

ϵ 法を用いたコンピュータによる構造解析

(剛域とせん断変形の影響を考慮する場合)

高野 英資、矢沢 明^{*1}、吉田 正史^{*2}

A Study of the Structural Analysis of Rigid Frame by the ϵ -Method Using a Digital Computer
(Cases where Rigid Zone and Shearing Deformation are considered in the Rigid Frame)

Eisuke TAKANO, Akira YAZAWA and Masashi YOSHIDA

1. 緒 言

本報告は文献⁽⁹⁾の「 ϵ 法を用いたコンピュータによる構造解析 (剛域とせん断変形の影響を考慮する場合)」の内容を含み、新しい知見を付加してまとめ直したものである。次に本報告のねらいと目的について述べる。開口のある耐震壁または壁式ラーメンをもつ構造物をラーメン構造解析理論で解くには、曲げ変形だけを考えた普通の解法では不十分である。このように材長に比べて材せいが相当大きい部材になると、そのせん断変形が、曲げ変形に比較して無視できなくなり、時には支配的になる。本報告では、材端に剛域をもつ材で、曲げおよびせん断変形を考慮に入れた場合の高層多スパン一般矩形ラーメンを ϵ 法を用いて解析する場合の解析原理、手順および計算結果などを示すものである。

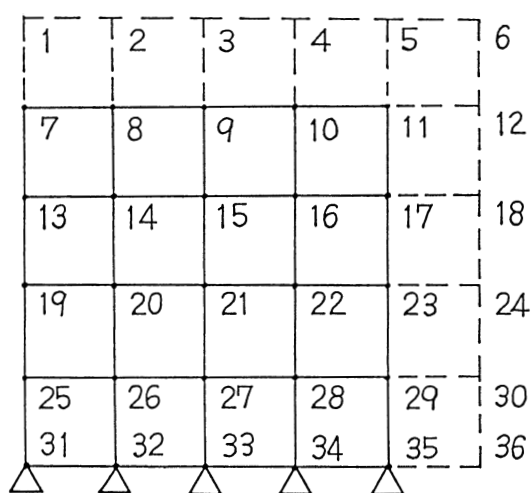


図1 高層多スパンラーメン

2. ϵ 法によるラーメン構造解析理論

2. 1 ラーメン各部の節点と構成部材

図1の n_c 層 m_s スパン一般矩形ラーメンに各節点番号を図示のように付ける (図1は4層4スパンラーメンの例)。破線の交わる仮想節点は計算機使用メモリー節約のため、ラーメンの上側および右側のみを考えている。左から m 番め、上から n 番めの節点番号を i とすると、 i は次式で表される。

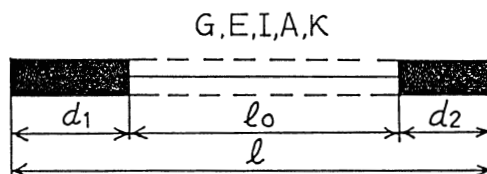


図2 剛域とせん断変形を考慮した部材

^{*1}新潟工業高等学校、^{*2}Sony Electronics Inc.(USA)

$$i = (n-1)(m_s+2) + m \quad (2.1)$$

ここで、実節点に対して m 、 n はそれぞれ、 m については 1 から m_s+1 までの値を、 n については 2 から n_c+2 までの値をとることになる。また、各節点をつなぐ構成部材、すなわちはりや柱は図 2 で示したように、部材長 l のうち、長さ d_1 および d_2 部分が剛域から成り、長さ l_0 の部分が弾性変形可能な領域であるが、長さ l に比べて材せい h がかなりおおきい場合には、せん断変形についても考慮する必要があることを示している。図中の剛域以外の部分に付記した変数は、後述するように、部材の縦弾性係数を E 、横弾性係数を G 、せん断力形状係数を κ として示してある。長方形断面の場合は $\kappa = 3/2$ であり、円形断面の場合は $\kappa = 4/3$ である。また、 I は部材の断面 2 次モーメント、 A は部材の断面積を表す。

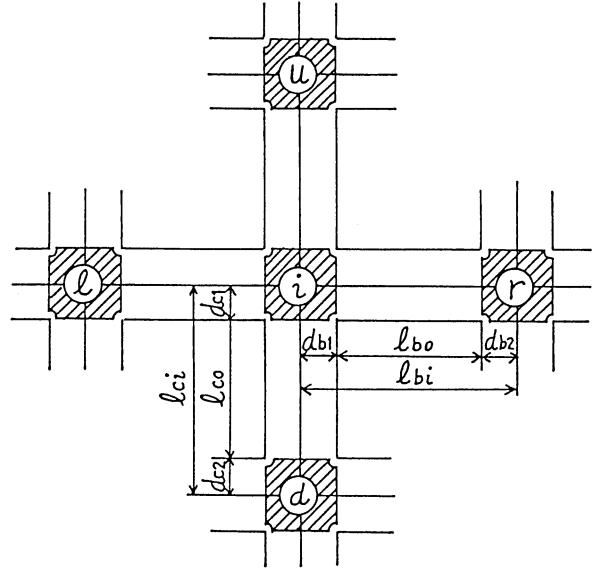


図 3 節点 i に隣接する節点番号

2. 2 解析のアルゴリズム

次に基礎ばりを有し、剛域とせん断変形の影響を考慮したラーメン解析の電子計算機によるプログラミングに便利ように、必要な諸式を誘導しよう。初めに任意の節点 i に連なる周囲の各部材の節点番号について考えてみよう。前報⁽⁸⁾と同様に左、右、上、下の各節点の番号を図 3 のように l 、 r 、 u 、 d とする。これらは節点番号 i とのあいだに次の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} l &= i-1, \\ r &= i+1, \\ u &= i-(m_s+2), \\ d &= i+(m_s+2) \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

節点 i に隣接する各部材の材端 i における曲げモーメント

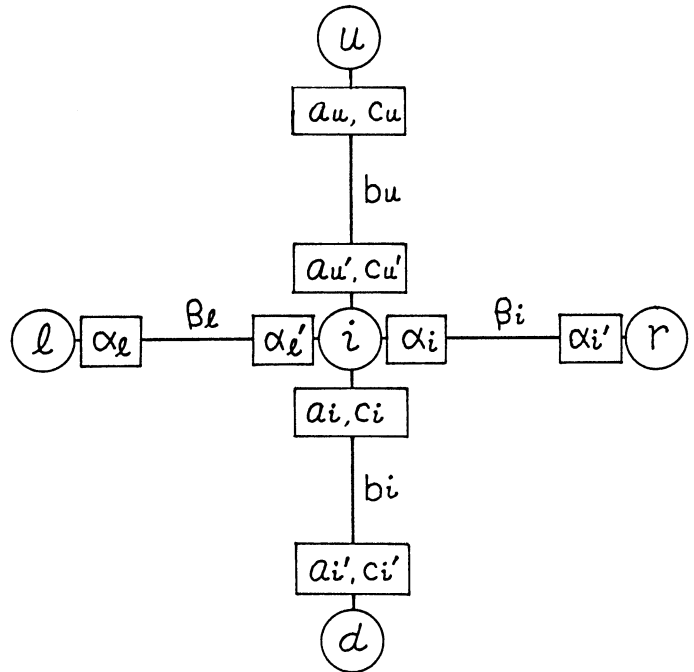


図 4 節点 i に隣接する各部材の定数

M_{ij} ($j = l, r, u, d$) は、はり ($1 \leq m \leq m_s + 1$) および柱 ($2 \leq n \leq n_c + 2$) について、それぞれ式 (2.3)、(2.4) のように与えられる。

$$\begin{cases} M_{il} = 2EK_{bl} (\alpha_l' \theta_i + \beta_l \theta_l) + C_{il} \\ M_{ir} = 2EK_{br} (\alpha_r \theta_i + \beta_r \theta_r) - C_{ir} \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\begin{cases} M_{iu} = 2EK_{cu} (a_u' \theta_i + b_u \theta_u - 3c_u' R_{n-1}) \\ M_{id} = 2EK_{ci} (a_i \theta_i + b_i \theta_d - 3c_i R_n) \end{cases} \quad (2.4)$$

ただし、実節点に関し、 $m = 1$ のとき $M_{il} = 0$ 、 $m = m_s + 1$ のとき $M_{ir} = 0$ とし、また $n = 2$ のとき $M_{iu} = 0$ である。基礎ばりが支持されている場合を対象としているので、 $n = n_c + 2$ の場合は式 (2.5) を満足する。

$$M_{id} = 0 \quad (2.5)$$

ここで、 θ_i 、 θ_j は節点回転角、 R_{n-1} 、 R_n は上から第 $n-1$ 層および第 n 層の各柱の上下端節点の部材回転角で、 E は縦弾性係数、 K_{bi} 、 K_{ci} は剛度 (断面 2 次モーメントを部材長で除したもの) である。 α_j 、 α_j' 、 β_j および a_i 、 a_i' 、 b_j 、 c_j 、 c_j' ($j = l, u$) ははりおよび柱の剛域形状とせん断変形を考慮に入れた定数である。⁽³⁾ 曲げとせん断の両変形を考慮する必要があるのは、部材のせい h がそのスパン l に対して $h \geq 0.3l$ になる場合とされている。

両端に長さ d_1 、 d_2 の剛域をもつはりや柱 (図 3) の前述の定数は、剛域部分の曲げ剛性 EI を無限大と考え、モールの定理に代入して得られる次式 (2.6) 並びに (2.7) から求めることができる。式 (2.7) において、 l 、 d_1 、 d_2 を l_{bj} 、 d_{b1j} 、 d_{b2j} とおけば a 、 a' 、 b はそれぞれ a_j 、 α_j' 、 β_j を、また式 (2.7) において、 l 、 d_1 、 d_2 を l_{cj} 、 d_{c1j} 、 d_{c2j} とおけば a 、 a' 、 b 、 c 、 c' はそれぞれ a_j 、 α_j' 、 b_j 、 c_j 、 c_j' を与える。図 4 には節点 i に隣接するはり及び柱に属するこれらの定数を示しておいた。固定端モーメントについては頻出する荷重状態に対して公式があるが、剛域およびせん断変形を考慮したものについても公式化しておく方が便利であり、図 5 には等分布荷重 w 並びに集中荷重 P が働く場合の例が示されている。

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{(a_{jj} + \gamma')}{(a_{ii} + \gamma')(a_{jj} + \gamma') - (a_{ij} + \gamma')^2} \\ a' &= \frac{(a_{ii} + \gamma')}{(a_{ii} + \gamma')(a_{jj} + \gamma') - (a_{ij} + \gamma')^2} \\ b &= \frac{-(a_{ij} + \gamma')}{(a_{ii} + \gamma')(a_{jj} + \gamma') - (a_{ij} + \gamma')^2} \\ c &= (a + b)/3 \\ c' &= (a' + b)/3 \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

(a)
$C_{ij} = wd_1^2/2 + wlo^2/12 + wlo d_1/2 + KEIw/AG$ $C_{ji} = wd_2^2/2 + wlo^2/12 + wlo d_2/2 + KEIw/AG$
(b)
$C_{ij} = \{P(a-d_1)(lo+d_1-a)^2\}/lo^2$ $+ \{P(lo+d_1-a)^2(lo+2a-2d_1)d_1\}/lo^3$ $C_{ji} = \{P(b-d_2)(lo+d_2-b)^2\}/lo^2$ $+ \{P(lo+d_2-b)^2(lo+2b-2d_2)d_2\}/lo^3$

図 5 剛域とせん断変形を考慮した固定端モーメント

表 1 対応記号

$K_{bl} \alpha_i' \rightarrow K_{bla'}$	$K_{cu} a_u' \rightarrow K_{cua'}$
$K_{bl} \beta_l \rightarrow K_{blb}$	$K_{cu} b_u \rightarrow K_{cub}$
$K_{bi} \alpha_i \rightarrow K_{bia}$	$K_{ci} a_i \rightarrow K_{cia}$
$K_{bi} \beta_i \rightarrow K_{bib}$	$K_{ci} b_i \rightarrow K_{cib}$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{ii} &= 2\{(1-d_1/l)^3 - (d_2/l)^3\}/3 \\ \alpha_{jj} &= 2\{(1-d_2/l)^3 - (d_1/l)^3\}/3 \\ \alpha_{ij} &= -[1-3\{(d_1/l)^2 + (d_2/l)^2\} \\ &\quad + 2\{(d_1/l)^3 + (d_2/l)^3\}]/3 \\ \alpha_{ji} &= \alpha_{ij} \\ \gamma &= (x/GAI)(l_0/l) \\ \gamma' &= 2EK\gamma \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

言うまでもなく、 $d_1 = d_2 = 0$ 、 $x = 0$ とおけば、式 (2.6)、(2.7) から得られる定数は $a = a' = 2$ 、 $b = 1$ 、 $c = c' = 1$ となり、本報告の材端曲げモーメントの式 (2.3)、(2.4) は、すでに報告した論文などで示したように、剛域がなく、且つせん断変形を考慮する必要のない部材の場合に得られる材端曲げモーメントの式 (文献⁽⁶⁾の式(2)~(5)および文献⁽⁷⁾の式(3)~(6)) に一致することがわかる。

さて、当然のことながら剛域とせん断変形を考慮した剛節構造がつりあいの状態にあるためには、次式の平衡方程式を満たさなければならない。すなわち、任意の節点 i に関する節点方程式

$$M_{il} + M_{ir} + M_{iu} + M_{id} = 0 \quad (2.8)$$

並びに各層ごとに成立する層方程式

$$\sum_{m=1}^{m_i+1} (M_{iu} + M_{ui}) + M_{n-1} = 0 \quad (2.9)$$

$$\sum_{m=1}^{m_i+1} (M_{id} + M_{di}) + M_n = 0 \quad (2.10)$$

を満足する必要がある。

この層方程式は第2層から最下層までの各層で成立つもので、式 (2.9)、(2.10) はそれぞれ第 $n-1$ 層、および第 n 層の層方程式を示す。また、式中の M_{n-1} 、 M_n は第 $n-1$ 層および第 n 層の層モーメントである。これらの平衡方程式に式 (2.3)、(2.4) など示される各材端曲げモーメントを代入し、

$$\left. \begin{aligned} 2E\theta_i &= \varphi_i, \quad 2E\theta_j = \varphi_j \quad (j=l, r, u, d) \\ 6ER_{n-1} &= \psi_{n-1}, \quad 6ER_n = \psi_n \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

を用いて整理すると、次の諸式 (2.12) ~ (2.14) が得られる。

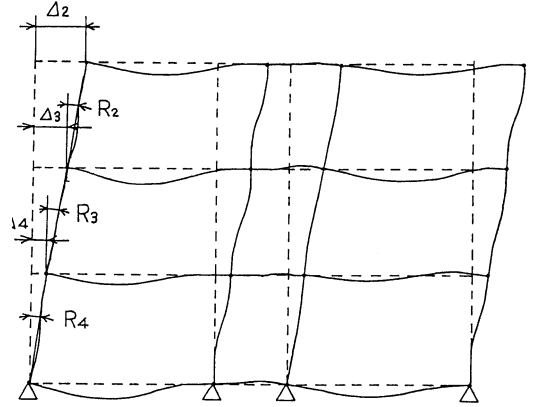


図6 各層上端の節点の水平方向変位

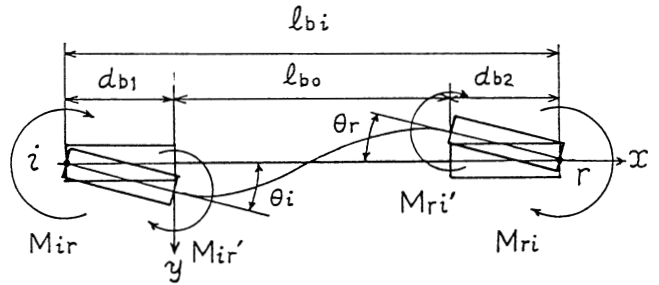


図7 はり部材のたわみ曲線

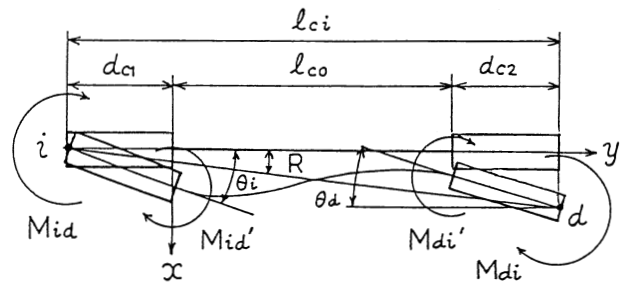


図8 柱部材のたわみ曲線

$$\begin{aligned}
& (K_{bl}a_l' + K_{bi}a_i + K_{cu}a_u' + K_{ci}a_i) \varphi_i \\
& = -(K_{bl}\beta_l\varphi_l + K_{bi}\beta_i\varphi_r + K_{cu}b_u\varphi_u + K_{ci}b_i\varphi_d) \\
& \quad + K_{cu}c_u'\varphi_{n-1} + K_{ci}c_i\varphi_n + C_{ir} - C_{il}
\end{aligned} \tag{2.12}$$

$$\varphi_{n-1} = \frac{\sum_{m=1}^{m_s+1} \{K_{cu}(a_u'\varphi_i + b_u\varphi_u + a_u\varphi_u + b_u\varphi_i)\} + M_{n-1}}{\sum_{m=1}^{m_s+1} K_{cu}(c_u' + c_u)} \tag{2.13}$$

$$\varphi_n = \frac{\sum_{m=1}^{m_s+1} \{K_{ci}(a_i\varphi_i + b_i\varphi_d + a_i'\varphi_d + b_i\varphi_i)\} + M_n}{\sum_{m=1}^{m_s+1} K_{ci}(c_i' + c_i)} \tag{2.14}$$

つぎに次式 (2.15), (2.16) のとう度係数 $\bar{R}_n$ 、分配率 δ_i などを用い、剛度 K_{bi} , K_{ci} と係数 α_j , β_j , a_j , b_j などとの積を表 1 に示したように対応する記号で置き換えて、さらに式 (2.17) ~ (2.20) の関係を用いて、式 (2.12) ~ (2.14) の変換を行う。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \bar{R}_{n-1} &= \varphi_{n-1} \sum_{m=1}^{m_s+1} K_{cu}(c_u' + c_u) \\ \bar{R}_n &= \varphi_n \sum_{m=1}^{m_s+1} K_{ci}(c_i' + c_i) \end{aligned} \right\} \tag{2.15}$$

$$\left. \begin{aligned} \delta_u &= K_{cu}c_u / \sum_{m=1}^{m_s+1} K_{cu}(c_u' + c_u) \\ \delta_u' &= K_{cu}c_u' / \sum_{m=1}^{m_s+1} K_{cu}(c_u' + c_u) \\ \delta_i &= K_{ci}c_i / \sum_{m=1}^{m_s+1} K_{ci}(c_i' + c_i) \\ \delta_i' &= K_{ci}c_i' / \sum_{m=1}^{m_s+1} K_{ci}(c_i' + c_i) \end{aligned} \right\} \tag{2.16}$$

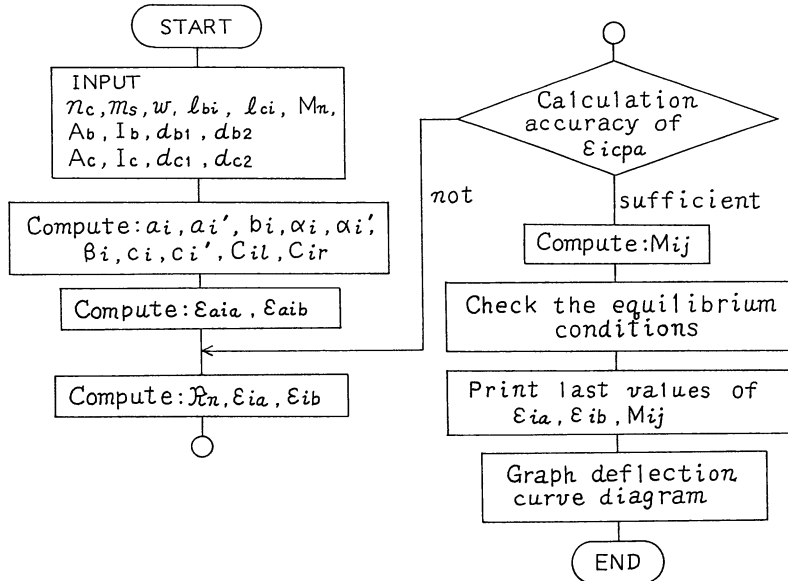


図9 ε 法による計算の流れ図

および表 1 の記号を用いて定義した次式

$$\left. \begin{aligned} \rho_{ia} &= K_{bla}' + K_{bia} \\ &\quad + K_{cua}' + K_{cia} \\ \rho_{ib} &= K_{blb} + K_{bib} \\ &\quad + K_{cub} + K_{cib} \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{ila} &= K_{bla}' / \rho_{ia}, \\ \gamma_{ira} &= K_{bia} / \rho_{ia}, \\ \gamma_{iua} &= K_{cua}' / \rho_{ia}, \\ \gamma_{ida} &= K_{cia}' / \rho_{ia}, \\ \gamma_{ilb} &= K_{blb} / \rho_{ib}, \\ \gamma_{irb} &= K_{bib} / \rho_{ib}, \\ \gamma_{iub} &= K_{cub} / \rho_{ib}, \\ \gamma_{idb} &= K_{cib} / \rho_{ib}, \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

を使用し、次に示す関係式 (2.19) と新たな変数 (2.20)、すなわち

$$\left. \begin{aligned} r_{ija} \rho_{ia} &= \gamma_{ija} \rho_{ja} \\ r_{jib} \rho_{ib} &= \gamma_{jib} \rho_{jb} \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{ia} &= \rho_{ia} \varphi_i, \\ \varepsilon_{ib} &= \rho_{ib} \varphi_i \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

を用いると、節点方程式、層方程式は結局次式のように変形される。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ia} &= -(\gamma_{iib} \varepsilon_{ib} + \gamma_{rib} \varepsilon_{rb} \\ &\quad + \gamma_{uib} \varepsilon_{ub} + \gamma_{dib} \varepsilon_{db}) \\ &\quad + \delta_u \bar{R}_{n-1} + \delta_i \bar{R}_n + C_{ir} \\ &\quad - C_{il} \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\varepsilon_{ib} = (\rho_{ib} / \rho_{ia}) \varepsilon_{ia} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} \bar{R}_{n-1} &= \sum_{m=1}^{ms+1} (\gamma_{iua} \varepsilon_{ia} + \gamma_{uib} \varepsilon_{ub}) \\ &\quad + \gamma_{uia} \varepsilon_{ua} + \gamma_{uib} \varepsilon_{ib}) \\ &\quad + M_{n-1} \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \bar{R}_n &= \sum_{m=1}^{ms+1} (\gamma_{ida} \varepsilon_{ia} + \gamma_{dib} \varepsilon_{db} \\ &\quad + \gamma_{dia} \varepsilon_{da} + \gamma_{dib} \varepsilon_{ib}) \\ &\quad + M_n \end{aligned} \quad (2.24)$$

ここで、 γ_{ija} や γ_{jib} などは伝達率に相当し、 δ_i 、 ε_{ia} などはそれぞれ分配率、たわみ角係数であり、 C_{ir} 、 C_{il} は固定端モーメント、 M_{n-1} 、 M_n は層モーメントと呼ぶことはすでに述べた。 ε 法は、繰返し演算によって希望する精度

表 2 図10のラーメン部材の各部寸法

i	ℓ_{bi}	A_b	I_b	d_{b1}	d_{b2}	ℓ_{c1}	A_c	I_c	d_{c1}	d_{c2}
6	5.00	0.40	0.02133	0.40	0.40	3.00	0.64	0.03413	0.40	0.50
7	2.00	0.40	0.02133	0.40	0.40	3.00	0.64	0.03413	0.40	0.50
8	5.00	0.40	0.02133	0.40	0.40	3.00	0.64	0.03413	0.40	0.50
9	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00	3.00	0.64	0.03413	0.40	0.50
11	5.00	0.50	0.04167	0.50	0.50	3.00	1.00	0.08333	0.50	0.60
12	2.00	0.50	0.04167	0.50	0.50	3.00	1.00	0.08333	0.50	0.60
13	5.00	0.50	0.04167	0.50	0.50	3.00	1.00	0.08333	0.50	0.60
14	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00	3.00	1.00	0.08333	0.50	0.60
16	5.00	0.72	0.08640	0.60	0.60	3.00	1.44	0.17280	0.60	0.60
17	2.00	0.72	0.08640	0.60	0.60	3.00	1.44	0.17280	0.60	0.60
18	5.00	0.72	0.08640	0.60	0.60	3.00	1.44	0.17280	0.60	0.60
19	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00	3.00	1.44	0.17280	0.60	0.60
21	5.00	0.72	0.08640	0.60	0.60	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00
22	2.00	0.72	0.08640	0.60	0.60	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00
23	5.00	0.72	0.08640	0.60	0.60	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00
24	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00

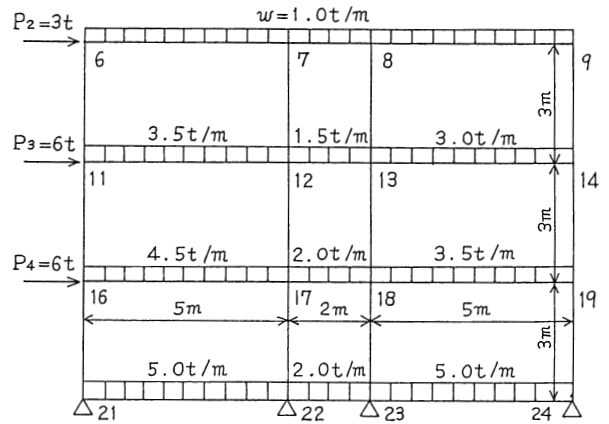


図10 3層3スパン矩形ラーメン

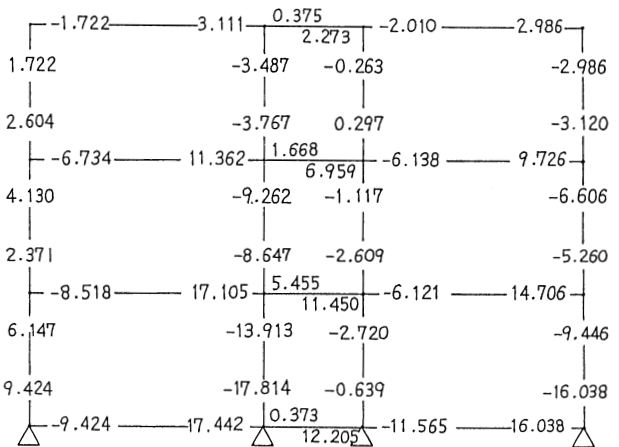


図11 ε 法による材端モーメント

の ε_{ai} を求め、 θ_i 、 R_n を決定する方法である。式 (2.21) ～ (2.24) はラーメン各節点のたわみ角係数 ε_{ia} の初期値が与えられると、逐次近似法により高い精度のたわみ角係数 ε_{ia} と、とう度係数 $\bar{R}_n$ の値を順次求めることができることを示している。

ε_{ia} の初期値の決定は次のように行うことができる。先に述べた式 (2.12) で示される節点方程式および式 (2.13)、(2.14) で示される各層方程式中の右辺の φ の値をすべて φ_i に等しいとおき、層方程式を節点方程式に代入、整理することによって得られる ε_{ia} を ε_{aia} とおくとき、これは ε_{ia} の初期値、すなわち第 1 近似解 $\varepsilon_{ia}^{(1)}$ を与える。 ε_{aia} は次式 (2.25) のように得られ、したがって ε_{aib} も式 (2.26) のように計算される。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{aia} = & (\delta_u M_{n-1} + \delta_i M_n \\ & + C_{ii} - C_{ir}) \left\{ 1 + \frac{\rho_{ib}}{\rho_{ia}} \right. \\ & \left. - 3 \left(\frac{c_u}{a_u} \gamma_{iua} + \frac{c_i}{a_i} \gamma_{ida} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_{aib} = (\rho_{ib} / \rho_{ia}) \varepsilon_{aia} \quad (2.26)$$

この ε_{aia} 、 ε_{aib} を式 (2.21) ～ (2.24) に適用すれば、順次高い精度の ε_{ia} 、 $\bar{R}_n$ などが得られたことになる。したがって、希望する精度に達した ε_{ia} 、 ε_{ib} 、 $\bar{R}_{n-1}$ 、 $\bar{R}_n$ を用いればたわみ角とう度法の基本式から任意の節点 i まわりの材端曲げモーメント M_{ij} ($j=l, r, u, d$) が次式のように定まることになる。はりについては、

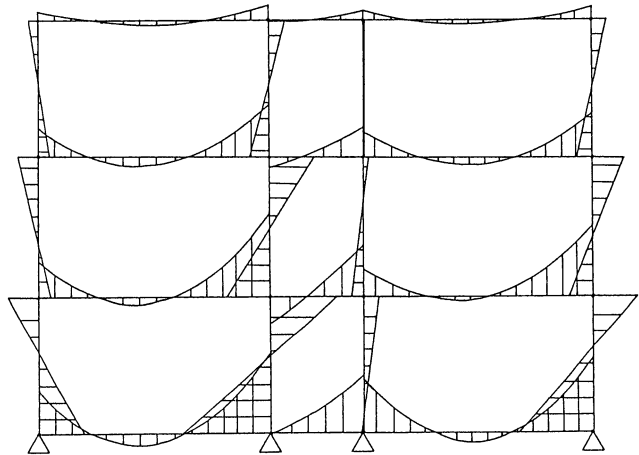


図12 各部材の曲げモーメント図

表3 図13のラーメン部材の各部寸法

i	ℓbi	Ab	Ib	dbi	dbz	ℓci	Ac	Ic	dc1	dc2
7	5.00	0.30	0.00900	0.30	0.90	3.00	0.36	0.01080	0.30	0.40
8	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00	3.00	0.36	0.01080	0.30	0.40
12	5.00	0.40	0.02133	0.40	0.40	3.00	0.64	0.03413	0.40	0.50
13	5.00	0.40	0.02133	0.40	0.40	3.00	0.64	0.03413	0.40	0.50
14	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00	3.00	0.64	0.03413	0.40	0.50
17	5.00	0.60	0.05000	0.50	0.50	3.00	1.00	0.08333	0.50	0.50
18	5.00	0.60	0.05000	0.50	0.50	3.00	1.00	0.08333	0.50	0.50
19	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00	3.00	1.00	0.08333	0.50	0.50
21	5.00	0.60	0.05000	0.50	0.50	3.00	1.00	0.08333	0.50	0.60
22	5.00	0.60	0.05000	0.50	0.50	3.00	1.00	0.08333	0.50	0.60
23	5.00	0.60	0.05000	0.50	0.50	3.00	1.00	0.08333	0.50	0.60
24	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00	3.00	1.00	0.08333	0.50	0.60
26	5.00	0.72	0.08640	0.50	0.50	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00
27	5.00	0.72	0.08640	0.50	0.50	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00
28	5.00	0.72	0.08640	0.50	0.50	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00
29	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00

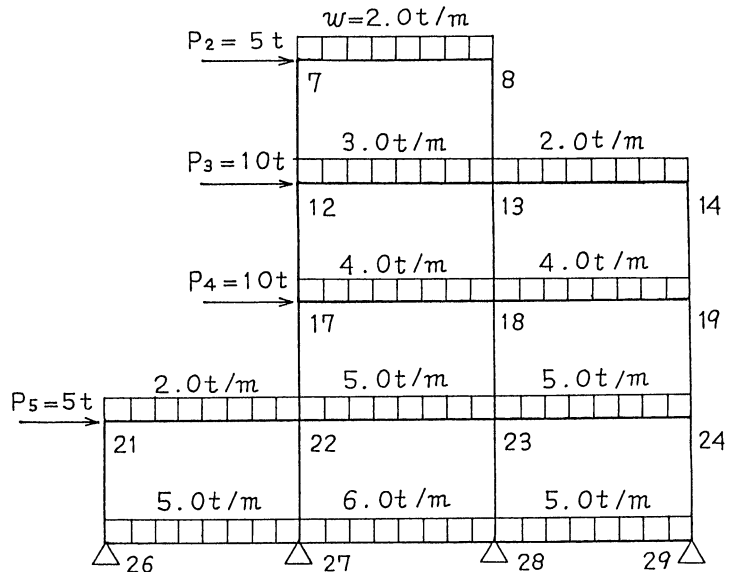


図13 部材の一部を欠く4層3スパン矩形ラーメン

$$\left. \begin{aligned} M_{il} &= \varepsilon_{ia} \gamma_{ila} + \varepsilon_{ib} \gamma_{iib} + C_{il} \\ M_{ir} &= \varepsilon_{ia} \gamma_{ira} + \varepsilon_{rb} \gamma_{rib} - C_{ir} \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

柱については

$$\left. \begin{aligned} M_{iu} &= \varepsilon_{ia} \gamma_{iua} + \varepsilon_{ub} \gamma_{uib} - \bar{R}_{n-1} \delta_u' \\ M_{id} &= \varepsilon_{ia} \gamma_{ida} + \varepsilon_{db} \gamma_{dib} - \bar{R}_n \delta_i \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

のように得られる。

水平方向の荷重による第 n 層の上端の節点の水平方向変位 Δ_n (図 6 参照) については次式 (2.29) から、また節点 i の左側のはりおよび下側の柱の曲げ変形によるたわみ y および x (図 7、8 を参照) については、それぞれ次式 (2.30) ~ (2.33) から求めることができる。ここで、図 8 については柱 id の方向を 90° 横に倒して図示していることに注意してほしい。

$$\Delta_n = \sum_{i=n}^{n_c+1} R_i l_i \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{EI} \left\{ \frac{w}{24} x^4 \right. \\ &\quad - \left(\frac{wl_{b0}}{12} - \frac{M_{ir}' + M_{ri}'}{6l_{b0}} \right) x^3 \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \left(M_{ir}' + \frac{\kappa EI}{AG} w \right) x^2 \right\} \\ &\quad + \theta_i x + d_{b0} \theta_i \quad (0 \leq x \leq l_{b0}) \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\left. \begin{aligned} y &= \theta_i x + d_{b1} \theta_i \\ &\quad (-d_{b0} \leq x < 0) \\ y &= -\theta_r \{ (l_{b0} + d_{b2}) - x \} \\ &\quad (l_{b0} < x \leq l_{b0} + d_{b2}) \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

$$x = \frac{1}{EI} \left\{ (M_{id}' + M_{di}') \frac{y^3}{6l_{c0}} - M_{id}' \frac{y^3}{2} \right\} + \theta_i y + d_{c1} \theta_i \quad (0 \leq y \leq l_{c0}) \quad (2.32)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \theta_i y + d_{c1} \theta_i \\ &\quad (-d_{c1} \leq y < 0) \\ x &= \theta_d y + R_n l - \theta_d (l_0 + d_{c2}) \\ &\quad (l_{c0} < y \leq l_{c0} + d_{c2}) \end{aligned} \right\} \quad (2.33)$$

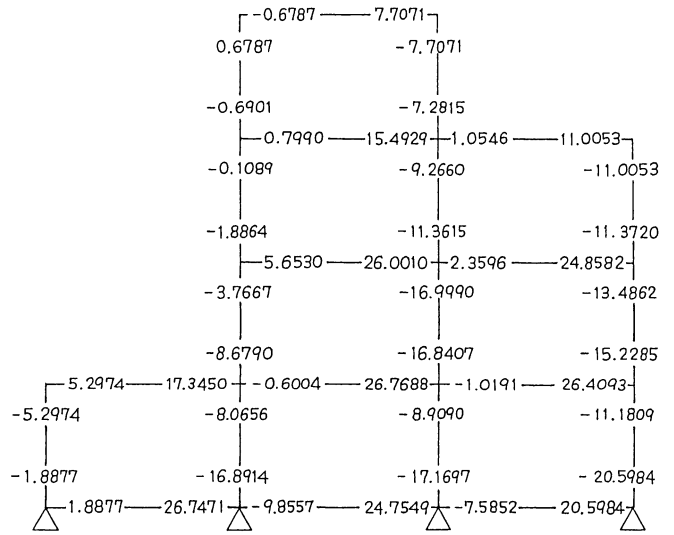


図14 (a) ε 法による材端モーメント

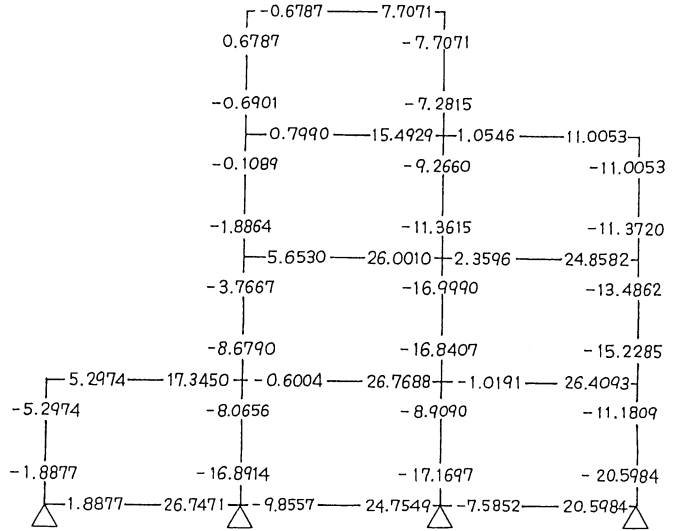


図14 (b) 剛性マトリックス法による材端モーメント

3. 計算の流れ図と計算結果例

3. 1 計算の流れ図

以上の計算の流れをフローチャートに示すと図9のようになる。電子計算機による計算を始めるに当たり、図1のような高層多スパン一般矩形ラーメンの図を描き、各節点番号を確認するとともに、各部材の剛度 K_{bi} , K_{ci} を定め、各はりには働く垂直力並びに剛域寸法、せん断形状係数 α などから固定端モーメント C_{il} , C_{ir} を、また各柱には働く水平力から層モーメント M_n を求めておくことは言うまでもない。層モーメント式については文献⁽⁶⁾の式(32), (33)を参照されたい。

以上、実節点に関するこれらの値および部材長並びに剛域寸法などを入力データとして与えると、電子計算機は図9の流れ図に従い演算を実行する。 ε_{ia} が要求する精度の値を示すまで計算を継続し、終了 ($m = m_s + 1$, $n = n_c + 2$ の節点のたわみ角係数 ε_{iacp} の値で終了判定) すると、本計算プログラムの中で引き続き式(2.27),

(2.28) により各部材の材端曲げモーメントが計算される。そして、これらの値が各節点および各層の平衡方程式、すなわち節点方程式と層方程式を満たすことをチェックして一通りの計算結果の出力後、全計算を終了する。

3. 2 計算結果例

図10は計算例に使用する3層3スパン矩形ラーメンである。節点 i に連なる各部材は表2の寸法をもち、各はりとも等分布荷重 w と各層に図示のような水平荷重 P_n ($n = 2, 3, 4$) を受けている。層モーメントは $M_2 = 3t \times 3m = 9t \cdot m$, $M_3 = (3+6)t \times 3m = 27t \cdot m$, $M_4 = (3+6+6)t \times 3m = 45t \cdot m$ のように得られる ($1t \cdot m = 9.8kN \cdot m$)。また、固定端モーメントは、縦弾性係数 E 、横弾性係数 G およびせん

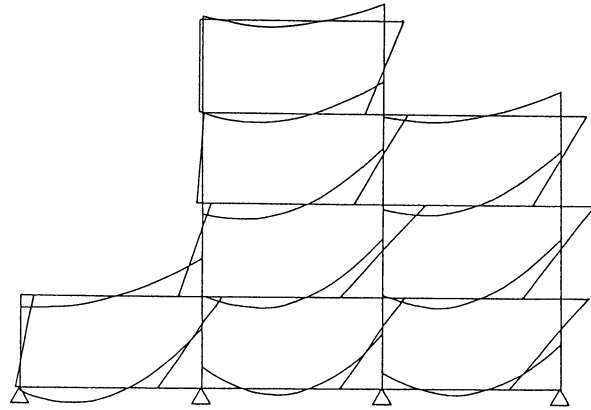


図15 (a) ε 法による曲げモーメント

n	第 n 層上端変位 (m)
2	$1.242 (\times 10^{-3})$
3	$7.837 (\times 10^{-4})$
4	$4.543 (\times 10^{-4})$
5	$1.844 (\times 10^{-4})$

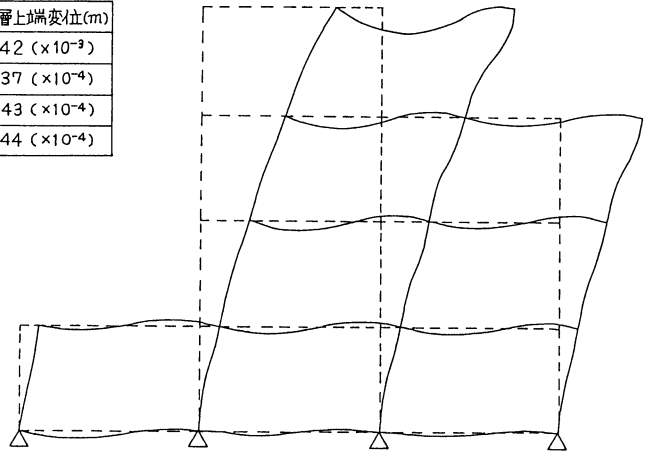


図15 (b) ε 法によるたわみ曲線

断力形状係数 α を用い、図 5 の諸式から計算できる。図 11 は本例題の演算から得た材端モーメントの値をラーメン図に付記したものであり、ラーメン各部材が受ける曲げモーメント図を描いたものが図 12 である。

本方法では各層ごとに水平方向および垂直方向の節点の移動がそれぞれ同じであることが保証される場合には、矩形ラーメンの一部のはり、柱が存在しない場合でも、本方法によるラーメン構造解析が可能である。図 13 は、図 1 のように表した 4 層 3 スパン一般矩形ラーメンにおいて、図 13 に図示されていないはり及び柱の剛度 K_{bi} , K_{ci} をすべて 0 とした高層多スパン一般矩形ラーメンの場合であると考えることができる。したがって、この場合にも本方法による解析は可能であり、図 14 (a) はこのようにして水平、垂直両荷重を同時に受けるラーメン構造物について、 ϵ 法による材端モーメントを求めたものである。図 14 (b) は同じラーメン構造物を、剛性マトリックス法⁽⁵⁾により解析した結果であり、両者は極めて近い値を与えることが分かる。図 15 (a) および図 15 (b) は、それぞれ図 13 の、部材の一部を欠く 4 層 3 スパン矩形ラーメンにおいて、等分布荷重 w と、水平荷重 P_n ($n = 2, 3, 4, 5$) を受ける場合の各部材の曲げモーメント図と、はり及び柱部材に与えられるたわみ変形曲線図を示す。

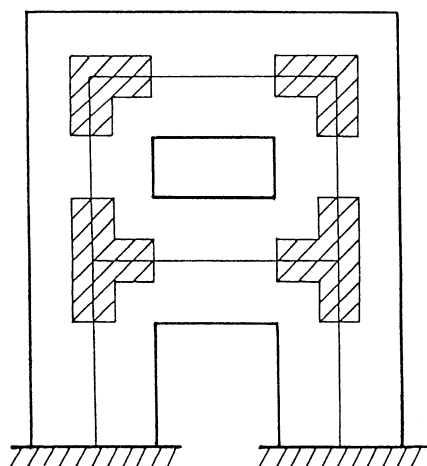


図 16 (a) 剛域とせん断変形を考慮した 2 層 1 スパンラーメン

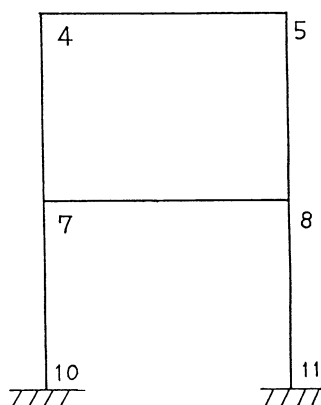


図 16 (b) 図 16 (a) に付した節点番号

表 4 図 16 のラーメン部材の各部寸法

i	l_{bi}	A_b	I_b	d_{b1}	d_{b2}	l_{ci}	A_c	I_c	d_{c1}	d_{c2}
4	2.00	1.00	0.08333	0.50	0.50	1.50	1.00	0.08333	0.50	0.50
5	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00	1.50	1.00	0.08333	0.50	0.50
7	2.00	1.00	0.08333	0.50	0.50	1.50	1.00	0.08333	0.50	0.50
8	0.00	0.00	0.00000	0.00	0.00	1.50	1.00	0.08333	0.50	0.50

(単位: A_b, A_c [m^2], I_b, I_c [m^4], その他 [m])

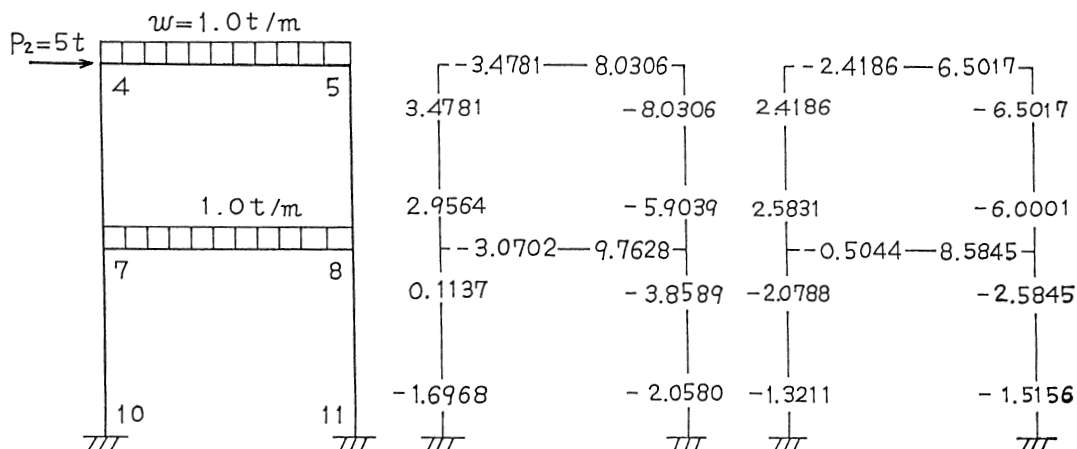


図17 荷重状態 (a) と ϵ 法による材端モーメント
— (b) 剛域とせん断変形を考慮、(c) 剛域のみを考慮

4. せん断変形の影響の程度

ここではせん断変形を考慮する場合の影響を、図16 (a) の2層1スパン ($m_s = 2$, $n_c = 1$) の簡単なラーメン構造物を例に取り、眺めてみたい。

剛域や材せいを考えない場合には、普通部材の中心線を取り出して、図14 (b) のように線材として取り扱っている。ところが材せいが大きくなるとせん断変形の影響が無視できないことが知られている。ここでは、図14 (a) のように部材に忠実な場合（せん断変形、すなわち、材せいの影響と剛域の影響の両方を考慮した場合）と図14 (b) の線材に剛域の影響のみを付加した場合について、 ϵ 法による両者の解の比較を行ってみたい。剛域などの寸法などは表4に与えられている。図14 (a), (b) の各はりには図17 (a) に示したように等分布荷重 $w = 1.0t \cdot m$ がかかり、2層目の上端に水平荷重 $P_2 = 5t$ が図示の方向に働いているものとする。図17 (b), (c) には、それ

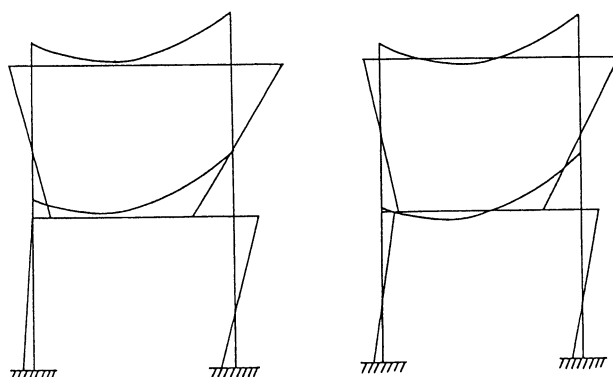


図18 ϵ 法による曲げモーメント図
(a) 剛域とせん断変形を考慮、(b) 剛域のみを考慮

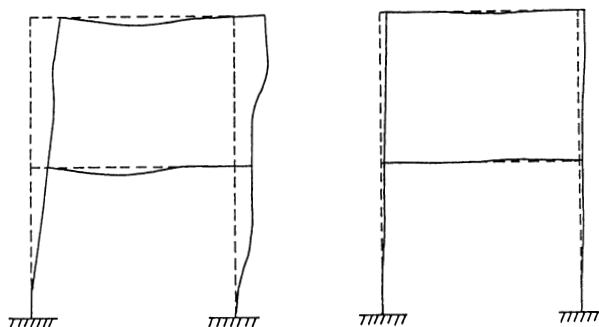


図19 ϵ 法によるたわみ曲線
(a) 剛域とせん断変形を考慮、(b) 剛域のみを考慮

それぞれせん断変形の影響を考慮した場合と考慮しない場合の材端モーメントの値が、ラーメン図に付記する形で、対比されて示されている。同様に、図18 (a) (b) には曲げモーメント図が、また、図19 (a), (b) には節点の水平変位 Δ_i および各部材のたわみ変形曲線（はりではたわみ y 、柱ではたわみ x の曲線）が対比して示されている。これらのことから、せん断変形の影響を考慮すると、ほとんどの計算値が大きめに与えられることが分かる。ここに、材せいが大きい場合にはせん断変形への配慮が必要であることが認められる。

参考までに、耐震計算では、曲げとせん断変形を考慮する場合、材せい h がそのスパン長 l に対して、

- (1) $h = l$ ならばせん断が支配的である。
- (2) $h = 0.5l$ ならば両者の変形が同等である。
- (3) $h = 0.3l$ ならばせん断が衰える。
- (4) $h = 0.21l$ ならば曲げだけ考えればよい。

などと言われており、 $h = 0.3l$ 以上になると、曲げとせん断を考慮したラーメンの特殊解法が必要になる。

5. 結 言

以上、たわみ角とう度法の一つである ε 法により基礎ばりを有し、剛域とせん断変形を考慮して、高層多スパン一般矩形ラーメンを電子計算機を用いて構造解析する場合の解析法を示した。筆者らはすでに ε 法を用いた構造解析法についていくつかの報告^{(6)~(9), (11)~(14)}をしているが、剛域をもつ材で、曲げおよびせん断変形を考慮に入れた場合でも、本 ε 法は有効な解析法であることが示された。なお、計算プログラムについては紙面の関係で省略したが、構造解析に携わる技術者が比較的小容量のパーソナルコンピュータを用いて手軽に演算結果を得ることに役立ててほしい。

文 献

- (1) 巽 純一：最も実用的なラーメンの解法，(昭和16)，pp. 252，パワー社。
- (2) 塚本正夫：モーメント分配法，(昭和42)，pp. 213，理工図書。
- (3) 日本鋼構造協会編：骨組構造解析，(昭和46)，pp. 304，倍風館。
- (4) 槇谷栄次・天野喜幸：たわみ角法とカニ法－多層ラーメンの図上計算法－，(昭和54)，pp. 278，槇書店。
- (5) 魚木・柴田：BASIC による骨組応力解析応用編，(昭和60)，pp. 215，学芸出版社。
- (6) 高野英資・原 利昭・根本洋一： ε 法を用いたコンピュータによる構造解析，日本機械学会論文集，51-472，A (昭和60-12)，2838-2845。
- (7) 高野英資・原 利昭・根本洋一・矢沢 明： ε 法を用いたコンピュータによる構造解析（第2報，柱脚滑節の場合），日本機械学会論文集，53-494，A (昭和62-10)，1953-1960。
- (8) 高野英資・矢沢 明： ε 法を用いたコンピュータによる構造解析（第3報，基礎ばりを有し，剛域を考慮した部材から成る場合），日本機械学会論文集，54-506，A (昭和63-10)，1908-1914。
- (9) 矢沢 明・高野英資・吉田正史： ε 法を用いたコンピュータによる構造解析（第4報，剛域とせん断変形の影響を考慮する場合），日本機械学会・精密工学会北陸信越支部講演概要集，No. 897-2，

(平成元 - 9 - 21, 長岡).

- (10) 根本洋一: パソコンと ε 法によるラーメンの解法, (平成 4 - 4), pp. 130, パワー社.
- (11) 高野英資・吉田正史・劉 利群: ε 法による立体ラーメン構造物の構造解析, 日本機械学会論文
集, 60-570, A (平成 6 - 2), 520-526.
- (12) 劉 利群・高野英資・勝又 努: ε 法による円弧部材をもつラーメン構造物の構造解析, 日本機械
学会論文集, 59-568, A (平成 5 - 12), 3048-3055.
- (13) 劉 利群・高野英資・勝又 努: ε 法による円弧部材をもつラーメン構造物の構造解析 (異なる部
材回転角と軸力を考慮した場合), 日本機械学会論文集, 60-572, A (平成 6 - 4), 1070-1079.
- (14) 劉 利群・高野英資・吉田正史: ε 法による円弧部材をもつ立体ラーメン構造物の構造解析, 日本
機械学会論文集, 61-585, A (平成 7 - 5), 1086-1095.

(平成17年 1 月27日受理)