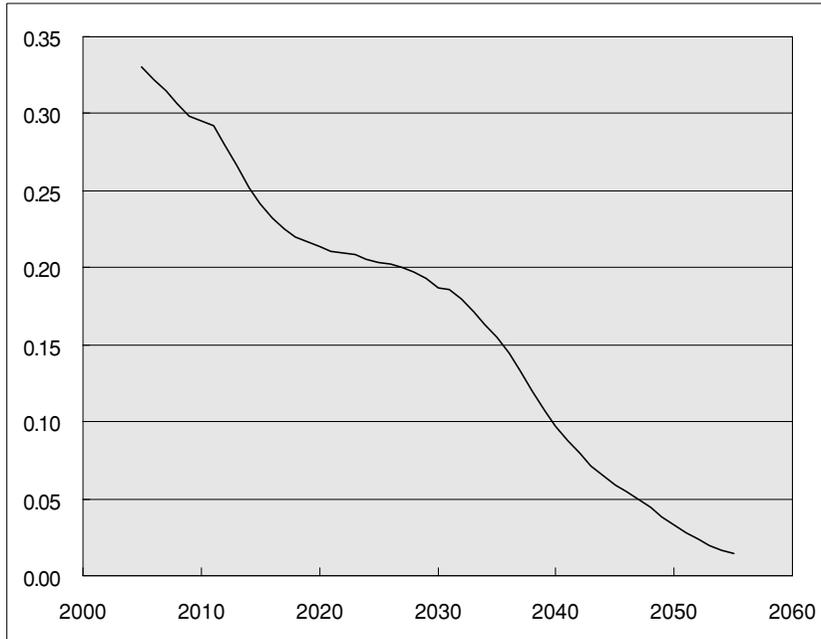
(60)式の第1項は、扶養者比率の変化の効果を表す。高齢化に伴い扶養者比率 v は低下するのでこの項は一人当たり消費にマイナスの影響を与える。一方、第2項は労働力人口成長率の変化の効果である。 n の低下は一人当たり消費にプラスの影響を及ぼす。扶養者比率は今後50年間でおおよそ32%低下する。一方、(60)式の第2項だが、表2からわかるように k/c はおおよそ7~8、 v が0.5程度、 Δn が-1%程度なので、全体で3~4%程度である。したがって、一人当たり消費の変化は第1項の効果が圧倒的に重要である。表2によれば、一人当たり消費はおおよそ30%低下することがわかる(ただし、この一人当たり消費は技術進歩の効果を取り除いたものである)。

V-6. 最適貯蓄率の経路の計算

さて、以上の枠組みで最適な貯蓄率を簡単に求めることができる。閉鎖経済を考えているので貯蓄率は投資率に等しい。また、この投資は民間資本と公的資本の両方を含んだものであったことに注意が必要である。

もし、経済が当初、定常状態にあり、その後、

図11. 最適貯蓄率



労働人口の増加率と扶養者比率の変化の生じることが明らかになったとすれば、今までの議論から明らかのように、資本労働比率は変わらず、消費水準のみが新しい定常状態に対応するようにジャンプする。その結果、貯蓄率は次の式の通りになる。

$$s_t = 1 - \frac{1}{v_t} \frac{\tilde{c}^*}{f(k^*)} \quad (6)$$

これが、望ましい貯蓄率=投資率の経路を表す。ここで、 $\tilde{c}^*/f(k^*)$ は新しい定常状態での

値であり、図8で説明したようにこの値は一定で変化しない。したがって、最適な経路上では v_t の変化に応じて s_t が変化する。

図11は表2のケース a のパラメータで最適貯蓄率を計算したものである。最適貯蓄率は扶養者比率の低下に伴いかなり急激に減少していくことがわかる。これは一人当たり消費が平準化されることが社会厚生を最大にするためで、そのために余力のある時代に投資をしておくことが必要であることを意味する。

VI. おわりに

社会資本のマクロ経済効果については、短期的・ケインズの的な需要増大効果を重視する見方と、中長期的・新古典派的な生産性拡大効果を重視する見方とがある。現実的にはこれらの効果を識別することは難しいが、多くの実証研究で示されている通り社会資本投資の需要増大効

果は近年低下しているとみられ、その有効性が疑問視されてきた。しかし、それは社会資本投資自体が無意味であることを示すのではない。生産性の向上もしくは効用の増大をもたらす社会資本の投資は、それが時間を通じて有効であるならば国債を発行してでも作られるべきであ

ろう。

本稿では、新古典派的な見方に立って、政府の消費的支出や社会資本投資のマクロ経済効果について分析した。また、高齢化と最適な社会資本水準との関連を議論し、扶養者比率の低下が技術ショックの低下と同じ効果を持つことを示した。ここでの結論は今後進展する高齢化に合わせ、現在のうちに高い水準の貯蓄、すなわち民間・公共投資をしておくことが最適であるというものである。

ただし、この結論にはいくつか注意が必要である。まず、このモデルは無限期間の視野をもつ代表的個人の効用最大化の観点からの分析であることである。社会資本との関連で言えば、社会資本投資の生産性増大効果と税負担の増大という、二つの影響を一人の個人が受けることになる。しかし現実的には、個人の生存期間は

有限であり、世代間の公平性を考える必要が出てくる。例えば、耐用年数の長い社会資本の建設を考えると、社会資本の建設・維持・補修の負担については、便益を受ける世代に負担させることが世代間の公平につながり、そして、これは、社会資本の耐用年数に応じて負担を分散させれば概ね実現できるだろう。それを可能にするような財源厚生を経路については、別途議論が必要となろう。

また、本稿では、公共投資の中身についての議論はしていない。高齢化の進展は、都市部への若年層の集中と、地方の高齢化率の上昇をもたらすと考えられるが、このような地域間の人口構成や人口動態の違いを考慮した投資については、別の分析が必要となろう。また、バリアフリー投資など、高齢化に合わせた公共投資の在り方についても、今後検討が必要となろう。

参 考 文 献

- Arrow, Kenneth J. and Kurz Mordeca [1970]“Public investment. the rate of return, and optimal fiscal policy”, The Johns Hopkins Press.
- Aschauer, David [1985], “Fiscal policy and aggregate demand”, The American Economic Review, 75, pp117-127.
- Aschauer, David [1988], “The equilibrium approach to fiscal policy”, Journal of Money, Credit, and Banking, 20,42-62The American Economic Review, 75, pp117-127.
- Aschauer, David [1989], “Is public expenditure productive?”, Journal of Monetary Economics., 23, pp177-200.
- Barro, Robert J [1981], “Output effects of government purchases”, Journal of political economy, 89, 1086-1121.
- Baxter, Marianne and King Robert G. [1993], ” Fiscal policy in general equilibrium”, The American Economic Review, 83, 315-334.
- Blanchard, O.J. and Kiyotaki, N., [1987]“Monopolistic competition and aggregate demand”, American Economic Review, 77, 647-666.
- Cutler, David M., James M. Poterba, Louise M. Sheiner, and Lawrence H. Summers [1990], “An aging society : opportunity or challenge ?”, Brookings. papers. on. economic. activity.
- Fisher, Walter H. and Trunovsky, Stephen J. [1998], “Public investment, congestion, and private capital accumulation”, The economic journal, 108, pp399-413.
- Heijdra, Ben J. and van der Ploeg, Frederick [2002], “Foundations of modern macroeconomics”, Oxford. University. Press., New York.
- King, Robert G. and Rebelo Sergio [1990], “Public policy and economic growth : developing neoclassical implications”, Journal of Political Economy, 98, pp126-150.
- Trunovsky, Stephen J. and Fisher, Walter H. [1995], “The competition of government expenditure and its consequences for macroeconomic performance”, Journal of economic dynamics and control, 19, pp747-786.

- 岩本康志 [1990], 「公共投資の最適水準」, 大阪大学経済, 40, 1・2, pp242-250.
- 赤木博文 [1996], 「生活基盤型の社会資本整備と公共投資政策」, フィナンシャル・レビュー. No. 41.
- 麻生良文 [1996], 「公的年金・税制・人口高齢化と資本蓄積高齢化社会の貯蓄と遺産・相続」, 日本評論社.
- 井堀 利宏, 加藤 竜太, 中野 英夫, 中里 透, 土居 丈朗, 近藤 広紀, 佐藤 正一 [2002], 「財政赤字と経済活動: 中長期的視点からの分析」, 経済分析, 第163号.
- 井堀 利宏, 近藤 広紀 [1998], 「公共投資と民間消費: 財政赤字と乗数の分析」, フィナンシャル・レビュー第47号.
- 岩本 康志 [2005], 「公共投資は役に立っているのか」大竹文雄編『応用経済学への誘い』, 日本評論社.
- 川出真清, 別所俊一郎, 加藤竜太 [2004], 「財政赤字と将来負担-部門別社会資本を考慮した長期推計」井堀利宏編『日本の財政赤字』, 岩波書店.
- 近藤 広紀, 井堀 利宏 [1999], 「最適社会資本・公共投資規模と民間消費の動向」, 日本経済研究. No. 39.