

河川における河床波の測定と河床形態について

山 口 甲* 西 村 豊**

目 次

- まえがき
- 1 河川砂面計の試作
- 2 河床波の測定

- 3 河道抵抗
- 4 河床形態の領域区分
- 5 む す び

まえがき

砂れき河床を有する河道では、流量の変動に応じて、多様な河床波 (Sand Wave) が発生することは観察されているが、実測データが少ないこともあって、水理量との関係は明らかでない。実験水路については多くの研究があるが、本文では、実際河川における Sand-Wave を実測し、それらの結果と実験水路における資料について、Sand-Wave の発生領域の検討を行なうものである。

著者らは、河川用砂面計を製作し、厚別川で砂面計によって、Sand-Wave を測定することができたのでその成果を紹介する。また、北海道河川での資料に基づき、河床抵抗について、河床波の形態分析の観点から、2, 3 の考察を行なった。

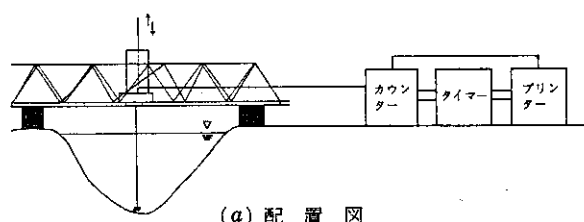
1 河川砂面計の試作

従来から河床変動についての観測は、採砂器による浮遊砂、掃流砂の測定と、測桿、音響測深器による断面形の測定によって行なわれる場合が多い。しかし、それらの時間的な変化を測定した例は数少なく、特に水深が大きい河川での資料は少ないようである。筆者らは、実験水路で見られるような Sand-Wave の発生およびその移動性について水深 1~2 m の河川において観測するため、河川砂面計を試作し、厚別川で観測を試みた。後にも述べるように Sand-Wave を測定することができたが、まず砂面計について述べる。

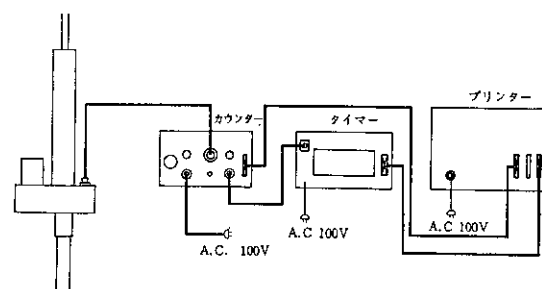
砂面計の原理は検出部を水面上に設置し、測桿を自動的に所定の時間間隔で降下させ、河床面に接触した時信号を発信させることによって、降下長を記録する方法である。河川砂面計は、実験室用のものを改良したものであるが、次の 4 エレメントから構成される。

- (1) 検 出 器 (2) カウンター

* 前河川研究室長 現石狩川開発建設部工務第一課長 ** 河川研究室研究員



(a) 配 置 図



(b) 接 続 図

図-1 河川用砂面計の構成

- (3) デジタルタイマー (4) デジタルプリンター
- 試験に当たっての設計条件は次のようである。

- (1) 河川最大水深—2 m
- (2) 設置高 水面より 50~100 cm 上部
- (3) 河床面の変化幅 50 cm 以内
- (4) 検出精度 1 mm
- (5) 測定間隔および断続時間, 30 sec~10 時間, 24 時間 (自動)
- (6) 河床砂 シルト~dm=30 mm の砂利
- (7) 動 力 AC 100 ± 10 V, 50 Hz

1.1 検出器 (F. L—500)

検出器は測桿を一定間隔で流れを有する水中に挿入するのであるから、流れに対して安定するように設置されかつ、頑強でなければならない。したがって、図-2 に示すように、大型の測器となり、重量は約 70 kg である。測桿はシンクロモーターで昇降するが、昇降長は、モーターの回転数によってカウントされる。昇降速度は 50

mm/s であり、タイマーからの信号を受けて、降下を始め、砂面に接地するまでのモーター回転数をカウンターによって数えて、基準高からの河床面高を 1 mm の精度で検出できる。砂面に接地した場合の信号は、測桿の先端のプローブによって発せられるが、磁石のリンクの中に鉄芯が接地圧で挿入されると発信する。接地圧は、 7 g/cm^2 の大きさであるが、流水の乱れで水中での押上げを防ぐために適当な大きさを持たせることが必要である。一方、砂面を正しく検出するためには、できるだけ小さいことが必要となるが、掃流砂がある河床で正しく砂面を検出できるのは 7 g/cm^2 以下であることを実験でたしかめ製作した。プローブには、磁石を用いているので砂鉄を有する砂では、プローブに付着するので注意を要する。測桿には、流れの抵抗を防ぐため、河床変動幅 50 cm より上部は、保護パイプをつけてある。

(1) 検出器 (図-2, 写真-1 参照)

- ①砂面検出信号用コネクター
- ②カウンターとの接合コネクター
- ③基準高を 1.5 cm 変化させることができる。
バーニヤ幅 1 回転につき 1 mm の補正
- ④検出器にて測桿を自動上下させるスイッチ
- ⑤アース端子

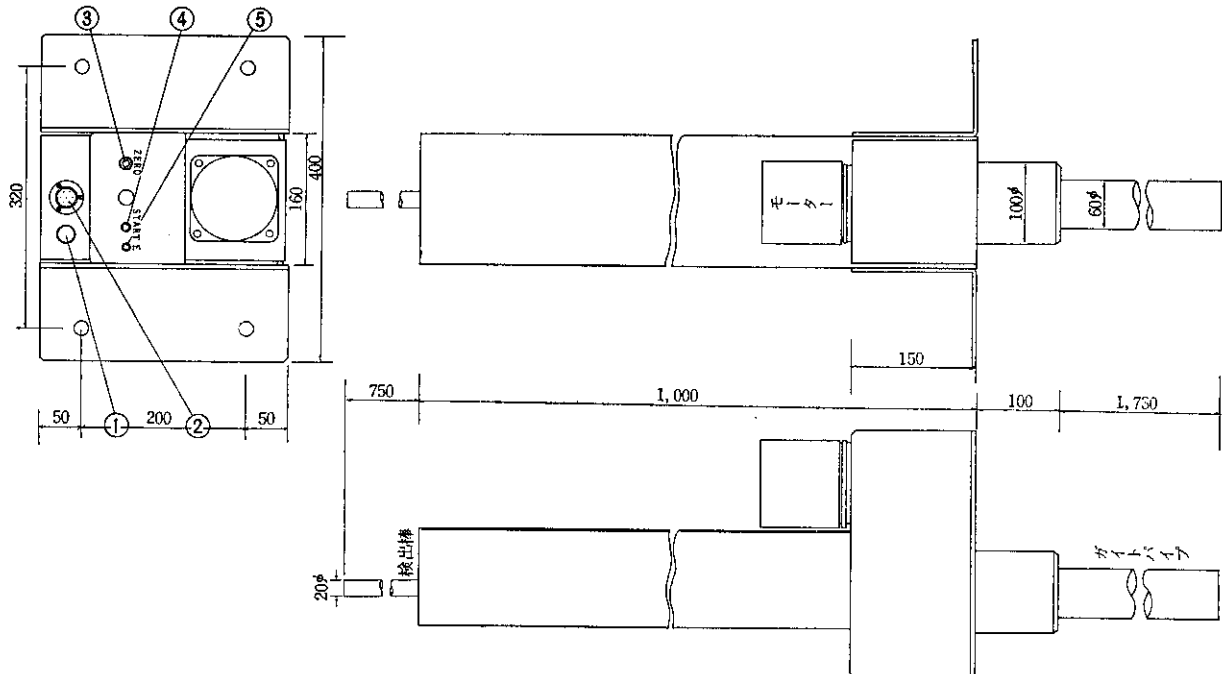


図-2 検 出 器

1.2 カウンター (W. H-201)

検出器の測桿が降下信号を受けてから、砂面に接地するまでの降下長をモーターの回転数からカウントするのが本器であり、測長は 4 桁で表わし、最小単位は 0.1 mm である。ただし、最小桁は 0 または 5 として示される。カウンター数は、プリンターへ送信されると同時に、ネ

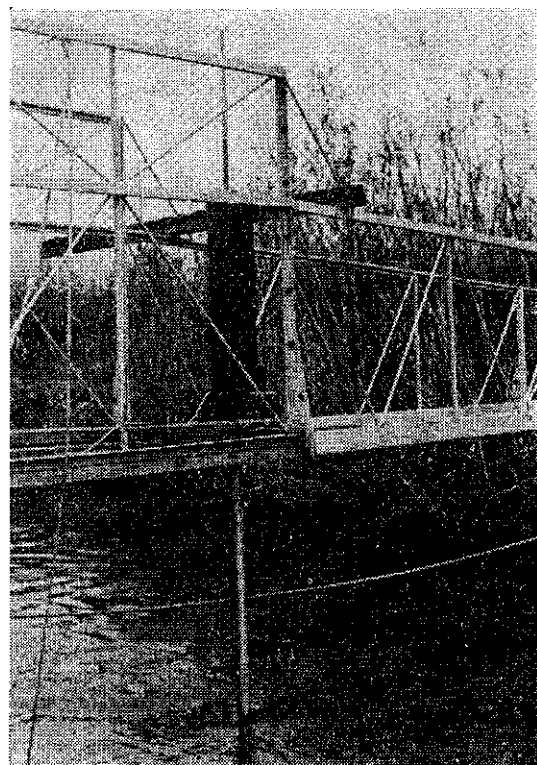


写真-1 河川砂面計検出器

オン管にて本器の正面にも表示されている。

1) カウンター (図-3 参照)

- ①AC 100 V 電源スイッチ
- ②カウンター部で単独に検出器を作動させるスイッチ
- ③ネオン管表示を 0 にするスイッチ

④測定内容切換スイッチ

O—W 基準点—水面

O—S 基準点—砂面

河川砂面計では、O—Sに合わせて使用する。

⑥REMOTE ⑥やタイマー入力信号⑩から入る信号によって作動させるときは ON, 単独で作動させるときは OFF とする。

⑥付属コードによって、リモートコントロールができる。

⑦REMOTE ⑥やタイマー入力信号⑩信号を他のチャンネルに送るコネクター

⑧検出器の②とを接続するコネクター

⑨ヒューズ I A

⑩プリンター⑨とのコネクター

⑪タイマー⑥との間を接続するコネクター

⑫アース

⑬AC 100 V 電源コネクター

⑭AC 100 V を取り出すことができる。

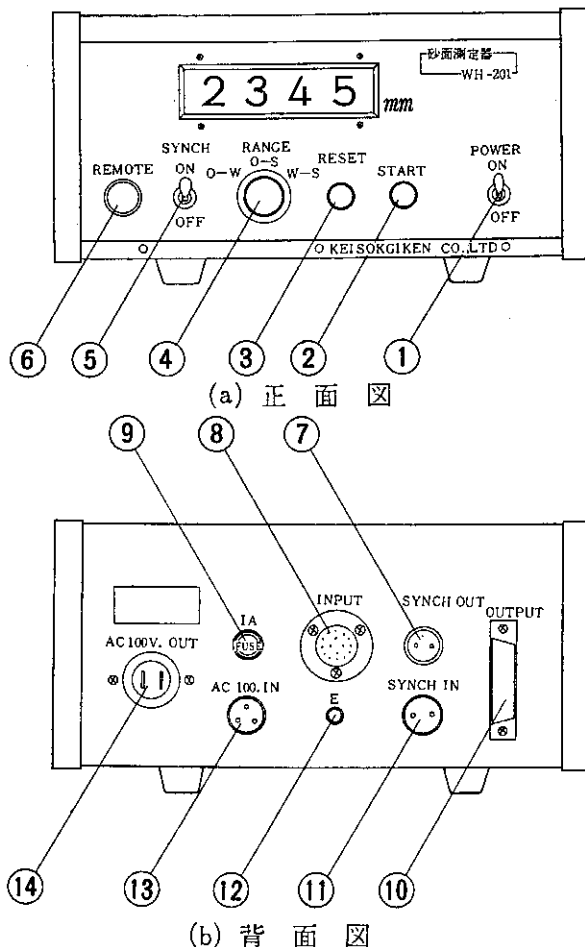


図-3 カウンター

1.3 デジタルタイマー (D. T-201)

時間の発振素子に水晶振動子を用いているので性能が



写真-2 河川砂面計制御部 (上段カウンター, 中段デジタルタイマー, 下段デジタルプリンター)

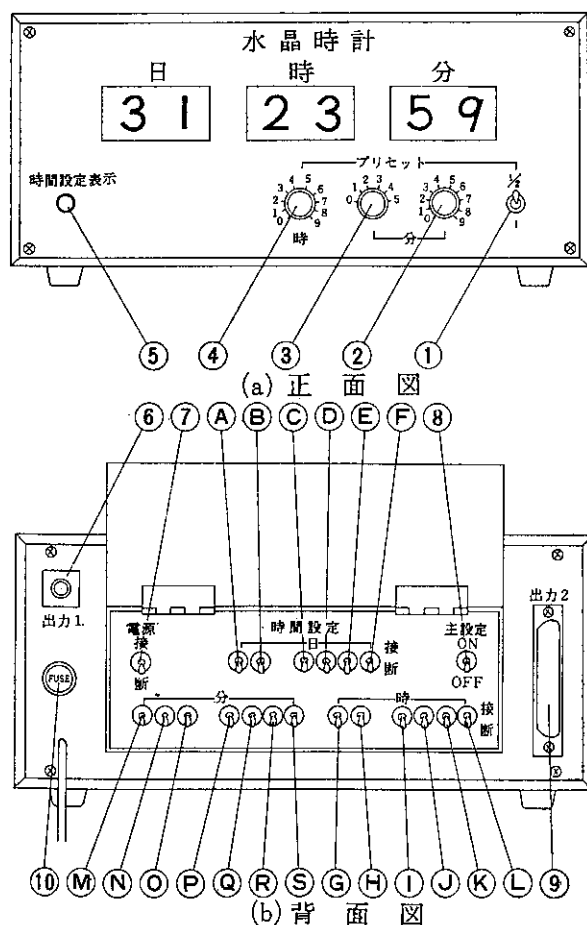


図-4 デジタルタイマー

すぐれている。任意の日、時、分をセットできるとともに検出器の作動間隔を30秒から9時間59分まで、30秒きざみで、リセットできるので、河床波の変動の緩急に応じて測定時間間隔を選ぶことができる。測定する日、時、分は、本器に、表示されると同時に、デジタルプリンターに送信されプリントされるので両方で確認することができる。

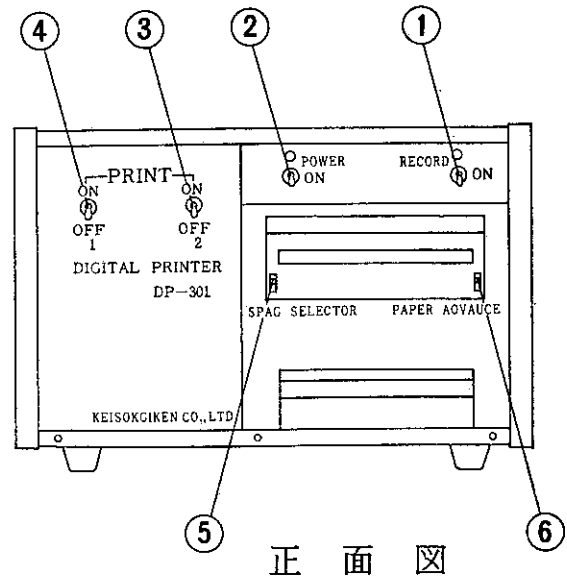
1) デジタルタイマー (図-4, 写真-2 参照)

- ①②③にセットされた時間を半分にできるスイッチで30秒間隔の信号はこれですることができる。②を1分、①を1/2とすると、30秒ステップであり①を1とすると1分ステップとなる。
- ④分単位の間隔で作動信号をだすスイッチ
- ⑤10分単位の間隔で作動信号をだすスイッチ
- ⑥時間単位の間隔で作動信号をだすスイッチ
- ⑦主設定⑧を ON, OFFにしたときそれぞれ、点灯、消灯するランプ
- ⑧作動信号コネクタ
- ⑨AC 100V 電源スイッチ
- ⑩表示時間をセットするときは ON にし、設定後その時刻になったとき、OFF とするとその時からタイマーが作動する。
- ⑪プリンターとのコネクタ
- ⑫ヒューズ
- ⑬～⑮ 時間設定用スイッチ (2進法)

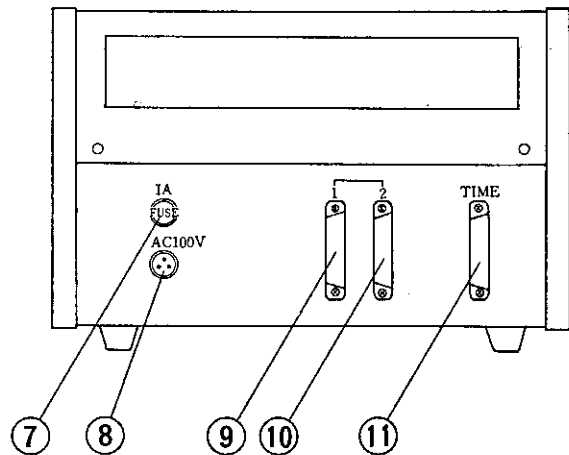
1.4 デジタルプリンター (D. P-302)

1列14桁が印字されるので、検出器2台の測深信号を同時処理することが可能である。印字速度は5列/secである。打字型式は日、時、分、河床高の順でプリントされるが、記録用紙幅は9.5cmであり判読も容易である。

- ①手動プリントスイッチ
レバーを下げると1回プリント、レバーを上げると自動プリントとなり、カウンター終了時にプリントする。
- ②AC 100V スイッチ
- ③OFF で信号が入ってもプリントしない (2チャンネル用)
- ④OFF で信号が入ってもプリントしない (1チャンネル用)
- ⑤記録用紙の送りを変えるツマミ
 - 0 移動しない
 - 1 1行ずつ送られる
 - 2 2行ずつ送られる
- ⑥記録紙の手動送り
- ⑦ヒューズ



正面図



背面図

図-5 デジタルプリンター

- ⑧AC 100V コネクタ
- ⑨1チャンネルからの入信コネクタ
- ⑩2チャンネルからの入信コネクタ
- ⑪タイマーとのコネクタ

1.5 使用方法

1.1～1.4に示したように、検出器、カウンター、デジタルタイマー、デジタルプリンターのそれぞれを接続したところで次の順序で測定を始める。

- ①カウンター電源スイッチ①、タイマー電源スイッチ⑦、プリンター電源スイッチ②をそれぞれOFFにする。
- ②カウンター、タイマー、プリンターの電源コードをAC100Vのコンセントに挿入する。
- ③カウンターの RANGE④を O-S, SYNCH⑥を OFFに合わせる。
- ④プリンターの PRINT③を OFF, PRINT④を

ON に合わせ、RECORD①を ON にする。

⑤カウンター、プリンターの電源スイッチを ON にする。

⑥検出器、カウンター、プリンターが正しく作動するか確かめるため、カウンターの START②を押す。測桿が降下し、カウントを始めプリントされる。

⑦タイマーの設定をする。

測定間隔はツマミ④③②で任意に選択できる。

スイッチ①を 1/2 とすると④③②で設定した時分の 1/2 間隔となる。時間表示は背面のスイッチ④～⑤でセットする。2進法でセットする。

⑧セットした時刻になったとき、タイマーのスイッチ⑧を OFF とすると砂面計は計測を開始する。

⑨動作信号の間で測定したい時は、カウンターの START②を押すとできる。

⑩時間間隔を変えるときは⑦から改めて合わせる。

2 河床波の測定

2.1 河 床 砂

河川用砂面計によって、札幌市内の厚別川で河床波の測定を行なったが、図-6 に示すとおり河幅約 10 m、水深 0.30～1.0 m の直線河道であって、水面勾配は $I=1/2500\sim1/2000$ である。厚別川流域は表層に樽前火山灰があるので、河道内の掃流砂にもその火山灰が混入している。河床砂は図-7 に示すとおり $dm=0.146\text{ mm}$ の微粒砂である。また火山灰を含有するため比重は小さく $S=2.45$ である。図-8 は土研式採砂器 (写真-3 参照) によって採取した掃流砂であり比重は変わらないが粒度は大きく、 $dm=0.313\text{ mm}$ となる。

著者らは、掃流砂と河床砂の粒度について石狩川でのデータで調べたことがあるが、図-9 にその結果を示している。河床表層砂の粒径 dm_{su} が大きい河川ほど河床砂に対する掃流砂の粒径 dm_b は小さくなり、河床砂が小さくなるとその比は大きくなることを指摘した。

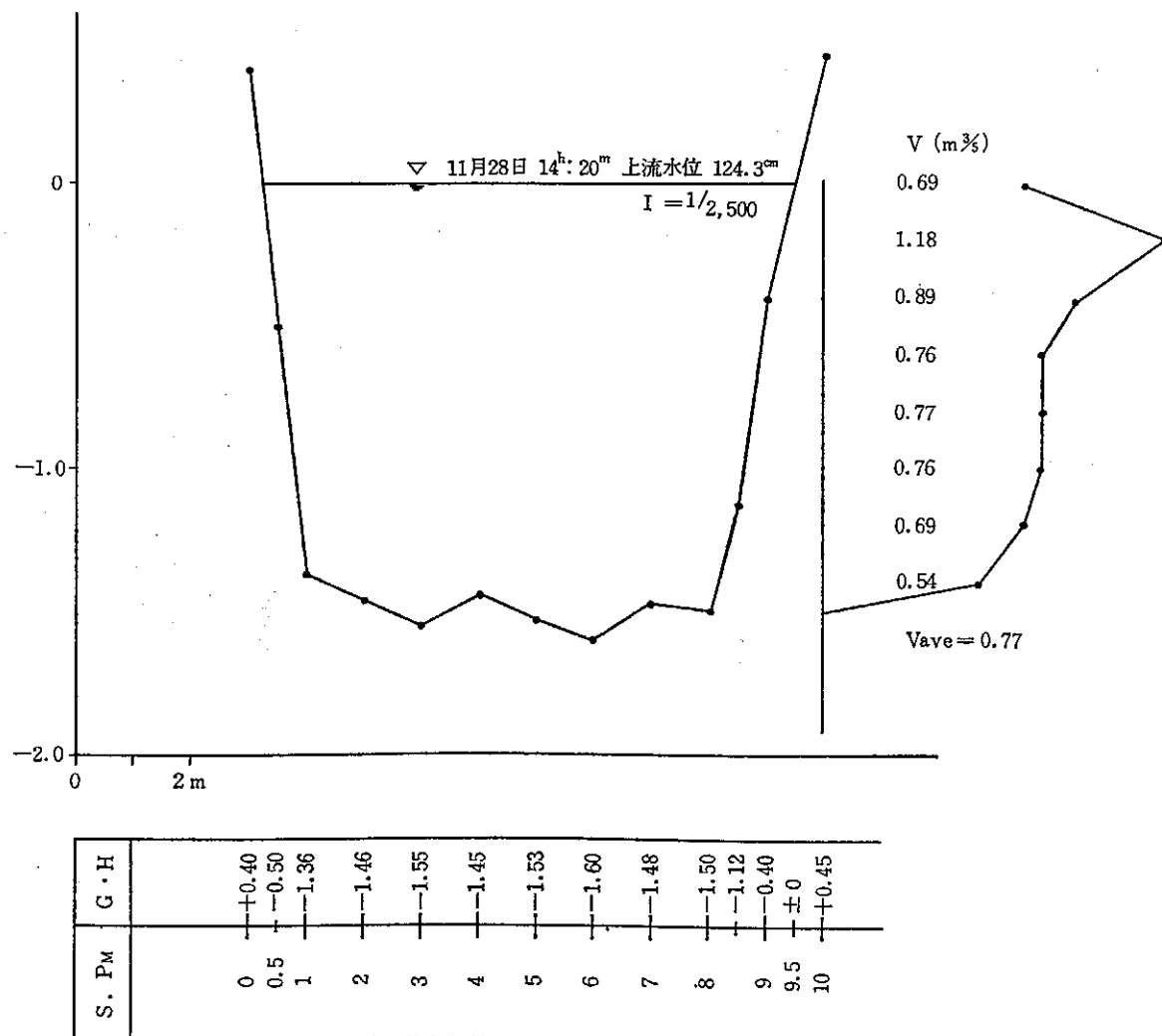


図-6 厚別川 Sand-Wave 測定箇所横断面図

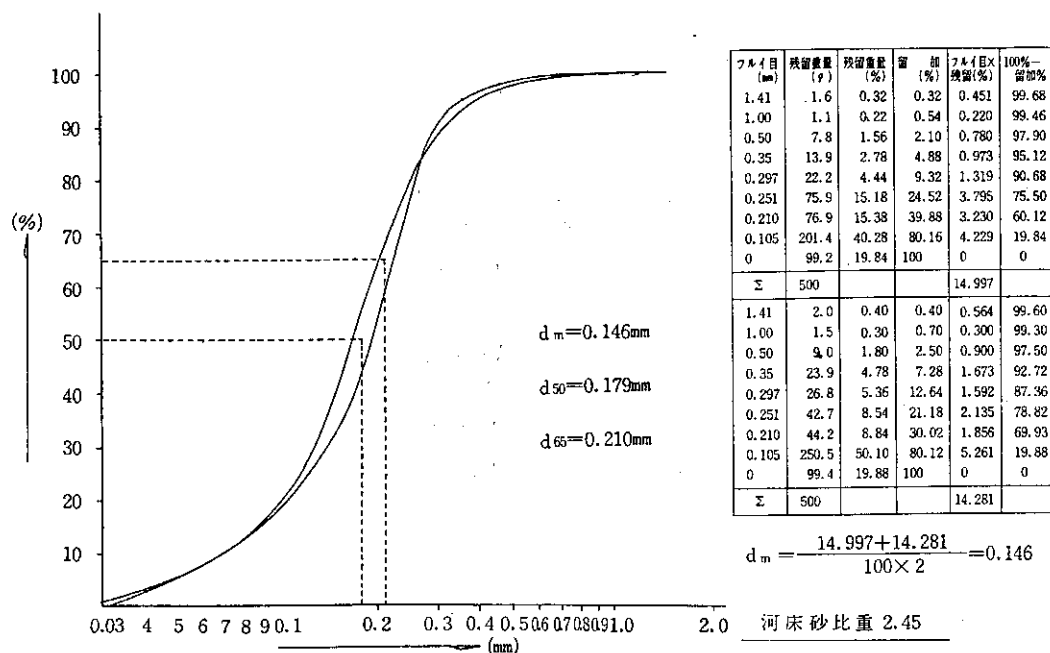


図-7 厚別川河床砂粒度分布 昭和47年11月10日

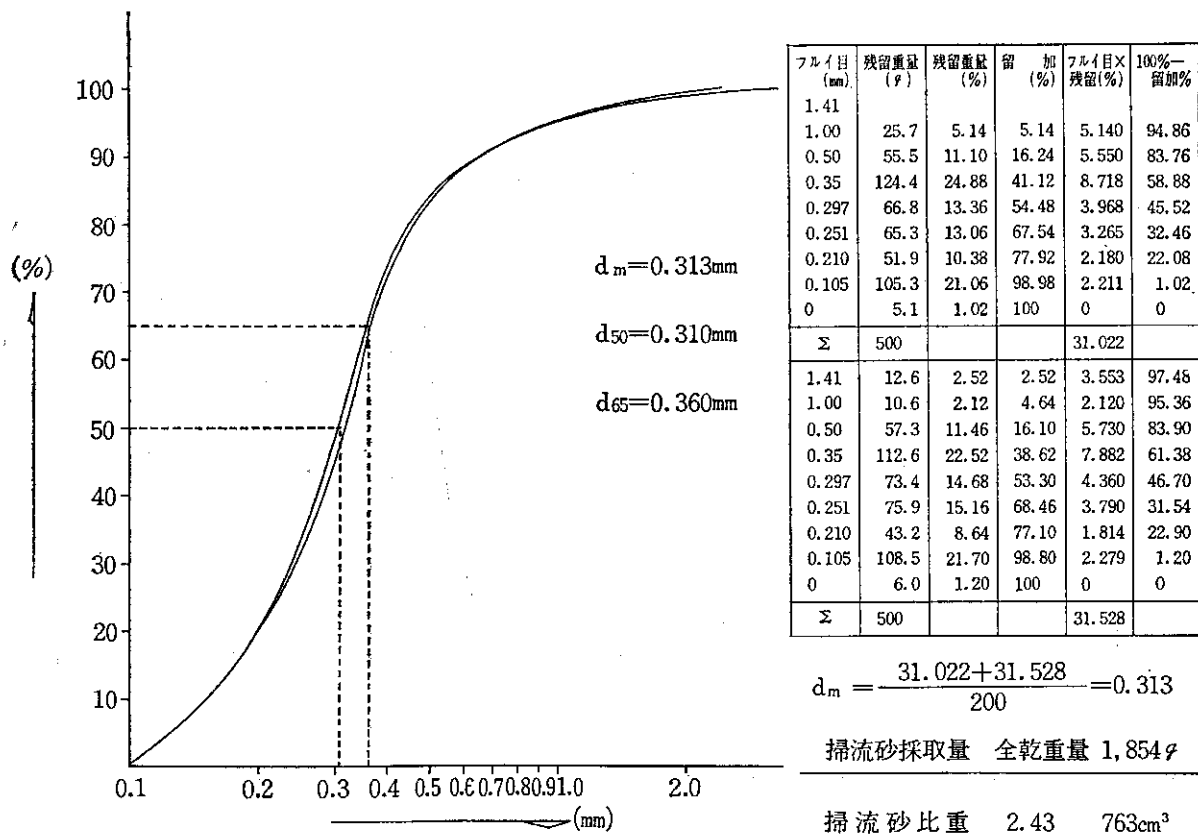


図-8 厚別川掃流砂粒度分布 昭和47年11月10日

$d_{msu} = 1 \text{ mm}$ で $d_{mb}/d_{msu} = 1.0$ となり両者が同じ粒径になるが、厚別川での d_{msu} は 0.146 mm であり $\frac{d_{mb}}{d_{msu}} = 2.0$ の大きさになっている。図-9の関係は、河床砂の粒径が比較的に大きい場合は流れによる掃流砂が小さいものから起り河床砂の分級作用が生じてい

ることを示しており、また、平均粒径が 1 mm 以下の河床では採砂器で微流砂を捕獲できないため見掛け上、粒度が大きくなっているものと考えられる。

2.2 河床波の測定

河床波の測定は厚別川で行なったが、可搬式トラス橋

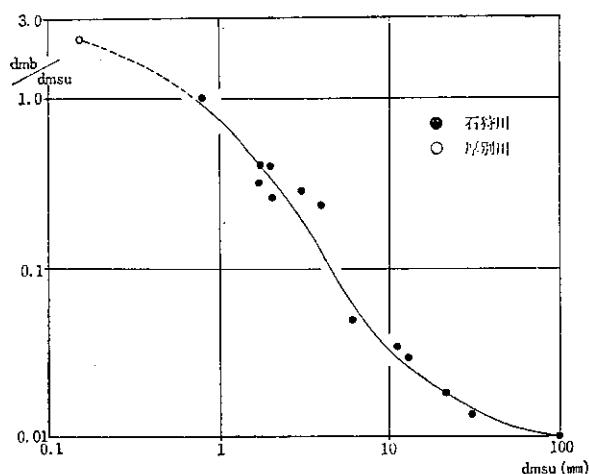


図-9 $dm\ b \sim dm\ su$ (石狩川)



写真-3 土研式掃流砂採砂器

に検出器を固定し、河岸に記録部を設置する。測定は昭和47年11月10日、11月28日、昭和48年4月11～12日および昭和48年5月16～19日に行なった。いずれも時間的な流量変動が小さい時期を選んで試験を行なった。河床波を図-10、11に示してあるが、いずれも流速係数 $U_m/U_* = 15 \sim 16$ の場合の測定値である。河床に発生した Sand Wave は Dunes タイプであるが波高 $\Delta h = 5 \sim 10\text{ cm}$ で周期 20～30 分で1波長が流下することが測定されている。

Stein²⁾は実験水路(幅4 ft, 長さ100 ft, $dm = 0.44\text{ mm}$, 河床材料の粒度分布の標準偏差 $\sigma d = 1.5$, 水深0.98～1.02 ft)の Ripples, Dunes タイプの河床波が発生している状態で、図-12に示すような関係を導いており、河床波高は砂粒係数 N_s と関係があることを指摘した。

$$N_s = \frac{U}{\sqrt{(s-1) \cdot g \cdot dm}} \dots\dots\dots(1)$$

ここに U : 平均流速 s : 砂の比重 g : 重力の加速度
 dm : 砂の平均粒径

厚別川の例では、波高が大きいうであるが Stein の

方法によると流速の増加につれて波高は大きくなる領域にある。

M. R. Carstens³⁾らは流速が大きくなるにつれて流砂量が増加するとして、(1)波高が高くなる領域、(2)波高が漸減する領域、(3)平滑河床の領域に分けて流砂量公式を導びいている。

$$(1) \text{波高増加領域} \quad \frac{Q_s}{U \cdot B \cdot dm} = 1 \times 10^{-4} \left(\frac{CD}{8.2} N_s^2 - \tan \phi \right)^4 \dots\dots\dots(2)$$

$$(2) \text{波高減少領域} \quad \frac{Q_s}{U \cdot B \cdot dm} = 2 \times 10^{-2} \left(\frac{CD}{8.2} N_s^2 - \tan \phi \right) \dots\dots\dots(3)$$

$$(3) \text{平滑河床} \quad \frac{Q_s}{U \cdot B \cdot dm} = 1.4 \times 10^{-4} \left(\frac{CD}{8.2} N_s^2 - \tan \phi \right)^{5/2} \dots\dots(4)$$

ここに

Q_s : 流砂量 U : 流速 B : 河幅
 dm : 平均粒径 CD : 砂の沈降抵抗係数
 ϕ : 砂の安息角 N_s : 砂粒係数

厚別川で採砂器による流砂量の観測を行なったが、実測値は $0.0633\text{ cm}^3/\text{s}/\text{cm}$ である。stein の方法によると流速の増加に伴って、波高が大きくなる領域であることから、(1)の領域の流砂量公式で計算すると $0.0306\text{ cm}^3/\text{s}/\text{cm}$ であり一回の観測値であるが Carstens の式は比較的に合っている。

3 河道抵抗 (河川の例)

移動床で構成される水路では、水理量の大きさによって河床形態が変わり、その抵抗は、異なることが良く知られている。河川工学上、適切な抵抗値を推定することはきわめて重要なことであるが実際河川では河床形態が実測できないため検討が十分でない一面を有している。

河道計画を行なう場合、河川の抵抗として良く mann-⁴⁾ing の粗度 N が用いられるが、北海道河川での例を示すと図-13のようである。

石狩大橋では $dm = 1.5\text{ mm}$ であり、径深 R が大きくなるにつれ、すなわち、河川流量が大きくなると N は小さくなっている。岩見沢大橋 ($dm = 1.5\text{ mm}$)、奈井江大橋 ($dm = 6.7\text{ mm}$) では、流量規模には関係なく $N = 0.03$ と一定の傾向を示しているが洪水時では若干 N は大きくなるが、比較的、 N の変化が少ない場合である。橋本町 ($dm = 6.8\text{ mm}$)、伏古 ($dm = 9.5\text{ mm}$) では石狩大橋と同様、流量が大きくなると、河道抵抗は小さくなる傾向を示している。他の地点についても同様なことがいえる。 N の変化を見ると一義的に粗度の大きさを定めることはできないことが明らかである。実験水路でいわれているような河床形態と粗度についての考察は資料が少ないので、水理量と抵抗の関係について若干の検討を試みる。

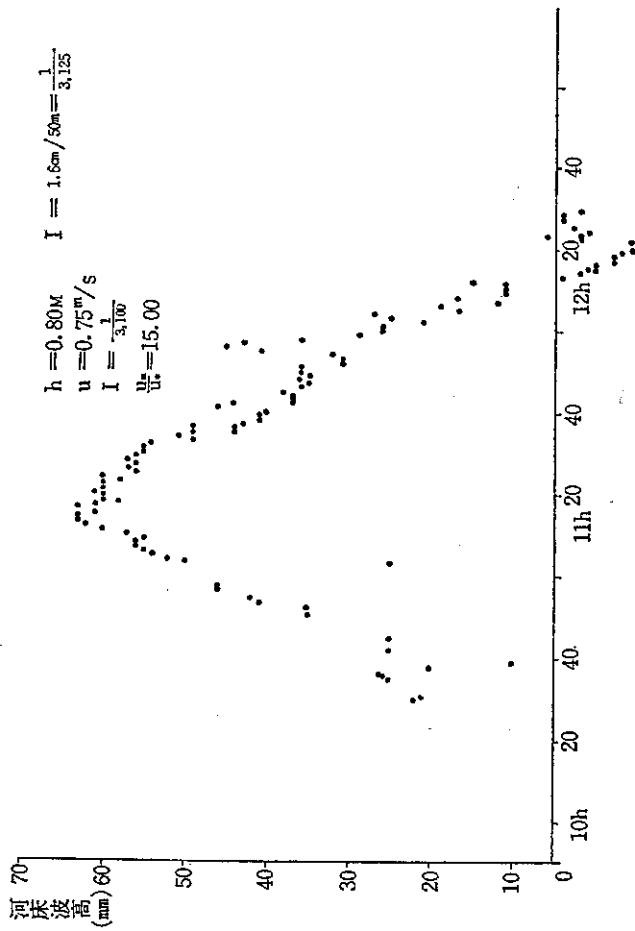


图-10 河床波，厚别川9号桥下流 昭和47年12月10日

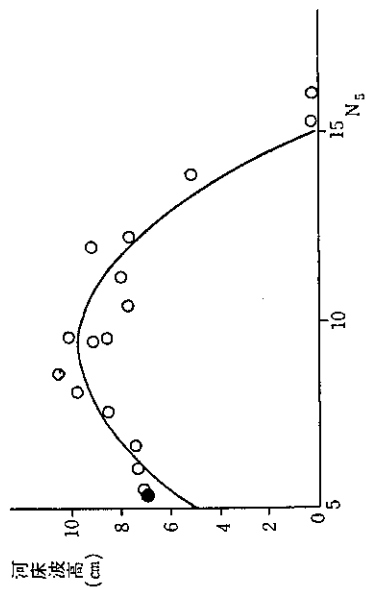


图-12 河床波高 (stein)

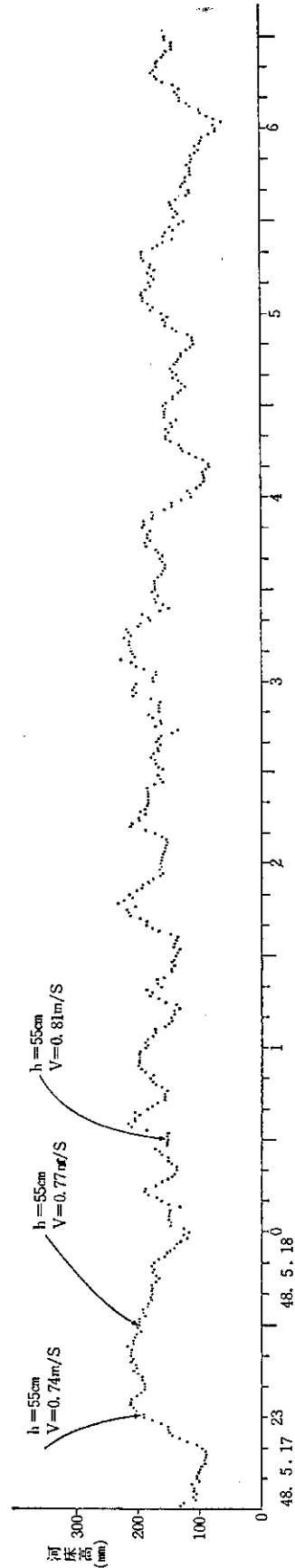


图-11 河床波，厚别川9号桥下流 昭和48年5月18日

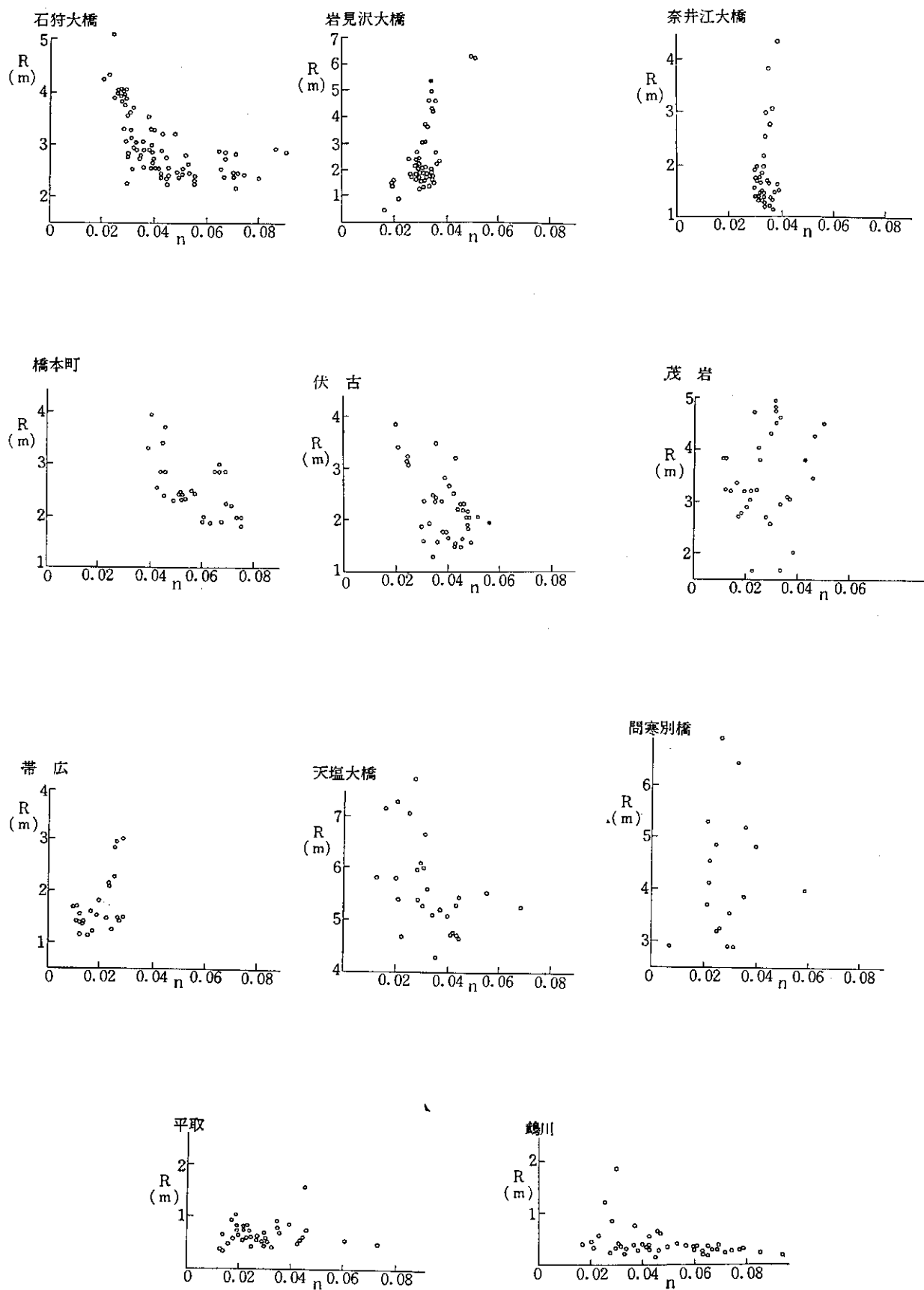


図-13 北海道河川の粗度

流速の対数分布則を用いて

$$\frac{U_m}{U_*} = Ar - \frac{1}{K} + \frac{1}{K} \log_e \frac{R}{ks}$$

ここに、 $Ar=8.5$, $K=0.4$ として流砂を伴う流れの抵抗を相当粗度 ks で表わす。 ks については多くの研究がある。

椿, 古屋 $\frac{ks}{dm} = f(\tau_*)$

須賀 $\frac{ks}{dm} = f(\tau_*)$

芦田 $\frac{ks}{dm} = f(\tau_*) \cdot Fr^{-2}$

吉川, 福田 $\frac{ks}{R \cdot I} = f(Fr)$

岸, 藍 $\frac{ks}{R \cdot I} = f(\tau_*, Fr)$

北海道内の河川についてのデータによって $\frac{ks}{dm}$, $\frac{U_m}{U_*}$ を整理する。データの範囲は次のようである。

(1) 河 川 名 石狩川, 鹉川, 沙流川, 十勝川, 常呂川, 天塩川の6河川

(2) 河 道 幅(B) 40~360 m

(3) 水 深(H) 0.4~7.8 m

$$\frac{H}{B} = 0.067 \sim 0.0012$$

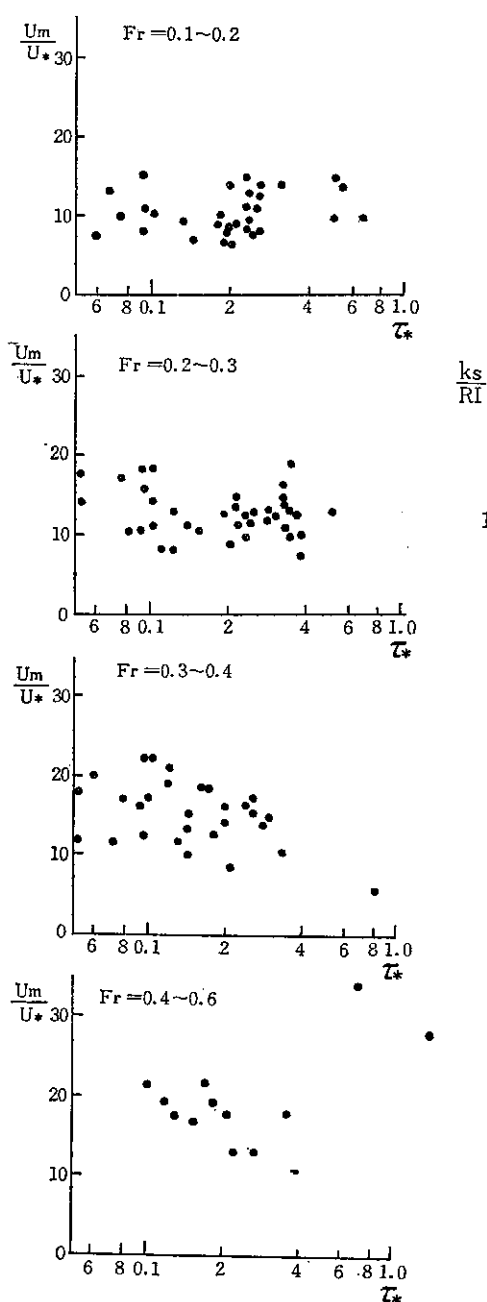


図-14 $\tau_* \sim U_m/U_*$

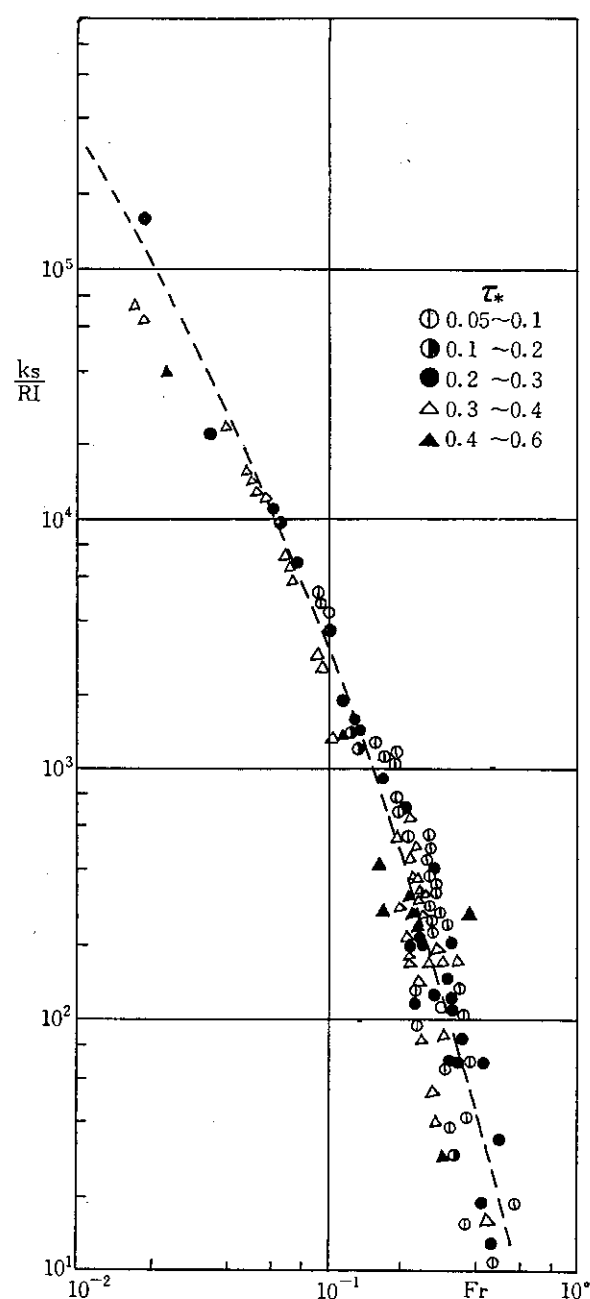


図-15 $ks/RI \sim Fr$

- (4) 水面勾配(I) $5 \times 10^{-3} \sim 1 \times 10^{-5}$
 (5) 平均粒径(dm) 0.7~109 mm
 (6) フルード数(Fr) 0.09~0.6
 (7) 掃流力関数(τ_*) = $\frac{U_*^2}{g \cdot dm} = 0.05 \sim 0.6$
 粗度は流速が小さい範囲では、流砂を伴わない流れで

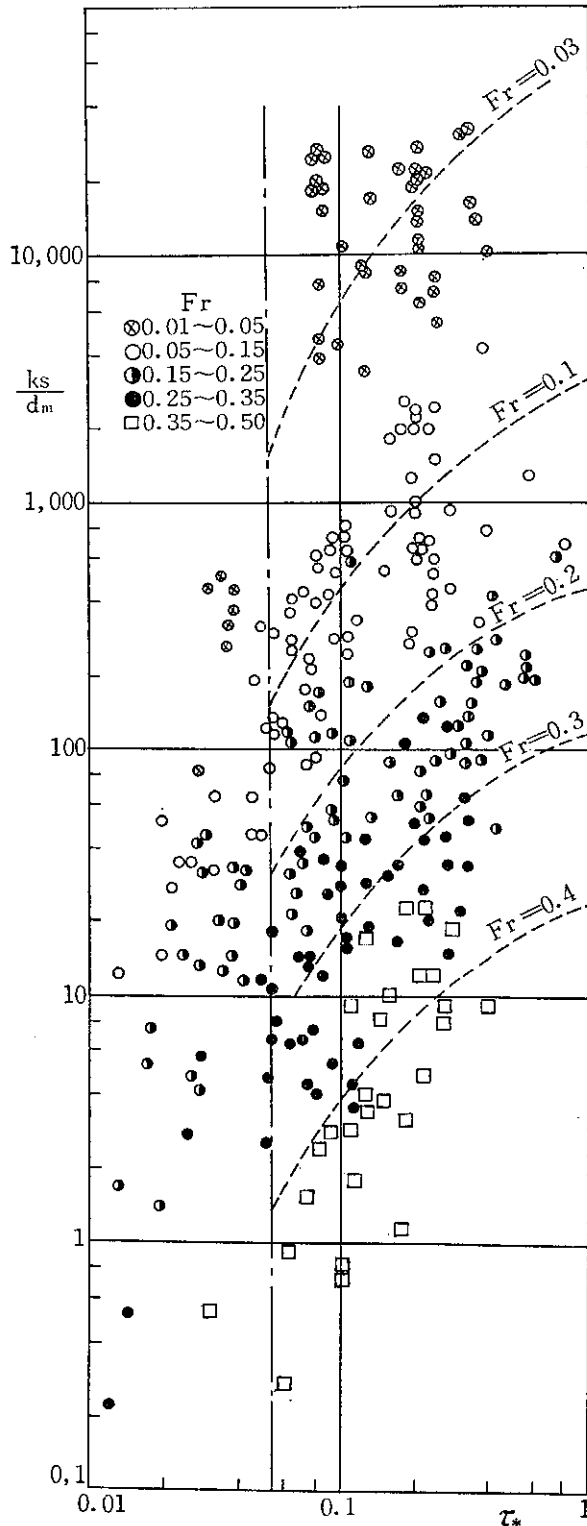


図-16 $ks/dm \sim \tau_* Fr$

あり、抵抗は河床砂の大きさのみによってきまるが、流砂を伴う流れでは流砂を伴うことによる抵抗の増加が見られる。 $\tau_* \geq 0.05$ が移動砂が生ずる限界とされているので $\tau_* \geq 0.05$ についての抵抗を考えることとする。

図-14は流速係数 $\phi_0 = \frac{U_m}{U_*}$ を示したものであるが、

$Fr < 0.3$ では ϕ_0 は τ_* との関係がないが、 Fr がそれ以上になると τ_* との関係において一定の傾向がうかがえる。椿；古屋，須賀氏らについては τ_* のみの関数として抵抗を考えているが、一定の適用限界があるものとする。吉川，福田氏の方法で整理すると図-15であるが、 $Fr > 0.2$ 以上については、データの分散が大きく適用精度が良くない。岸，藍氏の方法で図-16に示すと ks/dm は τ_* ， Fr によって大きく変化する。図-16には、 $\tau_* < 0.05$ のデータも参考のためプロットしてある。

椿；古屋，須賀の式は、 $Fr < 0.3$ の場合に良く合う実用公式である。図-16に示す線は次式で近似できる。

$$\frac{ks}{dm} = 10^{(3.70 - 6.84 Fr) \cdot \{\log_{10} \tau_* + 1.70\}^2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

上式は $0.6 > \tau_* > 0.05$ ， $0.5 > Fr > 0.05$ の範囲での精度がよい。 $\tau_* > 0.6$ ， $Fr > 0.5$ については、実測値も少なく、適用できないが、しかし、緩流河川については τ_* ， Fr の起こる範囲から考えて上式で十分実用に供しうると考える。上式は、相当粗度を表わすのに一定の条件の範囲ではあるが実用的である。しかし τ_* ， Fr が与えられて求まる関係式であるから、河道計画に使う場合は繰返し計算を要する。流量 Q と流下断面 A を与えて水位を求める場合に3回程程度の繰返しを伴って図-17に示す結果を得た。図-17にて N は次式によるものである。

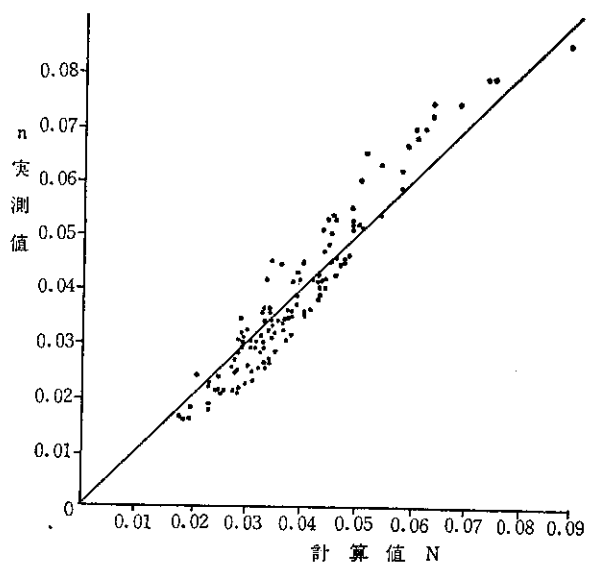


図-17 $N \sim n$

$$N = \frac{R^{1/6}}{\sqrt{g \cdot U_*} \cdot U_m}$$

$$\frac{U_m}{U_*} = 6.5 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{k_s}$$

ここに R : 径深

4 河床形態の領域区分 (実験水路)

実際河川では、河床形態の観測がきわめて困難であるので、実験水路での資料に基づき河床形態の領域区分と考える。資料はアルバーター大学が編さんした資料集を

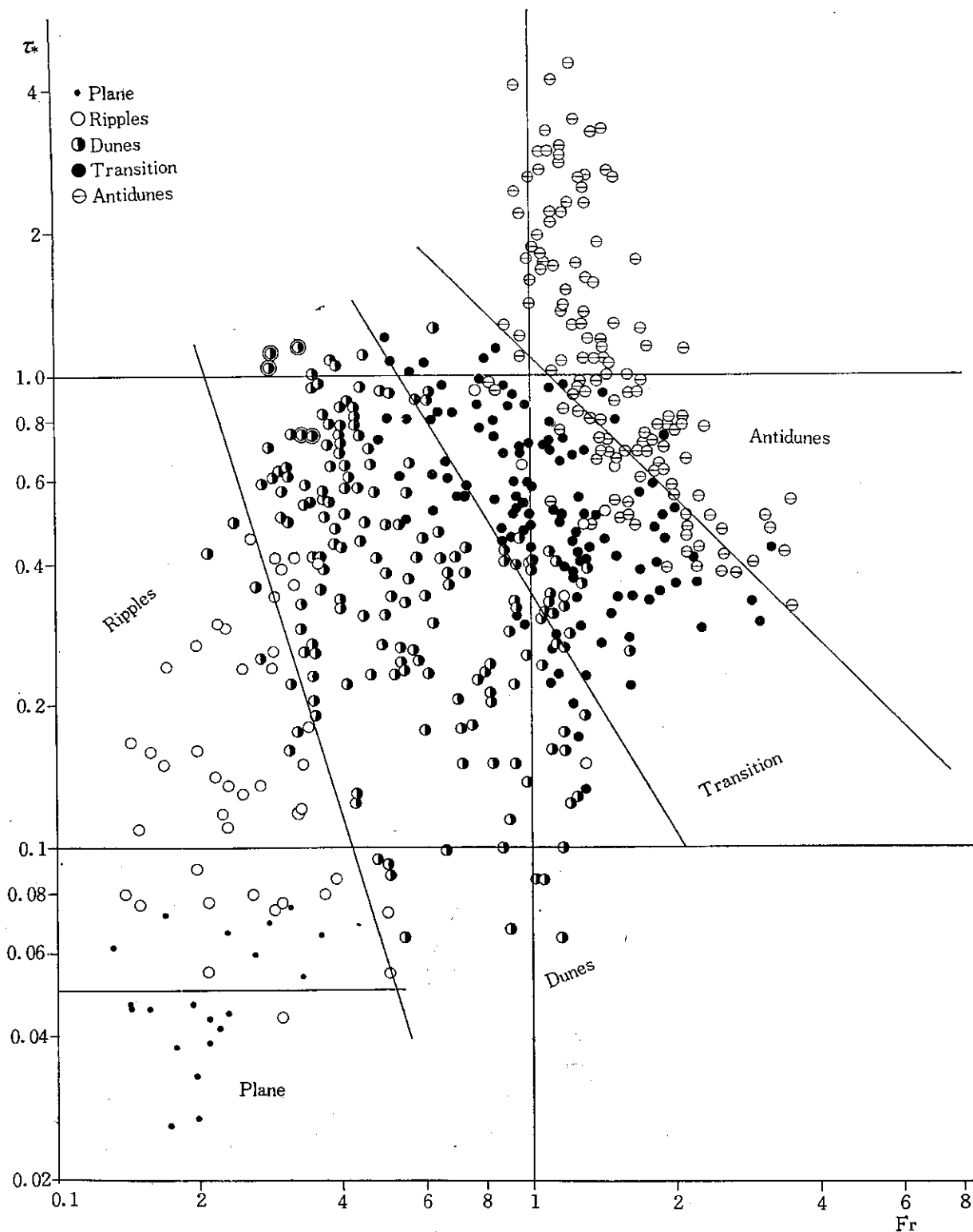


図-18 河床形態領域区分

用いるが、河床形態は No. motion, Ripples, Dunes, Transition, Antidunes に分類する。Albertoson の方法によると図-18 のようであり τ_* , Fr によって領域が区分される。

No. motion $Fr < 0.5$, $\tau_* < 0.05$(6)

Ripples $0.05 < \tau_* \leq 0.00614 Fr^{-3.28}$(7)

Dunes $0.00614 Fr^{-3.28} < \tau_* \leq 0.345 \cdot Fr^{-1.708}$(8)

Transition $0.0345 Fr^{-1.708} < \tau_* \leq 0.0283 \cdot Fr$(9)

Antidunes $\tau_* > 0.0283 Fr$(10)

厚別川における砂面計による Dunes の観測値は図-18 に ① で示したが、実験水路による領域区分の Dunes 領域にプロットされる。

表-1 厚別川河床形態実測値

h	Δh	v	$g \cdot h$	$\sqrt{gh}$	Fr	τ_*	phase
0.515	7.5	0.737	5.04	2.24	0.330	0.752	Dunes
0.513	6.5	0.766	5.02	2.24	0.342	0.752	〃
0.512	2.3	0.763	5.02	2.24	0.340	0.752	〃
0.509	1.5	0.791	4.99	2.24	0.352	0.748	〃
0.504	1.5	0.783	4.94	2.24	0.350	0.740	〃
0.502	1.0	0.791	4.90	2.21	0.358	0.740	〃
0.499	1.0	0.768	4.90	2.21	0.348	0.734	〃
0.494	5.0	0.833	4.90	2.21	0.376	0.734	〃
0.494	6.5	0.801	4.84	2.20	0.365	0.734	〃
0.494	5.0	0.819	4.84	2.20	0.370	0.734	〃
0.493	4.5	0.813	4.82	2.20	0.370	0.725	〃
0.499	3.0	0.797	4.90	2.21	0.364	0.734	〃
0.485	0.5	0.968	4.75	2.19	0.440	0.712	〃
0.343	0.5	1.017	3.25	1.80	0.560	0.505	〃
0.702	6.8	0.750	6.89	2.62	0.286	1.030	〃
0.780	32.0	0.910	7.64	2.77	0.330	1.145	〃

先に北海道の6河川について相当粗度 ks の考察を行なったが、それぞれの観測値は図-18の河床形態の領域区分によると No. motion, Ripples, または Dunes の領域にあることが推定される(図-19, 20参照)。観測地点によっては同一領域にのみあるもの、または、2つの領域にまたがるものがある。

土木試験所河川研究室では $manning$ の粗度係数 N を全道各河川について調べている(図-13参照)。 N と径深 R の関係で示すと R の増加に対して N は(1)大きくなる、(2)一定、(3)減少の地点があることを指摘した。

実際河川では R の増加は、 Fr または τ_* の増加と考え得るので河川の資料が No motion, Ripples, Dunes の範囲にあると考えれば、 R の増加に対して N は一定

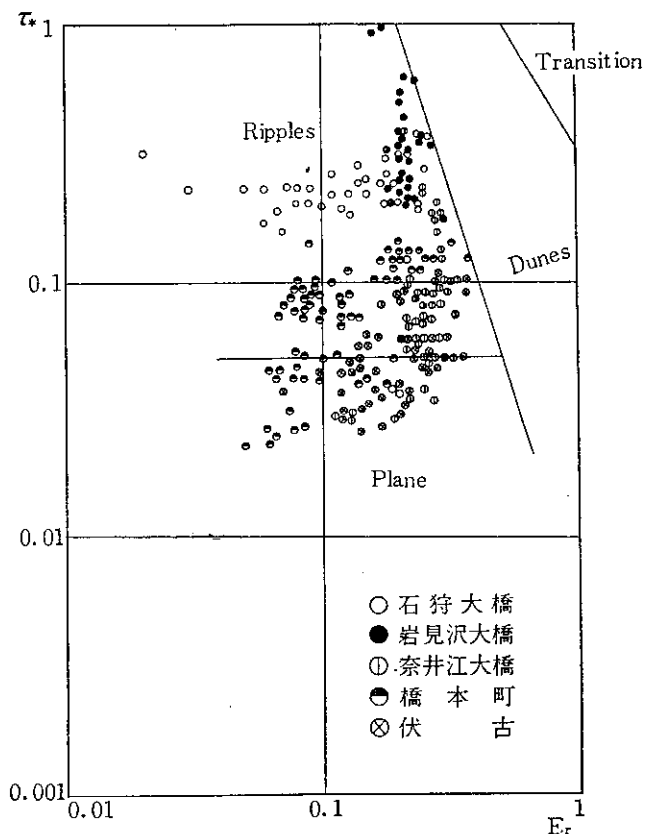


図-19 河床形態の領域

かもしくは大きくなることが予想される。

これらに該当するのは、岩見沢大橋、奈井江大橋、茂岩、帯広、問寒別であるが、石狩大橋、橋本町、伏古、鶴川、平取、天塩大橋は R の増加に対して N は小さくなっており、今後さらに、検討を要する問題点である。

5 む す び

- (1) 河川用砂面計を試作し、厚別川で河床波の連続観測ができた。現在多くの観測を行なっているが、その機能、操作方法を紹介した。
- (2) 河道抵抗は Fr , τ_* で表わされることを示した。
- (3) 河床形態について Albertoson の方法で Fr , τ_* で領域区分されることを示した。

終わりに砂面計の試作について終始御指導戴いた北大工学部、岸教授を始め、現地の観測に協力戴いた河川研究室の研究員の方々に深甚の謝意を表わす。

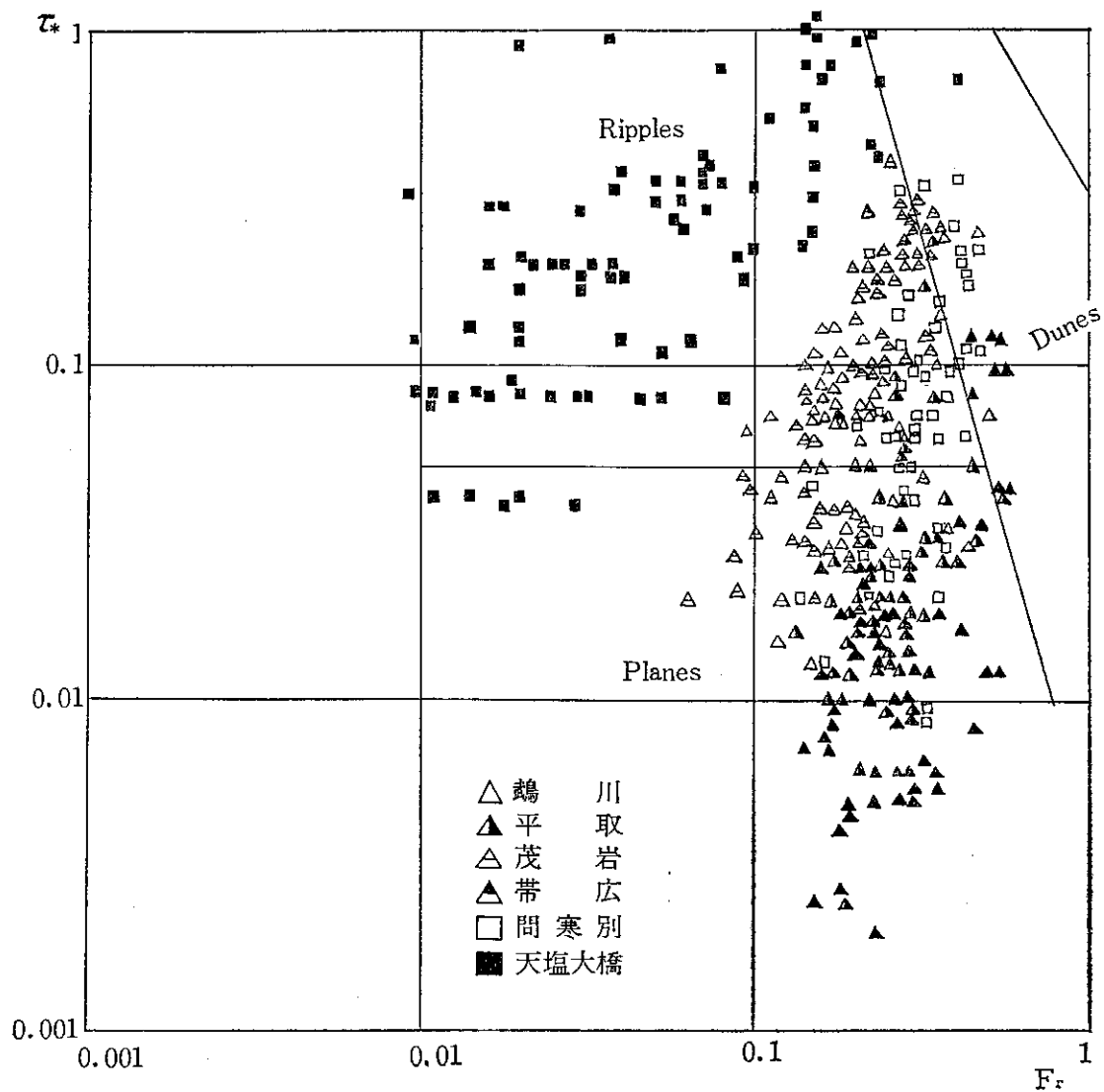


図-20 河床形態の領域

参考文献

- 1) 山口甲, 西村豊; 蛇行河川の河道形状と低水路計画に関する研究 (1), 昭和48年2月, 北海道開発局土木試験所河川研究室報文。
- 2) Stein, R. A; Laboratory studies of Total Load and. Apparent Bed Loads, Jour. of Geophysical Research, Vol 70, No. 8. April 15, 1965, p. p. 1831-1842.
- 3) Marion R., Carstens and Hilmi D. Aetnbiiek; Bed-Material Transport and Bed Forms, Jour. of Hydro. Div. A. S. C. E. Vol. 98, HY 5, May 1972.
- 4) 河川研究室; 河川の粗度に関する研究, 1971年1月, 北海道開発局土木試験所月報 No. 212号。