

# 管群気柱振動応答計算法の研究 —流れ直角方向及び流れ方向の共鳴について—

Analysis of Flow-Induced Acoustic Resonance in Tube Banks  
—Resonance in Transverse and Flow Direction—

技術本部 太田和秀\*<sup>1</sup> 本田 巖\*<sup>2</sup>

菱日エンジニアリング株式会社 麿 聡 樹\*<sup>3</sup>

株式会社リョーセンエンジニアズ 片山 圭一\*<sup>4</sup>

ボイラや排煙脱硫装置等の熱交換器は円形断面の管群を多数内蔵しており、流れによる管群渦励振力の振動数と熱交換器内部の音場の固有振動数が一致すると気柱共鳴と呼ばれる激しい振動が発生し、騒音公害として問題になることがある。本報では管群渦励振力と音場の固有振動特性を用いた気柱振動応答計算法を作成し、実験結果と比較してその妥当性を確認した。さらに特殊な形状の熱交換器で発生する流れ方向の気柱振動についても検討を行った。

This paper theoretically evaluates the amplitude of tube bank flow-induced acoustic resonance in a heat exchanger. Based on a forced oscillation model, this method uses the acoustic characteristics of the chamber containing tube banks and vortex-induced excitation forces with a particular Strouhal number that changes with the pitch-to-diameter ratio of the tube array. Experimental results on acoustic resonance in transverse and flow directions agreed well with calculated results.

## 1. はじめに

ボイラや排煙脱硫装置等の熱交換器は円形断面の管群を多数内蔵しており、管の間の流れによって渦励振力が発生する。流れによる管群渦励振力の振動数と熱交換器内部の音場の固有振動数が一致すると気柱共鳴と呼ばれる激しい振動が発生し、騒音公害として問題になることがある。ボイラの気柱共鳴現象は発電用の大型ボイラが石炭だきに変更された昭和30年代から問題になり、Y. N. Chenや船川<sup>(1)(2)</sup>等によって渦励振力の振動数や共振を回避するための防振設計法について精力的な研究が行われてきた。さらに最近では管と管の間に干渉板を設けて気柱共鳴を防止する対策の研究が実施されている<sup>(3)</sup>。

これらの研究は共振が発生するか否か及びその防止対策についてのものであり、気柱共鳴の物理的モデル化や共鳴振幅に及ぼす音場の減衰特性や管群の空間的配置の影響等については十分な議論がなされていなかった。そこで本報では管群渦励振力と音場の固有振動特性を用いた気柱振動応答計算法を作成し、実験結果と比較してその妥当性を確認した。さらに特殊な形状の熱交換器で発生する流れ方向の気柱振動についても検討を行った。

## 2. 計算理論

### 2.1 管群渦励振力のモデル化

図1のように流れの中に管群を配置すると、管には特定の振動数を持った力が作用する。従来はストローハル数 ( $Sr = fD/V_g$ ) に対応する流れ直角方向の揚力成分だけが議論されていたが、最近では  $Sr \times 2$  に対応する振動数成分を持つ流れ方

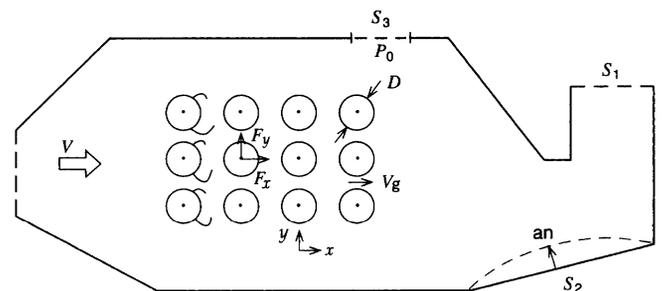


図1 音場形状と流体励振力 管群を内蔵する熱交換器と管群から発生する渦励振力を示す。  
Acoustic field and fluid exciting force

向の抗力成分が存在することが報告されている<sup>(3)</sup>。

本研究では管群に作用する流体力の反力が音場に作用すると考える。管の単位長さには作用する流れ直角方向と流れ方向の変動流体力を式(1)、(2)のように表す。

$$F_y = 0.5 \rho D V_g^2 C_L \sin(\omega t + \phi_y) \quad (1)$$

$$F_x = 0.5 \rho D V_g^2 C_D \sin(2\omega t + \phi_x) \quad (2)$$

ここで、

$\rho$  : 流体の密度

$D$  : 管直径

$V_g$  : 管の間げきにおける流速

$C_L, C_D$  : 変動揚力, 抗力係数

$\phi_x, \phi_y$  : 流体力の相対位相

音場と管群励振力の相互作用(フィードバック作用)については未解明な部分が多いが、ここでは文献(1)の結果を参考にして、気柱振動が発生している状態では管群励振力の空間的な位相は気柱振動モードに支配されると考える。

\*1 長崎研究所振動研究室長 工博

\*3 原動機技術部主管

\*2 長崎研究所振動研究室主席

\*4 専門技術グループ技師長

2.2 波動方程式

音場の中の単位体積当りの減衰係数  $R$  と渦励振力  $f$  を考慮した波動方程式は式(3)で与えられる。

$$\frac{\partial p}{\partial t^2} + \frac{R}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} - c^2 \nabla^2 p = -c^2 \nabla \cdot \mathbf{f} \quad (3)$$

式(3)の単位体積当りの減衰係数  $R$  と音場の内部減衰比  $\zeta$  の間には式(4)の関係がある。

$$R = 2 \rho \zeta \omega \quad (4)$$

式(3)の波動方程式の定常振動問題は次のヘルムホルツ方程式(5)で表される。ただし波数は  $k = k_r - j k_i$  と複素数になる。

$$(\nabla^2 + k^2) p = \nabla \cdot \mathbf{f} \quad (5)$$

2.3 気柱振動応答計算法

実機における気柱振動を予測するには、ダクトや煙道につながる熱交換器入口、出口の境界インピーダンスや音場の内部減衰の影響を正確に考慮しなければならない。また壁面吸音処理等の対策を実施した場合の低減効果の検討には壁面の音響インピーダンスを用いた評価が必要である。任意形状音場の気柱振動応答を予測する手法としては境界要素法(BEM)<sup>(4)</sup>や有限要素法(FEM)/モーダル解析法<sup>(6)</sup>が考えられるが、本報では後者について述べる。

(1) 運動方程式の有限要素法による表示

図2に示すように、熱交換器内の音場を有限要素に分割し、要素  $e$  内の圧力  $p$  を要素節点の圧力  $p_e$  と内挿関数  $g$  で表して、音場内のひずみエネルギー  $U_1$ 、運動エネルギー  $T$ 、管群渦励振力  $f$  によってなされる仕事  $U_2$ 、音場境界で消費されるエネルギー  $U_3$ 、音場内の減衰係数  $R$  による消散エネルギー  $U_4$  から式(6)のラグランジアン  $L$  を求める。

$$L = T - U_1 - U_2 - U_3 - U_4 \quad (6)$$

ラグランジアン  $L$  の停留条件により式(7)の音場の運動方程式が求められる。

$$\left( -\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{D} - \frac{R}{j\omega\rho^2} \mathbf{K} + \mathbf{K} \right) \mathbf{P} = -\frac{1}{\rho} \mathbf{F}' \quad (7)$$

ここで、

- $\mathbf{P}$  : 節点に関する音圧ベクトル
- $\mathbf{M}$  : 音場の質量行列 (ひずみエネルギーに対応)
- $\mathbf{K}$  : 音場の剛性行列 (運動エネルギーに対応)

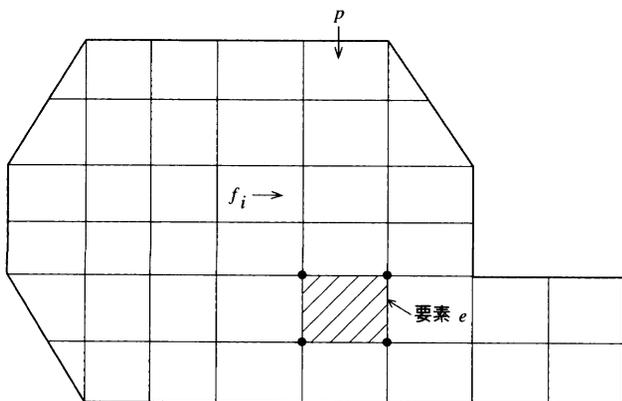


図2 音場の有限要素分割 音場内部を音速が一定と見なせる小さな要素に分割する。  
FEM mesh division of acoustic field

$\mathbf{F}'$  : 渦励振力  $f$  による等価節点力ベクトル

$\mathbf{D}$  : 境界アドミッタンス行列

(2) モーダル解析法の適用

式(7)は大次元の複素係数連立方程式になるので周波数応答解析や固有値解析を行うには多大の計算時間を必要とする。そこで音場の内部減衰や境界インピーダンスの影響がない場合の固有振動特性(モーダルパラメータ)を用いた簡略計算法を作成する。

式(7)より内部減衰や境界インピーダンスの影響がない場合の音場の固有振動方程式は式(8)となる。

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \mathbf{P} = 0 \quad (8)$$

これは通常の実固有値問題であり、比較的容易に次のような固有振動特性を求めることができる。

$\omega_n$  : 第  $n$  次固有円振動数,  $n = 1 \sim N$

$\mathbf{P}_n = (\dots, P_{ln}, \dots)^t$  : 第  $n$  次音圧モード

$\nabla \mathbf{P}_n = \left( \dots, \frac{\partial P_{ln}}{\partial x}, \frac{\partial P_{ln}}{\partial y}, \frac{\partial P_{ln}}{\partial z} \dots \right)^t$  : 第  $n$  次音圧こう配モード (粒子速度に対応)

$\tilde{m}_n = \mathbf{P}_n^t \mathbf{M} \mathbf{P}_n$  : 第  $n$  次モードの有効質量

ここで、

$N$  : モード総数

$P_{ln}$  : 節点  $l$  における第  $n$  次音圧モード

内部減衰や境界インピーダンスが存在する場合の音圧ベクトル  $\mathbf{P}$  を式(8)で得られた固有音圧モード  $\mathbf{P}_n$  の線形結合で表すと式(9)になる。

$$\mathbf{P} = \sum_{n=1}^N \mathbf{P}_n a_n = \Phi \mathbf{a} \quad (9)$$

ここで、

$\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_N)^t$  : モーダル応答ベクトル

$\Phi = [\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_N]$  : 音圧モード行列

式(9)を(7)に代入しさらに左から  $\Phi^t$  を掛けると式(10)が得られる。

$$\left( -\omega^2 \tilde{\mathbf{M}} + j\omega \tilde{\mathbf{D}} - \frac{R}{j\omega\rho^2} \tilde{\mathbf{K}} + \tilde{\mathbf{K}} \right) \mathbf{a} = \tilde{\mathbf{F}} \quad (10)$$

ここで各行列の要素は次のように表される。

$$\tilde{\mathbf{M}} = \left[ \tilde{m}_n \right], \tilde{\mathbf{K}} = \left[ \tilde{m}_n \omega_n^2 \right] \quad (11)$$

$$\tilde{\mathbf{D}} = \Phi^t \mathbf{D} \Phi = \left[ \tilde{D}_{qr} \right]$$

$$\tilde{D}_{qr} = \sum_l \frac{P_{lq} P_{lr}}{Z_l} S_l$$

$$\tilde{\mathbf{F}} = (\dots, \tilde{F}_n, \dots)^t = -\frac{1}{\rho} \Phi^t \mathbf{F}'$$

$$\tilde{F}_n = -\frac{1}{\rho} \sum_i \left( F_{ix} \frac{\partial P_{in}}{\partial x} + F_{iy} \frac{\partial P_{in}}{\partial y} + F_{iz} \frac{\partial P_{in}}{\partial z} \right) \quad (12)$$

式(10)は計算に用いるモード数だけの次元に縮小されており流速を変化させた場合の周波数応答が簡単に計算できる。式(11)における  $Z_l$  は境界インピーダンス、 $S_l$  は要素面積を表している。式(12)は渦励振力により音場へ入力されるエネルギーを表しており、音圧こう配モード(粒子速度)が大きい位置での励振力の寄与が大きいことを示している。

$\omega = \omega_n$  の共振点では第  $n$  次モードが卓越して現れるので、式(11)の有効境界アドミッタンス行列  $\tilde{D}$  の対角項のみを考慮すれば、節点  $l$  の共鳴音  $p_l(\omega_n)$  は式(13)となる。

$$p_l(\omega_n) = \frac{p_{ln} \tilde{F}_n}{-\omega_n \text{Im}(\tilde{D}_{nn}) + j\omega_n \text{Re}(\tilde{D}_{nn}) + \tilde{m}_n R / \rho^2} \quad (13)$$

### 3. 計算法の適用と実験検証

本報で開発した気柱振動予測法を流れ直角方向及び流れ方向の気柱振動に適用し、実測結果と比較してその妥当性の検討を行う。

#### 3.1 流れ直角方向の気柱振動

##### (1) 計算モデル

図3に示すような管直径  $D = 38.1$  mm、流れ方向/流れ直角方向ピッチ  $L/T = 110/96$  mm のフィン付千鳥配列管群について計算を行う。流れ直角方向の気柱振動が発生する場合、圧力分布は流れ方向にほぼ一様であるので、中央の2行管だけをモデル化する。

対象とする管間げき流速  $V_g$  は 60 m/s 以下とする。ストローハル数を  $Sr = 0.2$  とすれば、渦励振力の周波数は 315 Hz 以下となり、この周波数領域では流れ直角方向1次の気柱振動だけが問題になる。

壁付近では渦励振力が発生しにくいので壁付近の管からは渦励振力は発生しないとした。また渦励振力の空間的位相は気柱振動1次の粒子速度モードに対応して全管同位相とする。揚力係数は  $C_L = 0.1$  とし、音場の減衰比は実験結果を基にして  $\xi = 0.03$  とした。

##### (2) 計測結果と計算結果

図4にギャップ流速を変化させた場合の側壁の圧力変動の計測結果と計算結果の比較を示す。

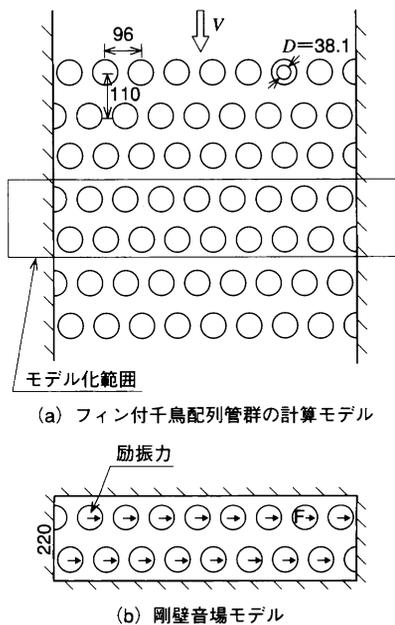


図3 計算モデル 流れ直角方向の気柱振動を対象とするので2行の管群を取出してモデル化する。  
Analytical model without baffle

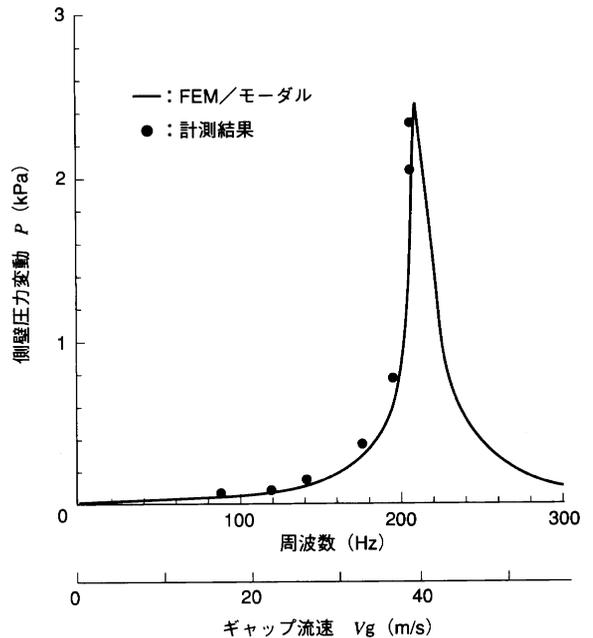


図4 圧力変動振幅とギャップ流速の関係 音場の固有振動数と渦励振力の振動数が一致すると圧力変動が急激に増大する。  
Pressure response and gap velocity

ギャップ流速が 40 m/s 程度になると渦励振力の周波数と気柱振動数が一致し 2 kPa 以上の共鳴振幅が生じている。

流速が上昇して共鳴に至るまでの側壁圧力変動の計測結果は FEM/モーダル解析法による計算結果や BEM による計算結果と良く一致している。なお、実験では装置の制約でギャップ流速を 40 m/s 以上に上昇させることができなかったが、他の実験結果ではいったん共鳴が発生すると、流速を上昇させても振動数が変化しないロックイン現象が発生した例もある。

#### 3.2 流れ方向気柱振動

##### (1) 計算モデル

$Sr \times 2$  に対応する振動数を持つ流れ方向気柱振動に関する報告は少ないが、ここでは図5に示すような管群を内蔵する伝熱試験装置で流れ方向の気柱振動が発生したのでこれについて解析を行う。テストセクションに設置した管群は直径  $D = 38.1$  mm のフィン付正方配列管群であり、ピッチ比は  $L/T = 2.36$ 、管本数は流れ方向 6 本×流れ直角方向 11 本である。

伝熱試験装置のダクトは絞られたフローノズルを有するので、低周波領域では一端閉、他端開の一次元音響管としての音響特性を示す。開口端補正を行って計算した音圧と粒子速度モードを図5に示す。

抗力変動係数  $C_D$  は、文献(6)によれば揚力変動係数  $C_L$  の 5~10% であるので本計算では  $C_D = 0.01$  とした。

##### (2) 計測結果と計算結果

図6にダクト入口における音圧の計測結果と計算結果の比較を示す。この管群において計測されたストローハル数は  $Sr = 0.135$  であり、ダクト入口では  $Sr \times 2$  成分に対応する振動数の強い圧力変動が観測された。音場の共鳴点にお

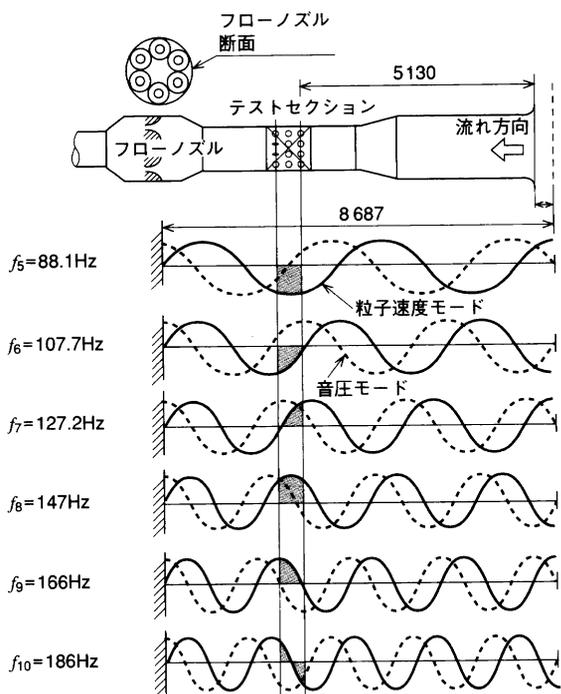


図5 伝熱試験用ダクトと流れ方向の音圧モード、粒子速度モードの計算結果 88 Hzと147 Hzのモードは粒子速度の大きい位置に管群が配置されている。  
Experimental duct for heat transfer and calculated mode shapes of pressure and particle velocity

けるダクト入口の音圧の計算結果は計測結果とほぼ一致している。また図7に気柱共鳴発生状態における流れ方向の音圧分布の計測結果を示すが、計算で予測された音圧モードと良く一致している。

88 Hzと147 Hzの振動モードは図5から分かるように管群位置で粒子速度が最大であり、式(11)の渦励振力による有効外力 $\bar{F}_n$ が大きくなる励振されやすいモードである。

(3) 流れ方向気柱振動の特徴

流れ方向の気柱振動は流れ方向に定在波が発生しやすい音場の中に強い抗力変動( $Sr \times 2$ 成分)が発生する管群が設置された場合に発生する。したがってこれを低減するには音場の形状を変更したり、管群のピッチ比や配列を変えることが有効であると考えられるが、その他に渦の発生を阻害するような工夫も必要とみられる。

4. む す び

(1) 気柱共鳴振幅予測法の開発

音場の固有振動特性と管群渦励振力を用いて、強制振動モデルによる気柱振動応答計算法を開発した。この手法は従来から研究されてきた流れ直角方向の気柱振動だけでなく、特殊な形状の熱交換器で発生する流れ方向の気柱振動にも適用できる。

(2) 計算結果と実測結果の比較検討

本計算結果と実測結果は良く一致しており、本計算法の妥当性を確認することができた。

(3) 今後の課題

本報では気柱振動を強制振動と見なして、共鳴状態での

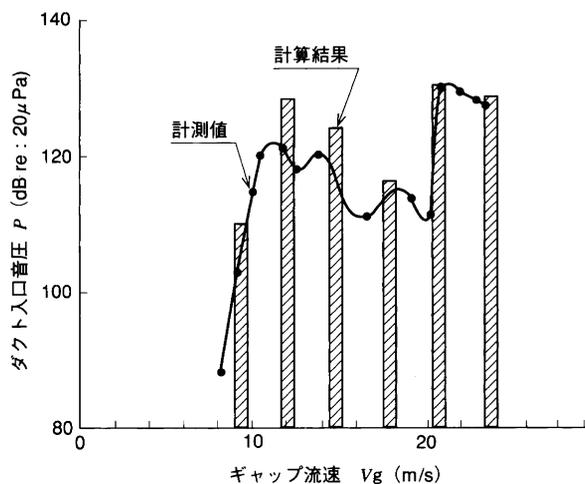


図6 気柱共鳴発生状況とギャップ流速の関係 気柱共鳴振幅は各共振点での値を示す。振動数は実測値を示す。  
Acoustic resonance and gap velocity

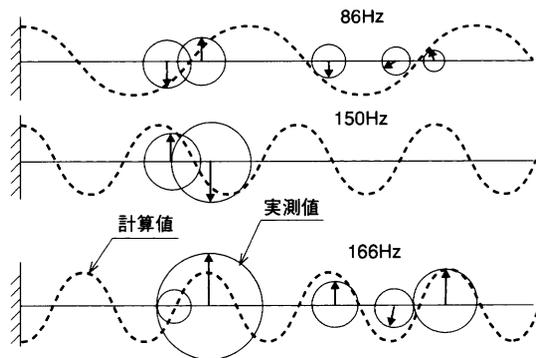


図7 流れ方向の圧力分布の計算値と実測値 実測値の円の大きさは圧力の振幅、矢印が位相を表している。  
Pressure distribution in flow direction

音圧振幅の予測を行ったが、気柱振動発生時に渦励振力の位相がそろうことやロックイン現象は音場と流体が相互作用する自励振動であるのでこの方面からのアプローチも必要である。

参 考 文 献

- (1) 船川, ボイラ, 熱交換器の管群の振動とダクト内気柱の共鳴に関する研究, 大阪大学学位論文 (1979)
- (2) Chen, Y. N., Flow-Induced Vibration and Noise in Tube-Bank Heat Exchanger Due to von Karman Streets, J. Eng. for Industry, ASME, (1968) pp.134-146
- (3) Suzuki S., et al., Noise Reduction of a Fin Type Heat Exchanger, Proceeding of Inter-Noise 84 (1984)
- (4) 太田ほか, 管群気柱振動応答計算法の研究, 機械学会全国大会講演論文集 (1995/9)
- (5) 太田ほか, 流れ方向気柱振動に関する研究, 機械学会 [No.910-41] 環境工学総合シンポジウム'91 (1991/7)
- (6) Blevins, R. D., Flow-Induced Vibration, 2nd ed. Van Nostrand Reinhold (1989)