

モード展開に基づく振動インテンシティ計測法の開発

機械・材料技術部 機械計測チーム 小 島 真 路
藤 谷 明 倫
神奈川大学 工学部 山 崎 徹
沼 田 臨

モード展開に基づく新しい振動インテンシティ計測法について、はりを対象として考察した。本計測法の特徴は、実験モード解析から得られるモード特性を用いて振動インテンシティを求めることである。しかしながら、モード形状誤差や空間微分項を差分で求めることによる誤差が、振動インテンシティの計測精度に与える影響は少なくない。そこで、本研究では、多項式近似を用いてモード形状を補正し、振動インテンシティ計測誤差を低減する計測法を提案し、数値シミュレーションと実験により効果を確認した。

キーワード： 振動インテンシティ，モード解析，振動解析，シミュレーション

1 まえがき

近年、多くの製品において、静粛性が大きな付加価値となっており、低騒音化が望まれている。しかしながら、振動源での対策は、機械の性能に直接関わるため変更が困難であることが多い。また、音の放射部は、対象となる部位が多岐に渡るため、必ずしも効率的な振動騒音対策に適しているとは言えない。そのため、固体伝搬による機械騒音においては伝搬経路対策、すなわち、振動エネルギーを音響放射効率の低い部分、あるいは、騒音の発生が問題とならない部分へ伝搬させることが、有効な騒音対策手法のひとつとなる。

そこで、著者らは、「単位時間に構造物の単位幅（断面積）当たりを伝わるエネルギー」として定義される振動インテンシティ(Structural Intensity；以下 SI)に着目し、これまでに曲げ SI のモード展開式の導出⁽¹⁾、平板の加振位置の変更による SI 分布の設計例⁽²⁾⁽³⁾、および固有モードとクロスモード関数の関係⁽⁴⁾について数値シミュレーションにより検討を重ねてきた。しかしながら、モード展開に基づく SI の計測においては、算出過程に固有モードの微分が含まれるため、固有モード誤差等の影響を受けやすい特徴を有する。そのため、実験から SI を求める際には、計測法の改良が必要となる。

本報では、実験結果を用いて SI を求める手法の第一段階として、一様はりに対し、モード展開に基づく SI の計測法、すなわち、実験モード解析により得たモード特性から SI を評価する手法を提案する。はじめに、SI のモード展開式を導出し、モード展開に基づく SI 計測法を示す。次に、考慮するモードの最高次数および応答計測点数が SI 計測に与える影響について数値シミュレーションを用

いて考察し、計測条件を明確にする。そして、固有モード誤差の影響を低減するために、最小二乗法の多項式近似によって固有モードを補正する手法を提案する。最後に、提案手法の有効性を実験により確認した結果について報告する。

2 固有モード計測による SI 計測法

2. 1 はりの SI のモード展開

正弦波加振時の振幅が F である加振力が点 x_F に作用する一様はりを考える。SI のモード展開式は次のように得ることができる⁽¹⁾。

$$I = \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N \beta_{mn} \Phi_{mn} \quad (1)$$

ただし、

$$\alpha_n = \frac{F \phi_n(x_F)}{\omega_n^2 (1 + j \eta_n) - \omega^2} \quad (2)$$

$$\beta_{mn} = \frac{\omega D}{2} (\text{Re}[\alpha_m] \text{Im}[\alpha_n] - \text{Im}[\alpha_m] \text{Re}[\alpha_n]) \quad (3)$$

$$\Phi_{mn} = \Phi_{mn}^{sf} + \Phi_{mn}^{bm} \quad (4)$$

$$\Phi_{mn}^{sf} = \phi_m \frac{d^3 \phi_n}{dx^3} - \frac{d^3 \phi_m}{dx^3} \phi_n \quad (5)$$

$$\Phi_{mn}^{bm} = -\frac{d\phi_m}{dx} \frac{d^2 \phi_n}{dx^2} + \frac{d^2 \phi_m}{dx^2} \frac{d\phi_n}{dx} \quad (6)$$

ここで、 j は虚数単位、 α_n 、 β_{mn} は重み係数、 ω は加振角振動数、 N は考慮するモードの最高次数、 ω_n 、 $\phi_n(x)$ 、 η_n は n 次の固有角振動数、固有モードおよび損失係数、 D は曲げ剛性を表わす。また、 ϕ_n は、 $\phi_n(x)$ を略記したものであり、 Φ_{mn} はクロスモード関数で、せん断力依存成分 Φ_{mn}^{sf} と曲げモーメント依存成分 Φ_{mn}^{bm} の和で表わされる。

2. 2 モード展開に基づく SI 計測法

2.1 節で示したモード展開法を用いて、実験モード解析で得られる固有モード、固有振動数、損失係数から SI を計測する。はじめに、固有モードを有限差分することで式(4)のクロスモード関数を求める。次に、式(3)より重み係数 β_{mn} を求める。最後に、クロスモード関数と重み係数の重ね合わせにより式(1)より SI を算出する。

3 SI計測における誤差要因

2 章に示したモード展開に基づく SI 計測では、大きく分けて 3 つの誤差要因が考えられる。

- モデルの応答計測分割数 M に依存する誤差
- 考慮するモードの最高次数 N に依存する式(1)の算出誤差
- 式(5)および(6)の空間微分項算出時に影響を与える固有モード誤差

ここでは、数値シミュレーションを用いて、これらの誤差要因と SI の算出精度の関係について考察する。

3. 1 対象はりと解析条件

検討に用いるはりは、両端単純支持されたアクリル製で矩形断面を有する一様はり（幅 0.025m、板厚 0.01m、

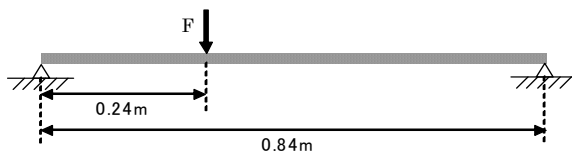


図1 解析に用いた両端単純支持はりモデル

長さ 0.84m、縦弾性係数 $E=5.00 \times 10^9 \text{Pa}$ 、密度 $\rho=1.19 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ ）である（図 1）。固有モードの左端から 0.24m の点に曲げ方向加振力 $F=1\text{N}$ が作用している場合を考える。ただし、式(5)、(6)における空間微分項は中央差分により求める。また、対象はりの固有角振動数と固有モードは以下によって算出する。

$$\omega_n = \left(\frac{n\pi}{l} \right) \sqrt{\frac{D}{\rho A}} \quad (7)$$

$$\phi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\rho A l}} \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \quad (8)$$

ここで、 l, A, ρ はそれぞれはりの長さ、断面積、密度を表わす。

3. 2 応答計測分割数および

考慮するモードの最高次数の考察

考慮するモードの最高次数 N および応答計測分割数 M と SI の算出精度について考察した。対象はりを計測モード次数 $k=1$ で加振したときの SI ($M=28, 56, 140$ および $N=5, 10, 15, 20$) の算出結果を図 2 に示す（実線は厳密解）。考慮するモードの最高次数 N を固定した場合、応答計測分割数 M を増加させても SI の形は大きく変化せず、SI の算出精度は改善しない。一方、考慮するモードの最高次数 N を増加させた場合、SI が厳密解に近づいていくことから、算出精度が向上することが確認できる。ただし、加振位置近傍に関しては、応答計測分割数 M が小さい場合、十分な精度向上は難しい。これは、加振点付近では、SI が急激に変化することに起因している。

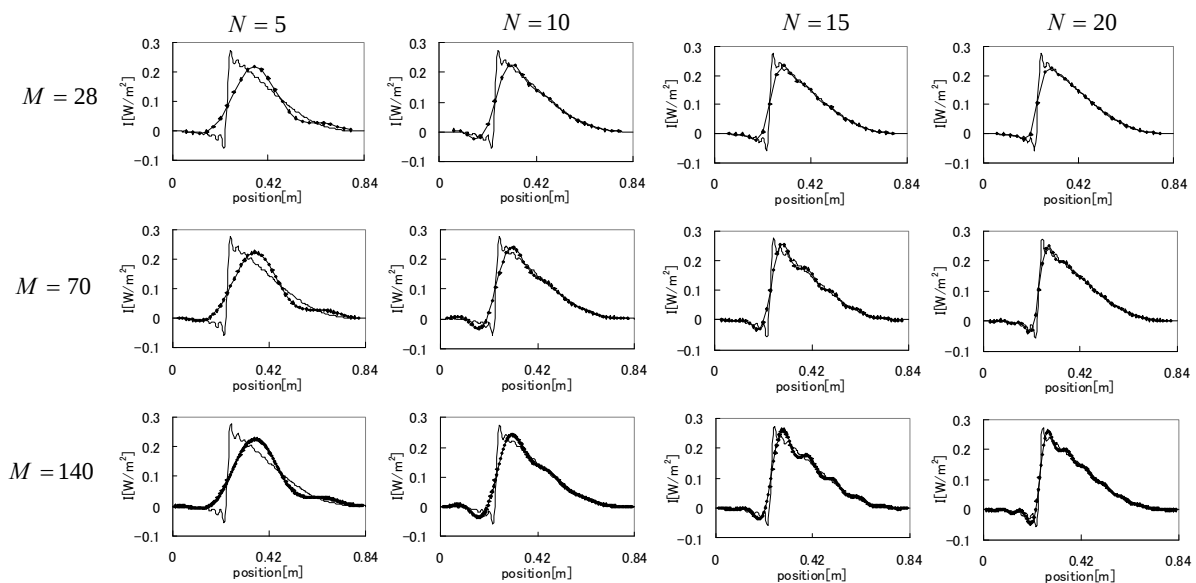


図2 考慮するモードの最高次数(N)および応答計測分割数(M)による SI の変化

(実線：厳密解 プロット線：提案手法)

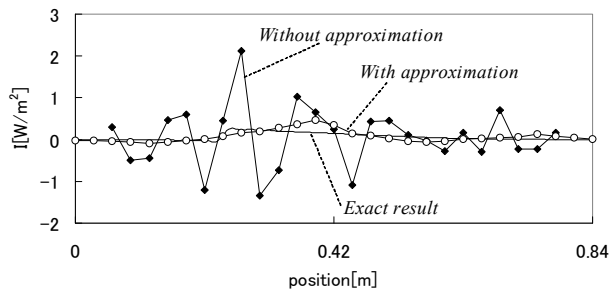


図3 多項式近似の有無によるSIの比較

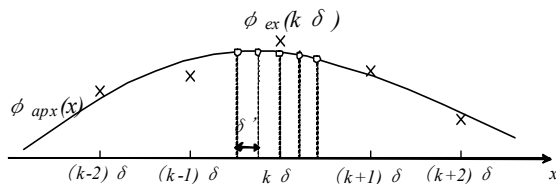


図4 多項式近似の概念図

以上をまとめると、次のことがいえる。

- (a) 系全体に現れる誤差は、考慮するモードの最高次数 N を増加させることで改善される。
- (b) 加振位置近傍に局所的に現れる誤差は、考慮するモードの最高次数 N および応答計測分割数 M の増加により改善される。

3. 3 固有モード誤差の考察

実験モード解析によって得られる固有モードには、必ず誤差が含まれている。そのため、算出過程に高次の微分項がある影響でSIの計測は困難になると考えられる。そこで、式(7)で求まる固有モードの理論値の大きさに、最大10%のランダム誤差を与えた場合についてSIを算出し厳密解と比較した。考慮するモードの最高次数を $N=5$ 、応答計測分割数を $M=28$ とし、計測モード次数が $k=1$ のときのSI (Without approximation) を図3に示す。SIの流れは把握できず、固有モードに誤差がある場合には、良好な結果を得ることが困難である。SIの算出には、3次までの空間微分項を用いるため、算出点の前後2個ずつ、合計5個のデータが必要となり、この値を有限差分により求めていることが大きな要因であると考えられる。

4 多項式近似を用いたSI計測法

実験モード解析によって得られる固有モードには、誤差が含まれているため、計測結果そのままでは、空間微分項の影響で、良好なSIを得ることは難しい。そこで、最小二乗法の多項式近似によって固有モードを補正する手法を検討した。

実験モード解析によって得られた固有モードを最小二乗多項式近似し、さらに、空間微分項を求めるための算出

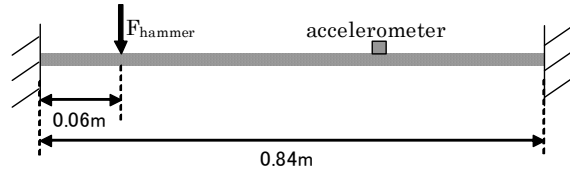


図5 実験モード解析用いた両端固定はりモデル

表1 固有振動数の比較

	experiment	simply supported	fix supported
first degree	29.6	13.2	29.8
second degree	82.2	52.7	82.2
third degree	162.3	118.5	161.1
4th degree	268.4	210.7	266.3
5th degree	402.5	329.2	397.6

点間隔を小さくした上で、SIを算出することを考える。

すなわち、図4に示すように、はじめに実験データ ϕ_{ex} から近似曲線 ϕ_{apx} を求める。次に、算出点の近傍で固有モードの近似値を間隔 δ で5個求める。次いで、得られた近似値を用いて空間微分項を求め、SIを算出する。

近似曲線を求める具体的な方法を次に示す。

- i) 固有モードを半波長ずつに分割する。
- ii) 分割された半波長に含まれるデータを多項式で近似する。

SIの算出には、固有モードの3次導関数を用いることから、近似多項式次数は、4次以上が必要である。また、近似多項式の次数に対し、分割された半波長に含まれる応答計測点数が少ない場合では、近似精度が高すぎるため、固有モードに含まれる誤差が低減されにくいことから、近似多項式の次数は小さいことが望ましい。したがって、本報では、近似多項式次数を4次とする。

本手法を用いて算出した計測モード次数 $k=1$ のときのSI (With approximation) を図3に示す(考慮するモードの最高次数 $N=5$ 、応答計測分割数 $M=28$)。近似を用いることで、SIの算出精度が向上することを確認した。

5 実験による検証

境界条件を両端固定としたアクリル製のはりを対象に、実験モード解析により固有振動特性を抽出し、本手法を適用し、SIを評価する。

5. 1 モード実験

境界条件を両端固定としたアクリル製のはりを対象とした(図5)。左端から0.06mの位置をインパルスハンマで加振し、応答計測分割数 $M=28$ とする。固有振動数の計測値および両端単純支持と両端固定支持したときの理論値を表1に示す。実験の境界条件は両端固定支持であることを確認した。実験モード解析から得られた1次の固

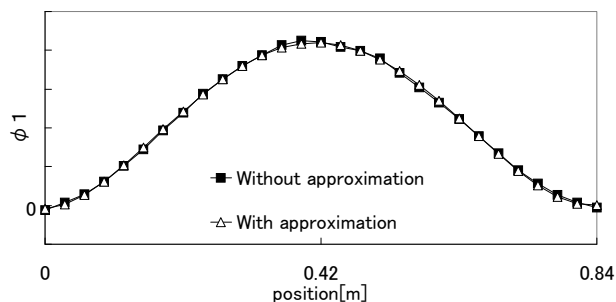


図6 多項式近似による固有モードの補正

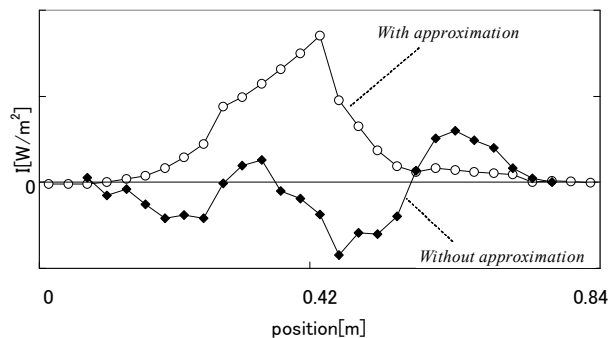


図7 実験モード解析を用いたSI計測

有モードに対して最小二乗法による近似を行った結果を図6に示す。振動の腹の位置近傍において本手法を適用したことによるモード形状の違いが若干あるものの、形状に大きな違いはみられない。それ以外の共振次数においても、モード形状に大きな違いがないことを確認した。

5. 2 SI計測

実験モード解析で得られた固有モード、固有振動数に対して、提案手法を適用し、実験による検証を行った。計測モード次数 $k=1$ のときのSIを図7に示す。図6で示したように、固有モードに大きな差は見られないものの、固有モードから算出されるSIは、本手法適用の有無により

大きく異なっている。これは、SIが、固有モードの高次の微分で求められることに起因している。本手法を適用して算出したSIは、図2($N=5$, $M=28$)に近い形状を示すことから、本手法により固有モードの評価誤差の影響を低減可能であることが明らかとなった。

6 おわりに

本報では、SIのモード展開に基づく新しいSI計測法について検討し、以下に示す成果を得た。

- 1) 数値シミュレーションにより、モード展開に基づくSI計測法における誤差要因とSI算出精度の関係を定性的に明らかにした。
- 2) 固有モードの評価誤差の影響を低減するため、最小二乗法による多項式近似を用いた補正法を提案した。
- 3) 提案した補正法によって、評価されるSIの精度が向上されることを、数値シミュレーションおよび実験により示した。

今後は、固有モードを補正する手法について、さらに検討を加えるとともに、対象が平板になった場合の本提案手法の適用方法について考察する予定である。

文献

- (1) 山崎；日本機械学会論文集C編，73-731，1948(2007)。
- (2) 沼田，山崎ほか；日本機械学会講演論文集，7，101(2008)。
- (3) 岩間，山崎；日本機械学会講演論文集，D&D 2008 CD-ROM 論文集，632(2008)。
- (4) 壺内，山崎；日本機械学会講演論文集，D&D 2007 CD-ROM 論文集，618(2007)。

Development of a New Measuring Method for Structural Intensity by Using Experimental Modal Analysis

Masamichi KOJIMA, Akinori FUJIYA, Toru YAMAZAKI, Nozomu NUMATA

This paper discusses a new method for structural intensity measurement based on the modal expansion of structural intensity for flexural vibration on beams. The intensity field indicates the magnitude and the direction of vibratory energy flows at any point in a structure. The sensor array which is composed of two or four accelerometers is often used to measure the intensity vector at any point. On the other hand, we had proposed the modal expansion of intensity. The expansion can be used to estimate the intensity field from the modal properties evaluated by the experimental modal analysis. In this paper, we propose a new measurement method for intensity on beam and discuss the detail condition of the method. Then the numerical and experimental demonstrations are carried out to show the usefulness of the proposed method.