

端ゲート付き試料における量子ホール効果

若林淳一* 風間重雄* 長嶋登志夫*

Gate Bias Effects on Samples with Edge Gates in the Quantum Hall Regime

J. Wakabayashi, S. Kazama and T. Nagashima

Abstract

We have fabricated GaAs/AlGaAs heterostructure Hall samples that have edge gate with several widths along both sides of the sample. The gate width dependence of an effect of the gate voltage to the Hall resistance was measured at the middle of a transition region between the adjacent quantum Hall plateaus. The results have been analyzed based on two model functions of current distribution; an exponential type and the modified Beenakker type. The results of the former have shown qualitative agreement with previous experiments on the temperature dependence and confirmed the existence of the bulk edge current in the middle of the transition region between the adjacent quantum Hall plateaus. However, the quantitative agreement was not enough, which is not understood at present.

1. はじめに

長方形導体の試料に電流を流し、電流と垂直な方向に磁場をかけると、電流と磁場の両方に垂直な方向に電圧が発生する。この現象をホール効果と言い、発生する電圧をホール電圧と言う。このホール電圧を電流で割ったものをホール抵抗と言う。1980年、von Klitzingらは、低温・強磁場下でSi-MOSFET中の二次元電子系において、ホール抵抗 R_{xy} が h/e^2 の整数分の1に量子化されることを発見した。[1] この現象を量子ホール効果という。（詳しくは整数量子ホール効果、文献[2]を参照。）1990年1月1日より、国際抵抗標準には量子ホール効果に現れる量子化ホール抵抗が用いられている。しかし、量子ホール効果の本質はまだまだ完全には理解されていない。その重要な問題の一つが量子ホール効果において、ホール電流が試料の中をどのように流れているのか、という問題である。すなわち内部（バルク電流）なのか、端（エッジ電流）なのか。また、このエッジ電流はいわゆる量子力学的端状態に起因するものなのか、それともバルク電流が二次元系に特有のホール電場により端に集中したバルクエッジ電流なのか、という議論である。

ホール電流のすべてが量子力学的端状態に起因するエッジ電流により運ばれるとする実験的研究も多く報告されている。[3] しかし、バルク領域のないメゾスコピックな試料は別として、量子化ホール抵抗の精密測定などで普通に用いられている巨視的な系では、ホール電場の効果がゼロということはないので、一般にはエッジ電流とバルク電流が共存すると考えるのが妥当である。Hiraiら[4]は、エッジ電流とバルク電流の割合を計算して、巨視的な系でエッジ電流は数%と見積もっている。また、Takaokaら[5]は、もし端状態が電流を運ぶならば容量は系の周辺の長さに比例し、バルク状態ならば系の面積に比例するはずということから、量子ホール系をコンデンサーの片側の極板にして磁気静電容量を測り、その結果、静電容量は周辺の長さに比例することを報告している。ただし、その端状態は $1\mu\text{m}$ 程度の幅をもち、端状態から予想されるサイクロトロン半径に比べて1~2桁広い結果となっている。

一般に量子ホール効果状態は、加える電流あるいは電場を強くしすぎると壊れてしまう（ブレイクダウン現象）。Kawajiら[6]、Boisenら[7]は、もしホール電流が端状態で運ばれているならば、ブレイクダウン臨界点での臨界電流は試料の幅には依らず、バルク電流ならば試料の幅に比例するはず、ということから様々な

* 中央大学理工学部物理学科（112-8551 東京都文京区春日1-13-27）

幅の試料（低移動度試料）を用いてブレイクダウン現象を調べた。その結果、臨界電流は幅に比例しており、ブレイクダウン直前の量子ホール効果状態では、ホール電流は試料内を一様に流れているバルク電流であると報告している。また、Balaban ら [8] は同じブレイクダウン現象の測定結果から、高移動度試料では臨界電流が試料の幅に対してサブリニアな依存性を示すと報告している。

通常のホール効果の実験では、ホール電流ではなく試料の両端に発生するホール電圧を測定する。量子ホール効果状態では、試料中の電場は、電極付近を除いて、ホール電場のみとなっている。このホール電圧は、試料の両端に誘起された電荷に起因する。三次元系ではこの誘起電荷は面電荷であり、試料中に一様な電場を発生する。これに対し、二次元系では線電荷となり、試料中の電場は、試料端で非常に強く内部では弱い非一様な分布になる。このため、電流密度は試料端付近に非常に偏った分布となることが予想される。電流密度分布の直接測定はできないので、電場分布または電位分布の測定が行われている。なかでも、Fontein ら [9] が採用したポッケルス効果を利用する光学的方法是、電場分布を乱さないの信頼性の高い測定法である。彼らは、量子ホール効果状態の電位分布を測定して、試料中のホール電場が端に集中していることを示した。ホール電流密度はホール電場に比例するので、試料端に電流が集中していることを意味する。ただし、このエッジ電流はバルクエッジ電流と考えられる。

本研究では、これまで超伝導体を利用して作った、分布を持つ磁場中におけるホール抵抗の温度依存性の測定結果から、量子ホール効果の遷移領域において、低温・低電流の場合にはバルクエッジ電流が存在することを明らかにし、また、そのバルクエッジ電流が、温度または電流の増大と共に試料内部に広がることを報告してきた。[10–13] しかし、この方法では、このエッジ電流の分布を定量的に評価することは困難であることが明らかになった。本研究では、この量子ホール効果の遷移領域におけるエッジ電流の分布を定量的に評価するために、ホール素子の両側に端ゲートを持つ数種類の試料を作製して、ホール抵抗に対するゲート電圧効果のゲート幅依存性の測定結果から、エッジ電流分布を定量的に評価することを試みた。

2. 実験方法

作製した試料は、図 1 のようにチャンネルの幅 W が $100\mu\text{m}$ 、長さ L が $350\mu\text{m}$ で、両側に長さ $300\mu\text{m}$ の端ゲート電極を持っている。端ゲートの幅は、 $5\mu\text{m}$ から $30\mu\text{m}$ まで $5\mu\text{m}$ ごと、および $40\mu\text{m}$ の 7 種類、ゲート電極は金を真空蒸着して作製した。ゲート電極の位置の精度は約 $\pm 0.5\mu\text{m}$ である。電子濃度は、 $4.1 \times 10^{15}\text{m}^{-2}$ から $4.5 \times 10^{15}\text{m}^{-2}$ で、ウェハの移動度は、約 $20\text{m}^2/\text{Vs}$ 。測定温度は、 100mK 、 1K 、および 4.2K の 3 点で行った。測定は、交流定電流法で行った。

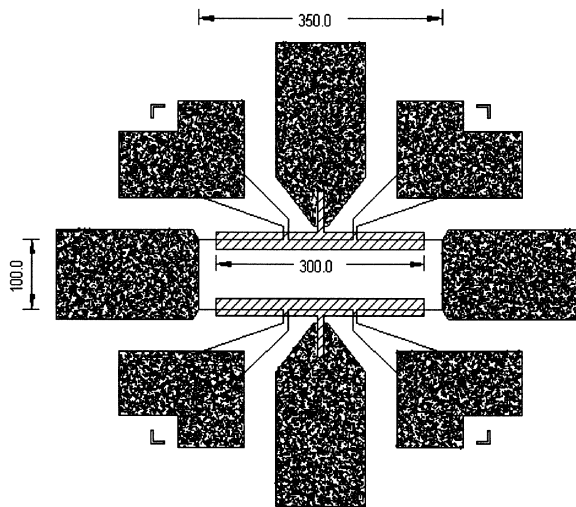


図 1 端ゲート付きホール素子。斜線部が端ゲート部分。

このような端ゲートを持つ試料で、エッジ電流の分布を評価する原理は以下のである。座標系を、電流の向きに x 軸、磁場の向きに z 軸をとる。したがって、ホール電圧は y 方向に生じる。このとき、電流密度 $j_x(y) = en(y)v_x(y)$ の分布は、もっぱらキャリアーの速度分布 $v_x(y)$ に支配されており、電子濃度 $n(y)$ の分布は、ゲート電圧によるもの以外は無視できるものとする。この仮定は、本実験のようなマクロスコピックなサイズの試料では、合理的なものである。

まず、一様分布の場合（図 2(a) 参照）、負の一定のゲート電圧をかけた端ゲートの幅を増やしてゆくと、ゲート電極直下の電子濃度の小さい領域が増加する。このとき、測定は定電流で行っているの、電源は電圧を増大して速度 $v_x(y)$ を増加させ、試料電流

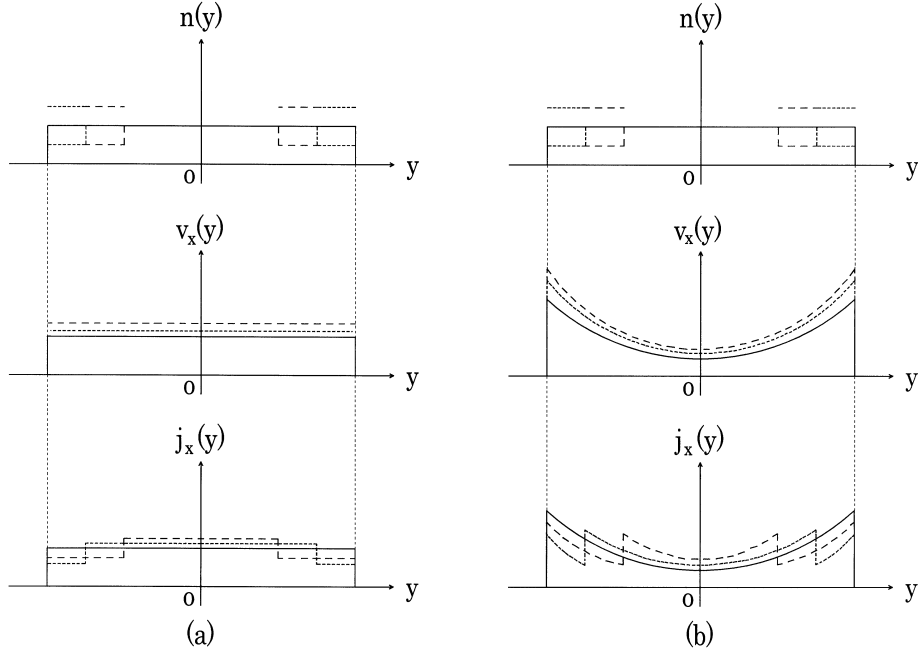


図 2 ゲート電極のない場合は、速度分布 $v_x(y)$ が電流密度分布 $j_x(y)$ を与える。(実線) (a) ゼロ磁場または弱磁場で、速度分布が一様な場合の端ゲート電圧の効果。 y 軸方向が試料の幅方向。負の一定のゲート電圧をかけた端ゲートの幅を増やしてゆくと（点線から波線へ）、ゲート電極直下の電子濃度の小さい領域が増加する。測定は定電流で行っているの、電源は電圧を増大して速度 $v_x(y)$ を増加させる。(b) 端に片寄った速度分布がある場合の端ゲート電圧の効果。ゲート電圧の効果は端領域の方が大きい。

$$I_x = \int_{-W/2}^{W/2} j_x(y) dy$$

を一定に保つ。このとき、ホール電場 $E_y(y)$ も増大するので、その結果、ホール電圧

$$V_H = \int_{-W/2}^{W/2} E_y(y) dy$$

が増加する。ただし、 W は試料の幅である。したがって、速度分布が一様なときは、ホール電圧の変化はゲート電極の幅 W_G とゲート電圧 V_G の積に比例する。すなわち、ホール係数の逆数 R_H^{-1} の変化がゲート電極の幅 W_G とゲート電圧 V_G の積に比例する。

次に、速度分布が非一様な場合、図 2 (b) のように速度分布が試料端で大きく内部で小さいとすると、端領域の電流密度分布が大きいので、端領域の方が負のゲート電圧の効果が大きく、一定電流を保つために、電源は速度分布が一様な場合よりもよぶんに電圧を増大させる。従って、この場合ゲート幅を増加させてゆくと、

初めに大きなホール電圧の増大が起こり、次第に緩やかになってゆくサブリニアなゲート幅依存性が予想される。このゲート幅依存性から速度分布、すなわちゲート電圧効果のないときの電流密度分布の形を求めることができる。

3. 測定結果

図 3 に、弱磁場領域におけるホール係数の測定結果を示す。それぞれの試料について、両方のゲート電極にそれぞれ -20mV 、およびどちらか一方のゲート電極に -40mV をかけた場合をともにプロットしてある。ホール係数の逆数 R_H^{-1} は、電圧をかけたゲート電極の幅と電圧の積の和に比例している。これは、弱磁場では電流密度分布が一様であることを示している。

一方、強磁場領域では、図 4 のようにホール電圧すなわちホール抵抗は磁場に比例していないので、ホール係数 R_H は使えない。そこで、これまで [10–13] と同様に、ホール抵抗のプラトー間の遷移領域で、一定の抵抗値に対応する磁場 $B(V_G)$ のゲート電圧依存性を求める。この磁場 $B(V_G)$ は、弱磁場のホール係数の逆数に対応する。図 5 に、温度 100mK での端ゲート幅 $5\mu\text{m}$ から $30\mu\text{m}$ の各試料の、ランダウ準位の占有率 $\nu=7$ に対応するホール抵抗値 (3688Ω) をとる磁場 $B(V_G)$ のゲート電圧依存性を示す。図 5 では、 $B(V_G)$ のゲート電圧依存性に非線形性が見られる。この原因の一つは、ゲート電極領域と中央領域でのランダウ準位の占有率の違いと状態密度に非線形性があるためと考えられる。この測定では占有率 $\nu=7$ に対応するホール抵抗値 (3688Ω) を与える磁場を測定している。したがって、フェルミ準位はランダウ準位の中心付近にあるので、状態密度のエネルギー依存性は大きくはない。しかし、電子濃度の変化にともないフェルミ準位が変化するとき、状態密度のエネルギー依存性の非線形性が現れると考えられる。このゲート電極領域と中央領域の電子濃度のズレは、ゲート電圧が 0 の時でも、電極金属の金と GaAs の仕事関数差のために生じている。しかし、このズレを打ち消すために正のゲート電圧をかけると、一般にゲート電圧に関するヒステリシスが生じ、低温下で繰り返し測定が不可能になる。そこで、図 5 のように負の電圧領域のデータを二次曲線で近似して、ゲート電圧ゼロでの傾きでゲート電圧効果を評価することにする。さらに、二次曲線で近似するときに用いるデータとして、 -50mV までのすべてのデータを用いた場合と、 0V 付近の -10mV までのデータを用いた場合の結果を用いることにする。

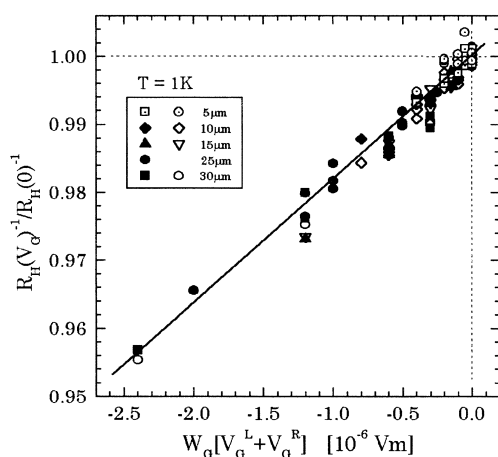


図 3 弱磁場のホール効果から求めたホール係数の逆数 R_H^{-1} のゲート幅およびゲート電圧依存性。ゲート幅とゲート電圧の積に比例している。縦軸はゲート電圧ゼロの時の値で規格化している。

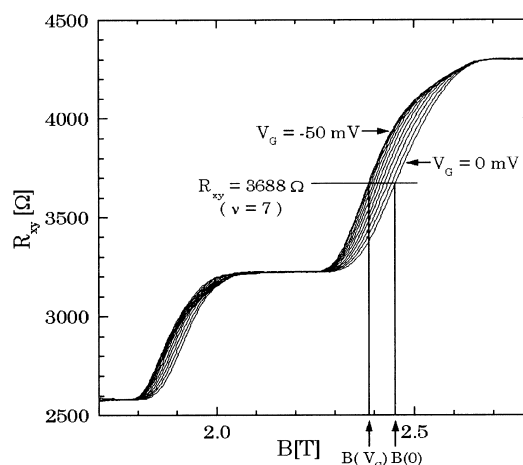


図 4 温度 100mK におけるゲート幅 $20\mu\text{m}$ の試料の、ランダウ準位の占有率 $\nu=10$ ($B\sim 1.7\text{T}$) と $\nu=6$ ($B\sim 2.8\text{T}$) のプラトー間の、ホール抵抗 R_{xy} のゲート電圧依存性。 $\nu=7$ に対するホール抵抗値 (3688Ω) の磁場 $B(V_G)$ のゲート電圧依存性が、ホール係数の逆数 R_H^{-1} のゲート電圧依存性に対応する。

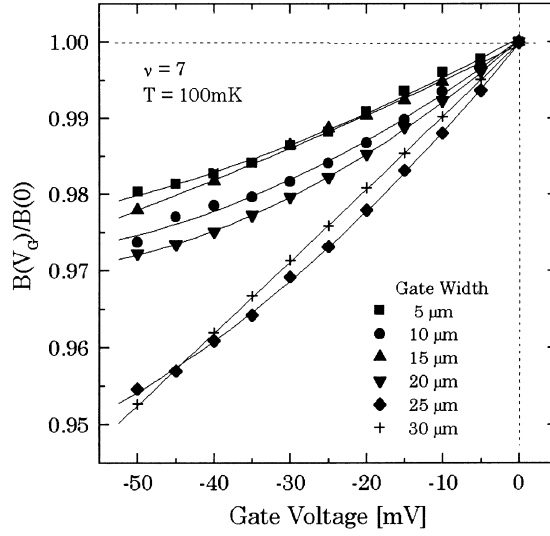


図5 温度 100mK における各ゲート幅試料の、ホール抵抗値 $R_{xy} = 3688 \Omega$ をとる磁場 $B(V_G)$ のゲート電圧依存性。縦軸は、ゲート電圧ゼロの時の値で規格化してある。各曲線は、それぞれ最小自乗法で二次曲線をフィットしたもの。

この傾き α のゲート幅依存性を、ランダウ準位の充填率 $\nu = 7$ で、温度 100mK, 1K, 4.2K についてプロットしたのが図 6 (a) ~ 図 6 (c) である。データにバラツキはあるが、確かにサブリニアなゲート幅依存性を示している。曲線については次節で論じる。

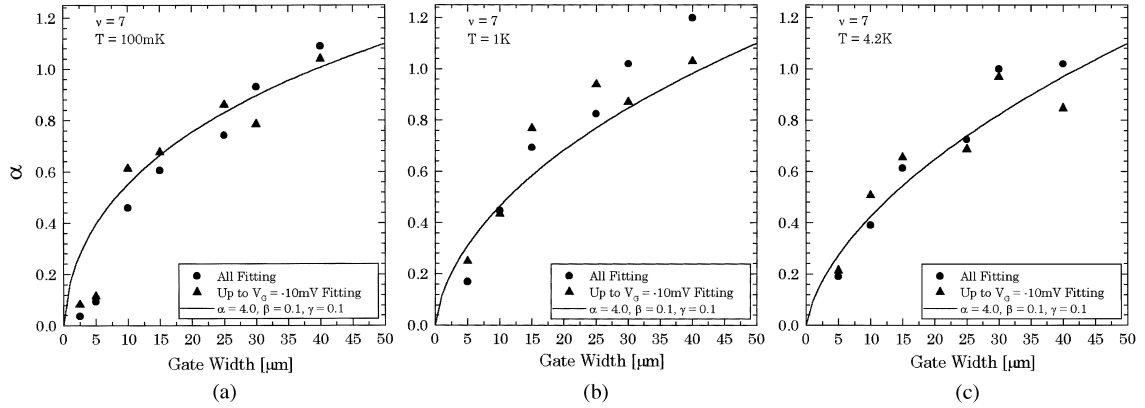


図6 (a) 図5 の各二次曲線のゲート電圧ゼロでの傾き α のゲート幅依存性。温度 100mK. (b) 温度 1.0K の場合. (c) 温度 4.2K の場合. それぞれの曲線については、本文参照。

4. 解析と議論

ここでは、モデル分布関数を用いて、負のゲート電圧効果の電極幅依存性を解析する。電流密度分布、すなわち速度分布を与えるモデル分布関数として、これまでの、分布した磁場下の温度依存性の解析 [10–13] で用いた、指数関数型、

$$v_x(y) = N \exp \left[-\frac{\alpha}{T^\beta} \left(\frac{W}{2} - |y| \right)^\gamma \right]$$

および変形 Beenakker 型 [10, 14],

$$v_x(y) = N \left[\frac{1}{2} \left(\ln \frac{W}{\xi} \right)^{-1} \frac{W}{\left(\frac{W}{2} \right)^2 - y^2} + \alpha T^\beta \right]$$

$$\text{for } |y| \leq \frac{W}{2} - y_0$$

を用いる。ここで、 N は規格化因子、 T は温度、 $\xi = 53\text{nm}$ 、 $y_0 = 0.9\text{nm}$ である。[10] α 、 β および γ はフィッティングパラメータである。以下に、計算手順を示す。

まず、あるフィッティングパラメータ α 、 β および γ について、ゲート電圧 0、すなわち $n(y)$ が一様のときの電流値に対応する積分、

$$I_0 = N_0 \int_{-W/2}^{W/2} n(y) v_x(y) dy$$

を計算する。ここで、 $n(y) = n_0$ 、 $N_0 = 1$ とする。 $N_0 = 1$ とするのは、ゲート電圧による変化の割合のみを問題にするからである。次に、あるゲート電極幅 W_G について、一定のゲート電圧 V_G の元で電子濃度に図 2 (b) のような分布 $n(y)$ があるときの積分、

$$I_G = N_G \int_{-W/2}^{W/2} n(y) v_x(y) dy$$

を計算する。速度分布関数の形は数因子以外はゲート電圧の大きさには依存しないと仮定し、ゲート電圧 V_G がかかっているときの電子濃度の変化分を $\Delta n = 0.1 \times n_0$ として計算した。これは、図 5 の $B(V_G)$ のゲート電圧依存性が線形であることを仮定していることに対応する。この積分において、定電流測定条件を満たすように、 $I_0 = I_G$ となるように因子 N_G を決定する。 N_G は、電子濃度の変化分を補うために生じた、速度分布の変化分を表している。

ホール電圧 V_H は、

$$V_H = \int_{-W/2}^{W/2} E_y(y) dy = B_z = \int_{-W/2}^{W/2} v_x(y) dy$$

と表されるので、速度分布が N_G 倍になれば、同じホール電圧を与える磁場は $1/N_G$ となる。すなわち、ゲート電圧 0 のとき、ある R_{xy} の値を与える磁場を $B(0)$ とし、幅 W_G のゲート電極にゲート電圧 V_G を加えたとき、同じ R_{xy} の値を与える磁場を $B(V_G)$ とすれば、 $B(V_G)/B(0) = 1/N_G$ となる。結局、図 5 の $B(V_G)$ のゲート電圧依存性が線形であるとすれば、ゲート電圧一定のもとにゲート幅依存性を測定するとき、因子 $(1 - 1/N_G)$ が傾き α に対応することになる。この因子 $(1 - 1/N_G)$ のゲート幅依存性が実験結果を最もよく表すように、フィッティングパラメータ α 、 β および γ を決定した。

以上の手順により、速度分布関数として指数関数型を用いた場合の計算結果が図 6 (a) ~ (c) の曲線である。フィッティングパラメータ α 、 β および γ はそれぞれの温度において共通である。温度 1K では、実験結果と計算結果の一致はそれほど良くないが、ほぼ実験結果を再現している。100mK と 4.2K の結果を比較すると、ゲート幅の増大につれて 100mK のときの方が急激に傾き α が増大していることが分かる。これは、温度

の低いとき、電流密度分布が端領域により片寄っており、温度の上昇とともに分布が試料内部に広がることを表し、これまでの結果 [10–13] と定性的に一致している。一方、速度分布関数として変形 Beenakker 型を用いた場合の計算結果が図 7 (a) ~ (c) の曲線である。いずれの場合も、立ち上がりが急で、その後ゲート幅に対してほぼリニアに増大して、温度依存性はほとんどない。このゲート幅依存性は、Beenakker 型の分布関数が、本来量子ホール効果のプラトー領域に対する電流分布の理論的解として得られたものであり、試料端に極端に分布が集中しており、試料内部では分布の変化が緩やかであることに起因する。

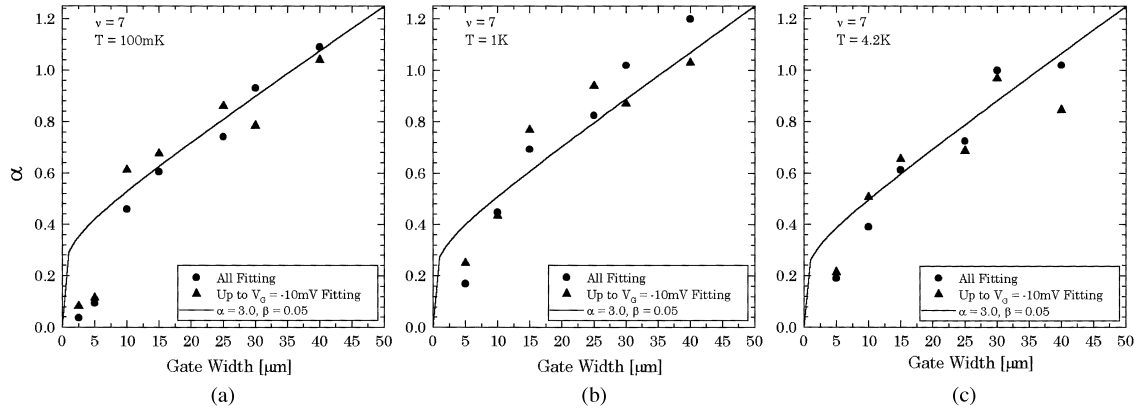


図 7 速度分布関数として変形 Beenakker 型関数を用いた場合の計算結果（曲線）。温度依存性がほとんど見られないのが特徴。(a) 温度 100mK の場合。(b) 温度 1K の場合。(c) 温度 4.2K の場合。

これまでの、分布した磁場下の温度依存性の解析では、指数関数型と変形 Beenakker 型分布関数の優劣の判定は不可能であった。[10–13] 本研究の実験結果と計算結果を比較すると、指数関数型分布を用いた場合の計算結果には温度依存性が表れているのに対して、変形 Beenakker 型分布関数を用いた結果には、温度依存性がほとんどない。これまでの温度依存性の実験結果を考慮すると、測定データのバラツキはまだ大きいですが、指数関数型分布関数の方が良い結果を与えていると言える。すなわち、量子ホール効果の遷移領域、とくにランダウ準位の中心付近では、電流密度分布は Beenakker 型よりも緩やかな分布をしていると考えられる。これは、バルクエッジ電流として考えれば自然な結果である。

図 8 は、今回の指数関数型の分布関数で表された、電流密度分布の温度依存性である。温度の上昇とともに、電流密度分布が内部に広がる様子が表れており、定性的にはこれまでの分布をもった磁場中での温度依存性の実験結果と一致する。[10–13] しかし、その温度変化は、これまでの結果と比較して極めて小さい。現在のところ、この温度依存性に関する定量的な違いの原因は分かっていない。今後、さらに測定の精度を上げ、信頼性の高いデータを得て検討する必要がある。

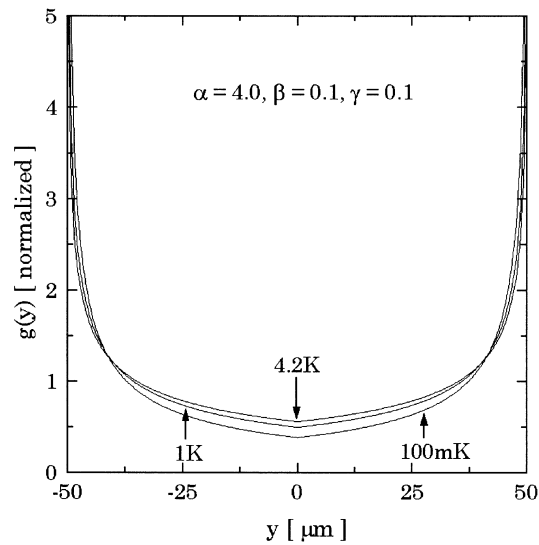


図8 指数関数型の分布関数で表された、電流密度分布の温度依存性

5. まとめ

本研究では、ホール素子の両側に端ゲートを持つ数種類の試料を作製して、ホール抵抗に対するゲート電圧効果のゲート幅依存性の測定結果から、量子ホール効果の遷移領域におけるエッジ電流分布を定量的に評価することを試みた。量子ホール効果の遷移領域、とくにランダウ準位の中心付近では、電流密度分布は Beenakker 型よりも緩やかな分布をしていることが分かった。これは、遷移領域でバルクエッジ電流が存在することを支持する。このバルクエッジ電流が、量子ホール効果のプラトー領域で Beenakker 型の試料端に極端に集中した分布となることが予想される。また、バルクエッジ電流の分布の温度依存性については、これまでの分布をもった磁場中での温度依存性の測定結果と定性的には一致するが、定量的な食い違いが見られた。この温度依存性の定量的な食い違いの原因については現在のところまだ分かっていない。

謝辞

本研究で用いられた GaAs/AlGaAs ヘテロ接合ウェハースを提供していただいたアネルバ株式会社、村上俊一博士、酒井純朗氏、明田川賢一氏に深く感謝致します。また、本研究に協力してくれた、三島一乃氏に感謝致します。

参考文献

- [1] Von Klitzing, K., Dorda, G., and Pepper, M., Phys. Rev. Lett. **45**, 494, 1980.
- [2] Prange, R. E. and Girvin, S. M., Eds, "The Quantum Hall Effect, 2nd edition (Springer, New York), 1990.
- [3] Haug, R. J.: "Edge-state transport and its experimental consequences in high magnetic field", Semicond. Sci. Technol., **8**, 131, 1993.
- [4] Hirai, H. and Komiyama, S., Phys. Rev. B, **49**, 14012, 1994.
- [5] Takaoka, S., Oto, K., Kurimoto, H., Murase, K., Gamo, K., and Nishi, S., Phys. Rev. Lett., **72**, 3080, 1994.
- [6] Kawaji, S., Hirakawa, K., Nagata, M., Okamoto, T., Fukase, T. and Goto, T., J. Phys. Soc. Jpn., **63**, 2305, 1994. T.
- [7] Boisen, A., Boggild, P., Kristensen, A. and Lindelof, P. E., Phys. Rev. B, **50**, 1957, 1994.

- [8] Balaban, N. Q., Meirav, U., Shtrikman, H. and Levinson, Y., Phys. Rev. Lett., **71**, 1443, 1993.
- [9] Fontein, P. F., Hendriks, P., Blom, F. A. P., Wolter, J. H., Giling, L. J. and Beenakker, C. W. J., Surf. Sci., **263**, 91, 1992.
- [10] Wakabayashi, J., Sumiyoshi, K., Nagashima, T., Mochiku, T. and Kadowaki, K.,: *Current Distribution in the Quantum Hall Regime Observed in a Distributed Magnetic Field*, J. Phys. Soc. Jpn., **66**, No. 2, 413-418, 1997.
- [11] 若林淳一, 風間重雄, 門脇和雄, 長嶋登志夫: “量子ホール効果における電流分布”, 中央大学理工学研究所年報, 第3号, p.12, 1997.
- [12] Wakabayashi, J., Tamagawa, A., Nagashima, T., Mochiku, T. and Hirata, K.,: *Temperature dependence of the Current Distribution in the Quantum Hall Regime in a Distributed Magnetic Field*, Physica B, **249-251**, 102-106, 1998.
- [13] 若林淳一, 風間重雄, 長嶋登志夫: “量子ホール効果における電流分布”, 中央大学理工学研究所年報, 第4号, p.9, 1998.
- [14] Beenakker, C. W. J. and van Houten, H.,: "Solid State Physics: Advances in Research and Applications", edited by H. Ehrenreich and D. Turnbull, Vol.44, § 18, (Academic Press, San Diego) 1991.