

エンジン運転時のクランク軸振動応力解析法

Analysis of Dynamic Stress of Engine Crankshaft in Operating Condition

技術本部 水 早 純*¹ 本 田 巖*²
 太 田 和 秀*³
 相模原製作所 下 河 内 寛 子*⁴ 坪 田 利 光*⁵

近年、動力用・船用エンジンでは高回転数化やロングストローク化による軽量化・高出力化に伴い、従来の振（ねじ）り振動主体のクランク軸振動応力評価に加え、曲げ振動及び高次振動による振動応力評価の重要性が増してきた。筆者らは、高次振動応力評価を可能とし、信頼性向上を図るため、クランク軸の曲げ／振り／縦振動が連成した振動特性を考慮し、各クランクピンにガス爆発力、慣性力、遠心力が作用している状態のクランク軸各部振動応力を時刻歴積分により求めるクランク軸動的応力解析法を開発した。本報では、解析法の詳細と本手法によるエンジン運転時のクランク軸振動応力解析結果について述べ、本手法が実用上十分な精度を有することを示す。

This paper presents a theoretical procedure for predicting the dynamic stress of the rotating crankshaft of an engine considering the vibratory characteristics of the shaft. This method consists of the following steps. (1) The vibratory characteristics of the crankshaft are determined through FEM calculation and experimental modal analysis. (2) The equilibrium equation of the crankshaft is described using rotating coordinates and is transferred to the modal coordinates using the normal mode expansion method. (3) A numerical simulation offers a time history of the dynamic response of each mode. (4) By transferring modal response to the physical coordinates using the eigen mode shape, the vibratory response of the crankshaft is obtained, while, by using the stress mode shape, the dynamic stress of the crankshaft is obtained. A comparison of the calculated and measured dynamic stress shows that the present method is valid enough to predict the dynamic behavior of the crankshaft.

1. はじめに

近年、動力用・船用エンジンでは、競争力強化・事業拡大のため、高回転数化あるいはロングストローク化による軽量化・出力増大が求められている。これに伴ってエンジン各部、特にクランク軸の振動／応力が增大することが予測され、振動応力に起因すると見られるクランク軸自体、あるいは軸受部への衝撃的振動伝達力の増加によると見られるクランクケース軸受部などの損傷を予測し、未然に防止する技術の確立が重要である。信頼性向上を図り当社エンジンの市場競争力を強化するためには、クランク軸振動応答／応力解析法の精度向上及びクランク軸動的信頼性設計法の確立が必須である。本報では、クランク軸振動応力予測精度向上のため、従来のクランク軸応力解析法が振（ねじ）り振動のみの考慮にとどまった計算が主であったのに対し、高速運転時の高次振動まで評価できるようにクランク軸の曲げ／振り／縦連成振動特性を用いたクランク軸振動応答／振動応力解析法を開発し、実測結果との比較を通じてその妥当性を検証した。

2. クランク軸振動応答／応力解析法概要

本章では、クランクピン部にガス爆発力とピストン慣性力、コンロッドやバランスウェイトの遠心力が作用する場合のクランク軸の振動応答⁽¹⁾や振動応力の解析手法について述べる。

2.1 クランク軸の固有振動特性

本報では、高速回転時のクランク軸振動応答の解析を対象とするため、クランク軸モデルも曲げ／振り／縦振動が連成する高次振動まで考慮できるモデルを用いる。

ここで用いたクランク軸モデルは、以下の手順で作成したものである。

- (1) 図1に示すようにクランク軸の1/2スローのみをソリッドモデルで作成し、これに曲げ／振りモーメント、せん断力、引張力を作用させて静解析を実施する。
- (2) 別途1/2スローの梁（はり）モデルを作成し、静解析時の変形量がソリッドモデルの変形量と等しくなるよう、クランクアーム部の剛性を変更する（なお、この梁モデルを等価梁モデルと称する）。
- (3) 等価梁モデルをシリンダ数分つなぐことにより、軸系等価梁モデルを作成し、図2に示すフライホイール（板要素）、プーリーを含むクランク軸全体モデルに組込む。
- (4) 軸系等価梁モデルの固有値解析により固有振動特性を抽出する。

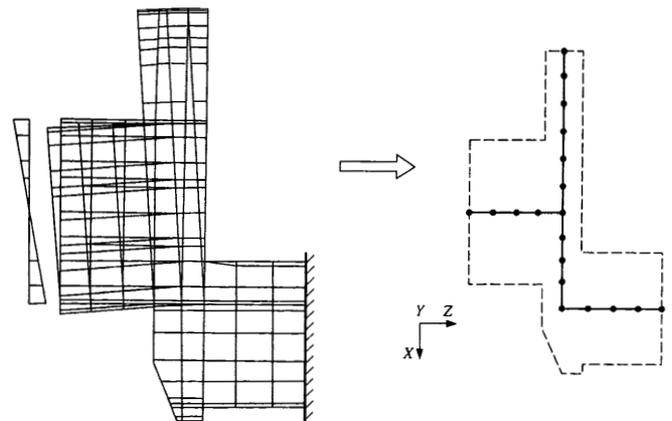


図1 1/2スローソリッドモデルと等価梁モデル ソリッドモデルの解析結果を基に剛性が等価になる梁モデルを作成する。
 FEM half throw solid model and beam model with equivalent stiffness

*1 長崎研究所振動研究室

*4 エンジン技術部特殊エンジン設計課主務

*2 長崎研究所振動研究室主務

*5 エンジン技術部小型エンジン開発グループ主務

*3 長崎研究所振動研究室長 工博

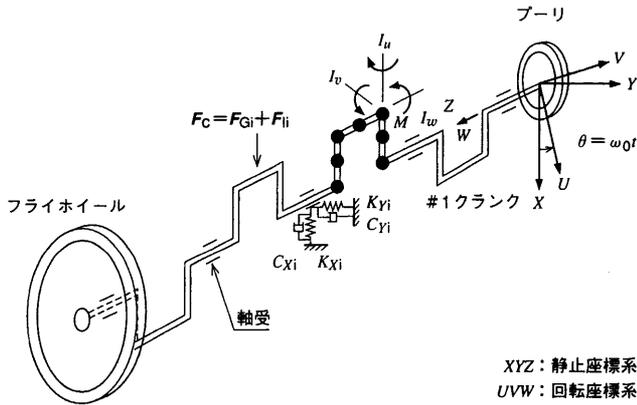


図2 クランク軸全体モデルと静止座標系/回転座標系 回転するクランク軸の固有振動特性の考慮を容易にするため、静止座標系と回転座標系を用いる。
Analytical model of crankshaft and stationary/rotating coordinates

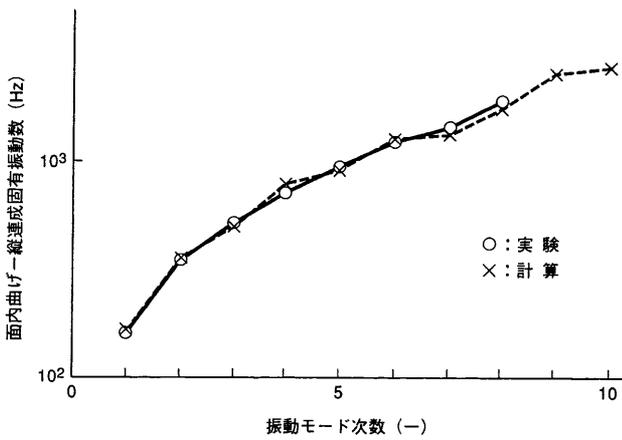


図3 クランク軸単体の固有振動数(計算と実測の比較) 等価梁モデルによる計算結果と実測結果は、10%以内の誤差で一致している。
Calculated and measured natural frequencies of crankshaft

図3に直列4気筒4サイクル機関を対象として、等価梁モデルによる固有振動数の計算結果と実測の固有振動数の比較を示す。等価梁モデルによる計算結果と実測結果は数kHzの範囲まで10%以内の誤差で一致している。

なお、本報では等価梁モデルを用いているが、本解析手法に入力する固有振動特性は、クランク軸全体をソリッド要素によりモデル化した軸系モデルの固有値解析により求めてもよいし、実験モーダル解析により同定した固有振動特性を用いてもよい。

2.2 回転座標における運動方程式

2.2.1 静止座標系と回転座標系

クランク軸の曲げ剛性には方向性があるため、クランクケース側(静止側)から見たクランク軸の振動特性は、クランク軸の回転角と共に変化する。そのため、回転しているクランク軸の応答解析をモード座標上で実施する場合には、回転座標系で運動方程式を立てた方が定式化が容易である。そこで、図2に示すように、静止座標系XYZとクランク軸長手方向の軸を共有し、XY面内でクランク軸と等しい回転角速度ω₀で回転する回転座標系UVWを考える。

2.2.2 主軸受部のモデル化

クランク軸とクランクケースは主軸受、スラスト軸受を介して相互作用を及ぼす。主軸受部におけるクランク軸の支持剛性は、

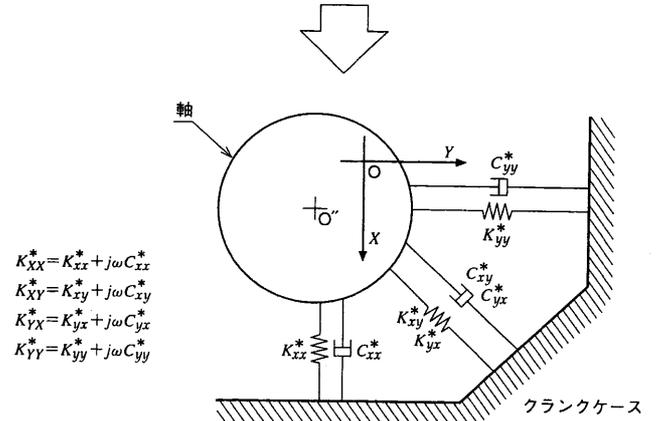
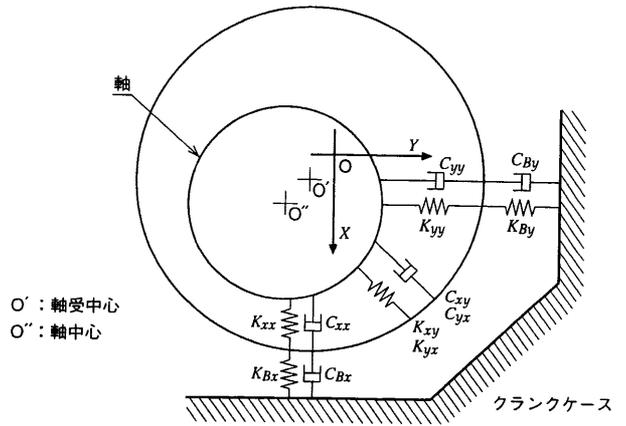


図4 結合動剛性のモデル化 主軸受部の結合動剛性は油膜動剛性とクランクケース側の局部構造剛性の直列結合としてモデル化する。
Equivalent stiffness at main bearing

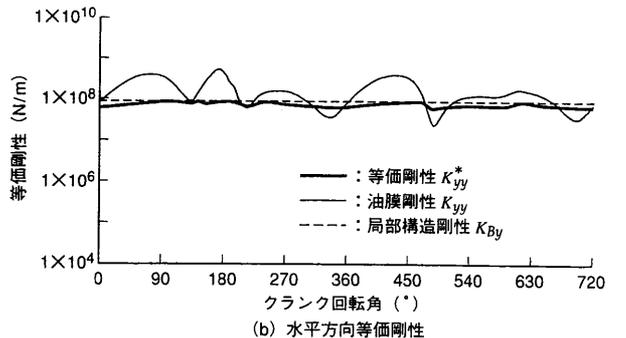
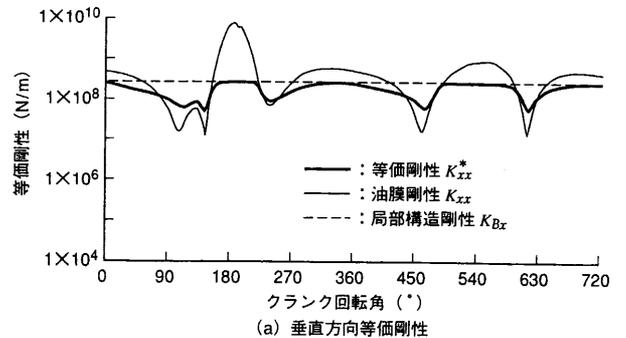


図5 主軸受部等価剛性の計算例 水平方向/垂直方向の連成項の影響でクランク角によっては等価剛性が油膜剛性を上回る。
Equivalent spring constant at main bearing

図4に示すように油膜動剛性K_{xx}とクランクケース側の局部構造剛性K_{Bx}の直列結合で与えられ、油膜動剛性がクランク角によって

変化するため、クランク角の関数として変化するばねとダッシュポットでモデル化する（以下、この結合ばねを等価動剛性 K_{xx}^* と称する）。

図5に等価剛性の計算例を示す。図5では、破線がクランクケース軸受部局所構造剛性 K_{Bx} , K_{By} （クランク角によらず一定）、細実線が軸受油膜剛性 K_{xx} , K_{yy} （クランク角により変化）を表し、太線が両者の直列結合で与えられる等価剛性 K_{xx}^* , K_{yy}^* を表す。図4に示すように、軸受部剛性には水平方向/垂直方向の連成項（垂直方向の軸変位・速度に対する水平方向の軸受反力あるいはその逆を表す項）が存在し、その影響によりクランク角によっては等価剛性が油膜剛性を上回る場合がある。

2.2.3 回転座標系における運動方程式

図2のように分布質量系でモデル化したクランク軸の節点 i （質量 M , 慣性モーメント I_u, I_v, I_w を有する）の運動方程式は式(1)で与えられる。

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\begin{bmatrix} M & & & & & \\ & M & & & & \\ & & M & & & \\ & & & I_u & & \\ & & & & I_v & \\ & & & & & I_w \end{bmatrix}}_{M_i} \begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \\ \ddot{w} \\ \ddot{\theta}_u \\ \ddot{\theta}_v \\ \ddot{\theta}_w \end{bmatrix} \\
 & + \omega_0 \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -2M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_w - I_u - I_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_w + I_u + I_v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{G_i} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta}_u \\ \dot{\theta}_v \\ \dot{\theta}_w \end{bmatrix} \\
 & + \omega_0^2 \underbrace{\begin{bmatrix} -M & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -M & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_w - I_v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_w - I_u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\Delta K_i} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_u \\ \theta_v \\ \theta_w \end{bmatrix} \\
 & = \underbrace{\begin{bmatrix} F_u \\ F_v \\ F_w \\ N_u \\ N_v \\ N_w \end{bmatrix}}_{F_i} + \omega_0^2 \underbrace{\begin{bmatrix} MU \\ MV \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{F_{M_i}} \quad (1)
 \end{aligned}$$

ここで、

$F_i = (F_u \dots N_w)^t$: 節点に作用するせん断力及びモーメントベクトル

$u_i = (u \dots \theta_w)^t$: 節点の変位・回転角ベクトル

$(U \ V \ W)^t$: 節点の座標

添字 t : 転置を表す

式(1)をクランク軸系全節点について行列表示すると、式(2)となる。

$$M\ddot{u} + \omega_0 G\dot{u} + \omega_0^2 \Delta K u = F + F_M \quad (2)$$

ここで、 $G, \Delta K$ は式(1)の第2, 3項のコリオリ力, 遠心力による付加剛性に関する行列である。節点に作用する外力 F は、軸の弾性変形によるせん断力とモーメント, 主軸受反力 F_B , クランクピンに作用するガス爆発及び慣性力 F_C を考慮して、式(3)で表す。

$$F = -Ku - C\dot{u} + F_B + F_C \quad (3)$$

ここで、 K, C はクランク軸の剛性, 減衰行列であり、右辺第1項はクランク軸弾性変形の復元力を、第2項は弾性変形による構造減衰力を表す。式(3)を式(2)に代入すれば、回転座標系におけるクランク軸系の振動方程式(4)が得られる。

$$M\ddot{u} + (C + \omega_0 G)\dot{u} + (K + \omega_0^2 \Delta K)u = F_B + F_C + F_M \quad (4)$$

2.3 モーダル解析法の適用

回転座標系から見た回転状態におけるクランク軸の振動変位ベクトル u を静止状態の固有振動モードベクトル ϕ_n の線形結合で表すと式(5)となる。

$$u = \sum_{n=1}^N \phi_n a_n = \Phi a \quad (5)$$

ここで、

$a = (a_1 \dots a_N)^t$: モーダル応答ベクトル

ϕ_n : 第 n 次固有振動モードベクトル

$\Phi = [\dots \phi_n \dots]$: 固有振動モード行列

N : モード数

式(5)を式(4)に代入し、固有振動モード行列の転置行列 Φ^t を左乗するとモーダル座標上で表したクランク軸系の振動方程式(6)が得られる。

$$\tilde{M}\ddot{a} + (\tilde{C} + \omega_0 \tilde{G})\dot{a} + (\tilde{K} + \omega_0^2 \Delta \tilde{K})a = \tilde{F}_B + \tilde{F}_C + \tilde{F}_M \quad (6)$$

ここで、

$$\tilde{M} = \Phi^t M \Phi, \quad \tilde{C} = \Phi^t C \Phi$$

$$\tilde{G} = \Phi^t G \Phi, \quad \tilde{K} = \Phi^t K \Phi$$

$$\Delta \tilde{K} = \Phi^t \Delta K \Phi, \quad \tilde{F}_B = \Phi^t F_B$$

$$\tilde{F}_C = \Phi^t F_C, \quad \tilde{F}_M = \Phi^t F_M$$

式(6)は計算に用いるモード数だけの自由度であるので、連立常微分方程式に変換して時刻歴計算が比較的容易に行える。

2.4 クランク軸応力評価

各固有振動モードにおけるクランク軸各節点の応力をベクトル表示したものを応力モードベクトルと称する。クランク軸各節点の振動応力は応力モードベクトルとモーダル応答の積和式(7)で表される。

$$\sigma = \sum_{n=1}^N \phi_n a_n = \Psi a \quad (7)$$

ここで、

σ : 振動応力ベクトル

ϕ_n : 第 n 次応力モードベクトル

$\Psi = [\dots \phi_n \dots]$: 応力モード行列

式(6)の時刻歴積分により求めたモーダル応答ベクトル a をあらかじめ固有振動解析時に求めた応力モード行列 Ψ に乗ずることにより、クランク軸各節点の振動応力応答を時系列で求めることができる。

3. 解析結果と妥当性の検証

解析及び妥当性検証の例として、図6に当社4サイクル/4気筒機関を供試体として No.2 クランクピン部の曲げ応力を評価した結果を、図7に当社4サイクル/6気筒機関を供試体として No.5, No.6 クランクピン部の曲げ応力/振り応力を評価した結果

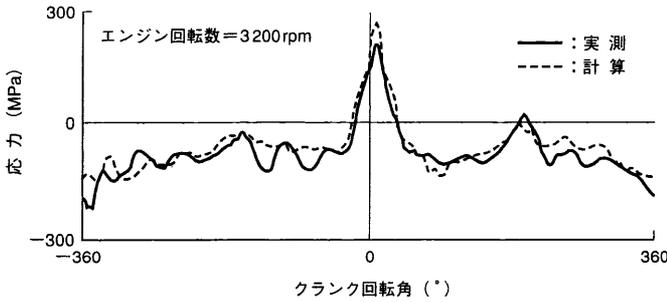
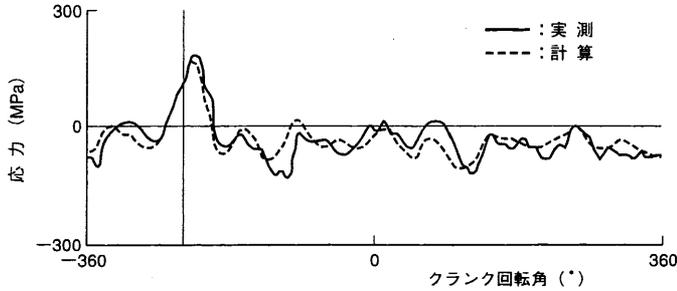
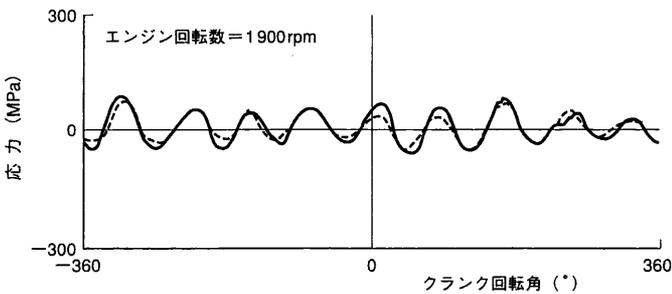


図6 4サイクル/4気筒機関 No.2 クランクピン部の曲げ応力(計算と実測の比較) 応力波形には当該シリンダ以外の着火時にもピークが生じる。
Bending stress of No.2 crankpin of 4 cylinder engine



(a) No.5 クランクピン部の曲げ応力



(b) No.6 クランクピン部の振り応力

図7 4サイクル/6気筒機関クランクピン部の曲げ/振り応力(計算と実測の比較) 計算と実測は実用上十分な精度で一致する。
Bending and twisting stress of crankpin of 6 cylinder engine

を示す。

運転時クランク軸応力の実測は、図8に示すようにクランクピン部にひずみゲージを張付けて実施した。なお、信号は軸端スリップリングを介して取出している。

クランクピン部の曲げ応力は、当該シリンダ以外のシリンダが着火するクランク角でも大きくなるが、クランク軸の振動伝達特性を考慮することにより計算結果にもこの傾向が現れる。また、クランク軸応力の実測値には、回転数の上昇につれ、軸系振動特

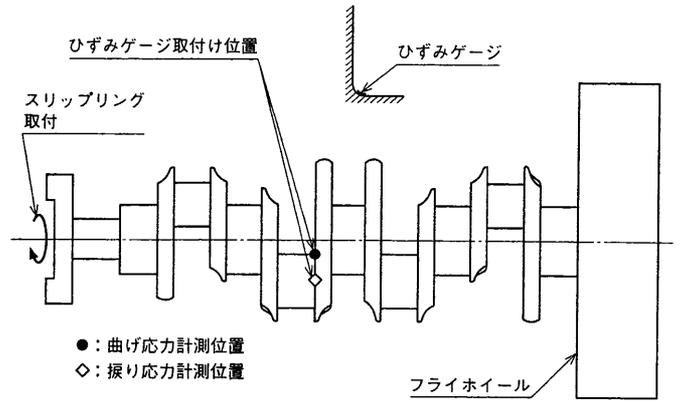


図8 クランク軸応力計測位置(4気筒機関の例) クランクピン部にひずみゲージを張付け、信号は軸端スリップリングを介して取出す。
Measuring point of bending/twisting stress on crankshaft

性に起因する高次変動成分が多く重畳するようになるが、計算結果にもこの影響が現れており、計算結果と実測結果は実用上十分な精度で一致している。

4. ま と め

エンジン高出力運転時のクランク軸動的信頼性を評価する技術としてクランク軸の曲げ/振り/縦連成振動特性を考慮したクランク軸振動応答/振動応力解析法を開発した。本手法を用いて評価したクランクピン部曲げ/振り応力は、実測結果と精度良く一致し、その妥当性が検証された。

将来的にも、ロングストローク化や高回転数化が更に進むことにより、クランク軸のさらされる条件はますます過酷になっていくことが予測される。今後は、本予測手法を用いて弾性継手など軸系振動特性制御デバイスの適用による高次振動応力低減対策、バランスウェイト最適化による高回転数運転時の慣性力の影響低減対策等の効果を評価し、クランク軸の高信頼設計に反映していくとともに、本手法を各部起振力評価法、クランクケース応答評価法⁽²⁾⁽³⁾とリンクさせ、エンジン設計のトータルシステムとして展開していく予定である。

参 考 文 献

- (1) Ohta, K. et al., Analysis of main bearing impact induced by crankshaft vibration, INTER NOISE '93 Belgium (1993)
- (2) 太田ほか, クランクケースの音響振動特性の予測, 三菱重工技報 Vol.26 No.4 (1989)
- (3) 太田ほか, エンジン騒音の予測, 三菱重工技報 Vol.30 No.4 (1993)