

ϵ 法を用いたコンピュータによる構造解析

(基礎ばりの一部節点が支持されていない場合)

高野 英 資、鈴木 真 人、吉 田 正 史^{*1}、星 淳^{*2}、田 村 隆^{*3}

A Study of the Structural Analysis of Rigid Frame by the ϵ -Method Using a Digital Computer
(Cases where Some Footing Beams are not supported in the Rigid Frame)

Eisuke TAKANO, Makoto SUZUKI, Masashi YOSHIDA, Jun HOSHI and Takashi TAMURA

1. これまでの研究経過

ϵ 法は、旧神戸高等工業学校教授 巽 純一氏の創案になるラーメン構造物の解析手法であり、昭和15年同校教授となった同氏が、「最も実用的なラーメンの解法」⁽¹⁾として、昭和16年に雑誌(パワー社)に紹介したものである。しかし、同氏は昭和16年に応召、満州、南方方面などに転属、昭和19年にニューギニアで戦病死するまで、一度として故国の土をふむことなく、折角の研究もそのまま中断、昭和26年に日本に上陸した「カニ法」(発表昭和24年)の陰に隠れてしまい、今では殆ど人に知られることもないままに経過した(以上は、根本洋一氏の著書⁽¹⁾のはしがきからの引用)。その後、カニ法やモーメント分配法などの著書も出てくる。^{(2)~(4)}

筆者の一人は、昭和20年に長岡高等工業学校を卒業して運輸省第一港湾局に勤務し、現場の設計業務に従事していた根本洋一氏から本方法のすばらしさを聞き、図上計算法を基本とする本方法が簡便とは言いながらも、手計算ばかりではかなり手間のかかることから、昭和55年頃、当時ようやく手にすることが出来るようになったパソコンを利用して計算出来ないかとの相談を受け、巽教授のご遺族の了解とパワー社の勧めもあって、「 ϵ 法」と命名し、世に問うこととした。幸い昭和60年には、「 ϵ 法を用いたコンピュータによる構造解析」として日本機械学会論文集⁽⁶⁾に柱脚固定の高層多スパン一般矩形ラーメンの構造解析法を報告、引き続き昭和62年の同論文集⁽⁷⁾には、その第2報として、「柱脚滑節の場合」の同ラーメン構造物の構造解析法のアルゴリズムと解析例を示している。巽の示した方法はここまでで終わっている。

さらに筆者の一人は、昭和63年の日本機械学会論文集⁽⁸⁾には第3報として、「基礎ばりを有

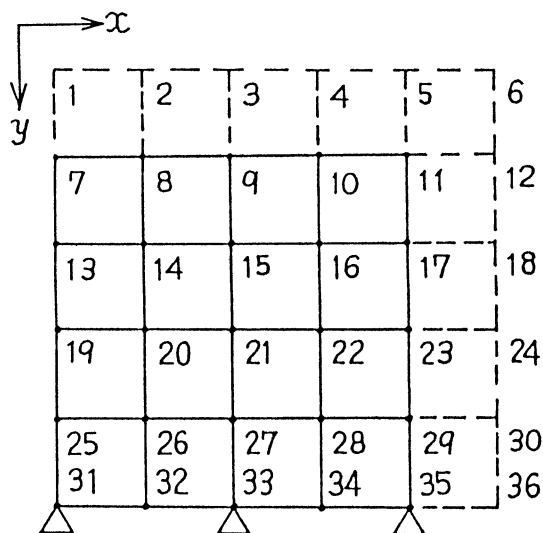


図1 n_c 層 m_s スパン一般矩形ラーメン
(基礎ばりの一部接点不支持の場合)

^{*1}Sony Electronics Inc.(USA)、^{*2}JR 東日本(株)東京電気工事事務所、^{*3}新潟大学工学部

し、剛域を考慮した部材からなる場合」を報告した後、つぎに示すいくつかの報告を日本機械学会主催の講演会で行っている。当時、他の研究テーマを含む大学院学生の研究指導に追われ、口頭発表のままとなっているものもあるが、「第4報 剛域とせん断変形の影響を考慮する場合」⁽⁹⁾、「第5報 基礎ばりの一部節点が支持されていない場合」⁽¹⁰⁾（以上平成元年）、「第6報 部材軸力を考慮した場合」（平成3年）、続いて「斜材を含む場合」（平成4年）や、「はり及び柱の一部が固定または支持されている場合」（平成7年）などについて発表を行って来た。これらはいずれも2次元矩形ラーメンの構造解析を主として対象としているが、平成6年には、日本機械学会論文集⁽¹²⁾で「 ϵ 法による立体ラーメン構造物の構造解析」を報告、続報として「同（異なる部材回転角と軸力を考慮した場合）」を平成7年に口頭発表している。

また、平成5年からはこれと併行して、ラーメンの構造部材が曲線部材を含む場合の2次元及び3次元ラーメン構造物の構造解析にまで、本 ϵ 法の適用範囲を広げている。曲線部材を対象としたものとして、2次元構造物に関する論文「 ϵ 法による円弧部材をもつラーメン構造物の構造解析」を日本機械学会論文集⁽¹³⁾に公表、「同（異なる部材回転角と軸力を考慮した場合）」を同論文集⁽¹⁴⁾に、また3次元円筒状骨組み構造物に関し、「 ϵ 法による円弧部材をもつ立体ラーメン構造物の構造解析」を同論文集⁽¹⁵⁾に報告している。最近では、3次元半球状構造物に関し、「 ϵ 法による単一半球面ラーメン構造物の構造解析」並びに「 ϵ 法による多重半球面ラーメン構造物の構造解析」を平成12年に相次いで口頭発表した。文献⁽¹⁰⁾は文献⁽⁹⁾の「剛域とせん断変形の影響を考慮する場合」の内容に新しい知見を加えてまとめ直したものである。

2. 本研究のねらい

次に本研究のねらいと目的について述べる。本報告は同様に、文献⁽¹⁰⁾の内容に新たな知見を加えて整理し直したものである。構造物の中には吊り構造のように、基礎ばりの一部節点が支持されていない構造物も存在する。その場合には、水平方向だけでなく垂直方向の平衡方程式を考慮に入れて解析する必要がある。本報告では、比較的小容量で演算が可能なたわみ角法の一つである ϵ 法^{(6)~(9), (16)}を、基礎ばりの一部節点が支持されていない高層多スパン一般矩形ラーメンに適用した場合の解析原理、手順そしてその

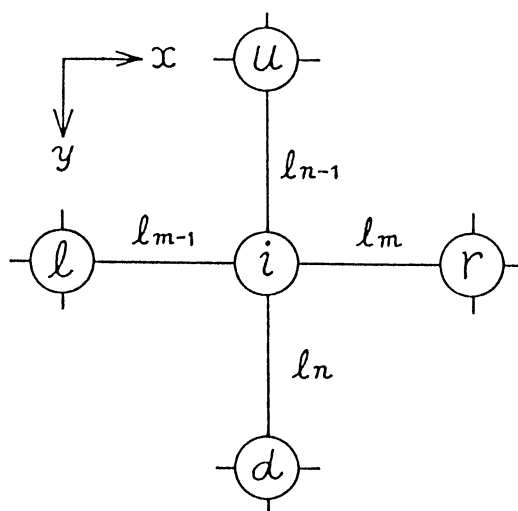


図2 節点*i*に隣接する節点番号と部材長

(a)

$$C_{li} = C_{il} = \frac{w_i L_i^2}{12}, \quad C_{li} = \frac{P_{ri} a_i b_i^2}{L_i^2}, \quad C_{il} = \frac{P_{rl} a_l^2 b_l}{L_i^2}$$

$$C_{ir} = C_{ri} = \frac{w_i L_i^2}{12}, \quad C_{ir} = \frac{P_{ri} a_i b_i^2}{L_i^2}, \quad C_{ri} = \frac{P_{rl} a_l^2 b_l}{L_i^2}$$

(b)

図3 固定端モーメント

有効性について述べるものである。

3. ϵ 法によるラーメン構造解析理論

図1は本研究で取り扱う n_c 層 m_s スパン一般矩形ラーメンで、破線が交わる点は仮想節点である。

左から m 番め、上から n 番めの節点番号 i は次式

$$i = (n-1)(m_s+2) + m \quad (2.1)$$

で与えられる。ここで、実節点に対し、 m については1から m_s+1 までの値を、 n については2から n_c+2 までの値をとる。

次に電子計算機のプログラミングに便利のように、基礎ばりの一部節点が支持されていない場合について、ラーメン構造解析に必要な諸式を誘導しよう。いま任意の節点 i に隣接する各部材のもう一方の側の節点番号を図2のように左、右、上、下の節点に対し l, r, u, d とする。これらの節点番号は節点番号 i とのあいだに次のような関係がある。

$$\left. \begin{aligned} l &= i-1, u = i-(m_s+2) \\ r &= i+1, d = i+(m_s+2) \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

任意の節点 i に隣接する各部材の材端曲げモーメント M_{ij} ($j=l, r, u, d$) は、たわみ角法の基本公式を用いて次式 (2.3) および (2.4) のように求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} M_{il} &= 2EK_{bl} (2\theta_i + \theta_l - 3R_{m-1}) + C_{il} \\ M_{ir} &= 2EK_{br} (2\theta_i + \theta_r - 3R_m) - C_{ir} \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{iu} &= 2EK_{cu} (2\theta_i + \theta_u - 3R_{n-1}) \\ M_{id} &= 2EK_{ci} (2\theta_i + \theta_d - 3R_n) \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

ただし、実節点に関し、 $m=1$ のとき $M_{il}=0$ 、 $m=m_s+1$

のとき $M_{ir}=0$ とし、また $n=2$ のとき $M_{iu}=0$ とする。 $n=n_c+2$ のとき、基礎ばりは支持されているか、一部の節点が回転かつ移動可能な剛節構造の場合を対象としているので、次式 (2.5) を満足する。

$$M_{id} = 0 \quad (2.5)$$

ここで、式中の E は部材の縦弾性係数、 K_{bl} 、 K_{ci} はそれぞれ節点 i の右側のはり及び下側の柱の剛度 (または剛比) である。また、 θ_i 、 θ_j は節点回転角であり、上から第 $n-1$ 層および第 n 層の各柱の上下端節点の部材回転角を R_{n-1} 、 R_n 、また左から第 $m-1$ スパン、第 m スパンの各はりの左右端節点の部材回転角を R_{m-1} 、 R_m としている。 C_{il} 、 C_{ir} は固定端モーメントである。図3には、はりが等分布荷重 w_i や集中荷重 P_{vi} を受ける場合の固定端モーメントを求める諸式が示されている。

また、 R_n 、 R_m などは部材の寸法 l_n 、 l_m および x, y 方向節点変位 X_n 、 Y_m を用いて式 (2.6) のように書くことができる。ここで、 θ_i 、 θ_j 、 R_n 、 R_m は時計回りを正、 X_n 、 Y_m は x, y 座標軸方向を正とする。

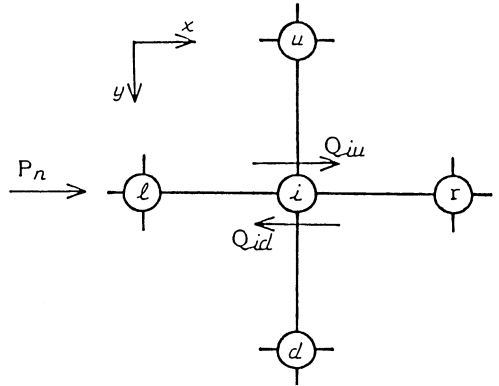


図4 節点 i を通るはり部材に働く水平せん断力と外部荷重

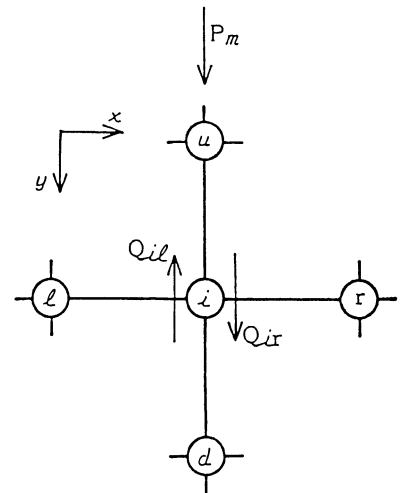


図5 節点 i を通る柱部材に働く鉛直せん断力と外部荷重

$$\left. \begin{aligned} R_n &= (X_n - X_{n+1})/l_n \\ R_m &= (Y_{m+1} - Y_m)/l_m \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

さて、剛節構造物がつり合い状態にあるためには、任意の各節点 i における次の節点方程式 (2.7) と節点 i を通るはりおよび柱方向の水平せん断力方程式 (2.8)、並びに鉛直せん断力方程式 (2.9) を満足しなければならない。 P_n, P_m はそれぞれ節点 i を通る水平方向、鉛直方向の外部荷重である。

$$M_{il} + M_{ir} + M_{iu} + M_{id} = 0 \quad (2.7)$$

$$-\frac{1}{l_{n-1}} \sum_{m=1}^{m_s+1} (M_{iu} + M_{ui}) + \frac{1}{l_n} \sum_{m=1}^{m_s+1} (M_{id} + M_{di}) + P_n = 0 \quad (2.8)$$

$$-\frac{1}{l_{m-1}} \sum_{n=2}^{n_c+2} (M_{il} + M_{li}) + \frac{1}{l_m} \sum_{n=2}^{n_c+2} (M_{ir} + M_{ri}) + P_m = 0 \quad (2.9)$$

ここで、水平せん断力方程式というのは、図4に示したように、第 $n-1$ 層と第 n 層にある各柱部材 ui, id が節点 i を通るはり部材に与える水平方向せん断力 Q_{iu}, Q_{id} の総和と節点 i を通る水平方向荷重 P_n がつり合い状態にあることを示す式である。すなわち、

$$\sum_{m=1}^{m_s+1} Q_{iu} - \sum_{m=1}^{m_s+1} Q_{id} + P_n = 0 \quad (2.10)$$

ここで、 Q_{iu} と Q_{id} の方向が互いに逆向きであることに注意してほしい。同様に、鉛直せん断力方程式というのは、図5に示したように、第 $m-1$ スパンと第 m スパンにある各はり部材 li, ir が節点 i を通る柱部材に与える鉛直方向せん断力 Q_{il}, Q_{ir} の総和と節点 i を通る鉛直方向荷重 P_m がつり合い状態にあることを示す式である。すなわち、

$$\sum_{n=2}^{n_c+2} Q_{il} - \sum_{n=2}^{n_c+2} Q_{ir} + P_m = 0 \quad (2.11)$$

同様に、 Q_{il} と Q_{ir} の方向は互いに逆向きであることは言うまでもない。しかるに、これら両式 (2.10), (2.11) に用いられる各せん断力 Q_{ij} ($j = l, r, u, d$) は

$$\left. \begin{aligned} Q_{iu} &= -(M_{iu} + M_{ui})/l_{n-1}, \\ Q_{id} &= -(M_{id} + M_{di})/l_n, \\ Q_{il} &= -(M_{il} + M_{li})/l_{m-1}, \\ Q_{ir} &= -(M_{ir} + M_{ri})/l_m, \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

のように表されるので、これらを式 (2.10), (2.11) に代入すれば、前述の節点 i を通るはり及び柱方向の水平せん断力方程式 (2.8),

鉛直せん断力方程式 (2.9) が得られることになる。

次に下記の変数、すなわち式 (2.13) の変数

$$\left. \begin{aligned} 2E\theta_i &= \varphi_i, \\ 2E\theta_j &= \varphi_j \\ (j &= l, r, u, d) \\ 6EX_n &= u_n, \\ 6EY_m &= v_m \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

を新たに定義し、これらの変数を用いて各材端曲げモーメントの式

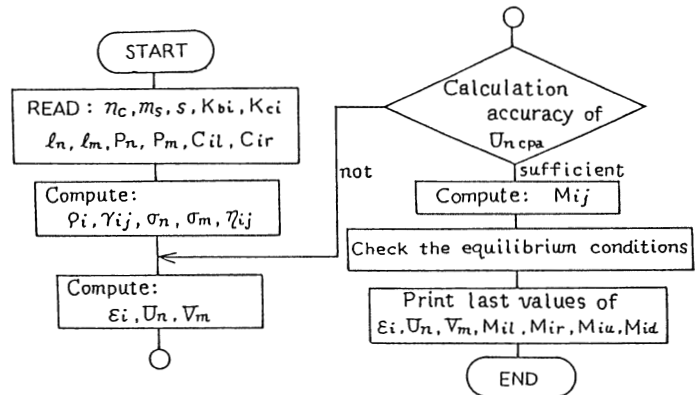


図6 ε法による計算の流れ図

(2.3), (2.4) を書き直してみよう。すると、次式 (2.14) および (2.15) が得られる。

$$\left. \begin{aligned} M_{il} &= K_{bl} \{ 2\varphi_i + \varphi_l \\ &\quad - (v_m - v_{m-1}) \\ &\quad / l_{m-1} \} + C_{il} \\ M_{ir} &= K_{bi} \{ 2\varphi_i + \varphi_r \\ &\quad - (v_{m+1} - v_m) \\ &\quad / l_m \} - C_{ir} \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{iu} &= K_{cu} \{ 2\varphi_i + \varphi_u \\ &\quad - (u_{n-1} - u_n) \\ &\quad / l_{n-1} \} \\ M_{id} &= K_{ci} \{ 2\varphi_i + \varphi_d \\ &\quad - (u_n - u_{n+1}) \\ &\quad / l_n \} \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

したがって、これらの式 (2.14), (2.15) を前述の節点方程式 (2.7) に代入すれば

$$\begin{aligned} &2(K_{bl} + K_{bi} + K_{cu} \\ &\quad + K_{ci}) \varphi_i \\ &= -(K_{bl} \varphi_l + K_{bi} \varphi_r \\ &\quad + K_{cu} \varphi_u + K_{ci} \varphi_d) \\ &\quad + \frac{K_{cu}}{l_{n-1}} (u_{n-1} - u_n) \\ &\quad + \frac{K_{ci}}{l_n} (u_n - u_{n+1}) \\ &\quad + \frac{K_{bl}}{l_{m-1}} (v_m - v_{m-1}) \\ &\quad + \frac{K_{bi}}{l_m} (v_{m+1} - v_m) \\ &\quad - C_{il} + C_{ir} \end{aligned} \quad (2.16)$$

が得られ、同様に式 (2.14), (2.15) を水平せん断力方程式 (2.8)、鉛直せん断力方程式 (2.9) に適用すれば、下式 (2.17), (2.18)

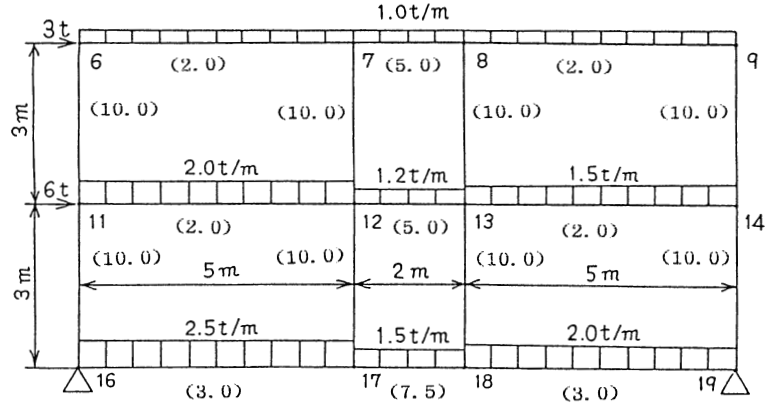


図7 基礎ばりの節点17と18が不支持の2層3スパン一般矩形ラーメン

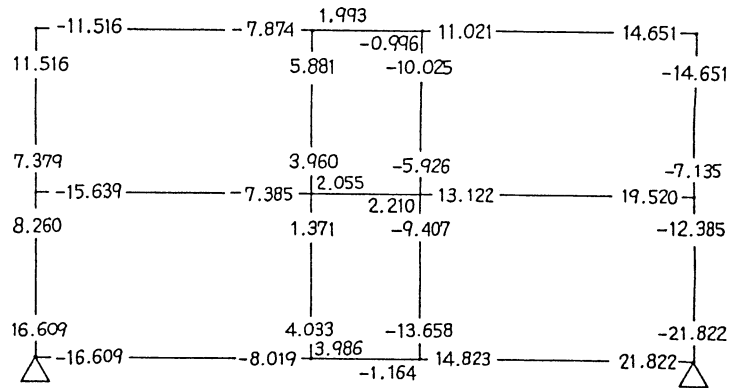


図8 ε法により求めた図7の部材端モーメント

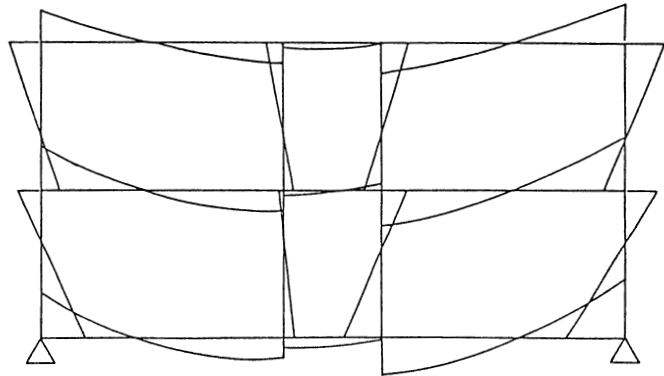


図9 図7ラーメンの曲げモーメント図

が得られる。

$$\left\{ \sum_{m=1}^{m_s+1} \frac{K_{cu}}{l_{n-1}^2} + \sum_{m=1}^{m_s+1} \frac{K_{ci}}{l_n^2} \right\} u_n = \left(\sum_{m=1}^{m_s+1} \frac{K_{cu}}{l_{n-1}^2} \right) u_{n-1} + \left(\sum_{m=1}^{m_s+1} \frac{K_{ci}}{l_n^2} \right) u_{n+1} \\ + 1.5 \sum_{m=1}^{m_s+1} \left\{ -\frac{K_{cu}(\varphi_i + \varphi_u)}{l_{n-1}} + \frac{K_{ci}(\varphi_i + \varphi_d)}{l_n} \right\} + \frac{P_n}{2} \quad (2.17)$$

$$\left\{ \sum_{n=2}^{n_c+2} \frac{K_{bl}}{l_{m-1}^2} + \sum_{n=2}^{n_c+2} \frac{K_{bi}}{l_m^2} \right\} v_m = \left(\sum_{n=2}^{n_c+2} \frac{K_{bl}}{l_{m-1}^2} \right) v_{m-1} + \left(\sum_{n=2}^{n_c+2} \frac{K_{bi}}{l_m^2} \right) v_{m+1} \\ + 1.5 \sum_{n=2}^{n_c+2} \left\{ \frac{K_{bl}(\varphi_i + \varphi_l)}{l_{m-1}} - \frac{K_{bi}(\varphi_i + \varphi_r)}{l_m} \right\} + \frac{P_m}{2} \quad (2.18)$$

以上のようにして求められた節点方程式 (2.16)、水平せん断力方程式 (2.17)、鉛直せん断力方程式 (2.18) に、計算の便宜上さらに次に示す関係式 (2.19) ～ (2.22) を用い、 ρ と γ および σ と η との間に成立つ式 (2.23) と (2.24) を考慮すれば、節点方程式 (2.16) は式 (2.25) のように、また水平せん断力方程式 (2.17) および鉛直せん断力方程式 (2.18) はそれぞれ次式 (2.26) および (2.27) のように式の変形が与えられることになる。ここで、式 (2.20) の γ_{ij} は伝達率、式 (2.22) の η_{ij} は分配率と言われるものである。

$$\rho_i = 2(K_{bl} + K_{bi} + K_{cu} + K_{ci}) \quad (2.19)$$

$$\gamma_{il} = K_{bl}/\rho_i, \gamma_{ir} = K_{bi}/\rho_i, \gamma_{iu} = K_{cu}/\rho_i, \gamma_{id} = K_{ci}/\rho_i \quad (2.20)$$

$$\sigma_n = \sum_{m=1}^{m_s+1} \left(\frac{K_{cu}}{l_{n-1}^2} + \frac{K_{ci}}{l_n^2} \right), \sigma_m = \sum_{m=1}^{m_s+1} \left(\frac{K_{bl}}{l_{m-1}^2} + \frac{K_{bi}}{l_m^2} \right) \quad (2.21)$$

$$\left. \begin{aligned} \eta_{il} &= \left(\frac{K_{bl}}{l_{m-1}} \right) / \sigma_m, \eta_{ir} = \left(\frac{K_{bi}}{l_m} \right) / \sigma_m, \\ \eta_{iu} &= \left(\frac{K_{cu}}{l_{n-1}} \right) / \sigma_n, \eta_{id} = \left(\frac{K_{ci}}{l_n} \right) / \sigma_n \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

$$\rho_i \gamma_{ij} = \rho_j \gamma_{ji} \quad (j = l, r, u, d) \quad (2.23)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_m \eta_{il} &= \sigma_{m-1} \eta_{li}, \\ \sigma_m \eta_{ir} &= \sigma_{m+1} \eta_{ri}, \\ \sigma_n \eta_{iu} &= \sigma_{n-1} \eta_{ui}, \\ \sigma_n \eta_{id} &= \sigma_{n+1} \eta_{di}, \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

$$\rho_i \varphi_i = - (r_{li} \rho_l \varphi_l + \gamma_{ri} \rho_r \varphi_r + \gamma_{ui} \rho_u \varphi_u + \gamma_{di} \rho_d \varphi_d) + \eta_{ui} \sigma_{n-1} u_{n-1} + (\eta_{iu} - \eta_{id}) \sigma_n u_u + \eta_{di} \sigma_{n+1} u_{n+1}$$

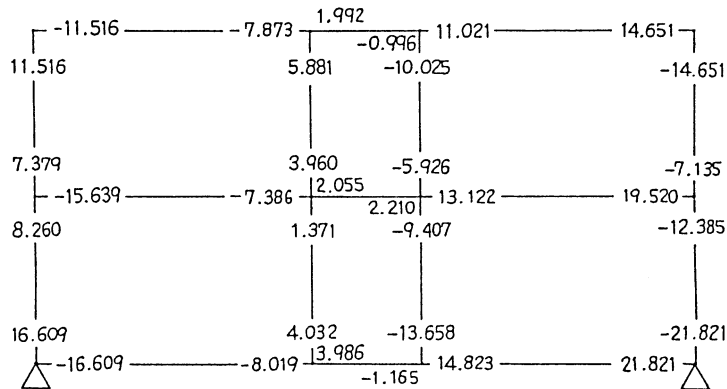


図10 剛性マトリックス法により求めた図7の部材端モーメント

$$-\eta_{li}\sigma_{m-1}v_{m-1}-(\eta_{il}-\eta_{ir})\sigma_m v_m+\eta_{ri}\sigma_{m+1}v_{m+1}-C_{il}+C_{ir} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \sigma_n u_n &= \left(\sum_{m=1}^{m_s+1} \eta_{ui} \right) \sigma_{n-1} u_{n-1} + \left(\sum_{m=1}^{m_s+1} \eta_{di} \right) \sigma_{n+1} u_{n+1} \\ &+ 1.5 \sum_{m=1}^{m_s+1} \left\{ -\frac{\gamma_{iu}\rho_i\varphi_i + \gamma_{ui}\rho_u\varphi_u}{l_{n-1}} + \frac{\gamma_{id}\rho_i\varphi_i + \gamma_{di}\rho_d\varphi_d}{l_n} \right\} + \frac{P_n}{2} \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} \sigma_m v_m &= \left(\sum_{n=2}^{n_c+2} \eta_{li} \right) \sigma_{m-1} v_{m-1} + \left(\sum_{n=2}^{n_c+2} \eta_{ri} \right) \sigma_{m+1} v_{m+1} \\ &+ 1.5 \sum_{n=2}^{n_c+2} \left\{ \frac{\gamma_{il}\rho_i\varphi_i + \gamma_{li}\rho_l\varphi_l}{l_{m-1}} - \frac{\gamma_{ir}\rho_i\varphi_i + \gamma_{ri}\rho_r\varphi_r}{l_m} \right\} + \frac{P_m}{2} \end{aligned} \quad (2.27)$$

最後に三たびこれらの節点方程式、水平および鉛直両せん断力方程式に次式 (2.28) の変換

$$\rho_i \varphi_i = \varepsilon_i, \quad \sigma_u u_n = U_n, \quad \sigma_m v_m = V_m \quad (2.28)$$

を与えれば、電子計算機による繰り返し演算に便利な形式の節点方程式 (2.29) および水平、鉛直両せん断力方程式 (2.30), (2.31) が得られることになる。すなわち、

$$\begin{aligned} \varepsilon_i &= -(\gamma_{li}\varepsilon_l + \gamma_{ri}\varepsilon_r + \gamma_{ui}\varepsilon_u + \gamma_{di}\varepsilon_d) \\ &+ \eta_{ui}U_{n-1} - (\eta_{iu} - \eta_{id})U_n - \eta_{di}U_{n+1} \\ &- \eta_{li}V_{m-1} + (\eta_{il} - \eta_{ir})V_m + \eta_{ri}V_{m+1} - C_{il} + C_{ir} \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} U_n &= \frac{1}{l_{n-1}} \left(\sum_{m=1}^{m_s+1} \eta_{ui} \right) U_{n-1} + \frac{1}{l_n} \left(\sum_{m=1}^{m_s+1} \eta_{di} \right) U_{n+1} \\ &+ 1.5 \sum_{m=1}^{m_s+1} \left\{ -\frac{\gamma_{iu}\varepsilon_i + \gamma_{ui}\varepsilon_u}{l_{n-1}} + \frac{\gamma_{id}\varepsilon_i + \gamma_{di}\varepsilon_d}{l_n} \right\} + \frac{P_n}{2} \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} V_m &= \frac{1}{l_{m-1}} \left(\sum_{n=2}^{n_c+2} \eta_{li} \right) V_{m-1} + \frac{1}{l_m} \left(\sum_{n=2}^{n_c+2} \eta_{ri} \right) V_{m+1} \\ &+ 1.5 \sum_{n=2}^{n_c+2} \left\{ \frac{\gamma_{il}\varepsilon_i + \gamma_{li}\varepsilon_l}{l_{m-1}} - \frac{\gamma_{ir}\varepsilon_i + \gamma_{ri}\varepsilon_r}{l_m} \right\} + \frac{P_m}{2} \end{aligned} \quad (2.31)$$

上式はラーメン各節点のたわみ角係数 ε_i , ε_j ととう度係数 U_n , V_m などの初期値が与えられると、逐次近似法により高い精度の ε_i , U_n , V_m の値を順次求めることができることを示している。図6は以上の計算の流れをフローチャートに示したものである。解析する骨組構造物が与えられると、まず n_c , m_s などの構造物をもつ各定数並びに部材長さ l 、剛度 K などが読み込まれる。次に y 軸方向の垂直荷重

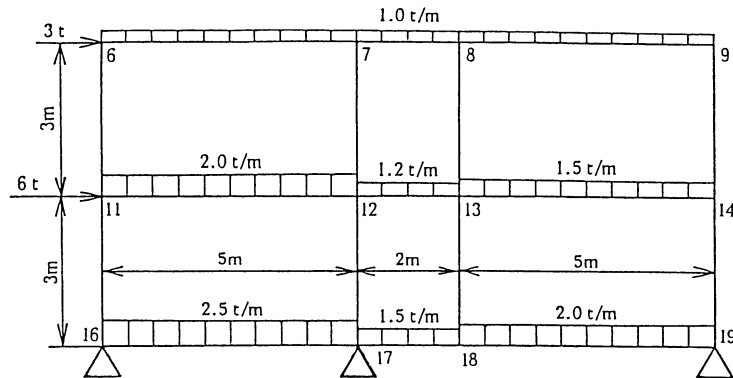


図11 図7の節点18のみが不支持の2層3スパン一般矩形ラーメン

状態から予め求められた固定端モーメント C 、各層およびスパンを通る x, y 両軸方向の荷重 P が入力されると、計算機は順次 $\rho, \gamma, \sigma, \eta$ などの各変数の値を計算し、たわみ角係数 ε およびとう度係数 U, V を繰り返し計算する。そして ε, U, V が希望する精度に達したことを確認してループから脱し、各節点のモーメントの成分 M_{ij} の値を計算する。そのとき、これらの値が各平衡方程式を満足していることを確認し、計算結果を出力して終了する。本プログラムでは、 ε, U, V の初期値はすべて 0 として計算をすすめている。また ε, U, V が希望する精度に達したかどうかの判定は、上から第 $n_c + 1$ 番めの最下層はりのとう度係数 U の値、すなわち U_{ncp} の値を用いて行った。

付録の付図 1 には、基礎ばりの一部節点が支持されていない場合の ε 法による計算プログラム (BASIC 言語を使用) が示されている。

なお、希望する精度に達した ε, U, V を用いると、任

意の節点 i に隣接する各部材の材端曲げモーメント M_{ij} ($j = l, r, u, d$) はたわみ角法の基本公式から得られた式 (2.14), (2.15) をさらに変形した次式 (2.32), (2.33) を用いて計算される。

$$\left. \begin{aligned} M_{il} &= 2\gamma_{il}\varepsilon_i + \gamma_{li}\varepsilon_l - (\eta_{il}V_m - \eta_{li}V_{m-1}) + C_{il} \\ M_{ir} &= 2\gamma_{ir}\varepsilon_i + \gamma_{ri}\varepsilon_r - (\eta_{ir}V_{m+1} - \eta_{ri}V_m) - C_{ir} \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{iu} &= 2\gamma_{iu}\varepsilon_i + \gamma_{ui}\varepsilon_u - (\eta_{iu}U_{n-1} - \eta_{ui}U_m) \\ M_{id} &= 2\gamma_{id}\varepsilon_i + \gamma_{di}\varepsilon_d - (\eta_{id}U_n - \eta_{di}U_{n+1}) \end{aligned} \right\} \quad (2.33)$$

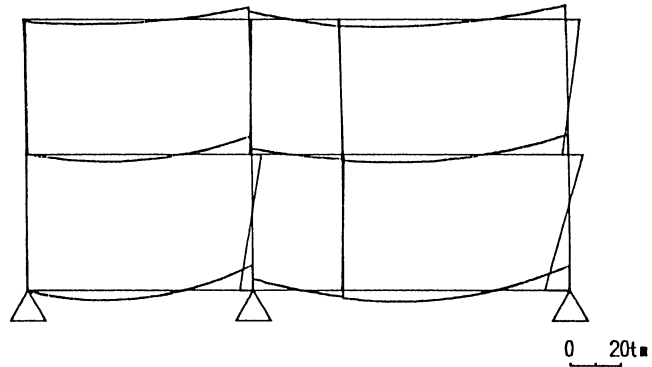


図12 図11ラーメンの曲げモーメント図

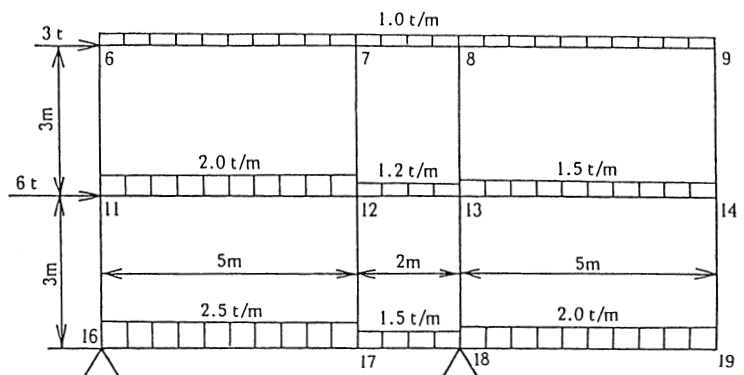


図13 図7の節点17と19が不支持の2層3スパン一般矩形ラーメン

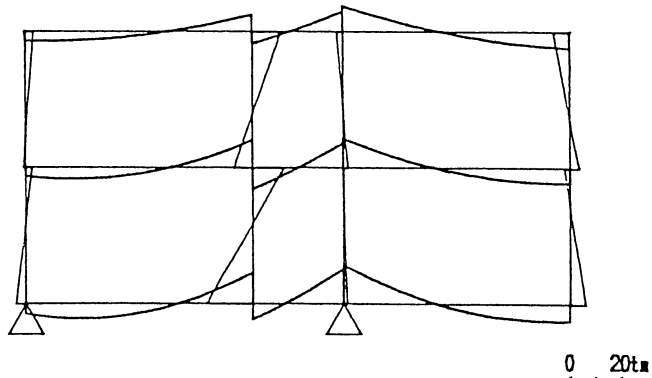


図14 図13ラーメンの曲げモーメント図

3. 計算結果の例

3. 1 2層3スパン矩形ラーメン

図7は、基礎ばりの一部節点17および18が支持されていない2層3スパン矩形ラーメンが、外部荷重として、鉛直等分布荷重と水平荷重を受けている場合の例を示す（仮想節点については図示を省略）。 $n=2$ の最上層のはり6-7, 7-8, 8-9には y 軸方向下向きの一様な等分布荷重 $w=1.0\text{t/m}$ が働き、 $n=3$ のはり11-12, 12-13, 13-14及び $n=4$ の基礎ばり16-17, 17-18, 18-19にはそれぞれ図示の等分布荷重が働いている。これら等分布荷重により $m=1, 2, 3, 4$ の節点を通る各柱に働く鉛直方向の外部荷重 P_m は、関係するこれら各はりに働く等分布荷重の分担荷重分の総和をとることにより求めることができる。図7の例では、 $m=1\sim 4$ に対する P_m の値は、それぞれ13.75t, 17.45t, 14.95t, 11.25tとなる。また、上から第2層、第3層には、 $n=2$ および $n=3$ を通る各節点にそれぞれ x 軸方向に加わる水平な外部荷重 $P_n=3\text{t}$ と $P_n=6\text{t}$ が作用している。各はり及び柱の寸法は図中

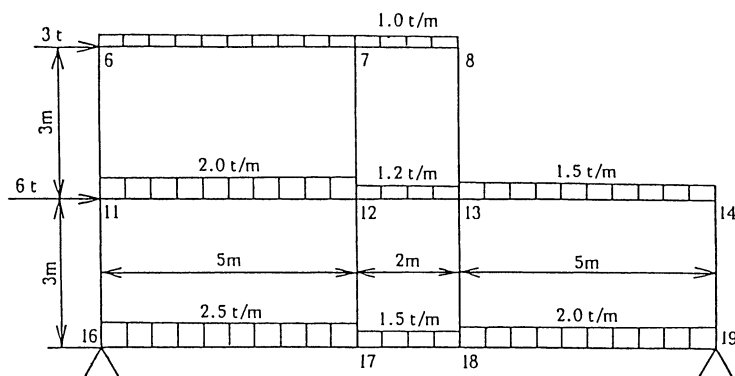


図15 基礎ばりの節点17と18が不支持の、部材8-9及び9-14を欠く2層3スパン一般矩形ラーメン

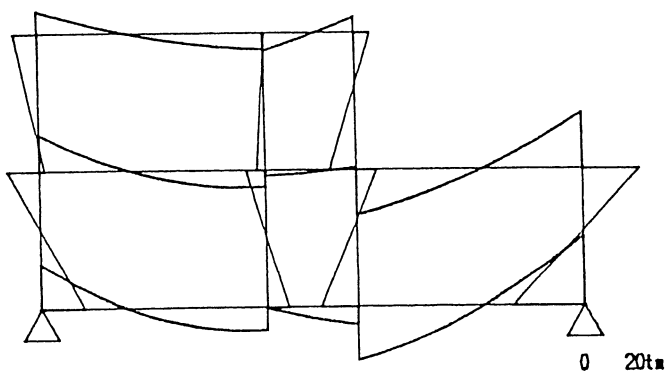


図16 図15ラーメンの曲げモーメント図

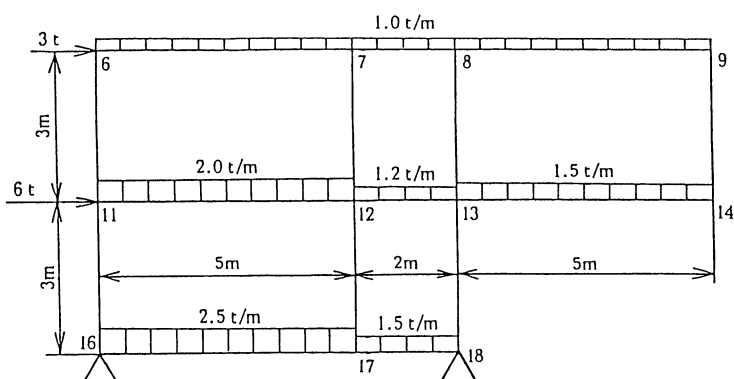


図17 基礎ばりの節点17が不支持の、部材14-19及び18-19を欠く2層3スパン一般矩形ラーメン

に示されたとおりであり、またこれらの部材の剛度 K_{bi} , K_{ci} はそれぞれのはり及び柱に括弧付きの数字として付記してある。図3中の諸式を用いて求めた固定端モーメント C_{il} , C_{ir} の値はそれぞれ

$$C_{67} = C_{76} = 2.083\text{tm},$$

$$C_{78} = C_{87} = 0.333\text{tm},$$

$$C_{89} = C_{98} = 2.083\text{tm},$$

$$C_{11-12} = C_{12-11} = 4.617\text{tm},$$

$$C_{12-13} = C_{13-12}$$

$$= 0.400\text{tm},$$

$$C_{13-14} = C_{14-13}$$

$$= 3.125\text{tm},$$

$$C_{16-17} = C_{17-16}$$

$$= 5.208\text{tm},$$

$$C_{17-18} = C_{18-17}$$

$$= 0.500\text{tm},$$

$$C_{18-19} = C_{19-18}$$

$$= 4.167\text{tm},$$

であった。

図8は、部材の縦弾性係数を $E = 2.1 \times 10^7$ t/m^2 として、このときに得られる材端曲げモーメントの値をラーメン図に付記したものである。図9は、 ϵ 法を用いてコンピュータで計算させ、その結果をXYプロッタで曲げモーメント図に表したものである。図10は、図7のラーメンを全く図7と同じ条件下で、文献⁽⁵⁾の基礎編(p.157~167)に記述されている剛性マト

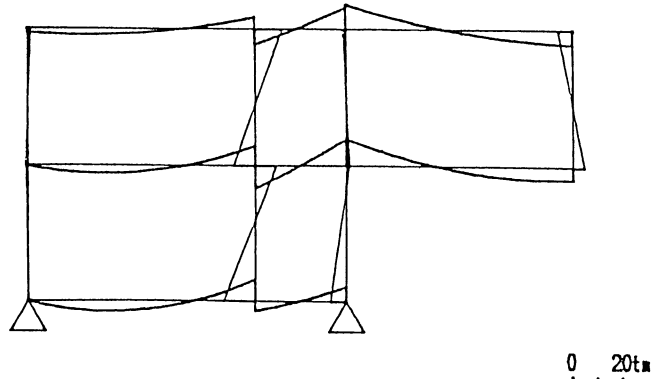


図18 図17ラーメンの曲げモーメント図

付図1 ϵ 法による計算プログラム
(基礎ばりの一部節点が支持されていない場合)

```

1 '-----
2 '          SAVE "A:EN-JUNU",A
3 '          EN-METHOD -----支持抜けを持つ場合-----
4 '          PROGRAMED BY JUN HOSHI
5 '-----
10 TIMES="00:00:00"
20 CONSOLE 0,24,0,0
30 CLS : LOCATE 8,1 : INPUT "データをMargeしますか":DMS
40 IF DMS="Y" OR DMS="y" THEN 50 ELSE 100
50 LOCATE 0,5 : PRINT "=====データ名=====
60 CONSOLE 5,19,0,0 : FILES "B:
70 CONSOLE 0,25,0,0 : LOCATE 8,2 : INPUT "データ番号" : DB$
80 LOCATE 50,2 : PRINT "再度RUNしてください"
90 DB$="B:EMD-" + DB$ : MERGE DB$
100 READ DT$,NCLM,MSPN,LLL,LL,S
110 CLS
120 PRINT"EN-METHOD --支持抜けを持つ場合-- DATA/":DT$
130 LPRINT"EN-METHOD --支持抜けを持つ場合-- DATA/":DT$ : LPRINT
230 *A11 NN=NCLM+2 : MM=MSPN+2 : AN=2*NN*MM : BN=MM*NN
240 NN1=NN : MM1=MM-1 : N1=NN+1 : M1=MM+1 : N2=2*NN : M2=2*MM
260 ICP=(NN-1)*MM-1
270 DIM BKCK(AN),CLCR(AN),EN(BN),TLTR(AN),TUTD(AN),AMLR(AN),AMUD(AN),ETUD(AN),
ETLR(AN),LN(N1),LM(M1),PN(N1),PM(M1),U(N1),V(M1),TEUD(N2),TELR(M2),UEUD(AN),V
ELR(AN),S(MM),MLR(AN),MUD(AN)
280 FOR I=1 TO S
290 READ M
300 S(M)=1
310 NEXT I
360 FOR N=2 TO NN1
370 FOR M=1 TO MM1
380 I=(N-1)*MM+M
390 J=NN*MM+I
400 READ BKCK(I),BKCK(J),CLCR(I),CLCR(J)
410 JNMM=J-MM
420 ROU=2*(BKCK(I-1)+BKCK(I)+BKCK(JNMM)+BKCK(J))
425 IF ROU=0 THEN ROU=1
430 TLTR(I)=BKCK(I-1)/ROU
440 TLTR(J)=BKCK(I)/ROU
450 TUTD(I)=BKCK(JNMM)/ROU
460 TUTD(J)=BKCK(J)/ROU
470 NEXT M
480 NEXT N
490 LN(1)=-1
500 FOR N=2 TO NN1
510 READ LN(N),PN(N)
520 IF LN(N)=0 THEN LN(N)=-1
530 SIGMA=0
540 FOR M=1 TO MM1
550 I=(N-1)*MM+M : J=NN*MM+I : JNMM=J-MM
560 SIGMA=SIGMA+BKCK(JNMM)/LN(N-1)^2+BKCK(J)/LN(N)^2
570 NEXT M
580 FOR M=1 TO MM1
590 I=(N-1)*MM+M : J=NN*MM+I : JNMM=J-MM : K=N+NN
600 ETUD(I)=BKCK(JNMM)/LN(N-1)/SIGMA
610 ETUD(J)=BKCK(J)/LN(N)/SIGMA
620 TEUD(N)=TEUD(N)+ETUD(I)
630 TEUD(K)=TEUD(K)+ETUD(J)
640 NEXT M
650 NEXT N

```

リックス法による解析
法で解いた結果であ
り、図8と対比でき
るように示してある。こ
れによれば、本 ϵ 法
による解析解と剛性マ
トリックス法による解
析解と比べ、(1) 計算
精度は実用上あまり変
わらない、(2) ϵ 法に
よる場合の方が使用メ
モリーの数が増加す
る、などのことがわ
かった。

付図2には、図7の
2層3スパン矩形ラ
メン構造物の ϵ 法に
よる解析時の入力デ
ータ例を示した。

3. 2 基礎ばりの支 持されていな い節点の数と 位置の影響

図11～14は、荷重条
件や部材の材質をふく
め図7でとりあげた構
造物と全く同じである
が、基礎ばりの支持点
のうち、支持していな
い節点位置とその数の
影響を、 ϵ 法により曲
げモーメント図を求め
て比較したものであ
る。図11、12は節点18
がただ一つ支持されて
いない場合であり、図
13、14は基礎ばりの節

付図1 (つづき1) ϵ 法による計算プログラム

```

660 *****
670 LM(0)=-1
680 LM(MM)=-1
690 FOR M=1 TO MM1
700 READ LM(M),PM(M)
710 IF LM(M)=0 THEN LM(M)=-1
720 IF S(M)=0 THEN 850
730 SIGMA=0

740 FOR N=2 TO NN1
750 I=(N-1)*MM+M
760 SIGMA=SIGMA+BKCK(I-1)/LM(M-1)^2+BKCK(I)/LM(M)^2
770 NEXT N
780 FOR N=2 TO NN1
790 I=(N-1)*MM+M : J=NN*MM+1 : JNMM=J-MM : K=M+MM
800 ETLR(I)=BKCK(I-1)/LM(M-1)/SIGMA
810 ETLR(J)=BKCK(I)/LM(M)/SIGMA
820 TELR(M)=ETLR(M)+ETLR(I)
830 TELR(K)=ETLR(K)+ETLR(J)
840 NEXT N
850 NEXT M
860 FOR N=2 TO NN1
870 FOR M=1 TO MM1
880 I=(N-1)*MM+M : J=NN*MM+1 : JNMM=J-MM : K=M+MM
910 NEXT M
920 NEXT N
930 *****
940 CLS
950 *A107: L=L+1
960 LOCATE 2,25 : PRINT USING"ただ今、繰り返し計算中 繰り返し数は ###":L
970 FOR N=2 TO NN1
980 FOR M=1 TO MM1
990 I=(N-1)*MM+M
1000 J=NN*MM+1
1010 K=NN+N
1020 IPMM=I+MM
1030 JNMM=I-MM
1040 JNMM=J-MM
1050 EN(I)=-(AMLR(J-1)+AMLR(I+1)+AMUD(JNMM)+AMUD(IPMM))+UEUD(JNMM)-UEUD(I)
1060 AMLR(I)=EN(I)*TLTR(I)
1070 AMLR(J)=EN(I)*TLTR(J)
1080 AMUD(I)=EN(I)*TUTD(I)
1090 AMUD(J)=EN(I)*TUTD(J)
1100 NEXT M
1110 NEXT N
1120 FOR N=2 TO NN1
1130 K=NN+N
1140 U(N)=0
1150 IF N=NN1 THEN 1230
1160 FOR M=1 TO MM1
1170 I=(N-1)*MM+M
1180 J=NN*MM+1
1190 IPMM=I+MM : JNMM=J-MM
1200 U(N)=U(N)-1.5*((AMUD(I)+AMUD(JNMM))/LN(N-1)-(AMUD(J)+AMUD(IPMM))/LN(N))
1210 NEXT M
1220 U(N)=U(N)+TEUD(K-1)*U(N-1)/LN(N-1)+TEUD(N+1)*U(N+1)/LN(N)+PN(N)/2
1230 FOR M=1 TO MM1
1240 I=(N-1)*MM+M
1250 J=NN*MM+1
1260 UEUD(I)=U(N)*ETUD(I)
1270 UEUD(J)=U(N)*ETUD(J)
1280 NEXT M
1290 NEXT N
1300 *****
1310 FOR M=1 TO MM1
1320 K=M+MM
1330 V(M)=0
1340 IF S(M)=0 THEN 1410
1350 FOR N=2 TO NN1
1360 I=(N-1)*MM+M
1370 J=NN*MM+1
1380 V(M)=V(M)+1.5*((AMLR(I)+AMLR(J-1))/LM(M-1)-(AMLR(J)+AMLR(I+1))/LM(M))
1390 NEXT N
1400 V(M)=V(M)+TELR(K-1)*V(M-1)/LM(M-1)+TELR(M+1)*V(M+1)/LM(M)+PM(M)/2
1410 FOR N=2 TO NN1
1420 I=(N-1)*MM+M
1430 J=NN*MM+1
1440 VELR(I)=V(M)*ETLR(I)
1450 VELR(J)=V(M)*ETLR(J)
1460 *A141: NEXT N
1470 NEXT M

```

以上、 n_c 層 m_s スパン一般矩形ラーメン構造物において、基礎ばりの一部節点が支持されていない場合をとりあげ、 ε 法を用いてコンピュータによる構造解析を行う場合の解析原理、手順、計算プログラムなどについて述べると共に、いくつかの計算例を示し、剛性マトリックス法による結果と比較し、本 ε 法がこれら構造物の解析を行う場合にも有効な方法の一つになりうることを示した。

付図2 ϵ 法による解析時入力データの例
(図7の2層3スパン一般矩形ラーメン)

```

5000 ' save "B:EMD-23",A
5010 DATA EMD-23
5020 '----- " NCLM : MSPN : LLL : LL :S " -----
5030 DATA 2,3,200,5,2
5040 DATA 2,3
5050 '
5060 '----- " BK(I) : CK(I) : CL(I) : CR(I) : I=2 " -----
5070 DATA 2.000,10.00,0.000,2.083
5080 DATA 5.000,10.00,2.083,0.333
5090 DATA 2.000,10.00,0.333,2.083
5100 DATA 0.000,10.00,2.083,0.000
5110 '
5120 '----- " BK(I) : CK(I) : CL(I) : CR(I) : I=3 " ----
5130 DATA 2.000,10.00,0.000,4.167
5140 DATA 5.000,10.00,4.167,0.400
5150 DATA 2.000,10.00,0.400,3.125
5160 DATA 0.000,10.00,3.125,0.000
5170 '
5180 '----- " BK(I) : CK(I) : CL(I) : CR(I) : I=4 " -----
5190 DATA 3.000,0.000,0.000,5.208
5200 DATA 7.500,0.000,5.208,0.500
5210 DATA 3.000,0.000,0.500,4.167
5220 DATA 0.000,0.000,4.167,0.000
5230 '
5240 '----- " LN : PN " -----
5250 DATA 3.000,3.000
5260 DATA 3.000,6.000
5270 DATA 0.000,0.000
5280 '
5290 '----- " LM : PM " -----
5300 DATA 5.000,13.75
5310 DATA 2.000,17.45
5320 DATA 5.000,14.95
5330 DATA 0.000,11.25
5340 '
5350 '----- " E " -----
5360 DATA 210000000
5370 '
5380 '----- " W(I) " -----
5390 DATA 1.00,1.00,1.00
5400 DATA 2.00,1.20,1.50
5410 DATA 2.50,1.50,2.00
10000 '

```

文 献

- (1) 巽 純一：最も実用的なラーメンの解法，(昭和16)，pp.252，パワー社.
- (2) 塚本正夫：モーメント分配法，(昭和42)，pp.213，理工図書.
- (3) 日本鋼構造協会編：骨組構造解析，(昭和46)，pp.304，倍風館.
- (4) 植谷栄次・天野喜幸：たわみ角法とカニ法－多層ラーメンの図上計算法－，(昭和54)，pp.278，植書店.
- (5) 魚木・柴田：BASICによる骨組応力解析 基礎編・応用編，(昭和60)，学芸出版社.
- (6) 高野英資・原 利昭・根本洋一： ϵ 法を用いたコンピュータによる構造解析，日本機械学会論文集，51-472，A (昭和60-12)，2838-2845.
- (7) 高野英資・原 利昭・根本洋一・矢沢 明： ϵ 法を用いたコンピュータによる構造解析 (第2報，柱脚滑節の場合)，日本機械学会論文集，53-494，A (昭和62-10)，1953-1960.
- (8) 高野英資・矢沢 明： ϵ 法を用いたコンピュータによる構造解析 (第3報，基礎ばりを有し，剛域を考慮した部材から成る場合)，日本機械学会論文集，54-506，A (昭和63-10)，1908-1914.
- (9) 矢沢 明・高野英資・吉田正史： ϵ 法を用いたコンピュータによる構造解析 (第4報，剛域とせん断変形の影響を考慮する場合)，日本機械学会・精密工学会北陸信越支部講演概要集，No.897-2，9-10 (平成元-9-21，長岡).
- (10) 高野英資・吉田正史・星 淳・田村 隆： ϵ 法を用いたコンピュータによる構造解析 (第5報，基礎ばりの一部節点が支持されていない場合)，日本機械学会・精密工学会北陸信越支部講演概要集，No.897-2，11-12 (平成元-9-21，長岡).
- (11) 根本洋一：パソコンと ϵ 法によるラーメンの解法，(平成4-4)，pp.130，パワー社.
- (12) 高野英資・吉田正史・劉 利群： ϵ 法による立体ラーメン構造物の構造解析，日本機械学会論文集，60-570，A (平成6-2)，520-526.
- (13) 劉 利群・高野英資・勝又 努： ϵ 法による円弧部材をもつラーメン構造物の構造解析，日本機械学会論文集，59-568，A (平成5-12)，3048-3055.
- (14) 劉 利群・高野英資・勝又 努： ϵ 法による円弧部材をもつラーメン構造物の構造解析 (異なる部材回転角と軸力を考慮した場合)，日本機械学会論文集，60-572，A (平成6-4)，1070-1079.
- (15) 劉 利群・高野英資・吉田正史： ϵ 法による円弧部材をもつ立体ラーメン構造物の構造解析，日本機械学会論文集，61-585，A (平成7-5)，1086-1095.
- (16) 高野英資・矢沢 明・吉田正史： ϵ 法を用いたコンピュータによる構造解析 (剛域とせん断変形の影響を考慮する場合)，新潟工業短期大学紀要，第24号，(平成17-3)，13-25.

付 録

付図1 (ϵ 法による計算プログラム) および付図2 (データ入力例)

(平成17年1月27日受理)