

風向データの統計解析*

重 光 和 之**, 瀬 戸 信 也**, 大 原 真由美**

1. はじめに

私達が通常用いているスカラー量（例えば、大気汚染物質濃度・気温）は、平均値・標準偏差・最大値などの統計量によって分布特性が把握されている。これに対して風向データは“circular data”であり、大気汚染物質濃度と同様の方法では統計量の算出・表現が難しいため、風向データの解析は従来余り行われていない。しかしながら、大気汚染の分野では風向データの持つ意味は非常に大きく、大気拡散シミュレーションにおいても風向分布は必須な情報の一つである。また大気安定度を表わす指標として風向変動標準偏差¹⁾が用いられている。

そこで、本報告ではまず今までに提案されている風向の平均と標準偏差に関するモデルのレビューを行い、次に、広島県内の大気汚染測定局の風向風速データを用いてこれら統計量の評価を行う。

2. 風向の平均値の解析

いま3個の風向データ 0° , 30° , 330° が得られたとする。これらの風向の平均値は 0° であるが、算術平均では 120° になる。このように風向の平均値は単純な算術平均では算出できない場合がある。代表風向として最多風向²⁾を採用する場合もあるが、多くの場合は 0° と 360° の不連続に注意した風向の算術平均値³⁾、風向を東西と南北成分に分解して算出する方法⁴⁾や風をベクトル量（風速も考慮に入れる）として東西と南北成分に分解して、平均風ベクトルを算出する方法⁵⁾が用いられている。大気汚染測定局にある風向風速計の風向値（10分間平均値）の算定は、第1の算術平均値または第2の風向を東西・南北成分に分解する方法のいずれかの方法⁶⁾で行われている。

そこで n 個の風向データを $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n$ と

し、風速データを $u_1, u_2, \dots, u_i, \dots, u_n$ として、風向の平均値についてこれらの算出法を整理する。なお風向は北を 0° として、時計回りに角度を設定する。

風向の算術平均値 θ_A は

$$\theta_A = \sum_i \theta_i^* / n \quad (1)$$

と得られる。ここで、 θ_i^* はデータの不連続を除外するために、与えられた $0^\circ \sim 360^\circ$ の角度値から 360° を減じるなど必要に応じて補正を加えたデータである。前述の例では、 330° は $330^\circ - 360^\circ = -30^\circ$ と補正を加える必要がある。この方法は、電氣的に処理される風向風速計の平均値の算定や風向の安定している短期間の平均値の計算には適用可能である。しかし不連続点除去のために補正を加える角度範囲の設定にあたって、平均風向を予め知っておく必要があり、風向の年間平均値などの長期間平均値の算出には適用できない方法である。

風向を東西成分と南北成分に分解して算出する平均風向 θ_s は

$$\theta_s = \tan^{-1} (S\theta / C\theta) \quad (2)$$

と算定される。ここで $S\theta$, $C\theta$ はそれぞれ次式で定義される風向の東西成分、南北成分の平均値である。

$$\left. \begin{aligned} S\theta &= \sum_i \sin \theta_i / n \\ C\theta &= \sum_i \cos \theta_i / n \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ベクトル平均風向 θ_v は

$$\theta_v = \tan^{-1} (u_x / u_y) \quad (4)$$

と算定される。ここで u_x , u_y はそれぞれ次式で定義される風速の東西成分、南北成分の平均値である。

* Statistical Analysis of Wind Direction

** Kazuyuki SHIGEMITSU, Sinya SETO, Mayumi OOHARA (広島県環境センター) Hiroshima Prefectural Research Center for Environmental Science

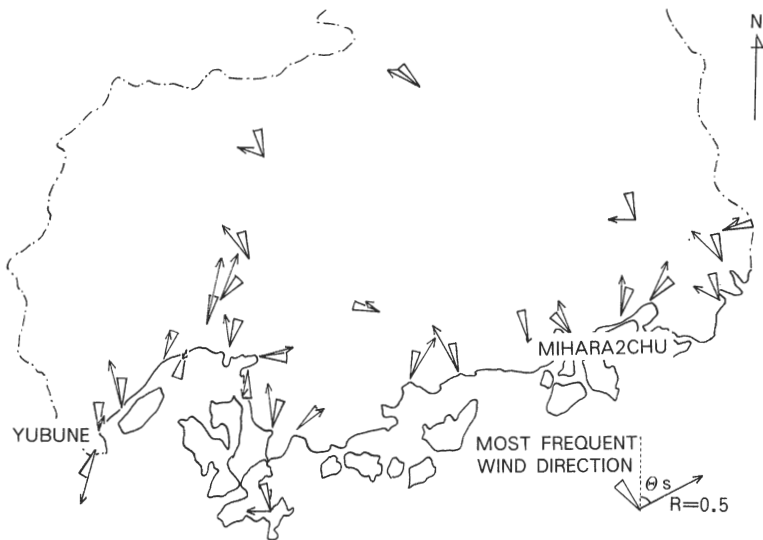


Fig. 1 Map of the mean wind direction θ_s , the mean resultant length R and the most frequent wind direction in Hiroshima prefecture, Apr. 1985–Mar. 1986.

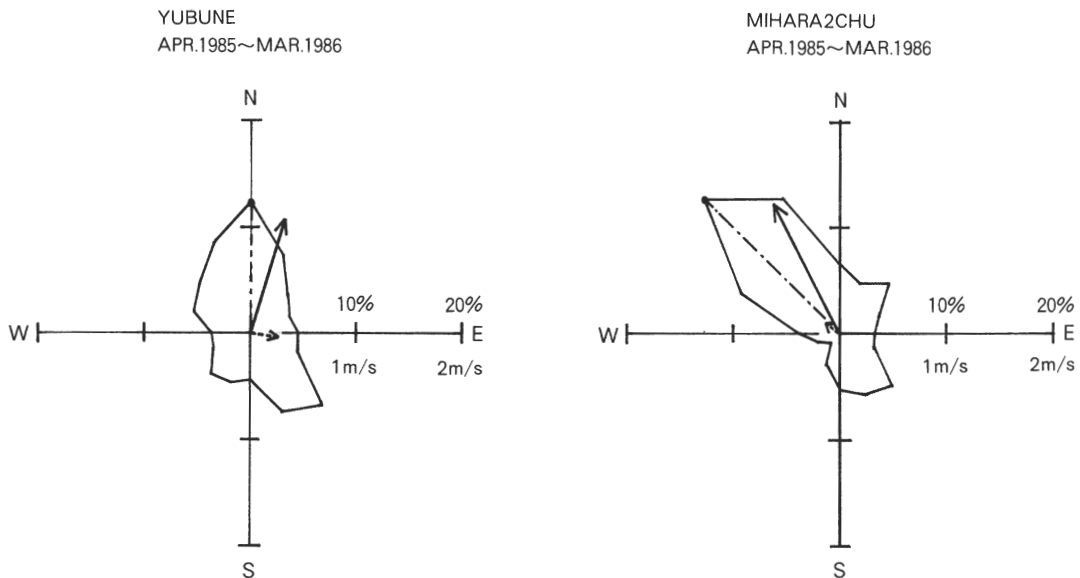


Fig. 2-1 The vector mean wind velocity and wind direction (---→), the scalar mean wind velocity and wind direction (—→) on the wind-rose (--- indicates most frequent wind direction).

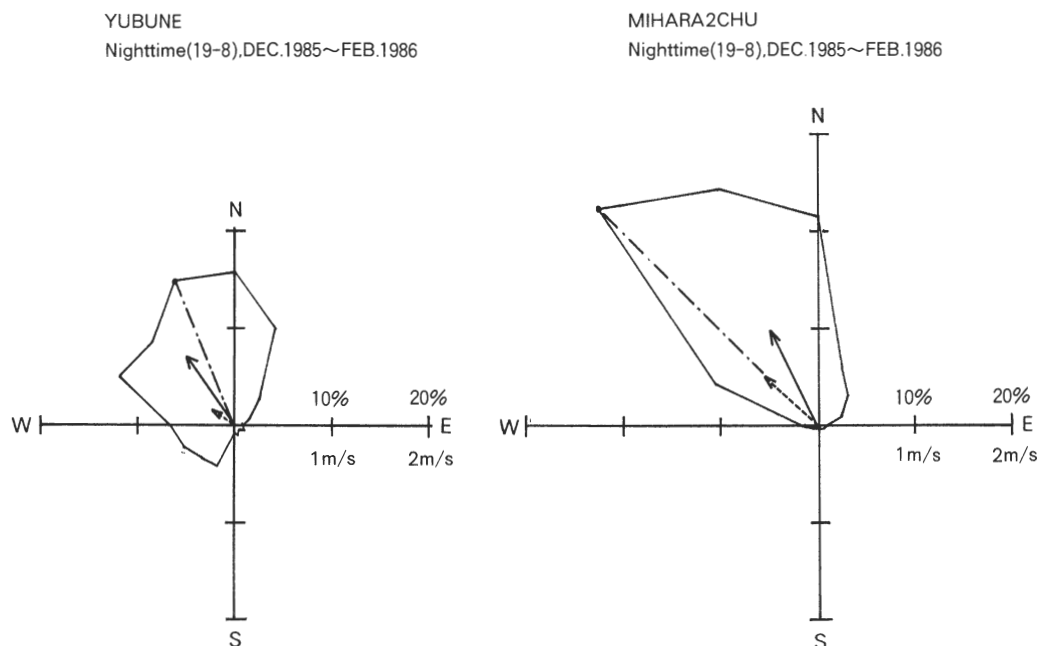


Fig. 2-2 The vector mean wind velocity and wind direction (--->), the scalar mean wind velocity and wind direction (—>) on the wind-rose (---- indicates most frequent wind direction).

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \sum_i u_i \sin \theta_i / n \\ u_y &= \sum_i u_i \cos \theta_i / n \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

平均風向 θ_s とベクトル平均風向 θ_v は年間平均風向の算出に適用できる方法である。

また風速のベクトル平均 u_v 、風速のスカラー平均 u_s はそれぞれ式 (6)、(7) で定義される。

$$u_v = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} \quad (6)$$

$$u_s = \sum_i u_i / n \quad (7)$$

昭和 60 年度の広島県内の主要な大気汚染測定局における風向データから平均風向 θ_s と第 3 節で述べる平均合力長 R を計算した結果を Fig. 1 の地図上に示す。矢印が風向を、長さが R を表わしている。また、パイ型の記号は最多風向を示している。沿岸部では概ね南北方向の風が平均風向及び最多風向となっており、両者の方向は概ね一致している。

これらの局のうち大竹市の湯舟団地と三原第二中学校における風向風速データを用いて、2 種類の風向と風速の平均値 (θ_s , θ_v , u_s , u_v) を計算した。この結

果を Fig. 2 の風配図に示す。Fig. 2-1 は年間データ、Fig. 2-2 は冬期 (12-2 月) の夜間 (19-8 時) のデータを用いた結果である。これらの局の風向風速の平均

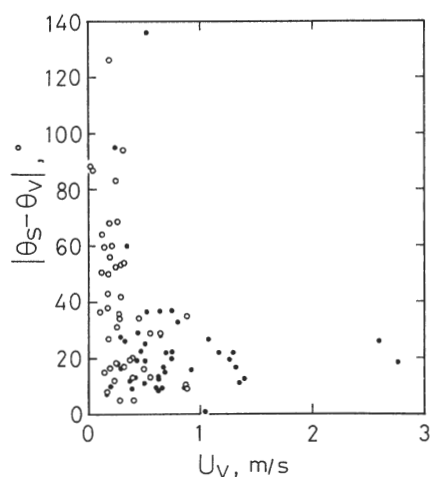


Fig. 3 Difference of $|\theta_s - \theta_v|$ as a function of the mean wind velocity U_v , where θ_s is the mean wind direction and θ_v is the vector mean wind direction, (○: Apr. 1985-Mar. 1986, ●: nighttime, Dec. 1985-Feb. 1986).

値は後述する Table 1 に示されている。→は平均風向 θ_s と風速のスカラー平均, ---→はベクトル平均風向 θ_v と風速のベクトル平均である。-----は最多風向を示している。

Fig. 2-1 の湯舟団地のように平均風向 θ_s とベクトル平均風向 θ_v が大きくずれる場合がある。そこで、ベクトル平均風速 u_v と両者の平均風向の差の絶対値 $|\theta_s - \theta_v|$ との関係を調べた結果を Fig. 3 に示す。図中の○は年間データ, ●は冬期夜間のデータである。冬期夜間は北よりの季節風が卓越しているの、ベクトル平均風速 u_v は比較的大きく、風向差は小さいが、年間データの場合はベクトル平均風速 u_v は小さく、風向差は大きくなっている。

次に風速のスカラー平均値 u_s とベクトル平均値 u_v の関係を Fig. 4 に示す。記号は Fig. 3 と同じである。年間データの場合、スカラー平均風速に比べてベクトル平均風速が小さくなっているのは、年間データは冬期夜間データに比べて顕著な卓越風向がないかまたは複数の卓越風向（多くの場合は二山型となる）が存在することによると思われる。

森⁷⁾は、日本全国の気象官署の風向風速データを解析し、平均風向 θ_s とベクトル平均風向 θ_v とのずれは、卓越風向が一つでその風向の風速が相対的に強ければ小さく、卓越風向がない場合や卓越風向と相対的に風速の強い風向が異なる場合は大きいと説明しているが、広島県内の解析結果からもこのことは裏付けられたことになる。

3. 風向の標準偏差の解析

風の定常性・変動性を示す指標として気象学分野ではコンスタンシー（風速のスカラー平均とベクトル平均の比）^{5),7)} が、統計学分野では円分散⁴⁾がそれぞれ

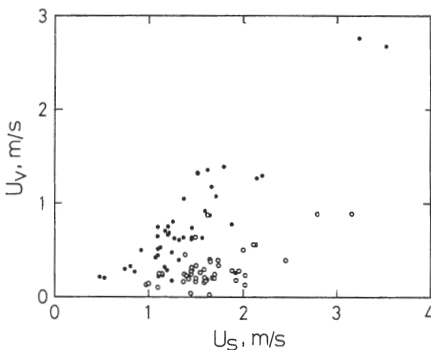


Fig. 4 Relationship between the scalar mean wind velocity U_s and the vector mean wind velocity U_v . (○ : Apr. 1985-Mar. 1986, ● : nighttime, Dec. 1985-Feb. 1986).

用いられている。

コンスタンシー C_v は

$$C_v = u_v / u_s \quad (8)$$

で定義される。また、円分散 S_0 は

$$S_0 = 1 - R \quad (9)$$

で定義される。ここでは、 R は

$$R = \sqrt{S\theta^2 + C\theta^2} \quad (10)$$

で表わされ、風向ベクトルの東西・南北両成分を合成した長さであり、ここでは平均合力長と呼ぶことにする。

平均合力長 R とコンスタンシー C_v との関係を Fig. 5 に示す。○は年間データ, ●は冬期夜間データである。両者の間には近似的直線関係が見られるが、森⁷⁾も

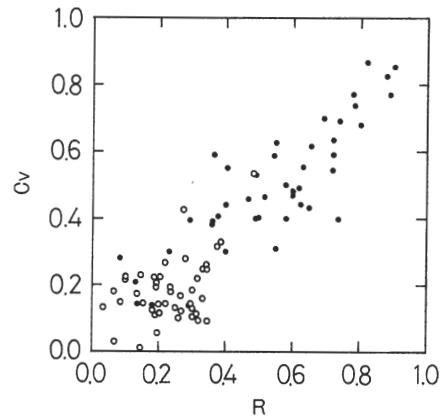


Fig. 5 Relationship between the mean resultant length R and the constancy C_v . (○ : Apr. 1985-Mar. 1986, ● : nighttime, Dec. 1985-Feb. 1986).

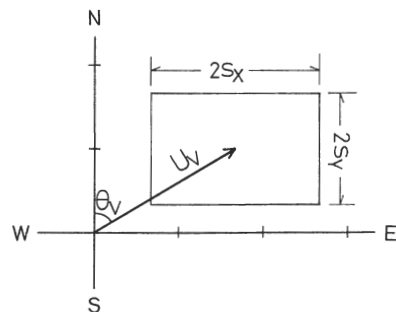


Fig. 6 Display of the standard deviation of wind by Miyata's method.

同様の結果を得ている。 $R = 0.4$, $C_V = 0.3$ を境として年間データと冬期夜間データが概ね分類できるので、この R または C_V によって顕著な卓越風向が存在するか否か(複数の卓越風向が存在するか、または卓越風向が存在しない)を判別することが可能と思われる。

また宮田⁹⁾は風の標準偏差を東西成分と南北成分ごとに

$$\left. \begin{aligned} S_X &= \sqrt{\sum_i (u_i \sin \theta_i - u_X)^2 / n} \\ S_Y &= \sqrt{\sum_i (u_i \cos \theta_i - u_Y)^2 / n} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

で算出し、Fig. 6のように平均風向・風速と標準偏差を表現している。

Verrall & Williams⁸⁾は風向の標準偏差 σ_V を

$$\sigma_V = \frac{1}{2} \cos^{-1} \left(\frac{E_1 E_2 + N_1 N_2}{\sqrt{(E_1^2 + N_1^2)(E_2^2 + N_2^2)}} \right) \quad (12)$$

と定義している。ここで

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= S\theta - \sigma_X \\ E_2 &= S\theta + \sigma_X \\ N_1 &= C\theta + \sigma_Y \\ N_2 &= C\theta - \sigma_Y \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

である。ただし、式(13)中の σ_X , σ_Y はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \sigma_X &= \sqrt{\sum_i (\sin \theta_i - S\theta)^2 / n} \\ \sigma_Y &= \sqrt{\sum_i (\cos \theta_i - C\theta)^2 / n} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

で定義される風向の東西と南北成分の標準偏差である。

Ackermann⁹⁾は風の標準偏差 σ_A を

$$\sigma_A = \sqrt{u_Y^2 S_X^2 - 2 u_X u_Y S_{XY} + u_X^2 S_Y^2} / (u_X^2 + u_Y^2) \quad (15)$$

と定義している。ここで

$$S_{XY} = \sum_i (u_i \sin \theta_i - u_X)(u_i \cos \theta_i - u_Y) / n \quad (16)$$

である。Yamartino¹⁰⁾はこの標準偏差 σ_A が、主風向と直角方向の風速の標準偏差と風速のベクトル平均 u_V との比で

$$\sigma_A = \sqrt{\sum_i u_i^2 \sin^2 (\theta_i - \theta_V) / n} / u_V \quad (17)$$

と表わされることを得ている。

さらに、Yamartino¹⁰⁾は、風の標準偏差として次の3種類の定義をしている。

$$\sigma_{V1} \approx \varepsilon \quad (18)$$

$$\sigma_{V2} = \sin^{-1}(\varepsilon) \quad (19)$$

$$\sigma_{V3} = \sin^{-1}(\varepsilon) \left\{ 1 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - 1 \right) \varepsilon^3 \right\} \quad (20)$$

ここで

$$\varepsilon = \sqrt{1 - R^2} \quad (21)$$

である。なお、第3のモデルは次式で算出される風向の標準偏差の最大値 $\sigma_{\max}$

$$\sigma_{\max}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \theta^2 d\theta = \frac{\pi^2}{3} \quad (22)$$

を考慮に入れて作成されたモデルである。

Mardia⁴⁾は、風向データを Wrapped Normal 分布で表現したときの標準偏差 σ_M を

$$\left. \begin{aligned} \sigma_M &= \sqrt{-\ln R^2} \\ &= \sqrt{-\ln(1 - \varepsilon^2)} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

と得ている。Wrapped Normal 分布とは、正規分布を円周上にぐるぐる巻きにした分布であり、元の正規分布を $N(0, \sigma_M)$ とすると、この分布の確率密度関数 $f(\theta)$ は

$$f(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_M} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left\{ -\frac{(\theta + 2\pi k)^2}{2\sigma_M^2} \right\} \quad (24)$$

Table 1 Statistics of wind directions at Yubune and Mihara2chu, fiscal year 1985.

Statistic	Yubune		Mihara2chu	
	Apr. -Mar.	Nighttime Dec. -Fed.	Apr. -Mar.	Nighttime Dec. -Feb.
n	7147	1011	7981	1126
$\theta_{\max}$	0.0°	337.5°	315.0°	315.0°
θ_S	16.6°	323.8°	335.4°	333.6°
θ_V	99.5°	304.4°	308.3°	311.7°
$ \theta_S - \theta_V $	82.9°	19.4°	27.1°	21.9°
u_S [m/s]	1.12	0.86	1.49	1.10
u_V [m/s]	0.25	0.27	0.18	0.75
C_V	0.23	0.31	0.12	0.67
R	0.10	0.55	0.27	0.80
S_0	0.90	0.45	0.73	0.20
σ_V	85.1°	83.7°	84.6°	31.1°
σ_A	235.8°	176.6°	342.9°	58.6°
σ_{Y1}	57.0°	47.8°	55.2°	34.6°
σ_{Y2}	84.2°	56.5°	74.4°	37.1°
σ_{Y3}	97.0°	61.5°	84.7°	38.4°
σ_M	122.5°	62.4°	92.8°	38.6°
$\mu_{0.1}$	163.1°	165.0°	145.4°	147.3°
k_1	1.47	1.47	2.13	3.54
λ	0.43	0.06	0.32	0.03

[Note] $\theta_{\max}$: Most frequent wind direction

で表わされる。

Yamartino¹⁰⁾ や Turner³⁾ は数値シミュレーションにより各モデルを比較して、風向の標準偏差が小さい範囲ではどのモデルも大差ないが、標準偏差が大きくなると Yamartino¹⁰⁾ の第3のモデル σ_{Y3} の精度がよいことを得ている。Mori¹¹⁾ は2秒間隔の10分間データを用いて各モデルの比較を行い、Yamartino¹⁰⁾ の第3モデル σ_{Y3} と Mardia⁴⁾ のモデル σ_M の推定精度が良い事を得ている。

本報で述べた諸統計量を昭和60年度の広島県内の風向風速データを用いて調べた結果を Table 1 に示す。Ackermann の標準偏差 σ_A は Table 1 の結果から他の標準偏差と掛け離れて大きくなる場合があり、Yamartino¹⁰⁾ らの解析結果からみても、年間風向データのように風向変動が大きい場合には評価量としては適当ではない。そこで精度の最も良い Yamartino の第3モデル σ_{Y3} と Verrall らのモデル σ_V の比較を実測値を用いて行うことにする。この結果は Fig. 7 に示してある。○は年間データ、●は冬期夜間データである。標準偏差が60~80°より小さい範囲では両者には良い対応関係が存在するが、標準偏差の大きい年間データでは両者の対応関係は良くない。

ここで、Yamartino と Mardia の風向の標準偏差が前述の平均合力長 R の関数で表現できるので、この理論的關係を Fig. 8 に示す。 R が大きい範囲、すなわち、顕著な卓越風向が存在する場合にはいずれの標準偏差也大差ないが、 R が小さくなるにつれて各標準偏差の差も大きくなる。年間データを用いた場合、Fig. 5 から概ね $R \leq 0.4$ であるので、モデルによって標準偏差は大きく変わる。

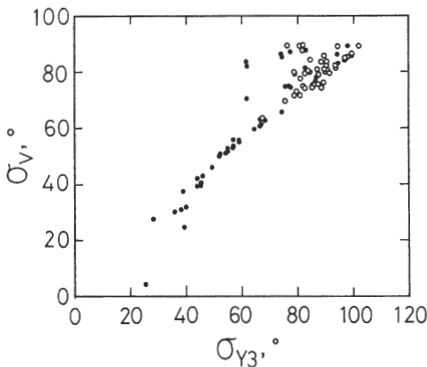


Fig. 7 Relationship between Yamartino's third standard deviation of wind direction σ_{Y3} and Verrall-Williams's standard deviation of wind direction σ_V , (○: Apr. 1985-Mar. 1986, ●: nighttime, Dec. 1985-Feb. 1986).

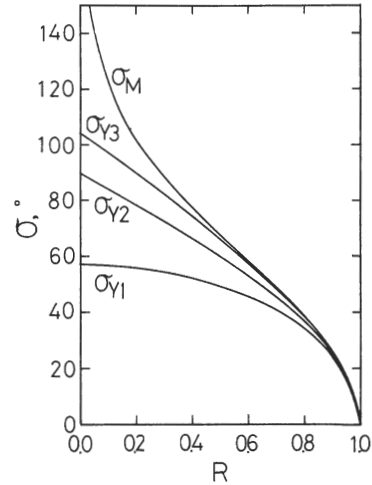


Fig. 8 Various standard deviations of wind direction as a function of the mean resultant length R .

したがって、平均合力長 R と Yamartino の第3の標準偏差 σ_{Y3} が対応付けられ、また平均合力長 R は Fig. 1 のように平均風向と組み合わせて表現できるので、実測の風向データの定常性・変動性は平均合力長 R で評価することが妥当である。

4. 考 察

冬期夜間データにおけるように卓越風向が存在する場合は、これまでに述べた一般的解析手法により風向の特性が把握できる。しかしながら、海風と陸風の頻度がほぼ等しく風配図が二山型の場合や各風向の頻度がほぼ一樣な場合には、平均合力長 R が小さくなり平均風向 θ_s も不安定となる。

この場合は上述の方法では風向の評価ができないので伊藤ら¹²⁾や瀬戸¹³⁾が風向のデータの解析に導入している von Mises 分布⁴⁾などの角度分布を想定した解析が必要となる。いま、風向分布が二山型の場合を考える。von Mises 分布は単モード分布であるので、この場合は混合分布を考える必要がある。風向分布が180°離れた2点でピークを持ち、ピークの散布状態を示すパラメータ κ が両ピークで等しいと仮定する。このとき混合 von Mises 分布は次の確率密度関数 $g(\theta)$ で表現される。

$$g(\theta) = \lambda f_1(\theta) + (1 - \lambda) f_2(\theta),$$

$$0 < \lambda < 1, 0 < \theta \leq 2\pi \quad (25)$$

ただし

$$f_i(\theta) = \frac{1}{2\pi I_0(\kappa_i)} \exp\{\kappa_i \cos(\theta_i - \mu_{0i})\},$$

$$i = 1, 2$$

$$\mu_{02} = \mu_{01} + \pi$$

$$\kappa_1 = \kappa_2$$
(26)

ここで、 $I_0(\kappa_i)$ は第1種変形ベッセル関数である。解法は成書⁹⁾に譲るとするが、第3のパラメータ λ は二つのピークの大きさを表現する指標である。

昭和60年度の広島県内の風向データについて、式(25)の分布のパラメータを計算した。湯舟団地と三原第二中学校の結果はTable 1に示してある。Fig. 9にパラメータ λ と前述の平均合力長 R の関係を示す。 λ

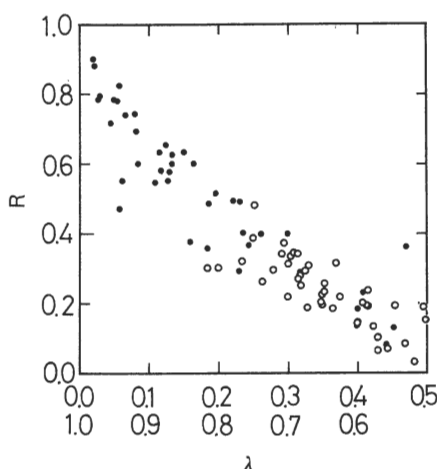


Fig. 9 Relationship between the parameter λ of mixed von Mises distribution and the mean resultant length, R , (○: Apr. 1985–Mar. 1986, ●: nighttime, Dec. 1985–Feb. 1986).

は式(25)のピーク μ_{01} ($0 \leq \mu_{01} < \pi$)の大きさを示すパラメータであり、例えば $\lambda = 0.1$ と 0.9 とはピークの位置は異なるが形状は同じものとなる。そこで横軸 λ の目盛は二段階書きとしてある。●で示した冬期夜間のデータは概ね $\lambda \leq 0.25$, $0.75 \leq \lambda$ であり、○で示した年間データの場合は $0.25 \leq \lambda \leq 0.75$ である。 λ と R の間には、良い対応関係があるように見える。また、 λ が0または1に近いと卓越風向が顕著な一山型になり、 λ が0.5に近くなると複数の卓越風向が存在するか卓越風向が存在しなくなる。したがって、Fig. 9から、風向の定常性・変動性の指標としての平均合力長 R は、風向分布が一山型か否かを表わす指標にもなり得るといえる。

したがって、計算の簡易性及び指標の安定性の点か

ら、式(2)による平均風向 θ_s と式(10)による平均合力長 R によって、風向特性を評価することが適切である。 R が小さく一山型でない場合には、平均風向の概念自身が意味を持たないと考えられるので、混合 von Mises 分布などを導入した解析が必要である。

5. おわりに

本報告では、風向データの平均値或いは標準偏差の評価を行い、平均風向については式(2)で、風向の定常性や変動性については式(10)の平均合力長 R で評価することが適切であることを得た。

大気汚染物質濃度や風速データはその確率密度関数を対数正規分布・ガンマ分布などで関数近似して各種の解析を行っているが、風向データについては平均値・標準偏差などの統計量の算定や関数近似のあてはめは余り行われていない。風向分布が混合 von Mises 分布などを用いて関数表現できれば、風向の異常年の検定や大気拡散モデルの改良など幅広い大気汚染研究分野での応用が期待される。

—引用文献—

- 1) 環境庁：窒素酸化物総量規制マニュアル, pp. 59–60, 1982.
- 2) 広島地方気象台：広島県気象年報, 1985.
- 3) Tuner D. B.: Comparison of three methods for calculating the standard deviation of the wind direction, J. climate appl. meteor., 25, pp. 703–707, 1986.
- 4) Mardia K. V.: "Statistics of directional data", Academic press, London, 1972.
- 5) 宮田賢二編：「広島県の実地風況」, 漢水社, 広島, pp. 87–90, 1982.
- 6) 環境庁：環境大気常時監視マニュアル, pp. 131–146, 1986.
- 7) 森 征洋：日本における平均風向と風向の定常度について, 天気, Vol. 30, No. 4, pp. 39–45, 1983.
- 8) Verrall K. A. and Williams R. L.: A method for estimating the statistical deviation of wind direction, J. appl. meteor., 21, pp. 1922–1925, 1982.
- 9) Ackermann G. R.: Means and standard deviations of horizontal wind components, J. climate appl. meteor., 22, pp. 959–961, 1983.
- 10) Yamartino R. J.: A comparison of several "single-pass" estimators of the standard deviation of wind direction, J. of climate appl. meteor., 23, pp. 1362–1366, 1984.
- 11) Mori Y.: Evaluation of several "single-pass" estimators of the mean and standard deviation of wind direction, J. climate appl. meteor., 25, pp. 1387–1397, 1986.
- 12) 伊藤政志, 広尾 純：角度変量の統計による風向データの解析, 日本気象学会 1982 年春季大会講演予稿集 p. 91, 1982.
- 13) 瀬戸信也：角度変量の統計について, 広島県環境センター 第 16 回研究発表会資料, 1983.