

# 護岸法覆工の水理学的研究

小川芳昭\* 竹本成行\*\*  
大石功\*\*\* 村端克己\*\*\*

## まえがき

護岸工事における工種、工法の選択に当たっては、経済性と水理学的特性の両面から検討されなければならない。従来は、設計に際し現場条件による施工の難易、使用材料取得の難易、予算規模などの経済的条件は考慮されたが、護岸工のもつ減速効果、掃流力に対する安定性など水理学的特性が不明のため、多分に経験的、慣習的に工種、工法が決められる場合が多かった。そこで、より合理的な設計のために護岸工の水理的機能の解明と、実用的な特性判定方法の確立が望まれてきた。

このため、著者らは護岸工のうち主として法覆工の減速効果について、現地調査と模型を行なってきた。しかし、現地調査のほうは現状の状態や観測器具などに問題があつて、良い結果が得られていない。

本文では、著者らの実験結果および他の研究者の実験結果をもとに、護岸法覆工の幾何学的形状から水理学的粗さ(相当粗度および粗度係数)を求める方法を述べ、さらに、現在実用されているいくつかの法覆工種について試算し、減速効果判定の計算例を付した。

## 1. 概 説

### (1) 護岸工

河川はその水流の作用によって、側方浸食、河床洗掘あるいは堆積を起こし、そのため流路は変動し容易に平衡状態に達しない。この側方浸食作用に対して河岸、堤防を防護する作工物を護岸工といい、広義には水制工も含まれる。一般には、河岸から流れの中に突き出して施工し流れを規制して、あるいは同様の要素をもって間接

的に側方浸食を防ぐものを水制工といい、河岸、堤防を直接保護するものを護岸工といっている。この狭義の護岸工は、普通ノリ面に直接施工される法覆工、ノリ先に作って法覆工の基礎を保護するノリ留工、ノリ留工の前面の洗掘を防ぐ根固工の3つの部分からなっている。

いずれにしても、護岸工はその目的から、施工したことによって流れの方向、流心の位置、蛇行のピッチなどが計画と異なってくるようなことがあっては好ましくない。したがって、護岸工は施工地点の水理条件や河状に合致した計画、施工が要求されるわけで、工種、工法やその規模は河川によって、また施工地点によって千差万別となり、その選定には慎重な水理学的検討が必要となってくる。

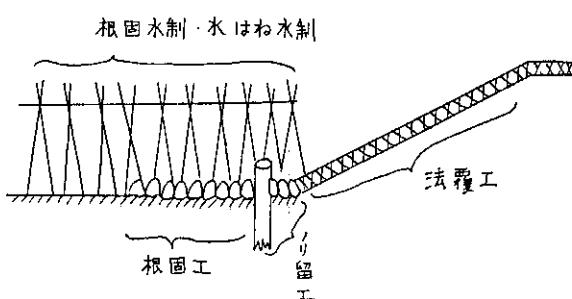
### (2) 研究の目的

この研究では、護岸法覆工を対象とし、その水理学的な粗さを護岸法覆工の形状から推定することと、その粗さによるノリ面付近の減速効果を判定することを主眼とした。

護岸法覆工のもつ水理学的粗さは、工法、規模などによって異なり、また同じ工種でも施工された地点の水理条件や河状によって、必ずしも在来河床、河岸の水理学的粗さより大きくなるとは限らず、相対的に滑らかになることもある。いずれにしても、なんらかの方法で護岸法覆工の水理学的粗さを知ることが必要であつて、このことは工法選択の基準となるのであるから、研究の目的もこれに集約される。

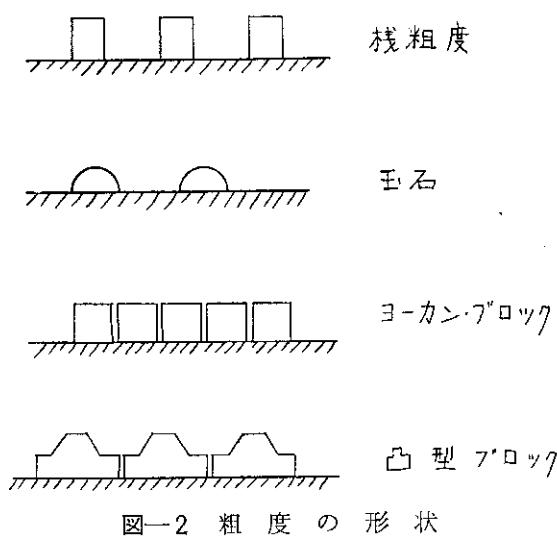
### (3) 研究の問題点

護岸法覆工の水理学的粗さと形状の関係を明らかにすることによって、護岸法覆工の減速効果の判定も可能となり、工法選択の基準も設定できることになる。しかし、水理学的粗さを定める基本式にどのような流速分布公式を用いるか、護岸法覆工の影響範囲をどう表わすか、またこの影響範囲内での平均流速公式にどの式を適用するかなどによって、水理学的粗さの表現が異なる。一方、護岸法覆工の幾何学的形状をどう表現するかもまた、表面の凹凸の程度を表わす代表長になにを選ぶか、

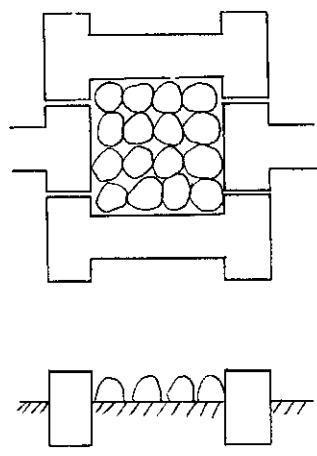


図一 護岸工模式図

\*河川研究室長 \*\*同室主任研究員 \*\*\*同室 \*\*\*\*前同室主任研究員 現旭川開発建設部大雪ダム建設事務所計画係長



## 図-2 粗度の形状



図—3 2種以上の粗度

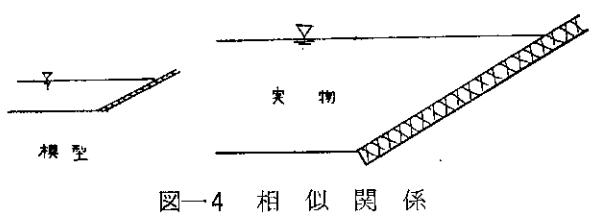


図-4 相似関係

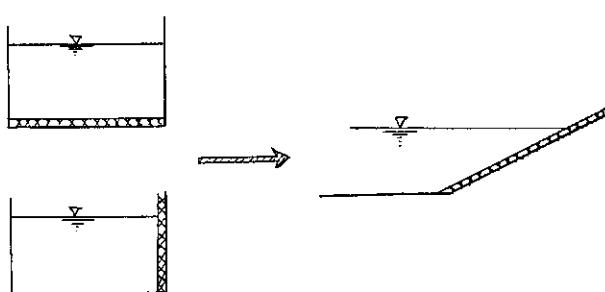


図-5 矩形水路実験の変換

パラメータとしてなにを選ぶか、凹凸の形や配列も考慮するかによってその表示法は一層複雑となってくる。また、実際の護岸法覆工は2種以上の粗度要素からなっているものが多いので、これを1つの水理学的粗さで表わすためにはどうすべきかも考えねばならない。

さらに、模型実験の結果を実際のものに適用するとき考慮されるべき相似則も明らかにしておかねばならない。また、過去における実験の多くは矩形断面水路の底もしくは側壁に人工粗度をつけて行なわれたものであるから、それらの実験結果を、台形断面水路の傾斜として側壁に相当する護岸ノリ面に適用する際にどのような補正が必要となるかも明らかにしなければならない。

## 2. 水理学的考察

### (1) 流速分布則

粗面水路(水理学的に粗な水路)の流速分布は、プラントル・カルマンの対数分布則がよく適合することが知られている。

すなわち、

ここに  $u$  : 水深  $z$  における流速

$$u_* = \sqrt{gRl} \quad : \text{摩擦速度}$$

$g$  : 重力の加速度

R；徑深

### I : エネルギー勾配

$A_r$ : 常数

#### 5. カルマン常数

3 : 境界から

飞燕子

(1)式の常数  $A_r$ ,  $\kappa$  については、ニクラーゼが浮泥を含まない円管流の実験から、 $A_r=8.5$ ,  $\kappa=0.4$  を与えた。したがって(1)式は次のように表わされる。

著者らの実験は、浮泥を含まないレイノズ数の十分大きな粗な流れについて行なったもので、(2)式を適用して考察した。

## (2) 平均流速公式

平均流速は、(1)式を水深について積分して次式で表わされる。

图 15-11a; 平均流速

(3) 相当粗度とマンニングの粗度係数( $n$ )との関係

(3)式とマンニングの平均流速公式を連立させることにより次式を得る。

$$n = \frac{R^{\frac{1}{6}}}{\sqrt{g} \left( 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{k_s} \right)} \quad (4)$$

#### (4) 護岸法覆工の水理学的粗さ(相当粗度率)

(1)式で定義された水理学的粗さを表わす相当粗度  $k_s$  は、河床面の実際の粗さ（粗度要素の高さなどの幾何学的粗さ）  $k$  とは必ずしも一致しない。そこで、(1)式あるいは(2)式が成立するような仮想の粗さ  $k_s$  を考え、この  $k_s$  と実際の粗さ  $k$  との関係を求めて対数分布則を表わすのが普通である。

いま、実際の粗さで対数分布則を表わすと、

$$\frac{u}{u_*} = A + 5.75 \log_{10} \frac{z}{k} \quad (5)$$

ここに  $A$  : 常数

(2)式と(5)式から

$$\log_{10} \frac{k_s}{k} = \frac{8.5 - A}{5.75} \quad (6)$$

ここで  $\log \alpha = (8.5 - A)/5.75$  とおくと

$$k_s = \alpha \cdot k \quad (7)$$

を得る。すなわち、 $\alpha$  は粗度要素の幾何学的粗さと粗度要素が流れに及ぼす水理学的粗さの関係を表わす係数で相当粗度率と呼ぶ。

(7)式を用いれば、(2)式は

$$\frac{u}{u_*} = 8.5 + 5.75 \log_{10} \frac{z}{\alpha \cdot k} \quad (8)$$

となり、実際の粗さで表わされる。

開水路のノリ面についても(8)式の関係が成り立つと考えられるから、各種の幾何学的形状について  $k$  と  $k_s$  の関係、すなわち、 $\alpha$  を調べておけば護岸法覆工の水理学的粗さの推定が可能となる。

#### (5) 護岸法覆工の影響範囲

河川の断面を図-6のように台形断面で近似したとき、底面の領域 ( $A_1$ ) とノリ面の領域 ( $A_2$ ) のそれぞれについて対数分布則が成立するなら、それぞれの領域の流速分布は次のように表わされる(記号は図-6に従がう)。

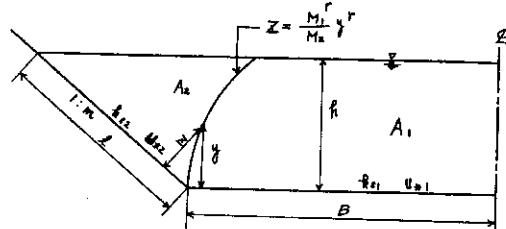


図-6 ノリ面および底面の影響範囲

$$A_1 \text{の領域 } \frac{u_1}{u_{*1}} = 8.5 + 5.75 \log_{10} \frac{y}{k_{s1}} = 5.75 \cdot \log_{10} \frac{30 \cdot y}{k_{s1}} \quad (9)$$

$$A_2 \text{の領域 } \frac{u_2}{u_{*2}} = 8.5 + 5.75 \log_{10} \frac{z}{k_{s2}} = 5.75 \cdot \log_{10} \frac{30 \cdot z}{k_{s2}} \quad (10)$$

2つの領域の境界線では、 $u_1 = u_2$  であるから

$$\frac{u_{*1}}{u_{*2}} = \frac{\log_{10} \frac{30 \cdot y}{k_{s1}}}{\log_{10} \frac{30 \cdot z}{k_{s2}}} \quad (11)$$

を得る。

ここで

$$\frac{u_{*1}}{u_{*2}} = r \quad (12)$$

$$\frac{30}{k_{s1}} = M_1, \frac{30}{k_{s2}} = M_2 \quad (13)$$

とおくと、境界線は次式で表わされる。

$$z = \frac{M_1^r}{M_2} \cdot y^r \quad (14)$$

あるいは、

$$z = \beta \cdot y^r \quad (15)$$

$$\text{ただし } \beta = \frac{M_1^r}{M_2} \quad (16)$$

したがって、2つの領域の断面積および径深は、それぞれ次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= \frac{\sqrt{1+m^2}}{1+r} \cdot \beta \cdot h^{(r+1)} \\ A_1 &= B \cdot h + \frac{mh^2}{2} - A_2 = B \cdot h \left( 1 + \frac{mh}{2B} \right) - \frac{\sqrt{1+m^2}}{1+r} \cdot \beta \cdot h^{(r+1)} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{array}{l} R_1 = \frac{A_1}{B} = h \left( 1 + \frac{mh}{B} \right) - \frac{\sqrt{1+m^2}}{1+r} \cdot \beta \cdot \frac{h^{(r+1)}}{B} \\ R_2 = \frac{A_2}{\ell} = \frac{\beta \cdot h^r}{1+r} \end{array} \right\} \quad (18)$$

一方、摩擦速度はそれぞれ、

$$\left. \begin{array}{l} u_{*1} = \sqrt{g R_1 I} \\ u_{*2} = \sqrt{g R_2 I} \end{array} \right\} \quad (19)$$

と表わされるから、(12), (18), (19)式から

$$r^2 = \left( \frac{u_{*1}}{u_{*2}} \right)^2 = \frac{h \left( 1 + \frac{mh}{B} \right) - \frac{\sqrt{1+m^2}}{1+r} \cdot \beta \cdot \frac{h^{(r+1)}}{B}}{\frac{\beta \cdot h^r}{1+r}} \quad (20)$$

あるいは、(16)式を代入して

$$r^2 = \frac{(1+r) \cdot M_2 \cdot h}{(M_1 \cdot h)^r} \cdot \left( 1 + \frac{m \cdot h}{2 \cdot B} \right) - \frac{\sqrt{1+m^2}}{B} \cdot \frac{h}{B} \quad (21)$$

を得る。なお、矩形断面の場合は  $m = 0$  であるから

$$r^2 = \frac{(1+r) \cdot M_2 \cdot h}{(M_1 \cdot h)^r} - \frac{h}{B} \quad (21')$$

となる。(21')式を満足する  $r$  を求めると、流水断面を底面およびノリ面のそれぞれの影響範囲に分けることができる。

### 3. 水理模型実験

#### (1) 実験の目的

昭和32年度から39年度まで、“護岸・水制の水理学的機能に関する調査研究”が全国的規模で実施され、水制工については一応の結論が得られたが、護岸法覆工については、そのほとんどが弯曲部に施工されているため2次流の影響があること、河川の横断形状が不規則であること、高水位における観測が困難なことなどが原因して、あまり良い結果が得られなかった。

このため、現地調査の資料だけでは護岸法覆工の水理学的機能の解明ができないので、模型実験によって検討した。

#### (2) 実験の方法、装置、種類

実験水路は、図-7のように片側に  $45^\circ$  の勾配をつけた断面の水路で、長さ16m、床勾配1/400である。

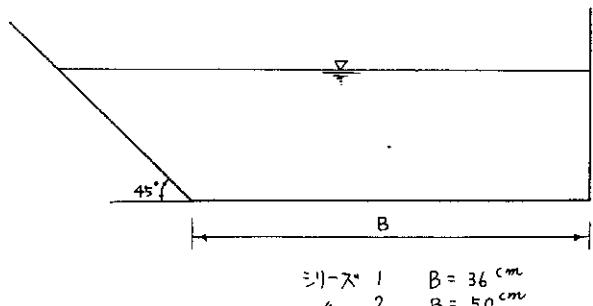
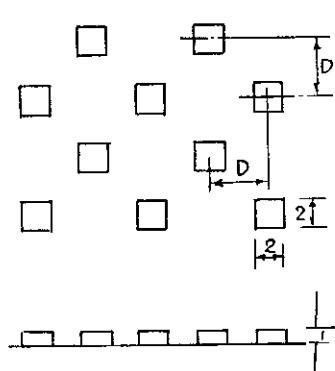
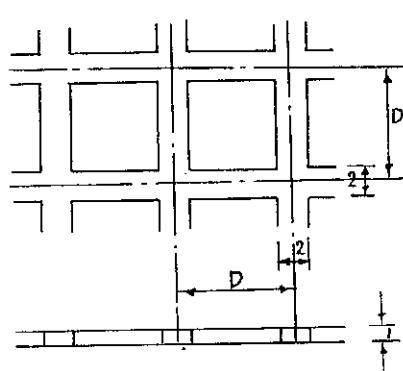


図-7 実験水路横断図

(a) 凸型ブロック



(b) 柱型



(c) 円形柱

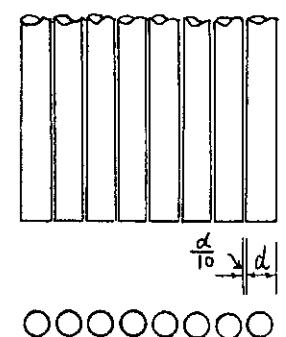


図-8 粗度要素の種類

表一1 粗度要素配置表

シリーズ	粗度要素の種類	間隔 D(cm)	$\eta$	シリーズ	粗度要素の種類	直 径 d(cm)	間隔 d/10(cm)
I	凸形ブロック	4.0	0.125	III	円形桟	1.1	0.11
		6.0	0.056			2.2	0.22
		8.0	0.033			3.2	0.32
II	凸形ブロック	3.0	0.222			4.2	0.42
		4.0	0.125			4.8	0.48
		5.0	0.080				
II	枠型	7.5	0.098				
		10.0	0.080				
		12.5	0.067				
		15.0	0.058				
		17.5	0.051				

この水路のノリ面に粗度要素を張りつけて水を流し、水路の中間の一断面で流速分布を測定して等流速線図を描き、相当粗度を求めた。

粗度要素としては、3次の種類とした(図一8参照)。

- (a) 2 cm × 2 cm × 1 cm の木製ブロックを千鳥型に配置したもの

- (b) 幅 2 cm、高さ 1 cm の木製の桟で枠型にしたもの

- (c) 塩化ビニール製の円形桟

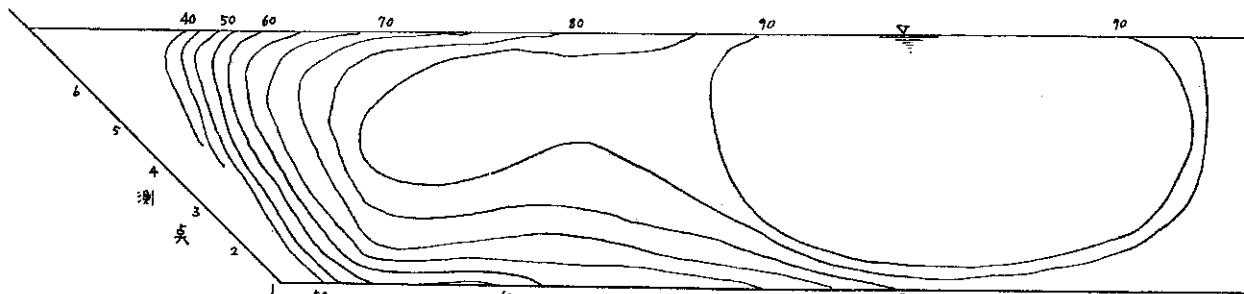
実験は2つのシリーズに分かれ、第1のシリーズは水

路底幅、B = 36 cm で粗度要素(a)について行なった。第2のシリーズは B = 50 cm として、粗度要素(a)～(c)の3種類について行なった。

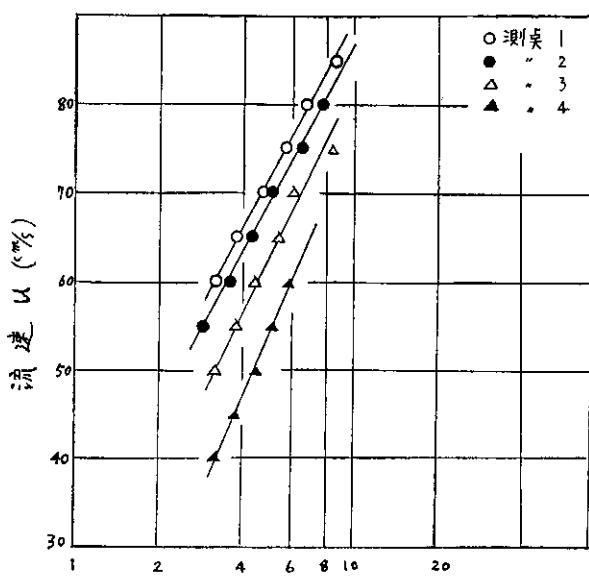
粗度要素の間隔あるいは径は、表一1に示す種類の配置について実験した。

### (3) 流速分布

等流速線図とノリ面に直角方向に距離をとった場合の流速分布の一例を図一9、10に示す。図一10から対数分布則がよく適合することがわかる。



図一9 等流速線図の1例 (図中の数字は流速(cm/s)を表わす)



図一10 流速分布図

### (4) 相当粗度率と粗度面積率

護岸法覆工の水理学的機能を考えるとき、粗度要素の幾何学的粗さと水理学的粗さの関係を明らかにしておかなければならない。

粗度要素の幾何学的粗さを表わす物理量として、モーリス(Morris)は粗度要素の高さ  $k$  よりもその間隔  $S$  が重要な量であることを主張しており、シュリッヒティング(Schlichting)は点状粗度要素を用いた実験から、粗度要素の密度によって水理学的粗さ  $k_s$  の値が変化すること指摘している。また、ジョンソン(Johnson)は桟粗度の実験において、相対桟間隔  $s/k$  を用いて水理学的粗さの変化を調べ  $s/k$  が 10 付近で抵抗が最大になることを指摘した。このように粗度要素の幾何学的粗さを表わすには、その高さだけではなく、その間隔あるいは密度をあわせて考慮する必要がある。

粗度要素の間隔と高さの比を用いる方法は、桟型、溝型粗度のように2次元的に取り扱える場合はよいが、凸型ブロックなどのような場合は、横方向の影響を考慮し

表-2 模型実験測定結果一覧表

シリ ーズ 種 類	粗度の 種類	η	流 量 $Q (\ell/s)$	水 深 $h (\text{cm})$	平均流速 $u_m (\text{cm/s})$	水面勾配 $I$	マサツ速度 $u_* (\text{cm/s})$	粗度常数 $A$	相当粗度 $\alpha$	相当粗度 $k_s (\text{cm})$	平均相当粗度 $k_s (\text{cm})$ マサツ速度	$\bar{\alpha}$	
I	凸型 ブロッ ク	0.125	20	11.47	39.7	1/851	7.14	1.47	16.76	16.76	$\bar{k}_s = 14.31$	14.31	
			20	14.37	30.7	1/1081	4.71	2.39	11.54	11.54			
			20	17.30	24.2	1/2667	4.31	0.38	25.85	25.85			
			30	13.66	49.8	1/606	7.43	2.86	9.55	9.55			
			30	17.09	37.0	1/2222	5.69	3.35	7.86	7.86			
	0.056	20	11.20	39.7	1/606	5.00	3.78	6.60	6.60	$\bar{k}_s = 6.08$	6.08		
		20	14.20	30.7	1/1000	3.37	5.27	3.65	3.65				
		20	17.28	24.7	1/1428	3.26	4.55	4.86	4.86				
		30	13.38	49.8	1/506	5.64	3.55	7.26	7.26				
		30	17.46	37.0	1/1000	5.21	3.29	8.05	8.05				
II	凸型 ブロッ ク	0.033	20	11.67	39.7	1/597	5.61	4.32	5.33	5.33	$\bar{k}_s = 3.70$	3.70	
			20	14.16	30.7	1/1000	3.93	5.00	4.06	4.06			
			20	17.17	24.7	1/2353	2.54	8.15	1.15	1.15			
			30	13.84	49.8	1/476	6.30	4.36	5.25	5.25			
			30	17.23	36.9	1/1481	4.28	6.03	2.69	2.69			
	0.222	40	10.10	72.9	1/462	6.60	5.86	2.96	2.96	$\bar{k}_s = 8.01$	8.01		
		50	11.68	77.7	1/414	7.19	7.15	4.45	4.45				
		60	13.10	82.0	1/353	10.99	2.50	11.25	11.25				
		70	14.85	83.1	1/435	10.911	2.30	13.38	13.38				
		40	10.10	72.9	1/425	7.33	4.39	5.37	5.37	$\bar{k}_s = 7.31$	7.31		
III	0.125	50	11.51	78.9	1/408	7.58	4.69	5.32	5.32				
		60	13.02	82.6	1/359	10.51	2.53	12.47	12.47				
		70	14.47	85.6	1/382	7.73	4.07	6.09	6.09				
		40	9.87	74.8	1/472	6.67	5.50	3.76	3.76	$\bar{k}_s = 4.71$	4.71		
		50	11.61	78.1	1/468	6.89	6.02	5.69	5.69				
	0.080	60	12.67	85.1	1/448	7.82	6.21	5.07	5.07	$\bar{k}_s = 6.08$	4.71		
		70	14.52	85.3	1/411	7.67	6.59	4.33	4.33				
		40	9.71	76.2	1/488	5.28	7.83	1.49	1.49	$\bar{k}_s = 2.58$	2.58		
		50	12.78	70.2	1/405	6.30	8.00	2.90	2.90				
		60	13.29	80.8	1/392	6.18	8.35	1.54	1.54	$\bar{k}_s = 7.26$			
IV	柱型 ブロッ ク	0.098	70	15.42	79.6	1/392	7.53	5.16	4.40	4.40			
			40	10.53	69.6	1/480	6.33	5.88	2.97	2.97	$\bar{k}_s = 4.93$	4.93	
			50	11.94	75.8	1/417	7.56	4.35	5.36	5.36			
			60	13.01	82.7	1/402	7.27	4.87	4.43	4.43	$\bar{k}_s = 7.40$		
			70	14.62	84.6	1/417	8.46	3.72	6.97	6.97			
	0.067	40	10.00	66.9	1/400	6.99	3.70	5.07	5.07	$\bar{k}_s = 5.02$	5.02		
		50	11.53	78.8	1/364	8.15	3.67	7.43	7.43				
		60	13.60	78.7	1/340	6.93	9.24	4.87	4.87	$\bar{k}_s = 7.18$			
		70	14.62	84.2	1/402	6.67	6.58	2.70	2.70				
		40	10.37	70.8	1/395	8.14	3.72	7.21	7.21	$\bar{k}_s = 4.05$	4.05		
V	0.058	0.058	50	11.61	78.1	1/380	6.45	6.07	2.66	2.66			
			60	13.74	77.8	1/397	6.78	5.91	2.56	2.56	$\bar{k}_s = 6.78$		
			70	16.02	76.3	1/402	5.77	8.08	3.79	3.79			
			40	9.81	75.2	1/397	7.53	7.11	5.61	5.61	$\bar{k}_s = 4.35$	4.35	
			50	11.85	76.4	1/400	7.50	5.20	5.11	5.11			
	0.051	0.051	60	13.62	78.5	1/380	7.64	5.69	3.60	3.60	$\bar{k}_s = 7.44$	4.35	
			70	15.30	80.3	1/414	7.06	4.47	3.07	3.07			

直角法

シリ ーズ 種 類	粗度の 種類	η	流 量 $(Q \ell/s)$	水 深 $h (\text{cm})$	平均流速 $u_m (\text{cm/s})$	水面勾配 $I$	マサツ速度 $u_* (\text{cm/s})$	粗度常数 $A$	相当粗度 $\alpha$	相当粗度 $k_s (\text{cm})$	平均相当粗度 $k_s (\text{cm})$ マサツ速度	$\bar{\alpha}$	
II	円 形	(1.1)	40	9.88	74.9	1/984	6.17	5.41	6.29	3.46	$\bar{k}_s = 3.42$	6.22	
			50	11.62	80.0	1/1111	6.54	3.66	6.62	3.64			
			60	12.56	91.6	1/811	6.45	3.19	5.80	3.19	$\bar{k}_s = 6.56$		
			70	14.69	85.2	1/583	7.10	3.40	6.18	3.40			
			40	10.03	76.6	1/420	8.03	2.93	9.76	10.74	$\bar{k}_s = 9.16$	8.32	
	(3.2)	(2.2)	50	11.45	82.1	1/476	8.74	2.76	9.35	10.29			
			60	13.26	85.2	1/417	8.65	3.11	8.15	8.97	$\bar{k}_s = 8.30$		
			70	14.59	88.2	1/349	7.82	4.99	6.05	6.66			
			40	10.60	74.6	1/385	8.84	1.63	9.54	15.27	$\bar{k}_s = 15.05$	9.40	
			50	12.29	78.2	1/403	11.85	0.72	15.71	25.13			
III	桟	(4.2)	60	14.32	80.4	1/380	10.17	1.95	7.78	12.45	$\bar{k}_s = 9.78$	9.40	
			70	15.85	82.4	1/316	8.28	3.57	4.60	7.36			
			40	10.35	81.1	1/326	7.06	3.61	3.74	7.85	$\bar{k}_s = 11.01$	5.24	
			50	12.41	82.8	1/353	8.93	3.04	8.00	16.79			
			60	14.05	83.6	1/370	8.70	2.87	5.50	11.55	$\bar{k}_s = 8.32$		
	(4.8)	(4.8)	70	15.40	88.7	1/291	8.60	3.93	3.75	7.88			
			40	11.44	70.3	1/333	7.77	2.81	4.12	9.88	$\bar{k}_s = 18.79$	7.83	
			50	12.99	76.5	1/351	10.36	0.87	9.31	22.35			
			60	14.83	78.3	1/321	12.31	0.30	11.99	28.76	$\bar{k}_s = 10.01$		
			70	16.01	84.8	1/293	9.63	1.89	5.90	14.17			

なければならぬので、粗度要素の幾何学的粗さを表わす量として、粗度間隔も含めたものすなわち長さではなく面積をとることとする。

そこで、本実験では幾何学的粗さとして粗度面積率 $\eta$ を用い、相当粗度率 $\alpha (= k_s/k)$ （ $k$ ：粗度要素の高さ）との関係で整理した。ここで、 $\eta$ は次式で表わされる。

$$\eta = \frac{\text{粗度要素の流れに直面する面積の和}}{\text{粗度要素が設けられている全面積}}$$

実験の結果を表-2、図-11に示す。図-11には、本実験の結果のほかにシュリッヒティング(Schlichting)、岸、小川、池田らの実験結果を載せた。

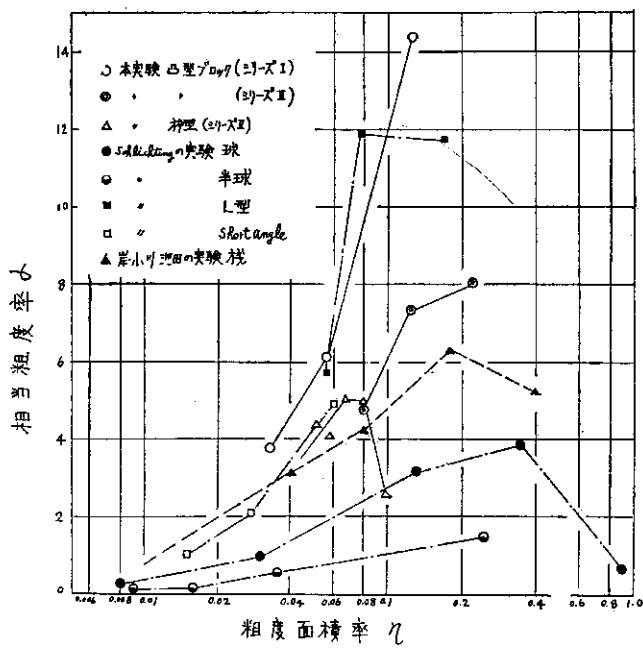


図-11  $\eta$  と  $\alpha$  の関係

##### (5) 実験結果の考察

本実験の凸型ブロックの場合、シリーズIとIIでは $\alpha$ の値がかなり異なっている。これは前述のように水路底幅を広げたので対岸側壁の影響がなくなったためと思われる。

図-11から、粗度要素を密につけることが必ずしも粗度を大きくすることにはならないことがわかる。すなわち、各粗度要素とも抵抗が最大となる配列密度が存在し、あまり密にすると粗度としての効果を発揮しなくなる。

また、幾何学的形状が丸みをおびたものより、角ばったもののほうが $\alpha$ の値が大きい傾向にあり、角ばったもののうちでは棟型より凸型ブロックのほうが減速効果が大きいといえる。

護岸法覆工の粗度要素として、凸型ブロック、棟型、半球、枠型の5種類を考え、図-11から図-12を得た。

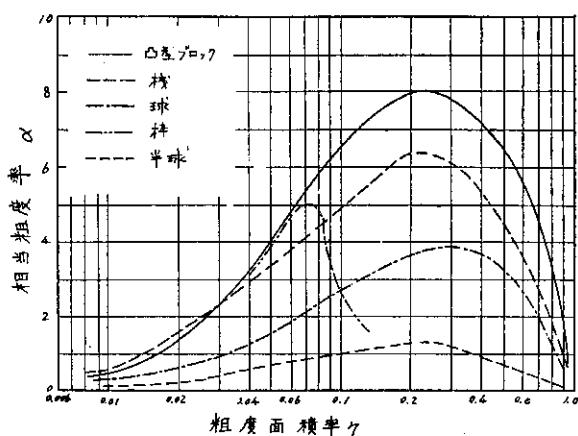


図-12

図-12から、上記の5種類の粗度要素およびこれらに類似した粗度要素で構成されて護岸法覆工の水理学的粗さの推定が可能となった。

##### 4. 相当粗度の合成

実際の護岸法覆工は図-3の例のように、2種以上の粗度要素で構成されているものが多い。このような場合、問題を簡単にするために、河床の粗度あるいは他の工種との比較のために、これを等価的な水理学的粗さで表わすのが望ましい。

そこで、1つの提案として、次のような方法で換算することを考えてみた。いま、 $n$ 種の粗度要素からなる護岸法覆工があるとき、それぞれの粗度要素について $\eta_1$ 、 $\eta_2$ 、……、 $\eta_n$ を求め、図-12から粗度要素の種類に応じた曲線を適用して $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、……、 $\alpha_n$ を読んで、 $k_{s1}=\alpha_1 \cdot k_1$ 、 $k_2=\alpha_2 \cdot k_2$ 、……、 $k_{sn}=\alpha_n \cdot k_n$ を計算する。次にこれを主たる粗度要素(添字1)のものに変換する。すなわち、 $\alpha'_1=\frac{k_{s2}}{k_1}$ 、 $\alpha'_2=\frac{k_{s3}}{k_1}$ 、……、 $\alpha'_n=\frac{k_{sn}}{k_1}$ を計算して、それぞれの $\alpha'$ に相当する主たる粗度要素の曲線上の $\eta'$ を読み、それらを加えたものから合成された $\alpha$ を読む。すなわち、 $\eta=\eta_1+\eta_2+\eta_3+\dots+\eta_n$ に対応する $\alpha$ を求める。したがって、合成された相当粗度は、

$$k_s = \alpha \cdot k_1$$

となる。

##### 5. 応用計算例

これまで護岸法覆工の水理学的機能について、理論的考察ならびに模型実験の結果を述べてきたが、これらの結果をもとにして、実際の護岸法覆工の減速効果の計算例を示す。

###### (1) 相当粗度とマンニングの粗度係数

まず具体的な計算例として、図-13に示す3種類の護岸法覆工種の $k_s$ を求めてみる。

###### (a)の場合

粗度面積率は横断方向単位(1 m)について考えると

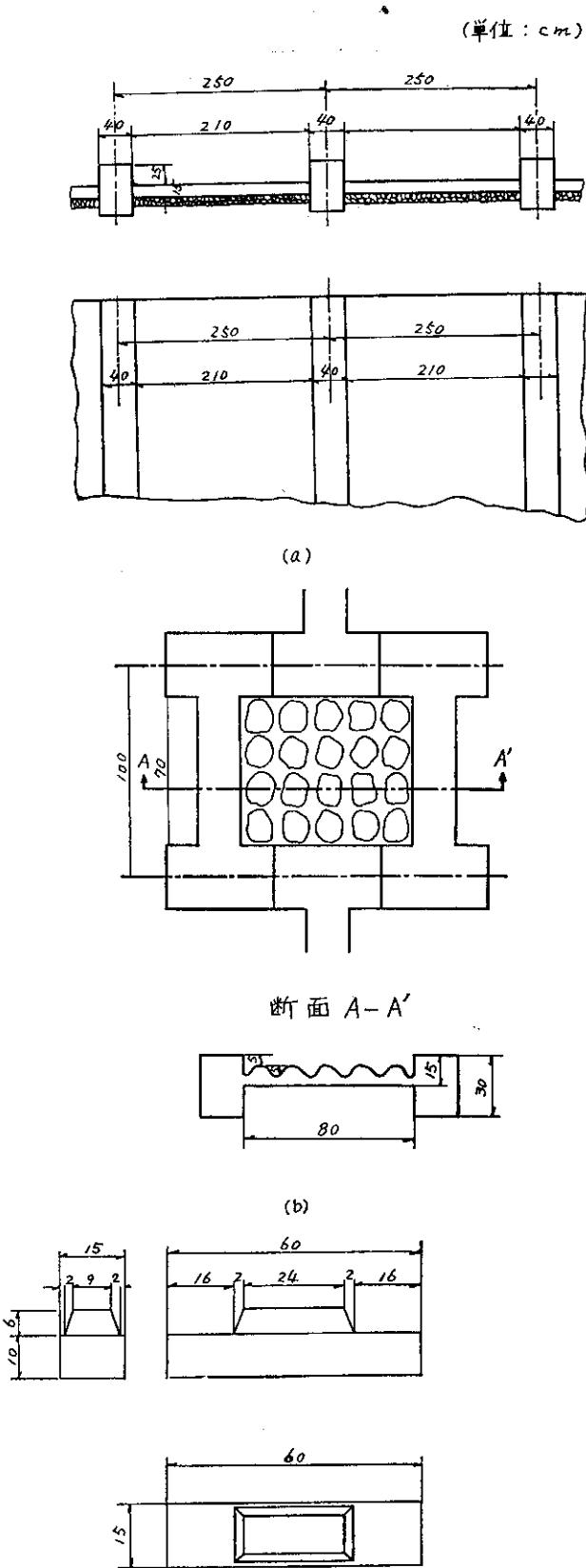


図-13

$$\eta = \frac{1.0 \times 0.25}{1.0 \times 2.5} = 0.10$$

であるから、図-12の桿型粗度の実験曲線から  $\alpha = 5.3$

を得る。したがって、

$$k_s = 5.3 \times 0.25 = 1.325 \text{ m}$$

である。

#### (b)の場合(粗度の合成の例)

この工種は粗度要素が枠と割栗石の2種であるから、これを合成して1種の粗度に換算するのが便利である。

粗度面積率は枠の部分について

$$\eta_1 = \frac{0.7 \times 0.1}{1.0 \times 1.0} = 0.07$$

割栗石の部分については

$$\eta_2 = \frac{0.05 \times 0.08 \times 20}{1.0 \times 1.0} = 0.08$$

である。この  $\eta_2$  に対して図-12の半球の場合を適用すると、 $\alpha_2 = 0.9$ を得るから

$$k_{s2} = 0.9 \times 0.05 = 0.045$$

となる。これを粗度高  $k = 0.1 \text{ m}$  の枠型に換算する。

$$\alpha'_2 = \frac{0.045}{0.1} = 0.45$$

この相当粗度率に対する枠型の粗度面積率は  $\eta_2' = 0.0085$  である。(粗度面積率が小さくなると枠型粗度は桿型粗度に近似してくるものと考え、桿型粗度の実験曲線を適した。)

したがって、合成された粗度面積率は

$$\eta = \eta_1 + \eta_2' = 0.07 + 0.0085 = 0.0785$$

このときの相当粗度率は図-12の枠型粗度の実験曲線から  $\alpha = 4.95$ を得るから、合成された相当粗度は、

$$k_s = 4.95 \times 0.1 = 0.495 \text{ m}$$

#### (c)の場合

このブロックは水中敷設量が  $100 \text{ m}^2$ 当たり、1,040個となっている。したがって、粗度面積率は

$$\eta = \frac{(0.09 \times 0.13)}{2} \times 0.06 \times \frac{1,040}{100} = 0.069$$

であり、凸型ブロックの実験曲線から  $\alpha = 5.5$ を得るから

$$k_s = 5.5 \times 0.06 = 0.330 \text{ m}$$

である。

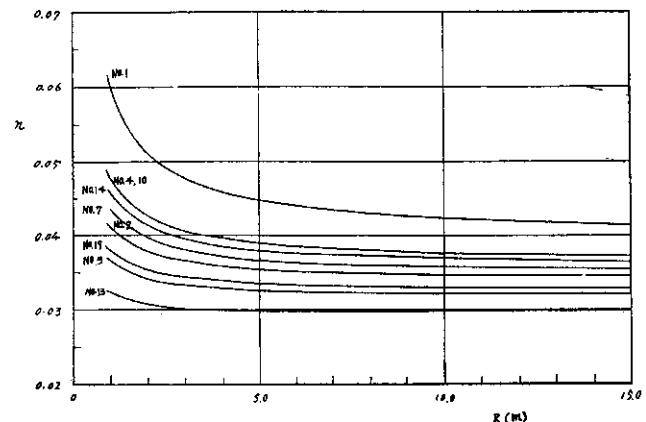


図-14 各種護岸の  $n$  と  $R$  の関係

表-3

護岸工種整理 名 称	型式組合せ 番 号	粗度高 k	粗度面 積 $\eta$	相当粗 度 $\alpha$	粗度相当 率 $k_s$	粗度係数 n 影響範囲の径深 R (m)				適用曲線 型
						1.0	2.0	3.0	5.0	
縦格子コンクリート張工	1	0.25	0.100	5.3	1.325	0.060	0.051	0.048	0.045	桟型
H式G型両様式法覆工	2	0.10	0.079	4.95	0.495	0.041	0.038	0.037	0.035	柱型, 半球合成
T型単床ブロック工	3	0.06	0.069	5.5	0.330	0.036	0.034	0.033	0.033	凸型
M型ブロック工	A 1 : B 0	4	0.10	0.149	7.9	0.760	0.048	0.043	0.041	0.039
	1 : 1	5	0.10	0.074	5.7	0.570	0.043	0.039	0.038	〃
	1 : 3	6	0.10	0.037	2.9	0.290	0.035	0.033	0.032	〃
T型ブロック工	A 1 : B 0	7	0.09	0.090	6.5	0.585	0.044	0.040	0.038	0.037
第Ⅰ種	1 : 1	8	0.09	0.045	3.6	0.324	0.036	0.034	0.033	〃
	1 : 3	9	0.09	0.022	1.6	0.144	0.029	0.029	0.028	〃
K型ブロック工	A 1 : B 0	10	0.10	0.137	7.5	0.750	0.048	0.042	0.041	0.039
	1 : 1	11	0.10	0.068	5.4	0.540	0.042	0.039	0.037	〃
	0 : 1	12	0.04	0.025	0.3	0.012	0.019	0.019	0.019	半球
I型ブロック工 3号型	13	0.048	0.056	4.3	0.206	0.032	0.031	0.030	0.030	柱型
R型ブロック工	A 1 : B 0	14	0.09	0.146	7.6	0.684	0.046	0.041	0.040	0.038
Ⅰ種	2 : 1	15	0.09	0.097	6.7	0.603	0.044	0.040	0.038	凸型
	1 : 1	16	0.09	0.073	5.7	0.513	0.042	0.038	0.037	〃
	1 : 2	17	0.09	0.049	4.0	0.360	0.037	0.035	0.034	〃
	0 : 1	18	0.02	0.023	0.25	0.005	0.017	0.017	0.017	半球
R型ブロック工	A 1 : B 0	19	0.06	0.085	6.3	0.378	0.038	0.035	0.034	0.034
Ⅱ種	2 : 1	20	0.06	0.056	4.5	0.270	0.034	0.033	0.032	〃
	1 : 1	21	0.06	0.042	3.4	0.204	0.032	0.031	0.030	〃
	1 : 2	22	0.06	0.028	2.0	0.120	0.028	0.028	0.027	〃

この他、現在実用されてるいくつかの法覆工について、相当粗度およびマンニングの粗度係数を試算してみると表-3、図-14のようである。

すなわち、コンクリート張工、豆板工、アスファルトマット工などを除くと、市販のコンクリート・ブロック工や桟、柱工などによる護岸法覆工の粗度係数は大体0.03以上であって、河川の中下流部においては法覆工によるノリ面付近の減速効果が十分期待できることがわかる。

なお、参考資料として(4)式を計算し、相当粗度  $k_s$ 、径深Rを与えてマンニングの粗度係数を求める図表を表-4、図-15に載せた。

## (2) 護岸法覆工の影響範囲

図-16に示すような河川の断面に前節で相当粗度を求めた工種のうち、(b)の法覆工が施工された場合の計算例を示す。

(13)式より

$$M_1 = \frac{30}{k_{s1}} = \frac{30}{0.016} = 1875$$

$$M_2 = \frac{30}{k_{s2}} = \frac{30}{0.495} = 60.6$$

したがって、(2)式に代入して

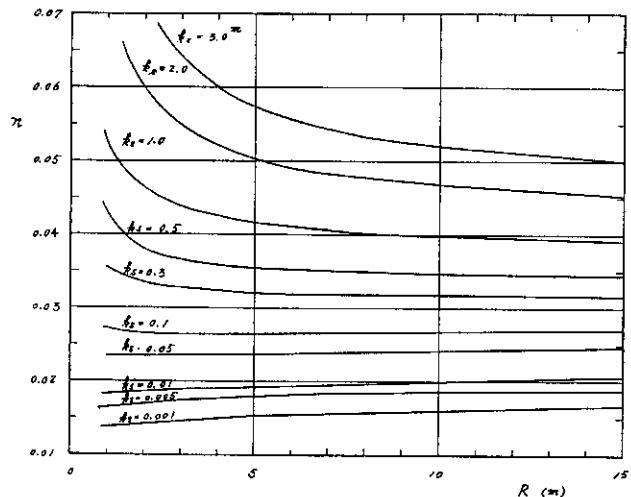


図-15

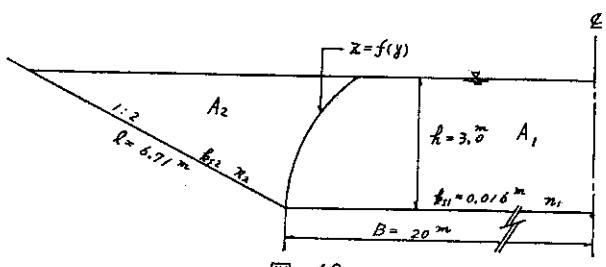


図-16

表—4

	R <sub>s(m)</sub>	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00	8.00	9.00	10.00	11.00	12.00	13.00	14.00	15.00
0.001	0.0137	0.0143	0.0147	0.0150	0.0153	0.0155	0.0157	0.0158	0.0160	0.0161	0.0162	0.0163	0.0165	0.0166	0.0166	0.0196
0.002	0.0148	0.0154	0.0157	0.0160	0.0163	0.0165	0.0167	0.0168	0.0170	0.0171	0.0173	0.0174	0.0175	0.0176	0.0176	0.0177
0.003	0.0155	0.0161	0.0164	0.0167	0.0170	0.0172	0.0174	0.0175	0.0177	0.0178	0.0179	0.0180	0.0181	0.0182	0.0182	0.0183
0.004	0.0161	0.0166	0.0170	0.0174	0.0177	0.0179	0.0181	0.0183	0.0185	0.0186	0.0188	0.0189	0.0190	0.0191	0.0191	0.0192
0.005	0.0165	0.0170	0.0174	0.0178	0.0181	0.0184	0.0186	0.0188	0.0189	0.0191	0.0192	0.0193	0.0194	0.0195	0.0195	0.0196
0.006	0.0170	0.0173	0.0178	0.0181	0.0184	0.0186	0.0188	0.0189	0.0191	0.0192	0.0194	0.0195	0.0196	0.0197	0.0198	0.0199
0.007	0.0173	0.0176	0.0181	0.0184	0.0186	0.0188	0.0189	0.0190	0.0192	0.0194	0.0195	0.0196	0.0197	0.0198	0.0199	0.0201
0.008	0.0176	0.0179	0.0183	0.0186	0.0188	0.0189	0.0191	0.0193	0.0195	0.0197	0.0198	0.0200	0.0201	0.0202	0.0204	0.0204
0.009	0.0179	0.0183	0.0186	0.0188	0.0191	0.0193	0.0195	0.0197	0.0200	0.0201	0.0202	0.0203	0.0204	0.0205	0.0206	0.0206
0.010	0.0182	0.0186	0.0189	0.0191	0.0193	0.0195	0.0197	0.0198	0.0201	0.0202	0.0217	0.0218	0.0219	0.0220	0.0221	0.0222
0.020	0.0202	0.0204	0.0207	0.0209	0.0210	0.0212	0.0214	0.0215	0.0216	0.0217	0.0223	0.0225	0.0226	0.0227	0.0229	0.0232
0.030	0.0216	0.0217	0.0219	0.0220	0.0222	0.0223	0.0224	0.0225	0.0226	0.0227	0.0233	0.0234	0.0235	0.0238	0.0239	0.0240
0.040	0.0227	0.0227	0.0228	0.0229	0.0231	0.0232	0.0233	0.0234	0.0235	0.0236	0.0237	0.0238	0.0239	0.0240	0.0241	0.0242
0.050	0.0236	0.0235	0.0236	0.0237	0.0238	0.0239	0.0240	0.0241	0.0242	0.0243	0.0244	0.0245	0.0246	0.0247	0.0248	0.0249
0.060	0.0245	0.0242	0.0243	0.0243	0.0244	0.0245	0.0246	0.0247	0.0248	0.0249	0.0250	0.0251	0.0252	0.0253	0.0254	0.0255
0.070	0.0252	0.0249	0.0249	0.0249	0.0250	0.0251	0.0252	0.0253	0.0254	0.0255	0.0256	0.0257	0.0258	0.0259	0.0260	0.0262
0.080	0.0259	0.0255	0.0255	0.0254	0.0255	0.0255	0.0256	0.0257	0.0258	0.0259	0.0260	0.0261	0.0262	0.0263	0.0264	0.0265
0.090	0.0265	0.0260	0.0259	0.0259	0.0260	0.0260	0.0261	0.0262	0.0263	0.0264	0.0265	0.0266	0.0267	0.0268	0.0269	0.0270
0.100	0.0271	0.0265	0.0264	0.0264	0.0264	0.0265	0.0265	0.0266	0.0267	0.0267	0.0268	0.0269	0.0270	0.0271	0.0272	0.0273
0.200	0.0318	0.0304	0.0300	0.0298	0.0297	0.0296	0.0296	0.0297	0.0298	0.0299	0.0300	0.0301	0.0302	0.0303	0.0304	0.0305
0.300	0.0354	0.0333	0.0326	0.0322	0.0320	0.0319	0.0318	0.0319	0.0320	0.0321	0.0322	0.0323	0.0324	0.0325	0.0326	0.0327
0.400	0.0385	0.0357	0.0347	0.0347	0.0342	0.0342	0.0342	0.0343	0.0343	0.0343	0.0344	0.0345	0.0346	0.0347	0.0348	0.0349
0.500	0.0413	0.0378	0.0366	0.0366	0.0359	0.0359	0.0359	0.0359	0.0360	0.0360	0.0362	0.0363	0.0364	0.0365	0.0366	0.0367
0.600	0.0438	0.0397	0.0382	0.0382	0.0374	0.0369	0.0369	0.0369	0.0370	0.0371	0.0372	0.0373	0.0374	0.0375	0.0376	0.0376
0.700	0.0463	0.0415	0.0398	0.0388	0.0388	0.0382	0.0378	0.0378	0.0378	0.0379	0.0380	0.0381	0.0382	0.0383	0.0384	0.0385
0.800	0.0487	0.0432	0.0412	0.0411	0.0394	0.0394	0.0394	0.0394	0.0395	0.0395	0.0396	0.0397	0.0398	0.0399	0.0399	0.0399
0.900	0.0510	0.0448	0.0425	0.0413	0.0406	0.0406	0.0406	0.0406	0.0407	0.0407	0.0408	0.0409	0.0410	0.0411	0.0412	0.0413
1.000	0.0532	0.0463	0.0438	0.0425	0.0416	0.0416	0.0416	0.0416	0.0417	0.0417	0.0418	0.0419	0.0420	0.0421	0.0422	0.0423
1.200	0.0576	0.0492	0.0462	0.0446	0.0436	0.0436	0.0436	0.0436	0.0437	0.0437	0.0438	0.0439	0.0440	0.0441	0.0442	0.0443
1.400	0.0619	0.0520	0.0485	0.0466	0.0454	0.0454	0.0454	0.0455	0.0455	0.0456	0.0456	0.0457	0.0458	0.0459	0.0460	0.0461
1.600	0.0662	0.0546	0.0506	0.0485	0.0462	0.0462	0.0462	0.0463	0.0463	0.0464	0.0464	0.0465	0.0466	0.0467	0.0468	0.0469
1.800	0.0705	0.0572	0.0527	0.0503	0.0488	0.0477	0.0477	0.0477	0.0478	0.0478	0.0479	0.0479	0.0480	0.0481	0.0482	0.0483
2.000	0.0748	0.0597	0.0546	0.0520	0.0503	0.0492	0.0492	0.0492	0.0493	0.0493	0.0494	0.0495	0.0496	0.0497	0.0498	0.0499
2.200	0.0792	0.0622	0.0566	0.0537	0.0518	0.0506	0.0506	0.0507	0.0507	0.0508	0.0509	0.0510	0.0511	0.0512	0.0513	0.0514
2.400	0.0838	0.0646	0.0584	0.0553	0.0533	0.0519	0.0519	0.0520	0.0521	0.0522	0.0523	0.0524	0.0525	0.0526	0.0527	0.0528
2.600	0.0884	0.0670	0.0603	0.0568	0.0547	0.0532	0.0532	0.0533	0.0534	0.0535	0.0536	0.0537	0.0538	0.0539	0.0540	0.0541
2.800	0.0932	0.0695	0.0621	0.0583	0.0560	0.0544	0.0544	0.0545	0.0545	0.0546	0.0547	0.0548	0.0549	0.0550	0.0551	0.0552
3.000	0.0981	0.0719	0.0639	0.0598	0.0574	0.0556	0.0556	0.0557	0.0558	0.0559	0.0560	0.0561	0.0562	0.0563	0.0564	0.0565
3.200	0.1033	0.0743	0.0657	0.0633	0.0587	0.0568	0.0568	0.0569	0.0570	0.0571	0.0572	0.0573	0.0574	0.0575	0.0576	0.0577
3.400	0.1086	0.0767	0.0674	0.0646	0.0628	0.0598	0.0598	0.0600	0.0601	0.0602	0.0603	0.0604	0.0605	0.0606	0.0607	0.0608
3.600	0.1141	0.0791	0.0691	0.0642	0.0612	0.0591	0.0591	0.0592	0.0593	0.0594	0.0595	0.0596	0.0597	0.0598	0.0599	0.0600
3.800	0.1199	0.0815	0.0709	0.0656	0.0624	0.0602	0.0588	0.0588	0.0589	0.0589	0.0590	0.0591	0.0592	0.0593	0.0594	0.0595
4.000	0.1260	0.0840	0.0726	0.0670	0.0636	0.0613	0.0597	0.0597	0.0598	0.0598	0.0599	0.0599	0.0599	0.0599	0.0599	0.0599
4.200	0.1324	0.0864	0.0743	0.0684	0.0649	0.0624	0.0624	0.0625	0.0626	0.0627	0.0628	0.0629	0.0629	0.0629	0.0629	0.0629
4.400	0.1391	0.0889	0.0760	0.0693	0.0660	0.0635	0.0635	0.0636	0.0637	0.0638	0.0639	0.0639	0.0639	0.0639	0.0639	0.0639
4.600	0.1462	0.0915	0.0777	0.0712	0.0672	0.0646	0.0646	0.0647	0.0648	0.0649	0.0650	0.0650	0.0650	0.0650	0.0650	0.0650
4.800	0.1536	0.0940	0.0795	0.0725	0.0684	0.0656	0.0656	0.0657	0.0658	0.0659	0.0660	0.0660	0.0660	0.0660	0.0660	0.0660
5.000	0.1616	0.0966	0.0812	0.0739	0.0696	0.0667	0.0667	0.0668	0.0669	0.0670	0.0671	0.0672	0.0673	0.0674	0.0675	0.0676

$$r^2 = \frac{(1+r)}{5625} \times 209.1 - 0.3354$$

である。ここで $r$ は試算法によって計算する。  
いま、 $r=0.7$ と仮定すると

$$\text{左辺} = 0.7^2 = 0.49$$

$$\text{右辺} = \frac{1+0.7}{5625^{0.7}} \times 209.1 - 0.3354 = 0.5073$$

を得るが、左辺と右辺とが一致しないので、同じ要領で左辺と右辺が一致するまで計算を繰り返す。

本例の場合は最終的に $r=0.702$ を得る。

したがって境界線の方程式は、

(19式)より

$$\beta = \frac{M_1^r}{M_2} = \frac{1,875^{0.702}}{60.6} = 3.275$$

(19式)に代入して

$$z = \beta \cdot y^r = 3.275 \cdot y^{0.702}$$

となる。

すなわち、(17)、(18式)から

$$A_2 = \frac{\sqrt{1+m^2}}{1+r} \beta \cdot h^{r+1} = \frac{\sqrt{1+2^2}}{1.702} \times 3.275 \times 3.0^{1.702} \\ = 27.91 \text{ m}^2$$

$$A_1 = B \cdot h + \frac{mh}{2} - A_2 = 20.0 \times 3.0 + \frac{2 \times 3.0^2}{2} \\ - 27.91 = 41.09 \text{ m}^2$$

$$R_1 = \frac{A_1}{B} = \frac{41.09}{20.0} = 2.05 \text{ m}$$

$$R_2 = \frac{A_2}{\ell} = \frac{27.91}{6.71} = 4.16 \text{ m}$$

となる。

一方、法覆工施工前は、ノリ面も河床と同じ粗度と考えると

$$M_1 = M_2 = 1,875$$

したがって、(21式)から $r$ を求める

$$r = 1.057$$

ゆえに $\beta = 1,875^{0.057} = 1.536$ であるから、境界線の方程式は

$$z = 1.536 \cdot y^{1.057}$$

となり、ノリ面、底面の支配領域の断面積、径深はそれぞれ

$$A_2 = \frac{\sqrt{1+2^2}}{2.057} \times 1.536 \times 3^{2.057} = 16.0 \text{ m}^2$$

$$A_1 = 69.0 - 1.60 = 53.0 \text{ m}^2$$

$$R_1 = \frac{53.0}{20.0} = 2.65 \text{ m}$$

$$R_2 = \frac{16.0}{67.1} = 23.8 \text{ m}$$

となる。

### (3) 減速効果の判定

前節の例で河床勾配が $\frac{1}{2000}$ とすると、(19式)から

$$u_{*1} = \sqrt{g R_1 I} = \sqrt{9.8 \times 2.05 \times \frac{1}{2000}} = 0.100 \text{ m/s}$$

$$u_{*2} = \sqrt{g R_2 I} = \sqrt{9.8 \times 4.16 \times \frac{1}{2000}} = 0.142 \text{ m/s}$$

を得るから、(3式)を用いるとそれぞれの領域内の平均流速は次のようになる。

$$u_{m1} = u_{*1} \left( 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R_1}{K_{s1}} \right) = 1.82 \text{ m/s}$$

$$u_{m2} = u_{*2} \left( 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R_2}{K_{s2}} \right) = 1.62 \text{ m/s}$$

したがって、それぞれの領域を流れる流量は

$$Q_1 = u_{m1} \cdot A_1 = 1.82 \times 41.09 = 74.8 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_2 = u_{m2} \cdot A_2 = 1.62 \times 27.91 = 45.2 \text{ m}^3/\text{s}$$

となり、全断面の片側半分を流れる流量は

$$Q = Q_1 + Q_2 = 74.8 + 45.2 = 120.0 \text{ m}^3/\text{s}$$

であるから、全断面の平均流速および径深は次のようになる。

$$u_m = \frac{Q}{A_1 + A_2} = 1.74 \text{ m/s}$$

$$R_m = \frac{A_1 + A_2}{\ell + B} = 2.58 \text{ m}$$

ここで同じ水深における法覆工施工前後の粗度係数を比較してみる。

まず、護岸法覆工施工前の粗度係数 $n'$ は、(4式)から河床 $n'_1$ 、ノリ面 $n'_2$ 、全断面 $n_m'$ とともに $n'=0.02$ である。

一方、施工後におけるノリ面、河床および全断面の粗度係数は、それぞれ

$$n_1 = \frac{2.05^{\frac{1}{6}}}{\sqrt{9.8} \left\{ 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{2.05}{0.016} \right\}} = 0.02$$

$$n_2 = \frac{4.16^{\frac{1}{6}}}{\sqrt{9.8} \left\{ 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{4.16}{0.495} \right\}} = 0.036$$

$$n_m = \frac{1}{u_m} \cdot R_m^{\frac{2}{3}} \cdot I^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{1.74} \times 28.5^{\frac{2}{3}} \times \left( \frac{1}{2000} \right)^{\frac{1}{2}} = 0.024$$

となる。したがって、ノリ面だけでは粗度係数が0.020から0.036と80%、全断面については0.020から0.024と20%増加したことになる。

次に、護岸法覆工を施工したことによって、ノリ面付近の流速がどの程度低下したか調べる。

護岸法覆工施工前のノリ面からの流速分布は

$$u_{*2}' = \sqrt{9.8 \times 2.38 \times \frac{1}{2000}} = 0.108 \text{ m/s}$$

$$u_2' = 0.108 \times (8.5 - 5.75 \log_{10} 0.016 + 5.75 \log_{10} y)$$

$$= 0.621 \log_{10} y + 2.033$$

施工後のノリ面からの流速分布は

$$u_2 = 0.142 \times (8.5 - 5.75 \log_{10} 0.495 + 5.75 \log_{10} y)$$

$$= 0.817 \log_{10} y + 1.456$$

となり、この流速分布図は図-17のようである。

すなわち、ノリ面から50cmの点で比較すると、護岸法覆工が施工することによって、流速を約65cm/s減少させることができ、ノリ面保護の点からみると、流況がかなり改善されたといえる。

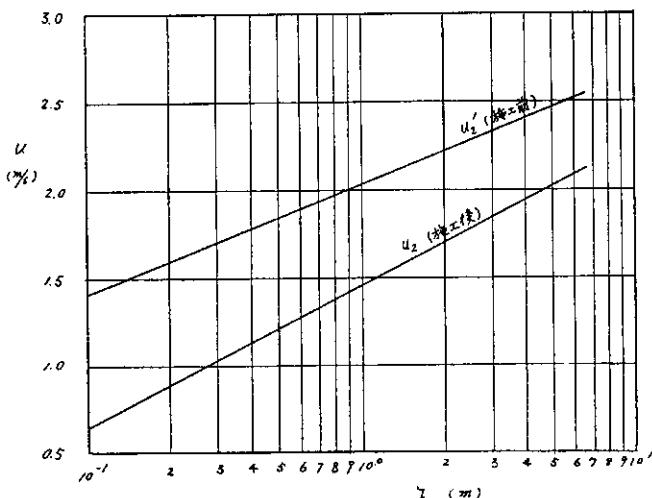


図-17

## 6. あとがき

護岸法覆工を水理学的見地からその機能を考察し、減

速効果の判定方法について述べてみた。

実際、河川の護岸施工箇所は流れの複雑なところが多く、理論どおりに効果を発揮するとはかぎらないが、種々の護岸法覆工の間の相対的な効果の判断に対しては十分有効な方法であり、今後、護岸法覆工の工種やプロックの比較、選択に役立つところ大きいと考える。

## 参考文献

- 1) Schlichting : Boundary Layer Theory
- 2) 小川芳昭：護岸法面付近の流速分布算定の一方法  
第5回北海道開発局技術研究発表会論文集、昭和37年
- 3) 岸、小川、池田：護岸の水理学的特性、土木学会北海道支部技術資料第17号、昭和36年
- 4) 岸 力：河川改修計画における諸問題、第35回建設技術講習会テキスト、昭和39年
- 5) 村端克己：護岸の水理学的機能について、第9回北海道開発局技術研究会発表会論文集、昭和40年
- 6) 大石、村端、小川：護岸法覆工の水理学的研究、第12回北海道開発局技術研究発表会論文集、昭和44年
- 7) 足立昭平：開水路における桟型人工粗度の実験的研究、京大防災研究所年報、第3号、昭和34年
- 8) 足立昭平：流れの抵抗則、1967年水工学に関する夏期研修会テキスト