

圧電体・構造・音場連成系の振動音響特性解析法

Analysis of Vibro-Acoustic Characteristics of Structures Embedding Piezoelectric Elements

技術本部 太田和秀*¹ 本田 巖*²
長崎造船所 岩田賢司*³

本報では、圧電体の剛性を含めた任意三次元形状構造系の振動特性をモーダルパラメータとして求め、別途求めた圧電体の圧電特性や音場の境界インピーダンスをモーダル解析法で結合して電気-機械-音響変換特性を簡便に計算する方法を提案した。さらに本計算法をノード支持型超音波振動子の設計に適用し、送受波特性の計算を行い、実測結果と比較して計算法の妥当性を検証した。また、ノード支持型超音波振動子を若干改良して高速艇の姿勢制御用ハイトセンサに適用し、振動による雑音の低減を達成するとともに、十分な精度で波高検知が可能であることを確認した。

This paper presents the theoretical prediction method of vibro-acoustic properties of structures embedding piezoelectric elements. This method is based on modal analysis combining vibratory structural features and piezoelectric effects. The fluid loading effect due to surrounding structures takes acoustic radiation into consideration. The vibratory and acoustic response of node-support transducer devices can be analyzed, for example. Calculated and measured results of electrically induced vibration, emitted sound pressure, and the directivity patterns agree well. Properly adjusted, node-support transducer can be applied to ultrasonic ranging as a height sensor enable the motion of high-speed craft to be controlled, reducing self-noise induced by structural vibration. Height measurement results show the good linearity and accuracy within an error of 0.04m.

1. はじめに

素子単体で電気力学量と弾性力学量間の直接変換が可能な圧電体は、高速応答性、小型軽量などの長を有しており、高速精密制御、小型高性能化など製品の高機能化を図るため、各種製品へ組込まれている。圧電体応用製品としては水中の送受波器、振動ジャイロ、超音波モータ、燃料微粒化装置、アクチュエータ等があり、今後もその応用範囲は拡大していくと見られる。

圧電体応用製品の設計においては圧電体と構造系の相互作用を考慮することが必要で、特に水中超音波機器の場合には、圧電体-構造系-音場の相互作用を正確にモデル化した各構造の最適形状や特性の決定が必要である。従来の圧電体(電気)-構造系(機械)-流体(音響)の相互変換系の解析に関する研究⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾は、一次元、二次元、軸対称体に関するものが多く、任意三次元形状に関する解析法は有限要素法(FEM)を用いた例⁽⁴⁾⁽⁵⁾があるが、音場の境界インピーダンスが周波数とともに変化する場合の周波数応答解析にはかなりの計算時間が必要となる。

したがって任意三次元形状の圧電体応用機器における電気-機械-音響変換特性を効率的に計算できる設計計算法の開発が重要な課題となっていた。本報では圧電体の剛性を含めた構造系の振動特性を実験やFEM計算でモーダルパラメータとして求め、別途求めた圧電体の圧電特性や音場の境界インピーダンスをモーダル解析法で結合して電気-機械-音響変換特性を簡便に計算する方法を提案した。さらに本計算法をノード支持型超音波振動子の設計に適用し、送波特性(電気入力時の振動応答、放射音圧、指向性)や受波特性(音波による電気出力)の計算を行い、実測結果と比較して計算法の妥当性を検証するとともに、高速艇の姿勢制御用ハイトセンサに適用し、振動による雑音の低減、音響出力の向上並びに、十分な精度で波高検知が可能であることを確認した。

2. 計 算 法

2.1 解析モデル

図1に示すような三次元弾性体①を考える。弾性体の境界の一部③は流体⑥に接している。圧電体②には電極④、⑤が取付けられている。弾性体の減衰は速度に比例した減衰力を考える。

2.2 圧電基本式

チタン酸バリウムやPZTのような圧電セラミックスは分極前は等方性であるが分極後は分極軸が回転対称軸になる。この対称軸を第3軸に選んで弾性定数 c^E 、圧電応力定数 e 、誘電定数 ϵ^S を定める。

e 形式の圧電基本式は式(1)で表される⁽⁶⁾。

$$T = c^E S - e^T E \quad D = e S + \epsilon^S E \quad (1)$$

ここで、 $T = (T_1, T_2, \dots, T_6)^t$ 、 $D = (D_1, D_2, D_3)^t$ 、 $S = (S_1, S_2,$

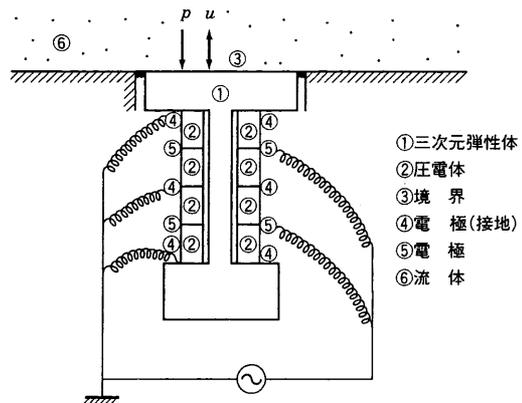


図1 解析モデル 圧電体②を含む三次元弾性体①を考える。弾性体の境界の一部③は流体⑥に接しており、弾性体が振動すると流体から反力を受ける。
Analytical model

*1 長崎研究所振動研究室長 工博

*2 長崎研究所振動研究室主務

*3 特殊機械部主査

..., S_6)^t, $E = (E_1, E_2, E_3)^t$ は各々、応力、電気変位、ひずみ、電界ベクトルを、 e , ϵ は圧電体の圧電応力、誘電率行列を表す。

2.3 連成系の平衡方程式

圧電体の圧電応力効果による力 F_E や音場からの反力 F_P を考慮した弾性体の運動方程式は FEM 表示を用いると式(2)となる⁽⁴⁾。

$$(-\omega^2 M + j\omega C + K)u = F - F_E + F_P \quad (2)$$

ここで、 M , C , K は弾性体の質量、減衰及び剛性行列を、 u , F は振動変位、外力ベクトルを表す。

圧電応力効果による力 F_E は圧電応力行列 Θ , 電位ベクトル ϕ を用いると、式(3)となる。

$$F_E = \Theta\phi \quad (3)$$

弾性体が振動するときに流体との境界面に発生する振動速度 $j\omega u$ に比例した音圧 p を各節点の力 F_P に変換すると式(4)が得られる。

$$F_P = j\omega Z u \quad (4)$$

ここで、 Z は音場の境界インピーダンス行列であり、境界要素法 (BEM) や理論解析で求めることができる。

また圧電体内の電場の平衡方程式はキャパシタンス行列 G , 電気端子面の電荷ベクトル Q を用いて式(5)で表される。

$$\Theta^t u - G\phi = Q \quad (5)$$

式(3), (4)を式(2)に代入し、式(5)と連立させて、圧電体一弾性体一音場連成系の平衡方程式として式(6)を得る。

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 M + j\omega(C - Z) + K & \Theta^t \\ \Theta & -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ Q \end{bmatrix} \quad (6)$$

2.4 モーダル解析法の適用

圧電体を含む三次元弾性体を FEM 形式でモデル化し、自由度が大きく計算量が膨大となる式(6)にモーダル解析法を適用し、自由度の縮小を行う。

電気系、音響系や構造減衰の影響がない場合の弾性体単独の運動方程式は式(7)のように表される。

$$(-\omega^2 M + K)u = 0 \quad (7)$$

式(7)を解いて式(8)の固有振動特性が得られる。

$$\tilde{M} = \Psi^t M \Psi = [\tilde{m}_n] \quad \tilde{K} = \Psi^t K \Psi = [\tilde{m}_n \omega_n^2] \quad (8)$$

ここで、 ω_n , Ψ_n , $m_n = \Psi_n^t M \Psi_n$ は各々第 n 次の固有角周波数、固有振動モードベクトル、有効質量を、 $\Psi = [\Psi_1, \dots, \Psi_N]$ は振動モード行列を表す。

構造減衰の影響が小さい場合には減衰行列 C についても次の直交性を仮定することができる。

$$\tilde{C} = \Psi^t C \Psi = [2\zeta_n \omega_n m_n] \quad (9)$$

ここで電気系、音響系と連成した弾性体の振動変位 u を弾性体単独の固有振動モード Ψ_n の線形結合で表す。

$$u = \sum_{n=1}^N \Psi_n a_n = \Psi a \quad (10)$$

ここで、 $a = (a_1, a_2, \dots, a_N)^t$ はモーダル応答ベクトルを表す。式(10)を式(6)に代入し、さらに直交性も考慮すると次のモーダル座標で表した平衡方程式(11)が得られる。

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 \tilde{M} + j\omega(\tilde{C} - \tilde{Z}) + \tilde{K} & \Psi^t \Theta \\ \Theta & -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi^t F \\ Q \end{bmatrix} \quad (11)$$

式(11)は弾性体に外力 F , 電気端子に電荷 Q を流入させた場合の連立一次方程式であり、周波数ごとにモーダル応答 a , 電位 ϕ を求める。また式を変形すれば電位 ϕ を入力した場合の応答を求めることができる。

式(11)の自由度はモード数+電気端子の節点数であるので式(6)の自由度よりはるかに小さくなり計算が容易になる。また電気端子の電位が一様である場合には自由度はモード数+1にまで低減

することができるのでさらに計算が効率的に行える。さらに式(11)を変形すれば電気アドミッタンス $Y = \phi / I$ も求めることができるが詳細は省略する⁽⁶⁾。

2.5 計算手順

本計算法は以下の3ステップに分けることができる。

- (1) 弾性体単独の固有振動特性をモーダルパラメータとして求める。圧電体は剛性のみを考慮し電気的特性や音場影響は考慮しない。
- (2) 圧電体のキャパシタンス行列 G や圧電応力行列 Θ を FEM の手法を用いて別途求める⁽⁴⁾。また音場の境界インピーダンス Z を BEM による計算や理論解析で決定する。
- (3) 連成系の平衡方程式の次元をモーダル解析法を用いて縮小し、各周波数ごとに電圧駆動の場合の振動応答特性や放射音圧、音圧入力の場合の電圧出力、電気アドミッタンスの計算を行う。

3. 超音波振動子への適用

3.1 ノード支持型超音波振動子

基本的な圧電体応用機器として、圧電素子を積層構造にしたランジュバン振動子があり、強力超音波発生が可能である。この超音波振動子は水中通信・探査用送受波器のほか洗淨、霧化、微粒化装置等にも応用されている。本報では縦振動モードのノード位置を支持する構造の超音波振動子について空中、水中における電気・音響特性の解析を行い、実験結果と比較検討した。

3.2 超音波振動子の構造

図2にノード支持型超音波振動子の構造を示す。圧電セラミックスを2層ずつフロントマス、中央支持部、リヤマスの間に挿入しボルトで締付ける。積層するセラミックスの分極特性は互いに逆方向とし、その間にリヤ青銅電極を挿入する。中央支持部は深度圧に耐えるためねじ構造とし、縦1次モードのノード(節)位置としており、中央支持部に振動外乱が伝達されても縦1次モードは励振されにくく、受波時における電気雑音が発生しにくい。

3.3 弾性体単独の固有振動特性

図3(a)にソリッド要素を用いた弾性体単独の FEM モデルを示す。構造の対称性を利用して1/4構造だけをモデル化している。100 kHz 以下の縦振動主体のモードを対象としてモデル化を行い、節点数は580である。図3(b)に固有振動数、振動モードの計算結果を示す。縦1次モードの固有振動数は31.7 kHz であり、中央支持部の振動変位がほぼ0になっている。従って中央支持部においてねじ結合しても1次モードの振動特性はほとんど変化しない。

3.4 電気アドミッタンス

図4に水中における電気アドミッタンス $Y = I / \phi$ の計算結果と実験結果の比較を示す。また音場の境界インピーダンスは無限バツフル中のピストン円板の理論解析結果⁽⁶⁾を用いた。計算には100

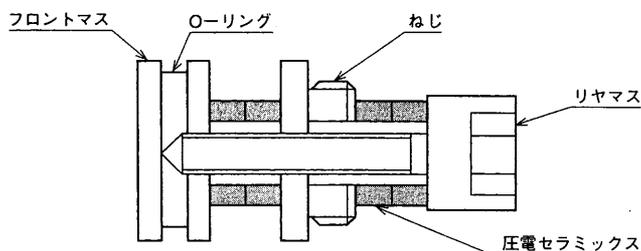


図2 ノード支持型超音波振動子 中央支持部が縦1次モードのノード(節)位置になる構造であり、中央支持部に振動外乱が伝達されても縦1次モードは励振されにくい。
Node support transducer

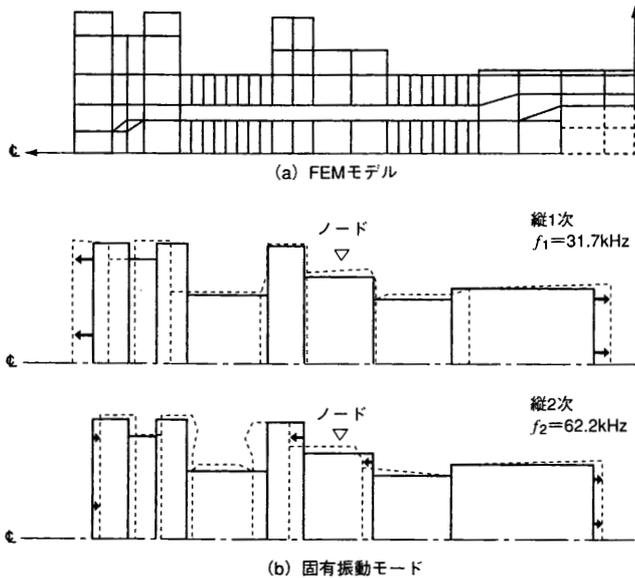


図3 振動子のFEMモデルと固有振動モード 超音波振動子における弾性体単独のFEMモデルでは、構造の対称性を利用して1/4構造だけソリッド要素を用いてモデル化した。縦1次振動数は31.7 kHzであり縦1次モードでは中央支持部の振動変位がほぼ0になる。 FEM model and vibration mode of transducer

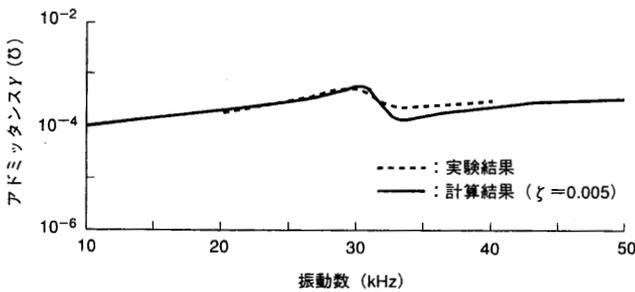


図4 水中における電気アドミタンス 水中では水の放射抵抗(音響インピーダンスの実数部)によって見掛け上の減衰が増加し、共振点、反共振点の先鋭度が鈍くなっている。アドミタンスの実験値と計算値はほぼ一致している。 Electrical admittance in water

kHz以下の3個のモードを用い、各モードの減衰比は $\zeta_n=0.005$ とした。計算結果と実験結果は実用上十分な精度で一致しており、共振、反共振振動数の計算誤差は5%以下である。共振点、反共振点の先鋭度が鈍くなっているのは水の放射抵抗(音響インピーダンスの実数部)によって見掛け上の減衰が増加したことによる。

3.5 受波特性

図5にはフロントマス先端に $p=0.2$ MPaの音圧が作用した場合に、電気端子に発生する電位の計算結果を示す。受波特性の電位ピークに対応する振動数は電気アドミタンスの反共振点であり、受波感度の最大値は -175 dB(基準の電位/音圧1 V/ μ Pa)である。水の音響放射抵抗による減衰が大きく、弾性体のモード減衰比を $\zeta_n=0.0\sim 0.01$ の範囲で変化させても電気アドミタンスの変化は小さい。

3.6 音響放射特性

電気端子に電圧を入力した場合のフロントマス先端の加速度 a を式(10)、(11)で求め、ピストン円板と仮定して式(12)でフロントマス中心点から距離 R にある点Aの音圧 $p(R, \delta)$ を計算する。

$$p(R, \delta) = \frac{\rho r^2 a e^{j(\omega t - kr)}}{R} J_1(kr \sin \delta) / kr \sin \delta \quad (12)$$

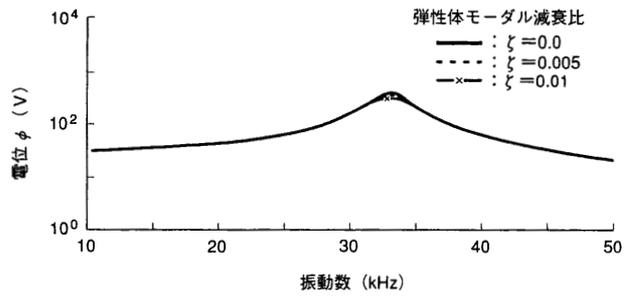
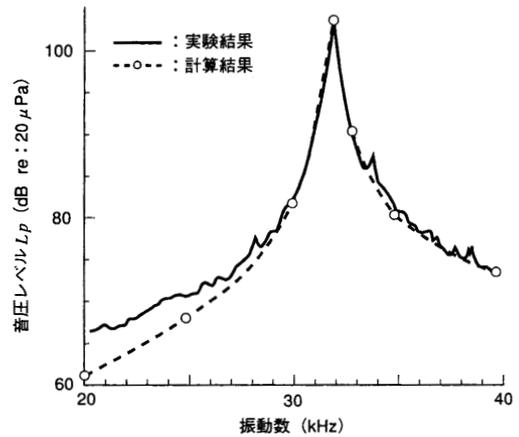
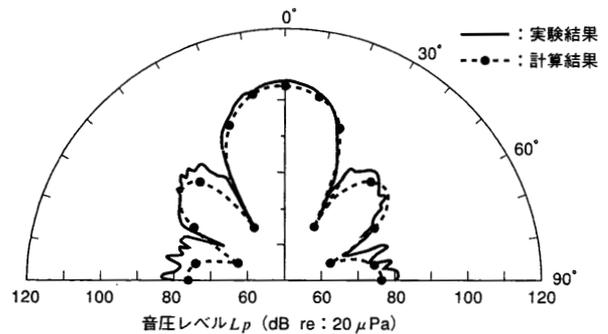


図5 水中における受波感度 Pressure induced electric potential in water



(a) 送波音圧 $R=0.5$ m



(b) 空中における指向特性

図6 送波特性 送波音圧及び指向性の計算結果は実験結果と良く一致している。 Frequency response and directive pattern of emitted sound pressure

ここで、 $J_1(x)$ は1次のBessel関数、 ρ は流体の密度、 r はフロントマス半径、 k は波数、 δ は方位角である。

図6に入力電圧10 V、 $R=0.5$ m、 $\delta=0^\circ$ としたときの空中における放射音圧及び指向性の計算結果と実験結果の比較を示す。計算結果と実験結果は良く一致しており、本計算法は任意形状の圧電体機器設計に十分活用できることが確認できた。

4. 高速艇用ハイトセンサの開発

4.1 高速艇用ハイトセンサ

水中翼を有した高速艇では艇体の姿勢制御用信号として艇体の振動加速度や動揺角等に加え、海面からの距離(以下、波高と称す)が重要な信号として用いられている。波高の計測には超音波が用いられており、送波時刻と海面からの反射波の受波時刻を検出し、この時間差 t と音速 c の積から波高を推定している。

高速艇用ハイトセンサ(波高計)の場合には、取付け位置の振

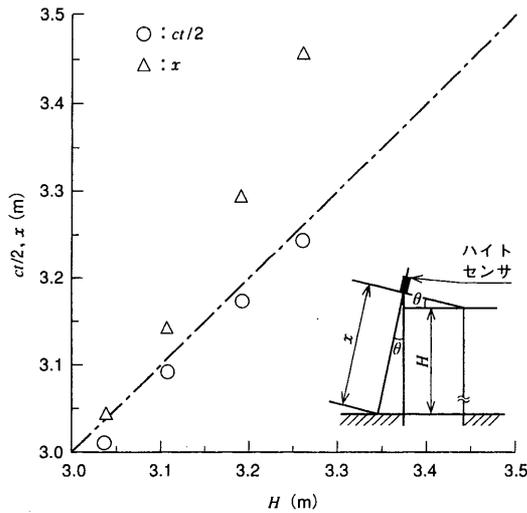


図7 波高と受波時間の関係 時間差 t は、送波方向 θ に関係なく、海面までの垂直距離 H に比例している。
Relationship between height and time delay

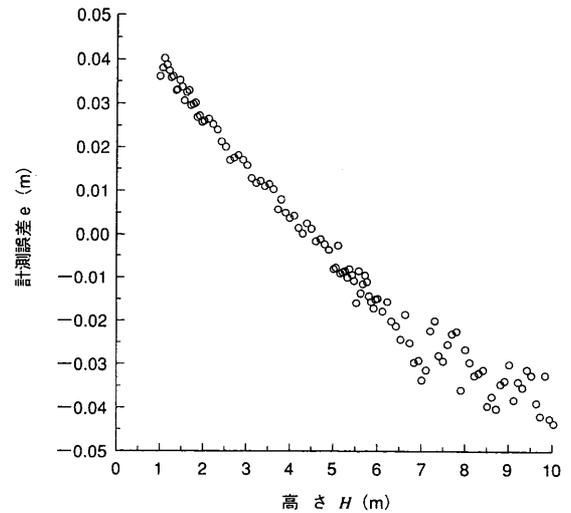


図8 波高の計測誤差 ハイトセンサ出力は良い線形性を有し、波高計測誤差は 0.04 m 以下と十分小さいことを確認した。
Error of measured results of wave height

動や背景雑音が大きいのなど設置環境が悪いので、SN 比低下の問題がある。加えて、ハイトセンサが船首に取付けられることから、航走中の海水による疲弊、波浪による衝撃等の問題もあり、高速艇用のハイトセンサとしては、振動雑音や背景雑音に対して強く、耐衝撃性に優れて信頼性の高いことが要求される。このような要求にこたえるため、ノード支持型超音波振動子を応用した高速艇用ハイトセンサを開発した。

4.2 超音波振動子の改良

高速艇用ハイトセンサでは、取付部に伝搬する主機関等の振動及び送波時に生じる送波用振動子の振動によって、受波用振動子が自己雑音を生じる可能性がある。そこで、ノード支持型超音波振動子の中央支持部を正確にノード位置で支持するようにフランジを設け、これを支持構造に締付ける。

4.3 送受波特性

本ハイトセンサでは、時間とともに減少するしきい値曲線を越えたレベルを検出したときに反射波とすることとした。しきい値曲線の値は送波直後に観測される送波音圧や送波用振動子に起因した振動による自己雑音の大きな振幅が継続している間はそれより十分に大きくし、海面からの反射波が到達する時刻にはセットノイズレベルより若干大きくなるように、実測結果を基に決定した。

図7には海面に対する音波の入射角 θ を $\theta = 0 \sim 30^\circ$ の範囲で変化させたときの海面までの高さ H と送受波の時間差 t の計測結果から推定した距離 $ct/2$ の関係を示す。また、送波方向に測った海面までの距離 x も併せて示している。

時間差 t は、送波方向における海面までの距離 x ではなく、海面までの垂直距離 H に比例している。これは、図6(b)に示すように超音波振動子の指向性が比較的広いことによるものと考えられる。

4.4 ハイトセンサ性能

上述の検討結果に基づいてハイトセンサを試作した。諸元は次のとおりである。

使用周波数： $f = 32 \text{ kHz}$

バースト波送波時間： $\Delta T = 20/32 \text{ ms}$

送波出力： 105 dB 距離 1 m (基準の音圧レベル $20 \mu\text{Pa}$)

送波周期： $0.05 \leq T \leq 0.1 \text{ s}$

検出波高： $1.0 \leq H \leq 10.0 \text{ m}$

波高は相関処理をした受波信号がしきい値曲線を横切る最初の時間を用いて決定しているため、反射波のレベル及びしきい値曲線の設定の仕方によって誤差を生じる。

垂直入射の場合の波高計測結果の誤差を図8に示すが、計測誤差は 0.04 m 以下と十分小さく、実用上十分な精度を有していることを確認した。

5. む す び

- (1) ノード支持方式超音波振動子の電気アドミッタンスや送受波特性の計算を行い、実験結果と比較して本計算法が十分な妥当性を有していることが確認できた
- (2) ノード支持型振動子を改良して、高速艇用ハイトセンサに適用し、振動による自己雑音を低減するとともに、相関処理を行うことによって背景雑音に埋れた反射波を抽出できることを示した。また、航走中の波高を十分な精度で計測できることを示した。
- (3) 本計算法は超音波振動子だけでなく、超音波モータの駆動体⁽⁶⁾などの圧電体応用機器の特性解析に有効に活用できるとみられるので、引き続き検討を行っていく予定である。

参 考 文 献

- (1) 安藤ほか、プラスチック溶接用超音波振動体の有限要素シミュレーション、電子情報通信学会論文誌 Vol.J 70-A, No.6 (1987)
- (2) 山淵ほか、圧電電界分布も考慮にいたった超音波円柱振動子の有限要素解析、日本音響学会誌 37 巻 7 号 (1981)
- (3) 山淵ほか、二次元電気・機械振動子の有限要素シミュレーション、日本音響学会誌 30 巻 7 号 (1974)
- (4) 加川ほか、有限/境界要素法、オーム社 (1984)
- (5) 尾上ほか、固体振動論の基礎、オーム社 (1982)
- (6) 太田ほか、圧電体の音響振動特性解析法、電子情報通信学会 EA 90-49 (1990)