

排水路の床版に生じる落雪衝撃力に関する 理論的考察

Consideration on the Impact Force of the Snow-Bridge colling with the
Bottom Beam of the Drainage Canal

秀 島 好 昭*

コンクリート床版に落雪(氷)が着床した場合、瞬時に衝撃的な応力が版に生じ、その衝撃力の大きさによっては破壊にいたることがある。本報告では、落雪を準弾性的にみなした場合に導かれる衝撃力に関する基本的なことがらを述べ、衝撃力の見積り方やその衝撃力緩和対策について検討した結果を報告する。

《落雪衝撃力；反力係数；抗力係数》

I. はじめに

近年、農業用の比較的小規模の排水路にも機能の向上などを理由として、コンクリート版が用いられてきており、これら版に落雪(氷)衝撃などを理由とした、曲げ破壊・せん断破壊が生じているのがいくつかの地区で報告されている。

コンクリート床版に落下物体が着底した場合、瞬時に衝撃的な応力が版に生じ、その衝撃力の大きさによっては破壊にいたることがある。本報告では、このような落下物体により発生する衝撃力の見積り方やその衝撃力緩和の対策について報告する。

II. 落雪衝撃力の考察

排水路の幅員・形状および積雪量などの違いにより、排水路に雪庇やスノーブリッジが形成され、これらが融雪期に落雪し、その際に排水路のコンクリート床版に衝撃的荷重を与える。また、衝撃的荷重が負荷されない場合でも、降雪期間には床版に静的な積雪荷重が作用することになる。写真-1は、当土木試験所構内の排水路で観察された落雪の状況を示している。排水路上面に形成される雪塊の単位体積重量や硬さはさまざまであり、これらの数値を一概に規定することはむずかしい。写真-2で示すように、スノーブリッジの下部は氷状となっていたり、あるいはいわゆるザラメ状態であったりするのが

一般に観察される。落雪衝撃力の大きさは、落雪の物理的、力学的特性などにより決まるので、画一的に設計手法を規定することはむずかしい。したがって、本報告では衝撃力の推定に基本的と思われることがらを中心に述べ、その適用例としていくつかの計算事例を載せた。

(1) 着床時の運動と衝撃力の定式化

図-1の模式を参考に、落雪の着床時の運動方程式を考える。落雪が氷のようにきわめて硬く、その雪自体の変形が無視できる場合は(1)式で表わされる¹⁾。

$$\sigma \cdot V \cdot \dot{\phi} = \sigma \cdot V \cdot g - R \quad \dots\dots\dots (1)$$



写真-1 (a) 当土木試験所構内排水路で観察されたスノーブリッジと落雪

(昭和60年3月14日 積雪厚 60 cm, 雪の密度
0.4 g/cm³, 穴の半径 1.5 m)

*農業土木研究室主任研究員



写真-2 (b) 積層下部は水状となっているのが認められる (位置は (a) と同じ)

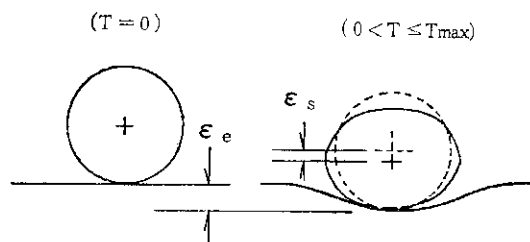


図-1 落下物体の着床時の模式

ここに、 σ , V ; 物体の密度, 体積, g ; 重力加速度, R ; 基盤反力, $\ddot{x}$; 物体の加速度

(1) 式の左辺は, 落下物体の慣性力を表わし, 同式の右辺第1項は重力項, 第2項は接地に伴う基盤からの反力項である。一般に弾性基盤表面に荷重が作用した場合, 地盤反力は基盤の変形量 (沈下量) と基盤の力学的性質とで表わされ, その表示形式は (2) 式のようなものが考えられる。

$$R = K_e \cdot \varepsilon_e^m \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 R ; 基盤反力, K_e ; 基盤反力係数
 ε_e ; 基盤の沈下量, m ; べき数

着床した場合の基盤の変位 ε_e を使って, (1) 式は (3) 式のように変形できる。

$$\ddot{\varepsilon}_e + \frac{K_e \cdot \varepsilon_e^m}{\sigma \cdot V} = g \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $\ddot{\varepsilon}_e$; 時間に関する2回微分

(3) 式に $d\varepsilon_e (=v \cdot dt)$ を乗じ, 衝突直前の落下速度を v_0 とし, ε_e を0から衝突に伴う基盤の最大変位 $\varepsilon_{\max}$ まで積分すると,

$$\int_0^{\varepsilon_{\max}} \ddot{\varepsilon}_e d\varepsilon_e + \int_0^{\varepsilon_{\max}} \frac{K_e \cdot \varepsilon_e^m}{\sigma \cdot V} d\varepsilon_e = \int_0^{\varepsilon_{\max}} g \cdot d\varepsilon_e \quad \dots\dots\dots (4)$$

これを解いて (5) 式を得る。

$$\frac{K_e \cdot \varepsilon_{\max}^{m+1}}{(m+1) \sigma \cdot V} - g \cdot \varepsilon_{\max} - \frac{v_0^2}{2} = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

(5) 式より $\varepsilon_{\max}$ を求め, (2) 式に代入すれば着床時の衝撃力 R が求まる。今, 基盤反力が $R = K_e \cdot \varepsilon_e$ で表わされる場合は, (5) 式は2次の代数方程式であり容易に衝撃力は計算できる¹⁾。その場合, 衝撃力は日常使用している重量 $W (W = \sigma \cdot V \cdot g)$ を使って (6) 式のように表わされる。

$$(\text{衝撃力}) R = W + \sqrt{W^2 + \frac{K_e \cdot W}{g} v_0^2} \quad \dots\dots (6)$$

ここに、 v_0 ; 位置エネルギーと運動エネルギーが等価として, $v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ で計算される。

h ; 落下高

(6) 式では基盤の剛性が高く, 着床時の落下速度が大きいと衝撃力はきわめて大きな値となることを示しており, 基盤反力係数がわかっている場合は衝撃力は求まる。基盤の反力係数のいく例かは, 表-1 にあげた²⁾。基盤反力係数は, その物の圧縮強度や弾性係数と関連深いとされるので, 測定した粘性土, 泥炭, 砂の力学的性質の若干の結果を表-2 に示した。基盤の環境 (排水路なので, 常時, 飽和している状態や冬期であるので凍結した状態も想定される) を考え, 凍結土の静的・動的な力学的性質をも表記した。表-2 の凍結土の動弾性係数は高く, したがって, 基盤の反力係数も大きいことが予想され, 凍結した基盤の上に着床した場合は, 衝撃力はかなり大きな

表-1 基盤の反力特性値

	ν	弾性係数 E (kgf/cm ²)	反力係数 K (kgf/cm ²)
砂 礫	4	100~300	160~500
粘 土	3	100~300	210~630

(ν ; 応力集中係数)

表-2 基盤の物力学特性の例

		粘性土	泥炭	砂 (標準砂)	岩 *1
供試体の単位体積重量 (gf/cm ³)	上; 乾燥	1.325	0.230	1.586	1.997
	下; 湿潤	1.792	1.141	1.641	—
供試体の含水比 (%)		35.2	396	3.5	—
一軸圧縮強度 (kgf/cm ²)		2.3	0.3 *2	3.0% (CBR)	387
静的弾性係数 (kgf/cm ²)		30	5	90 *3	3.5×10 ⁴
気中凍結 (-10°C)	一軸圧縮強度 (kgf/cm ²)	2	1.4	(凍結自立)	
	破壊時の軸ひずみ (%)	4.2	10	8.3	
	静的弾性係数 (kgf/cm ²)	50	15	—	
浸漬凍結 (-10°C)	弾性波速度 (P波) (km/sec)	2.56	2.99	2.57	
	弾性波速度 (S波) (km/sec)	1.03	1.26	1.03	
	動ポアソン比	0.39	0.39	0.40	0.36 *4
	動弾性係数 (kgf/cm ²)	6.2×10 ⁴	5.3×10 ⁴	6.1×10 ⁴	2.2×10 ⁵ *4
	凍結土の密度 (g/cm ³)	1.84	1.15	1.95	—
(備考) *1 文献1) より抜粋 *2 10% ひずみ時の値 *3 $E=30 \cdot \text{CBR}$ (kgf/cm ²) *4 非凍結・乾燥状態 $\left. \begin{aligned} \nu_d (\text{動ポアソン比}) &= \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{V_p}{V_s} \right)^2 - 1}{\left(\frac{V_p}{V_s} \right) - 1} \\ E_d &= \frac{\gamma \cdot V_p^2 (1+\nu)(1-2\nu)}{g(1-\nu)} \end{aligned} \right\} \text{超音波伝播速度試験}$					

ものとなることは容易に想像される。積雪の密度は約 0.3~0.8 g/cm³ までの範囲にあり、氷状のものを除いては比較的剛性は低い。このような場合では、落下物体がいわゆる柔らかく、基盤が硬いという問題に変わり、前述の(1)式の基礎方程式は成立しない。

この条件下では、図-1の右側のように落下物が変形するので、そのことに留意して運動を定式化しなければならない。落雪も基盤と同様に、力が作用した場合その力が雪の変形量と力学的性質で、(7)式のように表わされるものとする。

$$R = K_s \cdot \varepsilon_s^n \cdots \cdots (7)$$

ここに、 K ; 雪の反力係数、 ε_s ; 雪の変形量
 n ; べき数

前述の衝撃力導出途中の(3)式でわかるように、エネルギー的には、衝突直前に有していた運動エネルギーと、物体の位置エネルギーが基盤の変位に要したエネルギーに等しいと考えることができる。雪が柔らかい場合、基盤からの反力を受けて変形し、その変形にも着床直前のエネルギーが費やされることになる。雪の変形量は、接着面での反力が等値として(2)、(7)式から(8)式のように表わされる。

$$\varepsilon_s = \left(\frac{K_e}{K_s} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \varepsilon_e^{\frac{m}{n}} \cdots \cdots (8)$$

$m=n=1$ とすれば (以下、 $m=n=1$ とする),

$$\varepsilon_s = \frac{K_e}{K_s} \cdot \varepsilon_e \cdots \cdots (8)'$$

雪の変位で蓄えられるひずみエネルギーは、作用力と変位量から(9)式のように表わされる。

$$\frac{K_s}{2} \cdot \left(\frac{K_e}{K_s} \right)^2 \cdot \epsilon_s^2 \dots \dots \dots (9)$$

したがって、(5)式を参照に当問題に対する運動学的方程式(10)式を得る。

$$\left(\frac{K_e^2}{2K_s} + \frac{K_e}{2} \right) \cdot \epsilon_{\max}^2 - \sigma \cdot V \cdot g \cdot \epsilon_{\max} - \frac{\sigma \cdot V \cdot v_0^2}{2} = 0 \dots \dots \dots (10)$$

(10)式を解いて、

$$\epsilon_{\max} = \left\{ g + \sqrt{g^2 + \frac{(K_e^2 + K_e K_s)}{K_s \cdot \sigma \cdot V} v_0^2} \right\} \frac{K_s \cdot \sigma \cdot V}{K_e^2 + K_e K_s}$$

$$R = K_e \epsilon_{\max} = \frac{K_s \cdot \sigma \cdot V}{K_e + K_s} \left(g + \sqrt{g^2 + \frac{K_e^2 + K_e K_s}{K_s \cdot \sigma \cdot V} v_0^2} \right) \dots \dots \dots (11)$$

落雪荷重 W を用いて、その静荷重と衝撃力との比を求めれば、(12)式となる。

$$\frac{R}{W} = \frac{K_s}{K_e + K_s} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{K_e^2 + K_e K_s}{K_s \cdot W \cdot g} v_0^2} \right) \dots \dots \dots (12)$$

(12)式から(6)式同様、着床時の速度が大きい場合は衝撃力は大きく、また、雪の反力係数が小さい(柔らかい)と衝撃力が小さいことがわかる。雪の静的・動的弾性係数を計測する具体的手だてや能力を著者は持ち得てないので簡便な方法で雪の力学的性質を求め、その結果を図-2, 3に示した。図-2は採取した雪(一部ザラメ状)から約 $5 \times 5 \times 10$ cm の供試体を作製し、圧縮強度と軸ひずみを圧縮試験機を用いて求めたものであり、破壊時の軸ひずみと破壊強度から変形係数(弾性係数)を定義した。図-3は堆積している雪面に鋼球を自然落下させ、そのときの

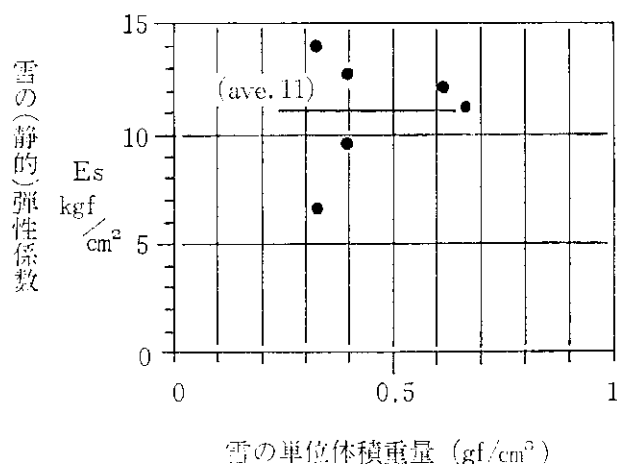


図-2 雪の単重と弾性係数
(試料; 当土木試験所内排水路(写真-1)で採取した雪)

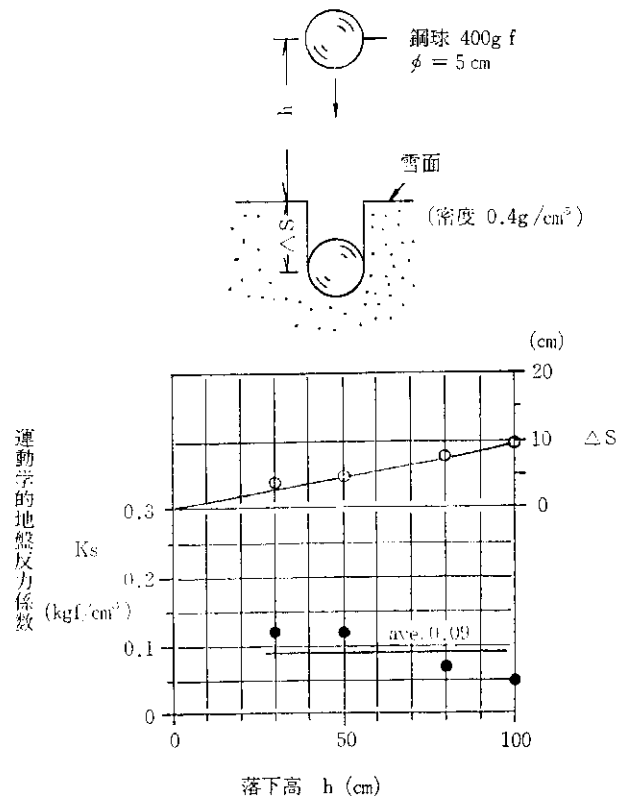


図-3 雪の反圧係数

鋼球の貫入量から運動学的な地盤反力係数を定義したもので、この地盤反力係数は下記の式より算出した。

$$\frac{K_s (\Delta S)^2}{2 \cdot A} = W_B \cdot (\Delta S + h) \dots \dots \dots (13)$$

ここに、 K_s ; 雪の運動学的地盤反力係数、 ΔS ; 雪面からの貫入量、 W_B , A ; 鋼球の重量、大円の面積、 h ; 落下高

図-2, 3より氷状化した雪に比べ、密度の小さい雪ではきわめて柔らかいことがわかる。氷の力学的性質は文献3)より引用すれば、表-3のような数値で示される。表-3によれば、氷は硬くそれ自体の変形を無視した(3)式の適用が考えられる。(10)式の考えでは、雪を非破壊の弾性体と仮定しているが、実際には雪の破壊強度(塑性圧)は小さく着床時の瞬時にせん断破壊が生じ、床版に与える衝撃力のメカニズムは少し異なるものと思われる^{*2,4)}。

表-3 氷の力学定数 (-5°C)

	dyn/cm ²	kgf/cm ²
ヤング率	(9~9.9)×10 ¹⁰	(0.92~1.0)×10 ⁶
体積弾性率	(8.3~11.3)×10 ¹⁰	(0.85~1.15)×10 ⁵
ポアソン比	0.31~0.37	

これら現象とのよりよい適応を計っていくことは今後に残される。

(2) 実験例

図-4に示すような、ブルーピングリングにひずみゲージを接着し、リングの上面に重きを変えた雪(約220～570 gf)の供試体(底面積 8×8 cm)を自然落下させ、衝突に伴うリングのひずみを計測し、ひずみと荷重の関係から衝撃力を求めた。図-5はその測定結果を示したも

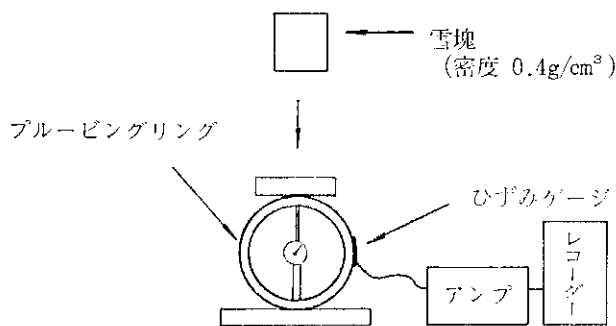


図-4 雪塊の衝撃力測定

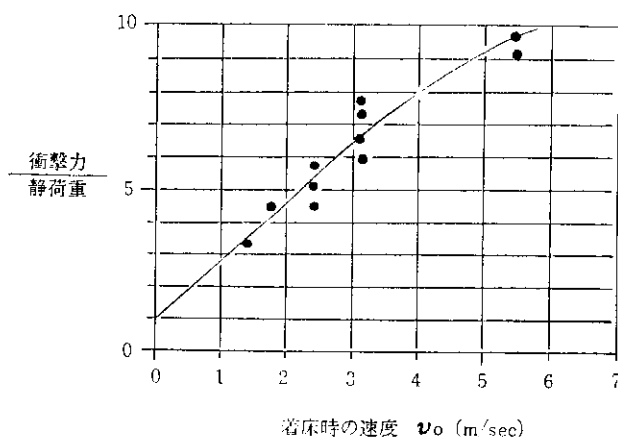


図-5 雪塊の衝撃力測定例

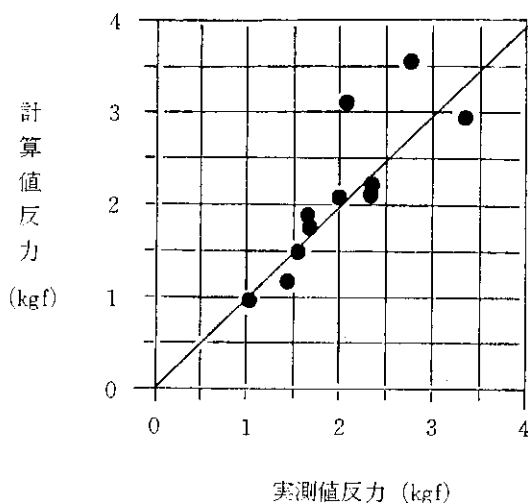


図-6 実測値と計算値の比較

ので、縦軸には衝撃力と供試体の重量(静荷重)との比を、横軸には落下高から求まる衝突時の速度を示している。図-5からわかるように、衝突時の速度に応じて衝撃力が増大することがわかる。図-6は実験諸元を前述の(11)式に代入して、計算値と計測値を比較したもので、両者は比較的合致しており、(11)式の計算式は適切であることがわかる(リングの反力係数は校正係数より 1.35×10^4 kgf/m、雪の反力係数は、図-3および図-2の結果を参考に15 kgf/mの値をとった)。

(3) 床版に生じる衝撃力の推定

前節の実験で、(11)式の適用が可能なことおよび基礎運動方程式から導かれた(6)式で慣性力表現が他の技術分野でも適用されていることから、当該床版の衝撃問題にもなんらの修正もなく、前述までの衝撃力の計算手法は利用できよう。排水路柵工では、図-7(あるいは図-11)に示したように、所定の間隔で布設したH鋼(親柱)に床版を押込み順次施工されていく。H鋼と床版は押込み後固定される。この際、床版は地盤と接していることになるが、場合によっては地盤との間にすき間が生じたりすることも考えられる。さらに、モデルの境界条件は、落雪と床版のスケールにも依存する。このような理由から、コンクリート床版にかかる衝撃荷重の模様は、図-8に示したようないろいろの条件が考えられ、実際の床版の衝撃力の計算は、実状に照らし合わせ条件を選択した後行うことになる。

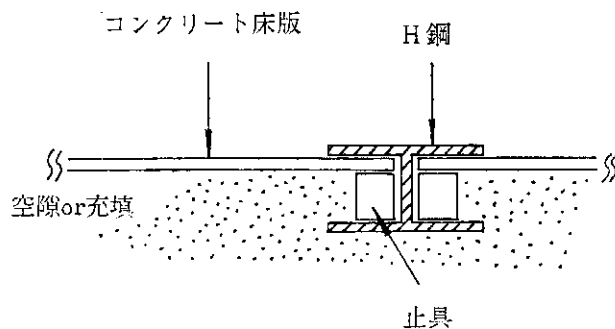
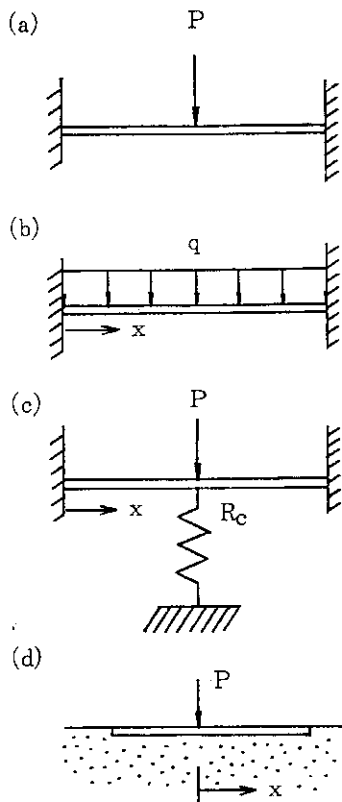


図-7 床版端部の固定模様

はりの変形運動において、曲げ作用によるものが主体をなすとすれば、前述までの推論と同様、衝突時に雪が有している運動エネルギーとはりの曲げによるひずみエネルギーとの変換過程を考察すればよく、(11)式で定義されるような反力係数と曲げ特性との等値な変換を行えば衝撃力は推定できよう。構造力学⁵⁾によれば、曲げモーメント M によるひずみエネルギーは(11)式のように与えられる。



(a) 両端固定ばりに点荷重, (b) 両端固定ばりに (等) 分布荷重, (c) 点荷重と地盤反力, (d) 弾性床上ばりと荷重

図-8 コンクリート床版にかかる落雪荷重模式

$$U = \int_0^l \frac{M^2}{2EI} dl \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 U ；はりのひずみエネルギー、 EI ；部材の曲げこわさ、 E ；弾性係数、 I ；断面2次モーメント、 l ；部材長

今、図-8(a)のように両端固定ばりの中心に静的な点荷重 P が作用する場合を考えよう。このときの曲げによるひずみエネルギーは、(15)式のとおりであり、

$$U = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M^2}{EI} dx = \frac{P^2 l^3}{384EI} \quad \dots\dots\dots (15)$$

さらに、このときの載荷点位置でのはりの変位量 ϵ_c は、

$$\epsilon_c = \frac{Pl^3}{192EI} \quad \dots\dots\dots (16)$$

であり、 U と ϵ_c との関係は(17)式のように表わされる。

$$U = \frac{P}{2} \cdot \epsilon_c \quad \dots\dots\dots (17)$$

したがって、前節までに定義した基盤の反力係数 K_e との等義な変換は ($K_e = K_b$)、

$$\left. \begin{aligned} \frac{K_b \cdot \epsilon_c^2}{2} &\simeq U = \frac{P}{2} \epsilon_c \\ \therefore K_b &= \frac{P}{\epsilon_c} = \frac{192EI}{l^3} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

(a) の条件下では、(18)式から求まる K_b を(6)式あるいは(12)式に代入して衝撃力は計算される。図-8にあげた (b) (c) (d) でも同様な考察を進めれば、はりの反力係数を定義できる。計算式の運用に便利のように、(b) (c) の条件でのはりの反力係数を求めると(19)式のとおりとなる*3。

(b) の場合では、

$$K_b = \frac{720EI}{l^3}$$

(c) の場合では、

$$K_b = K_e + \frac{192EI}{l^3}$$

$$\left. \begin{aligned} &\dots\dots\dots (19) \end{aligned} \right\}$$

さらに、(d) の条件のうちいくつかの特例では解析解⁶⁾ が求まっており、その解から計算される沈下量を使って、前述と同様に基盤反力を定義することができると思われる。

このようにして、落下物体による外力（地盤やはりに生じる反力と相当）が求まるので、この衝撃力を静的な荷重に近似して、床版部材の応力計算を行う方法が考えられる。

すなわち、任意部材のスケール程度の落雪がある場合は、部材の単位容積重量を静的換算重量と呼んで $\bar{\sigma}$ とすれば、

$$\bar{\sigma} = \frac{R_b}{V_b} \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 R_b ；床版の反力、 V_b ；任意の部材の容積と表わされる。また、落雪が点(線)載荷の状態である場合は、その反力を静的点荷重として応力計算を行えばよいと思われる。以上のような計算の具体例は文末に載せた*4。

III. 衝撃力の緩衝対策

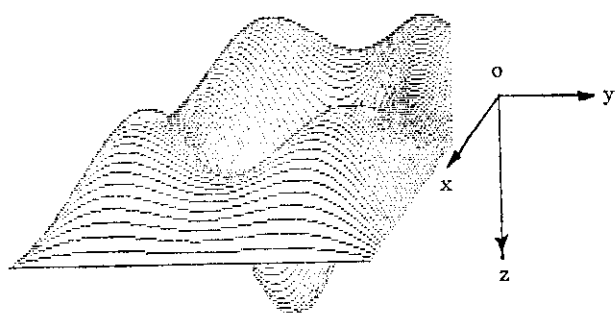
(1) 水中落下による着床速度の低減

(6) (12)式でわかるように、着床時の衝撃力の大きさは落雪の速度による。図-9に示したように、落下物体が水中に没した場合(図-9の(a) (b)) 水の粘性抵抗や浮力によって水中を降下する速さは遅くなる。したがって、雪塊が水中をとおって着床する場合は(図-9の(c))、以下に導く着床速度を用いればよい。水中での落下物体の運動方程式は、図-9のように落下方向を z にとって(21)式で表わされる⁷⁾。

$$\sigma \cdot V \cdot \frac{dv}{dt} = (\sigma - \rho) Vg - C_D \cdot A \cdot \frac{\rho v^2}{2} - C_{MA} \rho V \frac{dv}{dt} \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 σ 、 V 、 g ；前出、 v ；落下速度、 ρ ；水の密度、

(a)



(b)



(c)



図-9 水中落下の模式

A : 落下物体の z 方向の遮影面積, C_D ,

C_{MA} : 落下物体の抗力係数, 付加質量力係数

(21) 式を $t=0$ で $v=v_0$ (v_0 は着水面での速度; 一般に着水時に空中落下時の運動エネルギーの一部が消費されるが, それを無視して考察する) の条件で (21) 式を解けば,

$$v = \alpha \cdot \tan \left\{ \frac{-\alpha \cdot C_D \cdot A \rho / 2}{(\sigma + C_{MA} \cdot \rho) V} t + \tan^{-1} \frac{v_0}{\alpha} \right\} \quad (22)$$

ここに, $\alpha \equiv \sqrt{(\rho - \sigma) V g / (C_D A \cdot \rho / 2)}$, t : 水中降下時間となる。雪塊の密度は水の密度より小さいので, 水深が深い場合, ある水深で v は 0 となるが, それまでの降下時間 (T) は, (22) 式の tangent の中を 0 とおいて,

$$T = \frac{(\sigma + C_{MA} \rho) V}{\alpha \cdot C_D A \cdot \rho / 2} \tan^{-1} \left(\frac{v_0}{\alpha} \right) \quad (23)$$

とされ, (22) 式は (23) 式で示される時間内において有効であることがわかる。また, その間 (T) の水面からの降

下距離 (L) は,

$$L = \int_0^T v \cdot dt \quad (24)$$

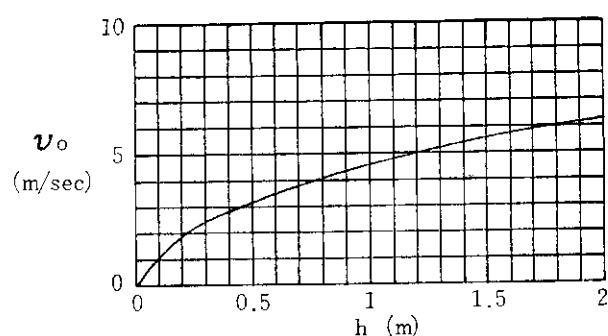
とされ, (22) 式を (24) 式に代入して,

$$L = \frac{(\sigma + C_{MA} \rho) V}{C_D \cdot A \cdot \rho / 2} \left[\ln \left| \cos \left\{ \frac{-\alpha \cdot C_D A \cdot \rho / 2}{(\sigma + C_{MA} \rho) V} T + \tan^{-1} \left(\frac{v_0}{\alpha} \right) \right\} \right| - \ln \left| \cos \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{v_0}{\alpha} \right) \right\} \right| \right] \quad (25)$$

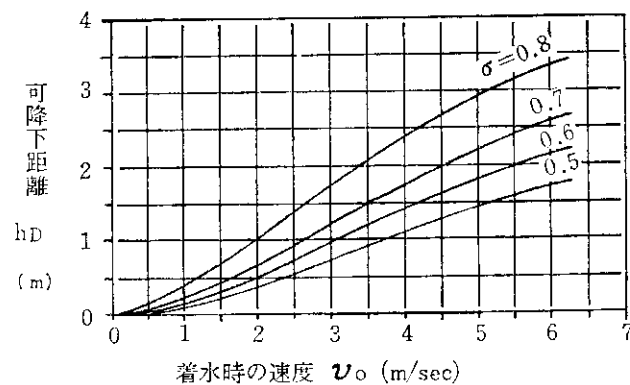
と求まる。

水中をとって落雪が床版に衝突する際, 衝撃力の計

(a)



(b)



(c)

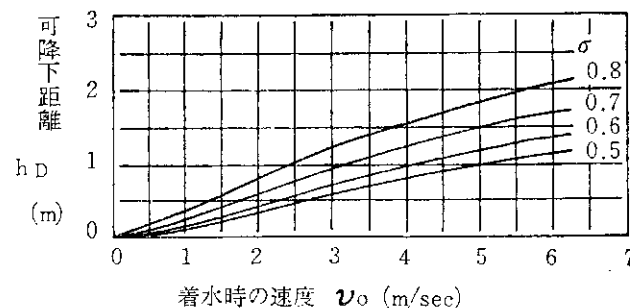


図-10 (a) 落雪の水面からの高さ and 着水時の速度

(b) $1 \times 1 \times 1$ m の雪塊の水中降下 ($C_D=1.05$, $C_{MA}=0.67$)

(c) $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ m の雪塊の水中降下 ($C_D=1.05$, $C_{MA}=0.67$)

算には、(22)式で求まる水中落下速度を使えばよく*5、排水路の水深が(25)式で求まる以上の水深である場合には、着床することなく浮上運動に移ることがわかる。図-10(a)に空中の降下距離 h と落雪の着水時の速度の関係、図-10(b), (c)には、密度 σ の落雪が着水時の初速 v_0 で水中を降下した場合の可能降下距離（前記(25)式の L に相当）を示したので、およそ参照されよう。

(2) 緩衝撃工法

床版に規模の大きい落雪があると、比較的大きな衝撃力を生じることが考えられるので、図-11に示したような雪塊の粉碎と衝撃荷重を分担する鋼柱などを水理学的に影響のない範囲で設ける（排水路の底部中央に観察される曲げによると思われる破壊などに対しては、有効な防止策と思われる）などの工法や、図-12に示した反力（衝撃力）の発生を遅延させる構造*6（例えば、前述図-7に示したような止具を剛性の低いものにすると、床版端で生じるせん断破壊力の防止などに有効と思われるし、その他フレキシブルな素材の複合利用などが考えられる）とするなど、対策方法が考えられる。これらは、いずれも思索の段階であるので今後、具体的工法についてはさらに検討を進める予定にしている。

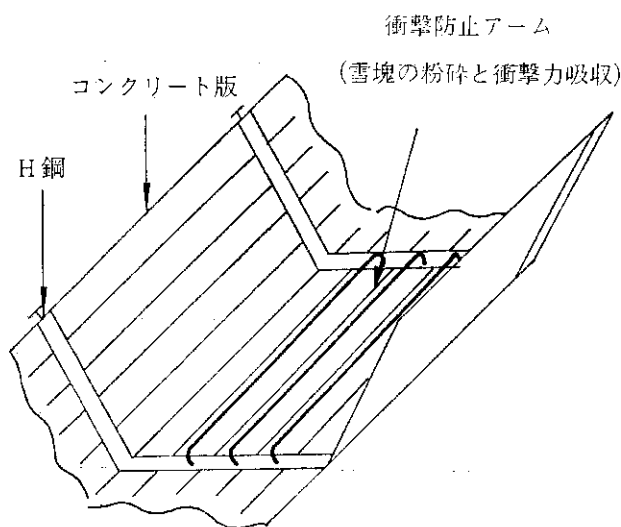


図-11 排水棚渠上における落雪衝撃力防止（意匠）

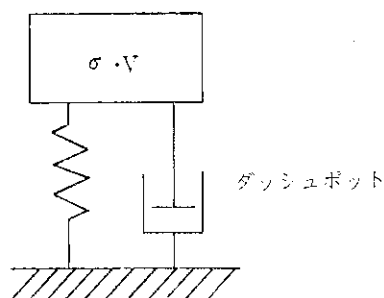


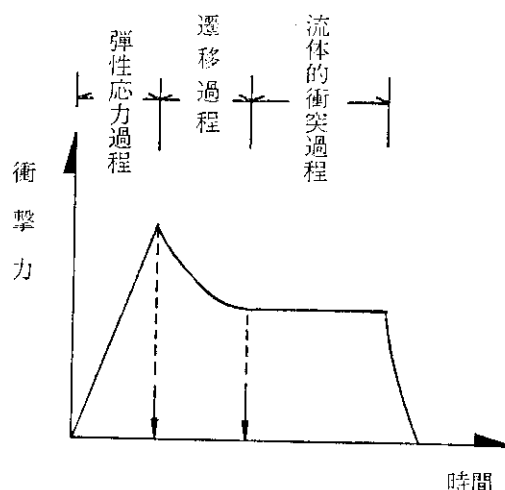
図-12 衝撃力発生を遅延・Kelvin-TYPE（意匠）

IV. おわりに

前章までに落雪衝撃力の見積方の一手法を述べた。この手法においてもわかるように、落雪する雪塊の物力学的性質、着床時の状態などで解析する条件や設計値は異なる。本文では、落雪衝撃力の発生の基本的内容について触れたので、今後は野外調査による落雪状態の精査（設計条件のしぼり込み）などから当該計算法の運用や向上を計っていきたい。さらに、実際に施工されている規模程度の模型で、対策工を含めた実験を行い、設計手法の向上を計ることになっている。最後に、凍結土の力学的特性値測定の際、鈴木哲也氏（地質研究室主任研究員）に御協力いただいたので、記して感謝の意を表する。

追 補

- *1 与式のべき数 m や n が高次の場合、1元高次方程式を解くことになり、カルダノ法・フェ拉里解法などの3次・4次の解析解やニュートン法などによる漸近解を求めることになる⁸⁾。
- *2 雪塊の力学的特性により、物体に与える衝撃力の大きさなどの模様は異なる。なだれの衝撃力などの研究によれば、付図-1に示したように、雪塊自身がせん断降伏にいたるまでは、準弾性的な衝撃過程を呈し、その後は流体圧的な状態で持続した衝撃力を物体に与えるなどの衝撃力発生機構などが解明されており、雪塊衝撃実験の解析や研究は進展してきている。



付図-1 雪塊の衝撃力の発生模式

- *3 本文の図-8(b)を参照に、はりの長さを l とすると任意の位置 x における曲げモーメント M は、

$$M = \frac{q}{12} (6lx - 6x^2 - l^2) \dots\dots\dots (\text{付式-1})$$

で与えられる。このときのひずみエネルギーは、

$$U = 2 \int_0^l \frac{M^2}{2EI} dx = \frac{q^2 l^5}{1440EI} \dots\dots\dots (付式-2)$$

また、 x におけるはりの変位量 ε は、

$$\varepsilon = \frac{q}{24EI} x^2(l-x)^2 \dots\dots\dots (付式-3)$$

はり全長での平均変位量 ε_{ave} は、

$$\varepsilon_{ave} = \frac{2}{l} \int_0^l \varepsilon dx = \frac{ql^4}{720EI} \dots\dots\dots (付式-4)$$

と表わされる。したがって、 ε_{ave} とひずみエネルギーとの関係は、

$$U = \frac{ql}{2} \varepsilon_{ave} \dots\dots\dots (付式-5)$$

よって、

$$\frac{K\varepsilon_c^2}{2} \simeq U = \frac{ql}{2} \varepsilon_{ave} \dots\dots\dots (付式-6)$$

$\varepsilon_c \equiv \varepsilon_{ave}$ において、

$$K_e \equiv K_b = \frac{q \cdot l}{\varepsilon_{ave}} = \frac{720EI}{l^3} \dots\dots\dots (付式-7)$$

となる。図-8(c)の場合では、地盤(1点バネと仮想している)とはりで衝撃力を受けもつことになり、そのときの反力係数は、地盤と図-8(a)のはりの反力係数を相和したものとなる(計算を簡便にするため、はり自身の圧縮変形などを無視している)。さらに補説すれば、衝突によりはりが振動を起こす場合などでは、はりの慣性力を考慮することが必要だが、本報ではこの項を無視している。

*4 無筋コンクリート床版枚の部材寸法が厚さ 0.05 m、幅 0.3 m、長さ 1.5 m とし、コンクリートの弾性係数 E を 140000 kgf/cm² としよう。0.3×0.3×0.3 m の氷塊($\sigma=0.8$ t/m³)が高さ 0.5 m のところから落下し、床版中央に氷塊の隅が床版全幅に線着する場合を想定することにし、床版の下の地盤は粘土とする。この場合の解析モデルは図-8(c)であって、落下物を氷としているので落下物の軟らかさを無視した本文(6)式の適用を考える。

床版の曲げこわさ EI は部材諸元を使って、

$$EI = 4.375 (\text{tf} \cdot \text{m}^2)$$

床版の反力係数 K_b は本文(18)式より、

$$K_b = \frac{192EI}{l^3} \simeq 250 (\text{tf} \cdot \text{m})$$

地盤の粘土の反力係数は、本文表-1 より $K_e=200$ kgf/cm²(2000 tf/m²) 程度とされる。本文表-2の反力係数値のディメンジョンから容易に想像されるように、べき数 $m=2$ の場合の係数表現となっており、これを計算に便

利なようにべき数 $m=1$ として示しなおした係数を利用の方が便利である。反力 R はべき数 1 と 2 の場合は、 $R=K_1\varepsilon=K_2\varepsilon^2$ ($m=1$ のときの反力係数 K_1 , $m=2$ のときの反力係数 K_2) とされるので、 $K_1=K_2\varepsilon$ とし ε を以下のように求めて、同義な反力係数 K_1 を求める。

$$\frac{K_2 \cdot \varepsilon^3}{3 \cdot \sigma V} - g\varepsilon - \frac{v_0^2}{2} = 0$$

ここに、 K_2 ; $m=2$ の場合の反力係数、 ε ; $\varepsilon=\varepsilon_{\max}$

$$\frac{2000}{3 \times \frac{0.8 \times (0.3)^3}{9.8}} \varepsilon^3 - 9.8\varepsilon - \frac{(3.13)^2}{2} = 0$$

$a_1\varepsilon^n - a_2\varepsilon - a_3=0$ の型式の漸近解は、 ε の第 1 近似を ε_1 において、

$$\varepsilon_1 = \left(\frac{a_3}{a_1} \right)^{\frac{1}{n}}$$

以下第 D 次近似を ε_D とすれば、

$$\varepsilon_{D+1} = \varepsilon_D - \frac{a_1\varepsilon_D^n - a_2\varepsilon_D - a_3}{n \cdot a_1\varepsilon_D^{n-1} - a_2}$$

とされ、許容誤差内で解 ε が求まる。

本事例では、

$$\varepsilon_1 = (4.90/302469)^{1/3} \simeq 0.0253$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= 0.0253 - \frac{a_1 \times (0.0253)^3 - a_2 \times 0.0253 - 4.9}{3 \times a_1 \times (0.0253)^2 - 4.9} \\ &= 0.0257 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 &= 0.0257 - \frac{a_1 \times (0.0257)^3 - a_2 \times 0.0257 - 4.9}{3 \times a_1 \times (0.0257)^2 - 4.9} \\ &\simeq 0.0257 \end{aligned}$$

よって、漸近解が求まったので反力 R は、

$$R = K_2 \times (0.0257)^2 = 2000 \times (0.0257)^2 = 1.32 (\text{tf})$$

$$\therefore K_1 \equiv R/\varepsilon = 1.32/0.0257 = 51.4 (\text{tf/m})$$

以上より、べき数 $m=1$ の場合の粘土の地盤反力が求まったことになる。

氷塊が落下した場合の床版とその下の地盤の合成反力係数は、本文(19)式より、

$$K_b = 250 + 51.4 = 301.4 (\text{tf/m})$$

となり、この値を本文(5)式に代入すれば、着床時の床版上での沈下量がわかる。(5)式で解いて、

$$\frac{301.4 \times \varepsilon_{\max}^2}{2 \times \frac{0.8 \times (0.3)^2}{9.8}} - 9.8\varepsilon_{\max} - \frac{(3.13)^2}{2} = 0$$

$$\therefore \varepsilon_{\max} = 8.53 \times 10^{-3} (\text{m})$$

したがって、床版の部材が受けもつ衝撃力は、はり単味の反力係数と沈下量(変位量)から、

$$R_b = 250 \times 8.53 \times 10^{-3} = 2.133 \text{ (tf)}$$

となる。氷塊自身の重量は 22 kgf 程度であるので、本題では約 100 倍近い衝撃荷重が作用することになる。この衝撃荷重が静的に作用するものとして、コンクリート部材の任意の位置における曲げモーメントを求めれば、

$$M = -\frac{Pl}{8} + \frac{P}{2}x = -\frac{2.133 \times 1.5}{8} + \frac{2.133}{2}x$$

$$= 1.067x - 0.400 \quad (0 \leq x \leq 0.75 \text{ (m)})$$

最大曲げモーメントは部材中央落下点で生じ、 $M_{\max} = 0.4 \text{ tf} \cdot \text{m}$ である。一方、曲げ公式から求まる縁応力(引張 σ_t , 圧縮 σ_c) を求めてみると、

$$(\text{曲げ応力}) \sigma = \frac{M}{I} y \quad (\text{Navier の曲げ公式})$$

ここに、 y ; 中立軸よりの距離

中立軸が部材断面中心にあるとした場合の床版中央での σ_c , σ_t は、

$$\sigma_c = \sigma_t = \frac{0.4}{3.125 \times 10^{-6}} \times 0.025 = 3.2 \times 10^3 \text{ (tf/m}^2\text{)}$$

とされ、通常用いられている部材強度を想像すれば、無筋の場合は、引張応力でき裂破壊が生じたり、圧縮破壊もこの程度の衝撃で生じる可能性があることがわかる。

以上のようにしておよそ計算が行えるので、これら衝撃荷重による安全な部材厚を設計したり、配筋したりあるいは衝撃力緩和対策を検討することができる。

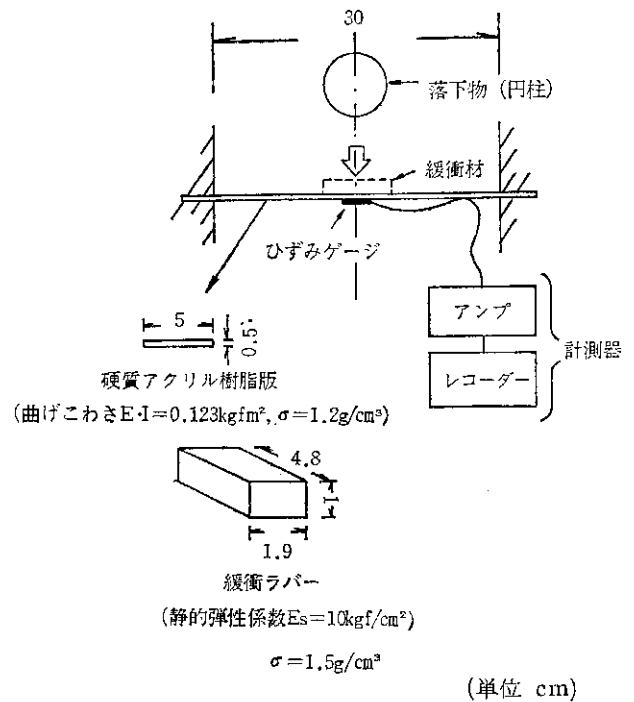
*5 衝突時の雪塊の付加質量力などが大きいとされる場合では、この簡便なやり方ではだめで、基礎運動方程式をたてて解析することになる。その場合、たとえば本文(21)式の右辺の最後に基盤反力 R を付けた運動方程式となる。

*6 付図-2 に示したように、アクリル板にゲージを張付け、その板上に物体を落下させ、ゴム製の緩衝材を敷設した場合とそうでない場合に生じる衝撃力を計測した。その数例を示したのが付図-3 で、図の縦軸が緩衝材の有無による発生衝撃力の比を示している。この例では、落下速度が大きくなるとその緩衝効果は小さくなるようであり、緩衝材の規模(厚さ、大きさなど)と落下の規模(落下速度、落下物のスケールなど)により、緩衝効果が左右されることが予想される。

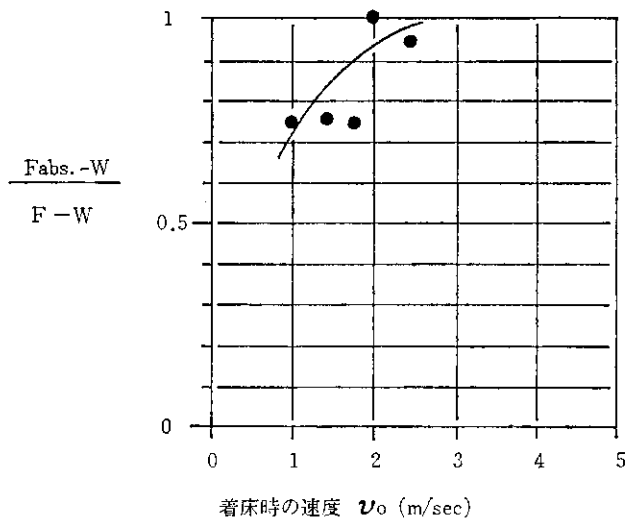
1 自由度振動系に外力が作用した場合の運動方程式は、以下のように表わされる (Kelvin 模型)。

$$m\ddot{e} + c\dot{e} + ke = f(t) \dots\dots\dots (\text{付式-8})$$

ここに、 e ; 変位、 m ; 質量 ($\equiv \sigma \cdot V$)、 c ; 粘性抵抗係数、 k ; バネ定数、 $f(t)$; 外力 (時間の関数)、 $\ddot{}$; 2 回および 1 回の時間に関する微分



付図-2 緩衝材を敷設した落下実験の例



(W ; 落下物の静重量
(F_{abs} , F ; 緩衝材有無のときの衝撃荷重)

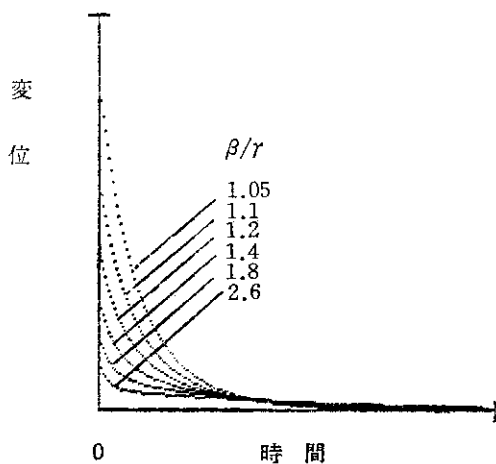
付図-3 緩衝材を敷設した場合の衝撃力

衝撃的な外力が瞬時に作用した場合 (単位インパルス) の変位運動の様子は、過減衰 ($\beta > \gamma$) のときで、付式-9 で与えられる⁹⁾。

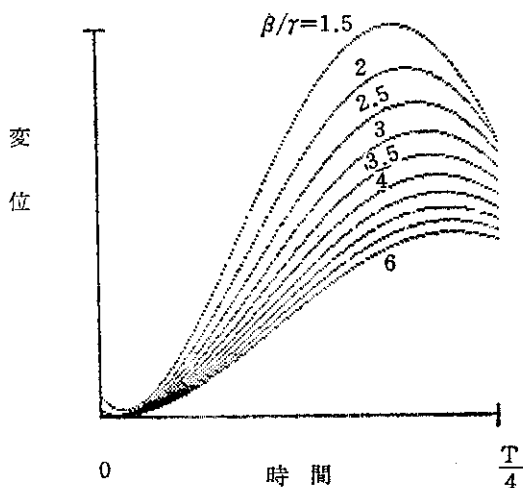
$$e(t) = \frac{1}{\sqrt{\beta^2 - \gamma^2}} e^{-\beta t} \sinh \sqrt{\beta^2 - \gamma^2} t \dots\dots\dots (\text{付式-9})$$

ここに、 $2\beta \equiv c/m$, $\gamma^2 \equiv k/m$

また、系に急に正弦波的外力 ($\sin \omega t (0 \leq t)$) が作用した場合、その始まりの部分 (正弦波半波) での運動の様



付図-4 インパルス加振



付図-5 サイン波加振

は同じく過減衰の状態で、付式-10 で与えられる。

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{(\omega^2 - \gamma^2)^2 + 4\beta^2\omega^2} \left[e^{-\beta t} \left\{ \frac{\omega(\omega^2 - \gamma^2 + 2\beta^2)}{\sqrt{\beta^2 - \gamma^2}} \sinh \sqrt{\beta^2 - \gamma^2} t + 2\beta\omega \cosh \sqrt{\beta^2 - \gamma^2} t \right\} - 2\beta\omega \cos \omega t + (\gamma^2 - \omega^2) \sin \omega t \right] \dots (\text{付式-10})$$

ここに、 ω ；外力の角振動数

付図-4, 5 はそれぞれ 付式-9, 10 で求めた 1 例で、付図-4 によれば、 β/γ が大きいほど変位 (振幅) は小さく (したがって、基盤の変位と衝撃力を線形な関係とすると衝撃力は小さいと推察される) なり、また、正弦波的外力を想定した 付図-10 の場合でも同様に、 β/γ が大きいほど変位が小さく、 β が大きくなると波形の位相遅れなどが認められる。これらにみられるように、系に減衰構造をもたせて衝撃力を低減させることも考えられよう。

参考・引用文献

- 1) 秀島好昭・上北征男； 人工魚礁の着底衝撃力に関する研究 (II)，水産工学研究所報告第 4 号別刷，昭和 58 年。
- 2) 出口利祐・中村充監修； 水産土木事例と計算法 (II)，pp. 56，日本水産資源保護協会，石崎書店，昭和 55 年。
- 3) 前野紀一； 氷の科学，pp. 56-58，北海道大学図書刊行会，1981 年初版。
- 4) 土木技術者のための振動便覧； pp. 315-320，土木学会土木振動学便覧編集小委員会，技報堂，昭和 41 年初版。
- 5) 例えば，山崎徳也； 構造力学 I，pp. 136-141，共立出版，昭和 45 年初版。
- 6) 例えば，杉本禮三； 応用力学演習 (下巻)，pp. 123-132，森北出版，昭和 38 年第 13 版。
- 7) 中村 充； 水産土木学，pp. 420-422，工業時事通信社，昭和 54 年初版。
- 8) 例えば，戸川隼人； 数値計算法，pp. 72-103，電子通信学会，コロナ社，昭和 59 年初版。
- 9) 例えば，黒崎茂共著； 振動工学入門，pp. 48-56，パワー社，昭和 59 年初版。