

早稲田商学第 398 号
2 0 0 3 年 12 月

書 評

電子情報通信学会（編）高橋敬隆 他（著） 『わかりやすい待ち行列システム—理論と実践—』 （コロナ社，2003年）

中 里 秀 則

「待つ」ということは日常頻繁に発生します。信号で待つ，電車を待つ，銀行や病院で順番を待つなど，毎日必ず待ちに遭遇し，いろいろな事を募らせていますが，この待つことのうち，何らかのサービスを受けるために順番を待つというものの科学が待ち行列理論です。

待ち行列理論には多くの応用分野があります。例えば，スーパーマーケットや銀行で，チェックアウトカウンターや窓口をいくつ開けたら，人の配置を最小限に抑えながら，しかも客をあまり待たせずに済むかといった問題，工場で単位時間あたり，ある量の製品を作るためには，どのくらいの速度の製造機械を，どのくらい，どのように配置するかという問題，あるいは電話を掛けようとしたときにあまりお話し中に会わないようにするためには，どのくらいの設備を電話局や電話網に準備しておくべきか，またコンピュータ処理で，ある一定の時刻までに処理を終らせたいときには，どのような処理能力やメモリが必要かといった問題を解くために，待ち行列理論を利用することができます。

本書は，この待ち行列理論の入門書であり，待ち行列システムについての理論を，できるだけわかりやすく解説したものです。また，理論の解説だけでなく，その理論を現実の問題に適用した例も示されており，読者は理論の有用性を実地で体験することができます，待ち行列理論にさらに興味をもってもらえるという構成になっています。本書で

扱っている待ち行列モデルは、最も基本的なモデルに限定しており、そういう意味でも、待ち行列理論への最初の一步としての本書の役割が明確になっています。もちろん逆に言えば、ある程度この理論に慣れている人には、モデルが限定的過ぎるであるとか、式の導出が冗長であるなどということになりますが、あくまで本書の想定している読者は入門者であるということです。待ち行列の理論が解説されているので、ある程度の数学的な知識が必要になりますが、入門者がターゲットですので、確率、統計、および微分積分の基礎的知識があれば、論理の展開についていくことは容易になっています。

本書は、理論編と解析ツールを用いた実践編の2つの部分からなり、以下の章立てとなっています。

理論編

第1章 待ち行列システム

第2章 $M/M/1$ システム

第3章 $M/M/1/K$ システム

第4章 $M/M/c$ システムとその周辺

第5章 $M/M/c/K$ システムとその周辺

解析ツールを用いた実践編

第1章 問題解決の手順

第2章 計算ツールの使い方

第3章 例題 —初級編—

第4章 例題 —中級編—

理論編では、基本的な待ち行列システムの振る舞いを示す数式の導出を行っており、理論編が本書の3分の2を占めています。残りの部分が実践編で、インターネット上利用可能な、待ち行列の振る舞いを計算するツールを用いて、いくつかの実際的な問題に対して、待ち行列理論を用いた解を求める手順を解説しています。この実践編の記述に沿って、問題解決を試みることによって、数学で組み立てられた理論が、実際的な問題

解決に役立つことを，読者が実地に体験することができます。

第1章では，待ち行列システムがどのようなものであるかが簡単に紹介された後，本書で扱う待ち行列モデルの特徴であるポアソン到着と指数分布について解説をしています。待ち行列システムとは，銀行の窓口サービスのように，客がサービスを受けるために到着したときに，もし窓口が空いていれば，すぐにサービスを受けられるが，空いていなければ順番を待ち，サービスを受け終われば，システムから出ていくといったシステムです。ポアソン到着とは，客の到着時刻の間隔の確率分布が指数分布にしたがう到着のことです。このポアソン到着と指数分布のサービス時間をもつ待ち行列システムが以降で述べられる $M/M/1$ の意味です。

第2章では，最も基本的な待ち行列システムである $M/M/1$ システムについて，その振る舞いを理論的に導いています。 $M/M/1$ システムは，客の到着はポアソン到着であり，客のサービスにかかる時間は指数分布で与えられ，さらにサービスする窓口が一つの場合のシステムになります。

客が窓口でサービスを受けている間，他の客は行列を作って順番を待つことになりませんが，第2章の $M/M/1$ システムでは，その待ち行列の長さに制限は無く，いくらでも多くの客が待つことができました。第3章では，待ち行列の長さに制限がある場合の $M/M/1/K$ システムを扱っています。このシステムでは，待ち行列の長さは $K-1$ までしか延びることができず，やって来た客が待ち行列の長さが $K-1$ であると知ると，行列があまりに長いので，待たずに帰ってしまうということが起こります。

銀行では，通常複数の窓口が開いていて，銀行にやってきた客は，順番札を取って待つことになります。このようなシステムが $M/M/c$ システムであり，第4章のテーマです。 $M/M/c$ システムでは， c 箇所の窓口が同時にサービスを提供しています。待ち行列の先頭まで来た客は， c 箇所ある窓口の内，どこかが空けば，その空いた窓口でサービスを受けることができます。

また第 4 章では、客に異なる優先順位が割り当てられている場合についても解析をしています。ここまで考えてきた待ち行列では、先に到着した客が先にサービスを受ける、いわゆる First-Come-First-Serve の方針で待ち行列が扱われていましたが、客が優先順位をもつとすると、必ずしも先にやってきた客が、先にサービスを受けるとは限らないことになり、待ち行列の振る舞いは、First-Come-First-Serve の場合とはかなり異なることになります。

さらに、第 4 章では客が長く待たされすぎて嫌になり、帰ってしまう場合についても解析をしています。これは、第 5 章で述べられる、待ち行列の長さに制限がある場合とは異なり、待ちの時間的な制限です。

第 5 章で扱っているのは、複数窓口があるシステムにおいて、第 3 章で述べられた $M/M/1/K$ の場合と同様に、待ち行列の長さに制限がある $M/M/c/K$ システムの場合です。 $M/M/c/K$ システムでは、待ち行列の長さ制限は、 $K-c$ になります。またこの章では、集団で客が到着する場合についても解析を加えています。

実践編では、まず問題を待ち行列理論を使って解くための 6 つのステップを示しています。その 6 つのステップとは、問題の提示と理解、検討すべき内容のモデル化、計算のための入出力条件の整理、計算の実行、計算結果の考察、モデルの拡張です。このステップに沿って、いくつかの実例的な例題を解く手順が解説されています。またここでは、NTT がインターネット上で提供している待ち行列解析ツールである TEDAS を使って、計算の実行の部分が行われています。

実践編で取り上げられている例題は以下のもので、各例題について、上記の 6 つのステップが適用されています。

- インターネット回線容量の設計
- 銀行 ATM の設置台数の予測
- 通常の電話でコンピュータをインターネットに接続するためのダイヤルアップサーバの設計

- ラーメン屋の待ち席数の見積もり
- 病院内理髪店の座席数設計
- 健康診断にかかる時間の評価
- データベースサーバの容量設計
- 音声通信とデータ通信をインターネットで統合した場合の通信品質予測

読者が各例題の6つのステップの記述に沿って実地に問題解決を体験することにより，待ち行列理論への理解を深めることができます。

本書は，待ち行列理論とはどんなものなのか，何ができるのかということを知る最初の入門書として好適です。式の導出についても非常に丁寧に途中の段階も記述されており，比較的容易に導出の仕方を確認することができます。また，読者には是非実践編で取り上げている例を本書の記述に沿って確認を行い，待ち行列理論に親しんでいただきたい。読者に興味を湧かせてもらえれば，もう本書は役割を果たしたことになります。本書で扱うモデルは非常に限られたものであり，待ち行列理論のさらに広い世界を見るためには，多様なモデルを含む他の文献に進む必要がありますが，すでに興味をもってもらった読者には，他の文献へ進むモチベーションはすでに十分あることでしょう。