

# 長大橋の効率的非線形地震応答解析法の開発

## Development of Efficient Non-linear Seismic Response Analysis Method for Long Span Bridge

技術本部 井上 幸一\*<sup>1</sup> 森下 邦宏\*<sup>2</sup>

広島製作所 上平 悟\*<sup>3</sup>

菱明技研株式会社 佐々木 伸幸\*<sup>4</sup>

株式会社リョーセンエンジニアズ 山本 利弘\*<sup>5</sup>

近年、橋梁の耐震設計では、地震時の非線形地震応答の評価が重要となっている。しかし、大規模構造かつ複雑な長大橋に対して直接非線形応答解析を行う場合、多くの計算時間を要し、一般に容易でない。本研究では、忠実に三次元立体骨組系でモデル化した大節点構造物である長大橋の非線形応答を効率的に求める非線形地震応答解析手法を開発した。解析では、(1)質量凝縮法(自由度の縮小)を適用、(2)収束計算を必要としない陽的な数値積分法を開発した。本手法を適用した試設計長大吊橋の非線形地震応答解析結果より、従来法と同精度の結果を約1/10の計算時間で得られることを確認した。

The seismic design of bridges requires that nonlinear response in great earthquakes be evaluated. Nonlinear response analysis of long-span bridge with complicated structures requires much calculation time and is inefficient. We developed an efficient way to evaluate nonlinear seismic response. This involves the mass condensation method and the developed explicit integration scheme enabling us to analyze the nonlinear seismic response of large 3-D model. The results of nonlinear analysis using 3-D suspension bridge model indicated to obtain the same accurate results as using the conventional method in a shorter calculation time, which is about one tenth of the time with the conventional method.

### 1. ま え が き

橋梁の耐震設計において、吊橋、斜張橋、アーチ橋などの地震時挙動が複雑な長大橋については、明確な解析・評価手法が確立されていないのが現状であり、特に、激震時での非線形性を考慮した振動・応答特性の評価が重要となっている<sup>(1)</sup>。しかし、従来の計算手法(ニューマークβ法等)を用いた大節点構造全橋モデルの非線形動的解析は、多大な計算時間を要するため、非線形要素を考慮した耐震対策検討のように、多数の解析を必要とするケーススタディは困難となる。

本報では、大規模かつ複雑な長大橋を厳密にモデル化した大節点三次元骨組モデルに対し、その非線形応答を高精度かつ効率的に解析する手法を開発したので紹介する。解析手法は、①質量凝縮法(従来から用いられている手法を、非線形の時刻歴応答解析に適用できるように拡張したものにより、自由度の縮小を行う)、②効率的な陽的積分法(本研究にて開発した収束計算不要の積分法)に基づき定式化を行った。この解析手法の定式化概要について述べるとともに、本手法の妥当性について説明する。

次に、本手法の適用例として、試設計した長大吊橋に兵庫県南部地震観測波を入力した場合の非線形地震応答解析結果を示し、従来法との比較により、その精度及び計算の効率化に関する考察を行った。

これに基づき、耐震対策案検討のためのケーススタディへの適用性、有効性を検討した。

### 2. 解 析 方 法

大節点構造物モデルの非線形地震応答解析を行うための手法として、①質量凝縮法を適用し、②新たな陽的積分法を開発した。以下に、各方法の効果及び定式化について説明する。

#### 2.1 質量凝縮法

大次元マトリックスの運動方程式を取扱う場合、実用的な解法として自由度の縮小による近似解法<sup>(2)</sup>が知られている。

これは、従来、線形な系の固有値解析などに対し用いられるのが一般的であるが、この手法を拡張することにより非線形の時刻歴応答解析にも適用可能である<sup>(3)</sup>。長大橋のような大節点数のモデルではパラメータ数が多く、直接、運動方程式を解くには莫大な時間を要する。

そこで、独立に変化する主要節点変位の数を制限し、他の節点はこれに従属するとして、運動方程式の次元を小さくする手法が質量凝縮法である。ここでは、拡張された質量凝縮法<sup>(3)</sup>の概要を説明する。

主要節点変位を  $\{x_m\}$ 、従属節点変位を  $\{x_s\}$  とすると、運動方程式は式(1)で表される。

$$\begin{bmatrix} M_m & 0 \\ 0 & M_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_m \\ \ddot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{mm} & C_{ms} \\ C_{sm} & C_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{mm} & K_{ms} \\ K_{sm} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_m \\ x_s \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} M_m & 0 \\ 0 & M_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_m \\ e_s \end{Bmatrix} \ddot{y}_0 \quad (1)$$

ここで、

$M, K, C$ : 質量, 剛性, 減衰マトリックス

$e$ : 方向を表す単位ベクトル

$\ddot{y}_0$ : 入力加速度

添字  $m, s$ : 主パラメータ, 従パラメータの値

次に式(1)を分解、整理することにより、凝縮された系全体の運動方程式として式(2)が得られる。

(2)式に数値積分を適用し、主パラメータの節点変位  $\{x_m\}$  を求めた後、式(3)により従パラメータ節点変位  $\{x_s\}$  を求める。これにより、主パラメータに関する自由度のみで計算を行い、その後他節点の応答を計算するため、運動方程式中のマトリックスの縮

\*1 広島研究所鉄構・土木研究室主務

\*2 広島研究所鉄構・土木研究室

\*3 鉄構技術部橋梁設計課

\*4 コンサルタント事業推進室主任

\*5 技術計算センター構造解析課長 工博

小が可能となる。ただし、主パラメータとしては、系全体の地震応答を代表する主要な節点パラメータ、及びすべての非線形部材の両端節点を採用することが必要となる。

$$\left. \begin{aligned} [M_m^*]\{\ddot{x}_m\} + [C_{nm}^*]\{\dot{x}_m\} + [K_{nm}^*]\{x_m\} &= -\{q_m^*\}\ddot{y}_0 \\ [M_m^*] &= [M_m] + [K_{ms}][K_{ss}]^{-1}[M_s][K_{ss}]^{-1}[K_{sm}] \\ [C_{nm}^*] &= [C_{nm}] + [K_{ms}][K_{ss}]^{-1}[C_{ss}][K_{ss}]^{-1}[K_{sm}] \\ &\quad - [K_{sm}][K_{ss}]^{-1}[C_{sm}] - [C_{ms}][K_{ss}]^{-1}[K_{sm}] \\ [K_{nm}^*] &= [K_{nm}] - [K_{ms}][K_{ss}]^{-1}[K_{sm}] \\ [q_m^*] &= [M_m]\{e_n\} - [K_{ms}][K_{ss}]^{-1}[M_s]\{e_s\} \\ \{x_s\} &= -[K_{ss}]^{-1}[K_{sn}]\{x_n\} + [K_{ss}]^{-1}[M_s][K_{ss}]^{-1}[K_{sn}]\{\ddot{x}_n\} \\ &\quad + [K_{ss}]^{-1}[C_{sn}][K_{ss}]^{-1}[K_{sn}]\{\dot{x}_n\} - [K_{ss}]^{-1}[C_{sm}]\{\dot{x}_n\} - [K_{ss}]^{-1}[M_s]\{e_s\}\ddot{y}_0 \end{aligned} \right\} (2)$$

$$\left. \begin{aligned} [K_{nm}^*] &= [K_{nm}] - [K_{ms}][K_{ss}]^{-1}[K_{sm}] \\ [q_m^*] &= [M_m]\{e_n\} - [K_{ms}][K_{ss}]^{-1}[M_s]\{e_s\} \\ \{x_s\} &= -[K_{ss}]^{-1}[K_{sn}]\{x_n\} + [K_{ss}]^{-1}[M_s][K_{ss}]^{-1}[K_{sn}]\{\ddot{x}_n\} \\ &\quad + [K_{ss}]^{-1}[C_{sn}][K_{ss}]^{-1}[K_{sn}]\{\dot{x}_n\} - [K_{ss}]^{-1}[C_{sm}]\{\dot{x}_n\} - [K_{ss}]^{-1}[M_s]\{e_s\}\ddot{y}_0 \end{aligned} \right\} (3)$$

2.2 陽的数値積分法

積分法に関しては、従来、無条件安定で高精度解が得られるとされるニューマークβ法 (β=1/4) が採用されている。

ただし、この手法では解の取束計算が必要となり、計算時間が長くなるため、これに代る、取束計算を必要としない陽的な積分法を開発した。

非線形系の地震応答を表す運動方程式は式(4)で与えられる。

$$m\ddot{x}_{n+1} + c\dot{x}_{n+1} + p_{n+1} = -me\ddot{y}_{n+1} \quad (4)$$

ここで、

- $m, c, k$ : 質量, 減衰, 剛性マトリックス
- $\ddot{x}, \dot{x}, x$ : 加速度, 速度, 変位ベクトル
- $e$ : 地震の方向を示す単位ベクトル
- $\ddot{y}$ : 入力加速度
- $p_{n+1}$ : 非線形復元力
- 添字  $n$ : 時間ステップ

ニューマークβ法 (β=1/4) の速度, 変位式, 式(5)に示す予測因子  $\tilde{x}_{n+1}$ , 及び予測因子を与えて得られる非線形復元力  $\tilde{p}_{n+1}$  を用いて式(4)を整理すると, 式(6)が得られる。

$$\tilde{x}_{n+1} = x_n + \Delta t \dot{x}_n + \Delta t^2 \ddot{x}_n / 4 \quad (5)$$

$$m\ddot{x}_{n+1} + c\dot{x}_{n+1} + kx_{n+1} = -me\ddot{y}_{n+1} - (\tilde{p}_{n+1} - k\tilde{x}_{n+1}) - \{(\rho_{n+1} - \tilde{p}_{n+1}) - k(x_{n+1} - \tilde{x}_{n+1})\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_{n+1} &= (I + \Lambda)\ddot{x}_{n+1} \\ \Lambda &= (m + \Delta t c / 2 + \Delta t^2 k / 4)^{-1} \Delta t^2 (\tilde{k}_{n+1} - k) / 4 \end{aligned} \right\} (7)$$

ここで、 $I$  は単位マトリックスである。

(7)式で  $(\tilde{k}_{n+1} - k)$  は非線形結合されていないパラメータに関しては常に0となる。また、 $(\tilde{k}_{n+1} - k)$  の項により、各ステップの接線剛性と線形剛性の補正を考慮しており、適用できる復元力特性としては、任意の関数形 (接線剛性が初期剛性よりも大きくなる特性も含む) が可能である。

計算では式(5)より、 $n$  ステップの結果を用いて  $n+1$  ステップの予測因子を計算し、式(7)より  $n+1$  ステップの応答が陽的に計算可能となる。

2.3 解析法の精度検討

2.3.1 積分法の適用条件の検討

提案した積分法の精度, 適用条件の設定を検討するため、開発した解析手法とニューマークβ法 (β=1/4) (以下、従来法と称す) 及びサブストラクチャ・スード実験に有用とされるOS法<sup>(4)</sup>を用いた計算を実施し、その比較を行った。

対象モデルとしては高次振動の影響を見るため、図1に示す2自由度系 (完全弾塑性形の非線形ばねを含む) を用い、モデルの線形1次固有周期をパラメータとして0.5~2.0sまで変化させ

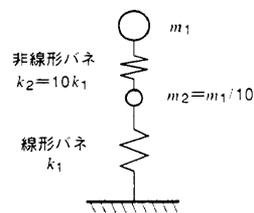


図1 2自由度系モデル 積分法の適用条件検討用モデルを示す。 2 degree of freedom model

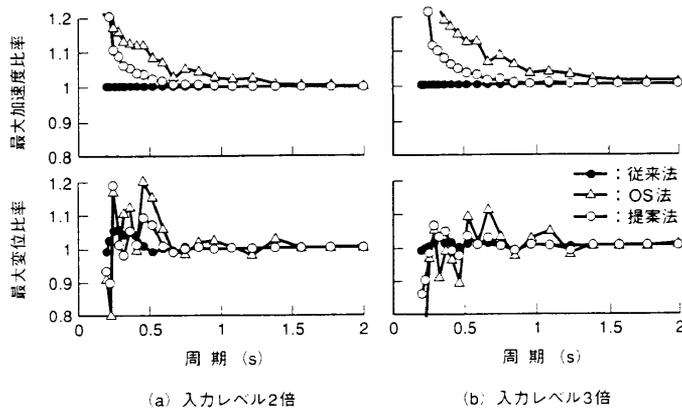


図2 解析結果の比較 固有周期の変化による各解析法の最大応答値と基準値の比率を示す。 Comparison of results

た。ただし、2次の周期に関しては、簡単のため1次の1/12倍となるように設定した。減衰は線形範囲のモード減衰定数を5%で与え、解析での計算時間刻みは0.01sで統一した。また、精度を高めるため1次固有周期の1/100以下の時間刻みを用いた従来法による解析を行い、その結果を基準値とした。入力地震波は神戸海洋気象台NS波 (最大加速度818Gal) を使用した。復元力特性の降伏変位に関しては、応答塑性率のレベルを合わせるためにあらかじめ上記原波形 (818Gal) を入力して線形計算を行い、その結果の最大応答変位の値に設定した。

非線形解析では、モデルを塑性化させるため地震入力最大加速度を原波形の2倍及び3倍として入力した。この解析結果を図2に示す。図2は横軸にモデル固有周期、縦軸に上記基準値に対する各解析法の最大応答値の比率を示す。

図2の比較より、積分法の違いにより変位及び加速度比率の差異が現れておりOS法と比較して、本手法の方が精度が良いことが分かる。基準値に対する比率を2~3%以下に抑えるためには、1次周期として0.6s以上の範囲となる。また、1次周期0.6sに対応する2次周期は0.05sとなる。時間刻み (0.01s) との関係に着目すると、2次周期を5分割した値となる。

以上の結果から、本提案法を用いる場合、基準値と同精度に高次振動の影響を考慮するための適用条件としては、時間刻みと固有周期の関係より、時間刻みを非線形部材の局所振動モード固有周期の1/5以下とする必要があることが確認できた。

2.3.2 長大橋への適用性検討

次に長大橋への適用性確認のため、図3に示す橋長1500m (中央径間900m, 側径間300m) の桁 (けた) 橋モデルを用いて、非線形地震応答解析を行った。モデルは53節点であり、橋脚部に非線形特性を導入した。ここでは、2.1節に示した質量凝縮法の影響

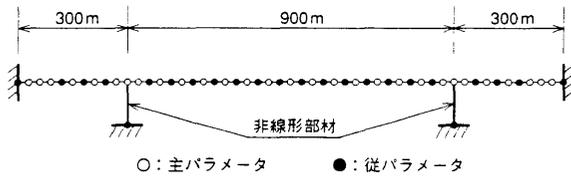


図3 桁橋モデル 長大橋への適用性確認のための解析用モデルを示す。  
Girder bridge model

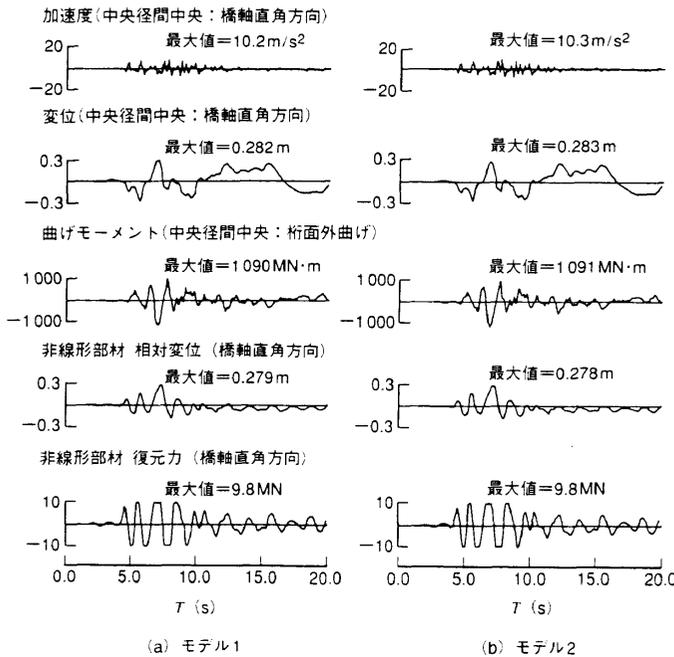


図4 応答時刻歴の比較 長大橋モデルに対する提案法と従来法による解析結果の比較を示す。  
Comparison of time histories

も見るため、モデル1では固定点以外の49節点を主パラメータとし、積分法は従来法を用いた。またモデル2では、図3に示すように主パラメータを25節点とし、積分法は本提案法を用い、数値計算での時間刻みは前項に示した適用条件に従い、局所振動モード周期0.025sの1/5(0.005s)以下の0.004sとした。また、モデル1の時間刻みは更に短く0.0028sとした。

解析結果の比較を図4に示す。図より応答変位、加速度、断面力とも応答波形は良く合っており、最大値に関しても差は1%以下で、精度良く一致している。また、非線形要素の応答も同様である。

以上の結果より、本解析手法は積分法の適用条件を満足すれば、長大橋モデルに対しても十分適用可能であることが分かる。

### 3. 解析例

長大橋の解析例として、図5に示す3径間連続、中央径間1600mの試設計した吊橋モデルを用いて、地震応答解析を実施した。

まず、全部材を線形部材とした場合の地震応答解析の結果、支承部(タワーリンク及びウインド脊)反力とその耐力を上回る結果となった。これに基づき、耐震対策として、支承部に完全弾塑性形の復元力特性(それぞれ降伏荷重14.7MN、1.96MNと設定)を有するダンバ部材を設置した場合の検討を実施した。解析は、図6に示す神戸海洋気象台観測地震動3成分(NS、EW、

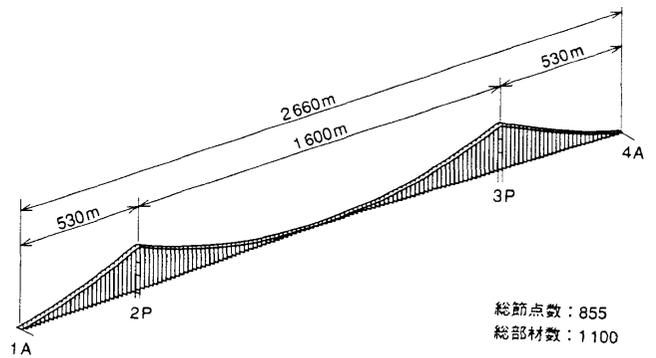


図5 長大吊橋モデル 長大橋モデルでの効率化確認用及び耐震対策検討用モデルを示す。  
Long suspension bridge model

表1 応答値の比較

Comparison between linear and nonlinear analysis

着目部位	応答値	方向	線形応答	非線形応答	非線形/線形
主桁中央	加速度 cm/s <sup>2</sup>	橋軸	82.0	82.1	1.00
		橋軸直角	1260.0	1070.0	0.85
	変位 cm	橋軸	24.2	24.1	1.00
		橋軸直角	34.0	28.6	0.84
桁塔付部	曲げモーメント MN・m	面内	99.0	75.3	0.76
		面外	537.6	380.5	0.71
主塔頂部	加速度 cm/s <sup>2</sup>	橋軸	1560.0	1540.0	0.99
		橋軸直角	620.0	760.0	1.23
	変位 cm	橋軸	30.2	30.2	1.00
		橋軸直角	35.4	34.9	0.99
主塔基部	曲げモーメント MN・m	面外	1306.0	1316.0	1.01
		面内	668.0	545.1	0.82

注) 主桁: 面内=鉛直軸回り, 面外=水平軸回り  
主塔: 面内=橋軸回り, 面外=橋軸直角軸回り

UD方向成分)を3方向同時入力した。計算時間刻みは、非線形要素の局所振動の生ずる高次モード周期の約1/5である1/2000sとした。また、比較のため、同様の解析を従来法を用いて行った。

解析結果より、計算時間に関しては、従来法を用いた場合は約10h必要としたが、本解析手法を用いた場合、約1hとなり、計算の大幅な効率化が図れる結果が得られた。また、精度に関しても、従来法とほぼ一致する結果が得られ、本解析手法の実用性、有効性が確認できた。

耐震対策構造に対する応答に関しては、表1及び図6に主要部の応答結果を示す。表1の線形解析結果との比較より、非線形特性を有するダンバ部材を設置することで、主要部材断面力に関して20~30%程度の低減が見られた。

また、図6より、表1のように応答低減効果が生じたのは、ダンバ部材が大きく非線形域に入ることによるエネルギー吸収効果、すなわち一種の免震効果によるものであることが分かる。ウインド脊では最大相対変位が10cm生じており、大きなエネルギーを吸収している。

これらの結果より、非線形部材を設置することで、地震応答の低減が図れ、耐震安定性を向上できることが確認できる。また、地震時にどの程度の変形性能を有するダンバ部材が必要であるかも定量的に把握可能である。

このように、本解析手法を用いることで、耐震対策の非線形特性や配置などに関するパラメトリックな検討を効率的に行うこと

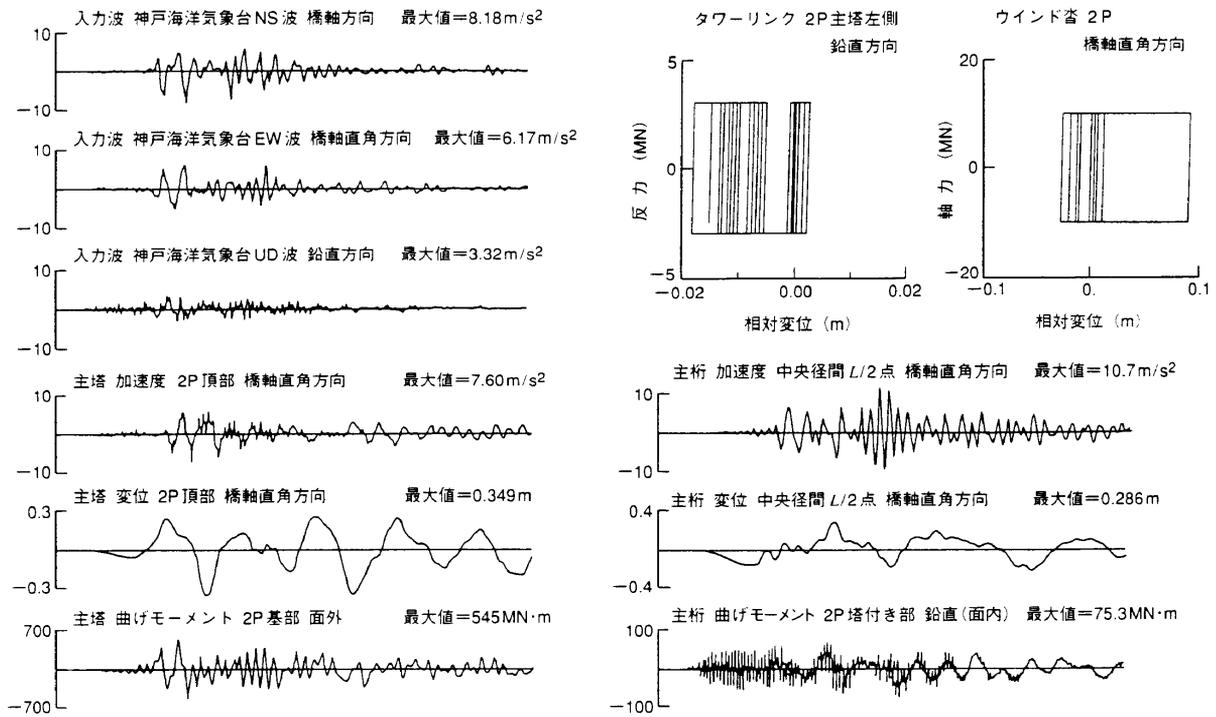


図6 解析結果 長大吊橋の主要部(桁中央, 塔頂部, 塔基部など)の時刻歴応答波形, 非線形部材の履歴曲線を示す。  
Analysis results

が可能となる。

#### 4. ま と め

従来, 計算に多大な時間を要した大節点構造物である長大橋に対する非線形地震応答解析に関し, 従来法と同精度でかつ大幅に効率的な解析手法の開発を行った。まとめると次のようになる。

- (1) 大節点構造となる長大橋の非線形地震応答を効率的に計算するための解析手法として, 質量凝縮法(マトリックスの縮小)及び陽的数値積分法(取束計算を必要としない)を用いた手法を開発した。
- (2) 開発した解析手法の基本精度を検討した結果, 従来法(ニューマーク $\beta$ 法)と同程度の精度の解を得るためには, 時間刻みを非線形要素の局部振動に対応する最短固有周期の $1/5$ 以下とすることが必要である。
- (3) 試設計した長大吊橋の非線形地震応答解析例より, 大節点構造物に対する解析時間は従来法の約 $1/10$ となり, 本解析手法を適用することで, 効率的な非線形解析が実現可能となった。
- (4) 例に示した応答解析結果より, 本例のような長周期構造物に短周期成分が卓越した直下型地震が作用した場合, 支承部の反

力が大きく生じ, 耐力を上回ることが確認された。耐震対策案の検討として, 支承部に非線形特性を与えることにより, 主桁などの断面力が低下する一種の免震効果が現れた。

本手法を用いることで長大橋の各種耐震対策案の効率的検討が可能となったため, 今後, 実大橋への適用を図り, より耐震性の優れた構造の実現に努めていきたい。

#### 参 考 文 献

- (1) (社)日本道路協会, 道路橋の耐震設計に関する資料, 丸善(1997)
- (2) 河島佑男, コンピュータによる構造工学講座II-4-A 動的応答解析, 培風館(1972)
- (3) 佐々木伸幸ほか, 部分構造供試体による仮動的実験(その1.基礎理論), 日本建築学会学術講演梗概集(1998) pp.191~192
- (4) 中嶋正愛ほか, サブストラクチュア仮動的実験のための数値積分法, 日本建築学会構造系論文報告集(1991) No.417 pp.107~117