

河道系における Kinematic Wave Model の貯留関数法への集中化

Lumping of Kinematic Wave Model to Storage Routing Model
in the Channel System

宮原 雅幸* 星 清**

Masayuki MIYAHARA and Kiyoshi HOSHI

現在、流出解析に用いられている流出モデルは、分布定数系モデルと集中定数系モデルに大別される。それぞれのモデルの代表的なものとして Kinematic wave 法と貯留関数法があげられる。貯留関数法は、流出現象の非線形性を比較的単純な構造式で表現でき、しかも計算が容易であることから、広く洪水流出解析に用いられてきた。Kinematic wave 法は、流出現象の水理学的特性をモデル自身に反映させることができる特徴をもっている。このモデルにおいては、流域の地形量（斜面長や勾配）と地質特性に関する量（たとえば、Manning 型の表面流モデルを用いれば等価粗度）がパラメータや境界条件に explicit に含まれる。

Kinematic wave 法は、斜面・河道流出系の双方に適用できるが、斜面流出における Kinematic wave 法の貯留関数法への変換は、過去の報告でそのパラメータ相互の関係式及びパラメータ実用推定式の有効性が実績洪水資料を用いて検証されている。本報告では、河道流出における Kinematic wave 法の貯留関数法への変換を試み、Kinematic wave パラメータと貯留関数パラメータ間の近似式を決定し、実流域での適用例を示す。

《キーワード：貯留関数法；キネマティックウェイブ法；流出解析；河道追跡》

There are a distributed-parameter model and a lumped-parameter model in rainfall-runoff analysis. The kinematic wave model belongs to the distributed-parameter model, while the storage routing model the lumped parameter model. The storage routing model has been almost exclusively used for flood runoff analysis in Japan, because of its computational simplicity. There is an explicit relationship between model parameters and rainfall and geophysical parameters (e.g., slope length, gradient and roughness coefficient) in the kinematic wave model.

This paper describes transformation of the kinematic wave model to the storage routing model. This paper attempts to integrate the kinematic wave model into the storage routing model in the channel systems where accurate linkages are maintained between the parameters of two models.

The proposed model is applied to flood runoff data in the Uryu River basin, tributary of the Ishikari River. The results clearly show that the use of storage routing model provides better reproduction of flood hydrographs in both of slope and channel systems.

Keywords: Storage routing model, Kinematic wave model, Runoff analysis, Channel routing

1. 斜面流出系の Kinematic wave 法

図-1 に示す一定勾配斜面上の流出現象を物理モデルによって表現する方法として Kinematic wave 法がある。Kinematic wave 法は、水量（斜面上の水深と流量）を時間的にも場所的にも算定できるという点で分布定数系モデルであり、計算が複雑となる。その基本方程式は次式で与えられる。

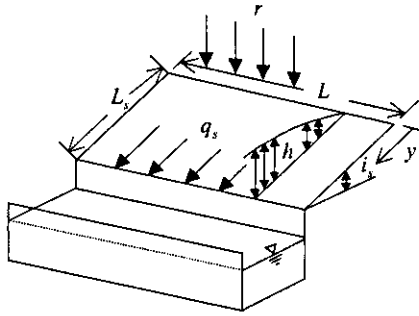


図-1 一定勾配上の斜面流モデル

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_s}{\partial y} = r \quad \dots (1)$$

$$q_s = \beta h^\gamma \quad \dots (2)$$

$$s_s = \int_0^{L_s} h(y, t) dy \quad \dots (3)$$

$$h(y, 0) = 0, \quad h(0, t) = 0 \quad \dots (4)$$

ここで、 t : 時間、 y : 斜面上流端からの距離、 h : 水深、 q_s : 斜面単位幅流量、 s_s : 斜面単位幅貯留量、 r : 有効雨量強度、 L_s : 斜面長、 β, γ : 斜面流定数

(4)式はそれぞれ、水深に関する初期条件と境界条件である。

2. 斜面流出系の Kinematic wave 法の貯留関数法への変換¹⁾

斜面流出系の Kinematic wave 法の貯留関数法への変換を行うと基本式は、(5)式～(10)式で与えられる。

$$s_s = k_1 q_s^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt} (q_s^{p_2}) \quad \dots (5)$$

$$\frac{ds_s}{dt} = r - q_s \quad \dots (6)$$

$$k_1 = \frac{\gamma}{\gamma + 1} (10^{3\gamma-6} / 3.6)^{1/\gamma} (L_s / \beta)^{1/\gamma} \quad \dots (7)$$

$$k_2 = \frac{\gamma^{1/5}}{10} \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma} \right)^2 k_1^2 \bar{r}^{(2/\gamma-1-p_2)} \quad \dots (8)$$

$$p_1 = 1/\gamma \quad \dots (9)$$

$$p_2 = (1/\gamma)^{3/2} \quad \dots (10)$$

ここで、 s_s : 貯留高(mm)、 q_s : 直接流出高(mm/h)、 r : 有効雨量(mm/h)、 $\bar{r}$: 平均有効雨量強度(mm/h)、 k_1, k_2, p_1, p_2 : モデル定数

斜面流がマンニングの抵抗則に従うとすれば、斜面定数 β, γ は次式で与えられる。

$$\beta = \sqrt{i_s} / n_s, \quad \gamma = 5/3 \quad \dots (11)$$

ここで、 i_s : 斜面勾配、 n_s : 斜面上の等価粗度

次に、対象流域を2つの斜面からなる長方形モデルで単純化し、主河道長と流域面積の関係に Hack の法則を用いると(7)式～(10)式は、(11)式の関係式を加味することにより、(12)式～(15)式となる。

$$k_1 = 2.82 (n_s / \sqrt{i_s})^{0.6} A^{0.24} \quad \dots (12)$$

$$k_2 = 0.284 k_1^2 (\bar{r})^{-0.265} \quad \dots (13)$$

$$p_1 = 0.6 \quad \dots (14)$$

$$p_2 = 0.465 \quad \dots (15)$$

ここで、 A : 流域面積(km²)

3. 河道流出系の Kinematic wave 法(横流入がない時)

図-2 に示す河道流における Kinematic wave 法の基本方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial a}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad \dots (16)$$

$$a = \alpha q^m \quad \dots (17)$$

$$s = \int_0^L a(x,t) dx \quad \dots (18)$$

$$q(x,0) = 0, \quad q(0,t) = q_0(t) \quad \dots (19)$$

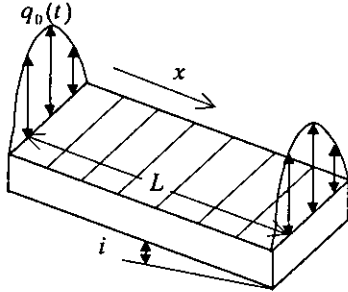


図-2 河道流モデル

ここで、 t :時間、 x :河道距離、 q :河道流量、 a :横断面面積、 α, m :河道流定数

(19)式はそれぞれ、流量に関する初期条件と上流端境界条件である。

4. Kinematic wave 法の数値解法²⁾

(16)式の差分式は(20)式で与えられる (図-3を参照)。

$$\frac{q_{j+1}^{n+1} - q_j^{n+1}}{\Delta x} + \frac{a_{j+1}^{n+1} - a_{j+1}^n}{\Delta t} = 0 \quad \dots (20)$$

ここで、 q_j^n :格子点 $x = j\Delta x$ 、 $t = n\Delta t$ における河道流量 q 、 Δx :河道距離増分量、 Δt :時間増分量

(20)式における未知数は q_{j+1}^{n+1} と a_{j+1}^{n+1} であるが、河道流量と流下断面面積は、(17)式によって関連付けらる。また、 q または a のどちらかを、独立変数として選択することができるが、一般に $m < 1$ であるので、数

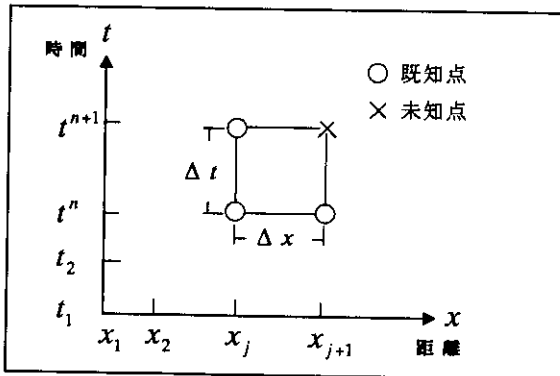


図-3 $x-t$ 面上における計算スキーム

値計算上、 q を独立変数として選んだ方が誤差の累積を防ぐのに都合が良い。

(17)式より、(21)式と(22)式が得られる。

$$a_{j+1}^{n+1} = \alpha (q_{j+1}^{n+1})^m \quad \dots (21)$$

$$a_{j+1}^n = \alpha (q_{j+1}^n)^m \quad \dots (22)$$

(21)式と(22)式を、(20)式に代入すると次式が得られる。

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} q_{j+1}^{n+1} + \alpha (q_{j+1}^{n+1})^m = \frac{\Delta t}{\Delta x} q_j^{n+1} + \alpha (q_{j+1}^n)^m \quad \dots (23)$$

(23)式の右辺は既知量であり、次式で表わす。

$$\Omega = \frac{\Delta t}{\Delta x} q_j^{n+1} + \alpha (q_{j+1}^n)^m \quad \dots (24)$$

ここで、 r と θ を(25)式と(26)式のように定義する。

$$r = q_{j+1}^{n+1} \text{ (未知量)} \quad \dots (25)$$

$$\theta = \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad \dots (26)$$

この時、(23)式は(27)式で表される。

$$f(r) = \theta r + \alpha r^m = \Omega \quad \dots (27)$$

(27)式は、 r に関して非線形であり、ニュートン法などの繰り返し計算によって解くことができる。

ここで、 r^k を k 番目の繰り返し計算における r の値とする。(27)式を第2項までテーラー級数展開すると(28)式で表される。

$$f(r) \cong f(r^k) + (r - r^k) f'(r^k) + \frac{1}{2} (r - r^k)^2 f''(r^k) \quad \dots (28)$$

(27)式の左辺を(28)式で近似すると、次式が得られる。

$$\Omega \cong f(r^k) + (r^{k+1} - r^k) f'(r^k) + \frac{1}{2} (r^{k+1} - r^k)^2 f''(r^k) \quad \dots (29)$$

(29)式を r^{k+1} について解くと、(30)式が得られる。

$$r^{k+1} = r^k - \frac{f'(r^k)}{f''(r^k)} \pm \left[\left(\frac{f'(r^k)}{f''(r^k)} \right)^2 - \frac{2(f(r^k) - \Omega)}{f''(r^k)} \right]^{1/2} \quad \dots (30)$$

ここで、(30)式に含まれる関数は次式で計算される。

$$f(r^k) = \theta r^k + \alpha (r^k)^n \quad \dots (31)$$

$$f'(r^k) = \theta + \alpha n (r^k)^{n-1} \quad (\text{一次微係数}) \quad \dots (32)$$

$$f''(r^k) = \alpha n(n-1)(r^k)^{n-2} \quad (\text{二次微係数}) \quad \dots (33)$$

(30)式には2つの解がある。 $|f(r^{k+1}) - \Omega|$ の値がより小さい方を解として選択する。繰り返し計算は、絶対値エラー $|f(r^{k+1}) - \Omega|$ が、前もって与えた許容誤差 ε より小さくなるまで続ける。計算終了の基準は、(34)式で与えられる。

$$|f(r^{k+1}) - \Omega| \leq \varepsilon \quad \dots (34)$$

ε のおおよその値は、 0.01Ω である。

(30)式の繰り返し計算の収束度は初期値 r^0 の設定に大きく依存する。以下に初期値 r^0 を求める方法を述べる。

(16)式における $\frac{\partial a}{\partial t}$ は、(35)式で表される。

$$\frac{\partial a}{\partial t} = \frac{\partial a}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial t} \quad \dots (35)$$

また、(17)式より $\frac{\partial a}{\partial q}$ は、(36)式で表される。

$$\frac{\partial a}{\partial q} = \alpha n q^{n-1} \quad \dots (36)$$

(35)式と(36)式を(16)式に代入すると、(37)式が得られる。

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \alpha n q^{n-1} \frac{\partial q}{\partial t} = 0 \quad \dots (37)$$

(37)式は、(20)式の差分式と同様に(38)式で表される。

$$\frac{q_{j+1}^{n+1} - q_j^{n+1}}{\Delta x} + \alpha n \left(\frac{q_{j+1}^n + q_j^{n+1}}{2} \right)^{n-1} \times \left(\frac{q_{j+1}^{n+1} - q_j^{n+1}}{\Delta t} \right) = 0 \quad \dots (38)$$

(38)式を $r = q_{j+1}^{n+1}$ について解くと、初期値 r^0 は次式で与えられる。

$$r^0 = q_{j+1}^{n+1} = \left[\theta q_j^{n+1} + \alpha n q_{j+1}^n \left(\frac{q_{j+1}^n + q_j^{n+1}}{2} \right)^{n-1} \right] \times \left[\theta + \alpha n \left(\frac{q_{j+1}^n + q_j^{n+1}}{2} \right)^{n-1} \right]^{-1} \quad \dots (39)$$

(39)式は、繰り返し計算における最良初期値 r^0 を与える。しかしながら、(39)式は q_{j+1}^n と q_j^{n+1} の両方が0の時、適用できない。 q_{j+1}^n と q_j^{n+1} が0の時は、(27)式において $m=1$ を用い、さらに(27)式から(40)式を得る。

$$r^0 = \Omega / (\theta + \alpha) \quad \dots (40)$$

5. 貯留関数法への変換¹⁾

星・山岡¹⁾は斜面流出における(1)式と(2)式の Kinematic wave モデルを(41)式に示す同型式の貯留関数モデルに集中化し、両モデルのパラメータ相互の関係式を提案している。

流出解析と同様に、本報告では、河道流出における(16)式と(17)式の Kinematic wave モデルを(41)式の貯留関数モデルに集中化する手法を述べる。この時、連続方程式は(42)式で与えられる。

$$s = k_1 q^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt} (q^{p_2}) \quad \dots (41)$$

$$\frac{ds}{dt} = q_0 - q \quad \dots (42)$$

ここで、 s :貯留量(m^3)、 q :流出量(m^3/s)、 q_0 :流量

の上流端境界条件, k_1, k_2, p_1, p_2 : パラメータ

河道流における Kinematic wave 法を貯留関数法に変換するためには、両モデルのパラメータ間の関係を定量化する必要がある。そこで、実用解析上、モデルパラメータの算定近似式を提案するために、(16)式～(19)式を無次元化して、対象変数の数を減らす方策を考える。

変数 x, a, t, s, q の基準化演算子をそれぞれ x_*, a_*, t_*, s_*, q_* と定義すると、変数は次式のように無次元化される。

$$\begin{aligned} x &= x_* X, & a &= a_* A, \\ t &= t_* T, & s &= s_* S, & q &= q_* Q \end{aligned} \quad \dots (43)$$

ここで、 X, A, T, S, Q はそれぞれ、距離、横断面積、時間、貯留量、流量の無次元量である。

(43)式を(16)式～(18)式に代入すると次式が得られる。

$$\frac{\partial A}{\partial T} + \frac{q_* t_*}{a_* x_*} \frac{\partial Q}{\partial X} = 0 \quad (0 \leq X \leq 1) \quad \dots (44)$$

$$A = \frac{\alpha q_*^m}{a_*} Q^m \quad \dots (45)$$

$$S = \frac{a_* x_*}{s_*} \int_0^1 A dx \quad \dots (46)$$

よって、基準化演算子に関する係数を1とすれば次式が得られる。

$$t_* = a_* x_* / q_*, \quad a_* = \alpha q_*^m, \quad s_* = a_* x_* \quad \dots (47)$$

ここで、 $x_* = L$ (対象河道長)、 $q_* = \bar{q}_0$ (上流端流入ハイドログラフの平均値)とすれば、(47)式の基準化演算子は次式で定義される。

$$t_* = \alpha L (\bar{q}_0)^{m-1}, \quad a_* = \alpha (\bar{q}_0)^m, \quad s_* = \alpha L (\bar{q}_0)^m \quad \dots (48)$$

よって、(44)式～(46)式は次式で示される無次元 Kinematic wave 方程式で表される。

$$\frac{\partial A}{\partial T} + \frac{\partial Q}{\partial X} = 0 \quad (0 \leq X \leq 1) \quad \dots (49)$$

$$A = Q^m \quad \dots (50)$$

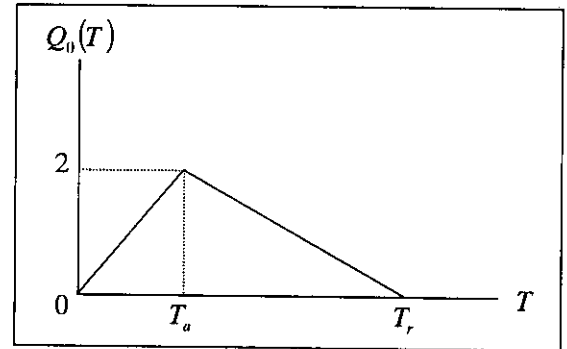
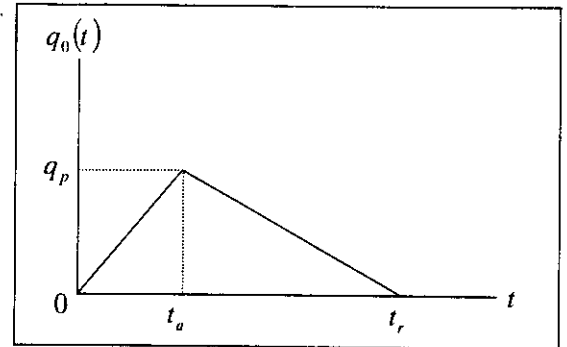


図-4 流入三角形ハイドログラフの変換

$$S = \int_0^1 A dx \quad \dots (51)$$

ただし、上流端境界条件と初期条件はそれぞれ、以下の式で与えられる。

$$Q(0, T) = Q_0(T), \quad Q(X, 0) = 0 \quad \dots (52)$$

図-4の上側は次元を有する流入三角形ハイドログラフであり、下側はその無次元ハイドログラフであり、 $Q_0(T)$ のピーク値は2となる。

すなわち、次元を有する(16)式と(17)式の Kinematic wave 法での変数と(49)式と(50)式で表わされる無次元 Kinematic wave 法の変数の対応関係は、次式となり、

$$\begin{aligned} &(\alpha, m, L, q_p, t_a, t_r) \\ &\rightarrow (1, m, 1, 2, T_a, T_r) \end{aligned} \quad \dots (53)$$

変数の個数が6個から3個に減少する。このため、パラメータの推定式の決定が容易となる。

また、無次元貯留関数方程式は次式で与えられる。

$$S = K_1 Q^{p_1} + K_2 \frac{d}{dT} (Q^{p_2}) \quad \dots (54)$$

$$\frac{dS}{dt} = Q_0 - Q \quad \dots (55)$$

ここで、 K_1, K_2 : 無次元貯留係数、 Q_0 : 無次元領域での上流端流入量ハイドログラフ (図-4 参照)

6. 数値解法

図-4 の下側に示される三角形ハイドログラフを考える場合、無次元領域での変数は m, T_a, T_r だけとなる。

従って、(49)式～(51)式の無次元 Kinematic wave モデルを数値解法する場合、第4節で述べた方法に準拠すれよい。すなわち、 $\alpha = 1, L = 1$ (河道長) となる。 $T_r = 4$ と固定し、ピーク流量生起時刻 $T_a = 0.5(0.5)3.0$ の6通り、指数 $m = 0.5(0.05)0.95$ の10通りとして、合計60ケースを選定した。

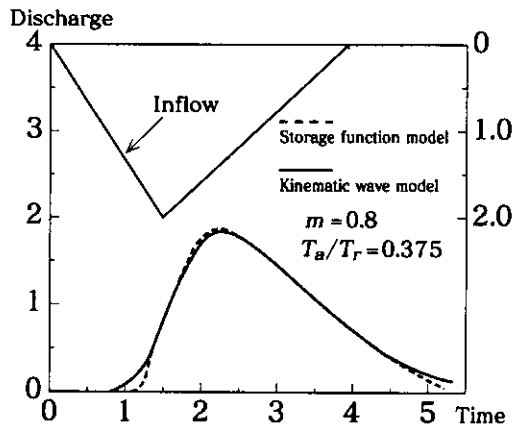


図-5 Kinematic Wave 法と貯留関数法による流出ハイドログラフ比較例

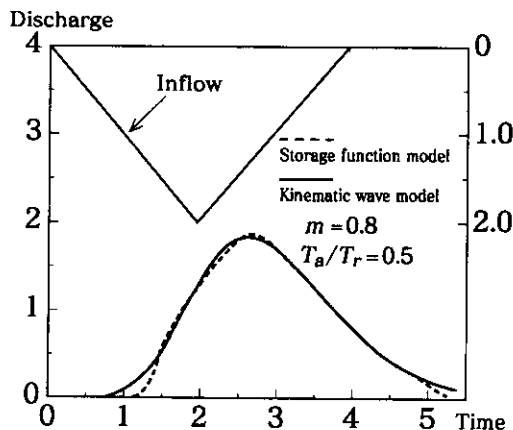


図-6 Kinematic Wave 法と貯留関数法による流出ハイドログラフ比較例

下流末端 $L = 1$ における流出量と (51) 式の貯留量の数値解に無次元貯留関数モデル (54) 式と (55) 式にあて

はめ、4 個のモデルパラメータ K_1, K_2, p_1, p_2 をニュートン法を用いて同定した。その最適値を表-1 に示す。また、実用推定式を提案するため、4 個のパラメータをそれぞれ、 $m, T_a/T_r$ の関数で表す近似式を作成した³⁾。

図-5 及び図-6 に $m = 0.8, T_a/T_r = 0.375$ 及び $T_a/T_r = 0.5$ の場合の Kinematic wave 法と貯留関数法による流出量ハイドログラフを比較して示した (表-1 のパラメータ K_1, K_2, p_1, p_2 の値を参照)。

その結果、貯留関数法による解は、十分な精度で Kinematic wave 法の解を再現していると考えられる。

7. パラメータ近似式³⁾

表-1 で得られた最適値を用いて、実用推定式を提案するため、4 個の貯留関数モデルパラメータをそれぞれ、 $m, T_a/T_r$ の関数で表す近似式を最小二乗法によって求めた。その結果を表-2 に示す。

この近似式の精度を調べるために、4 個のパラメータの最大相対誤差を表-3 に示す。すなわち、絶対相対誤差では、 K_1 は 0.61% 以下、 K_2 は 8.89% 以下、 p_1 は 2.88% 以下、 p_2 は 17.69% 以下であり、実用上十分な精度を持っていると考えられる。

8. 実領域での貯留関数法

実領域での貯留関数モデルは (41) 式と (42) 式で与えられ、無次元貯留関数モデルは (54) 式と (55) 式で表現される。ここで、 $s = s.S, q = q.Q$ 及び $t = t.T$ の関係式を (54) 式に代入すると、次式が得られる。

$$s = K_1 \frac{s_*}{q_*^{p_1}} q_*^{p_1} + K_2 \frac{s_* t_*}{q_*^{p_2}} \frac{d}{dt} (q_*^{p_2}) \quad \dots (56)$$

すなわち、(41) 式の貯留係数は次式で計算される。

$$k_1 = K_1 \frac{s_*}{q_*^{p_1}} \quad \dots (57)$$

$$k_2 = K_2 \frac{s_* t_*}{q_*^{p_2}} \quad \dots (58)$$

(48) 式の諸量を上式に代入すれば、次式が得られる。

$$k_1 = K_1 \alpha L (\bar{q}_0)^{m-p_1} \quad \dots (59)$$

$$k_2 = K_2 \alpha^2 L^2 (\bar{q}_0)^{2m-p_2-1} \quad \dots (60)$$

表-1 貯留関数モデルパラメータ最適値

T_a	m	K_1	K_2	p_1	p_2
0.5	0.95	0.8637	0.7809	1.0291	0.2597
	0.90	0.8574	0.7619	1.0219	0.2078
	0.85	0.8533	0.7402	1.0075	0.1647
	0.80	0.8503	0.7159	0.9879	0.1293
	0.75	0.8533	0.6861	0.9538	0.1026
	0.70	0.8636	0.6507	0.8985	0.0817
	0.65	0.8745	0.6149	0.8378	0.0647
	0.60	0.8855	0.5785	0.7723	0.0502
	0.55	0.8960	0.5426	0.7041	0.0412
	0.50	0.9010	0.5132	0.6445	0.0298
1.0	0.95	0.9015	0.7356	0.9435	0.3885
	0.90	0.8891	0.7282	0.9515	0.3257
	0.85	0.8794	0.7189	0.9487	0.2677
	0.80	0.8703	0.7031	0.9417	0.2184
	0.75	0.8662	0.6853	0.9236	0.1748
	0.70	0.8710	0.6580	0.8837	0.1393
	0.65	0.8783	0.6316	0.8337	0.1083
	0.60	0.8881	0.6008	0.7737	0.0836
	0.55	0.8973	0.5727	0.7111	0.0628
	0.50	0.9016	0.5518	0.6528	0.0434
1.5	0.95	0.9379	0.6594	0.8653	0.5363
	0.90	0.9238	0.6618	0.8773	0.4660
	0.85	0.9114	0.6620	0.8820	0.4008
	0.80	0.8995	0.6557	0.8814	0.3440
	0.75	0.8936	0.6444	0.8712	0.2903
	0.70	0.8938	0.6274	0.8452	0.2415
	0.65	0.8980	0.6023	0.8056	0.1993
	0.60	0.9050	0.5803	0.7572	0.1582
	0.55	0.9116	0.5593	0.7058	0.1207
	0.50	0.9164	0.5476	0.6560	0.0862
2.0	0.95	0.9614	0.5746	0.8013	0.6885
	0.90	0.9434	0.5975	0.8271	0.5940
	0.85	0.9299	0.6021	0.8356	0.5222
	0.80	0.9184	0.6035	0.8361	0.4561
	0.75	0.9096	0.6062	0.8368	0.3880
	0.70	0.9069	0.5965	0.8198	0.3289
	0.65	0.9092	0.5814	0.7875	0.2736
	0.60	0.9145	0.5635	0.7453	0.2200
	0.55	0.9195	0.5470	0.6990	0.1688
	0.50	0.9231	0.5420	0.6532	0.1210
2.5	0.95	0.9832	0.4567	0.7202	0.9171
	0.90	0.9627	0.5044	0.7561	0.7619
	0.85	0.9432	0.5419	0.7850	0.6432
	0.80	0.9308	0.5530	0.7902	0.5626
	0.75	0.9194	0.5697	0.8004	0.4766
	0.70	0.9143	0.5756	0.7938	0.4005
	0.65	0.9147	0.5682	0.7705	0.3335
	0.60	0.9187	0.5543	0.7335	0.2710
	0.55	0.9230	0.5409	0.6901	0.2112
	0.50	0.9260	0.5385	0.6458	0.1553
3.0	0.95	0.9980	0.3293	0.6341	1.2761
	0.90	0.9897	0.3428	0.6412	1.1434
	0.85	0.9682	0.4004	0.6792	0.9176
	0.80	0.9486	0.4520	0.7069	0.7480
	0.75	0.9305	0.5163	0.7431	0.5865
	0.70	0.9223	0.5410	0.7491	0.4857
	0.65	0.9195	0.5493	0.7397	0.4013
	0.60	0.9221	0.5405	0.7105	0.3308
	0.55	0.9256	0.5329	0.6725	0.2632
	0.50	0.9283	0.5318	0.6310	0.2017

表-2 貯留関数モデルパラメータ推定のための近似式

$$K_1 = a_0 + a_1 m + a_2 m^2 + a_3 m^3$$

$$a_0 = b_0 + b_1(T_a/T_r) + b_2(T_a/T_r)^2 + b_3(T_a/T_r)^3 + b_4(T_a/T_r)^4$$

$$a_1 = c_0 + c_1(T_a/T_r) + c_2(T_a/T_r)^2 + c_3(T_a/T_r)^3 + c_4(T_a/T_r)^4$$

$$a_2 = d_0 + d_1(T_a/T_r) + d_2(T_a/T_r)^2 + d_3(T_a/T_r)^3 + d_4(T_a/T_r)^4$$

$$a_3 = e_0 + e_1(T_a/T_r) + e_2(T_a/T_r)^2 + e_3(T_a/T_r)^3 + e_4(T_a/T_r)^4$$

$$b_0 = 0.8545 \quad b_1 = -4.843 \quad b_2 = 33.8238 \quad b_3 = -72.2531 \quad b_4 = 49.7646$$

$$c_0 = 0.5229 \quad c_1 = 22.7545 \quad c_2 = -154.6917 \quad c_3 = 327.8772 \quad c_4 = -224.9687$$

$$d_0 = -0.8426 \quad d_1 = -39.5757 \quad d_2 = 249.2689 \quad d_3 = -512.7692 \quad d_4 = 345.5463$$

$$e_0 = 0.2763 \quad e_1 = 22.4122 \quad e_2 = -130.006 \quad e_3 = 259.4679 \quad e_4 = -171.6907$$

$$K_2 = a_0 e^{a_1 m + a_2 m^2}$$

$$a_0 = b_0 + b_1(T_a/T_r) + b_2(T_a/T_r)^2 + b_3(T_a/T_r)^3 + b_4(T_a/T_r)^4$$

$$a_1 = c_0 + c_1(T_a/T_r) + c_2(T_a/T_r)^2 + c_3(T_a/T_r)^3 + c_4(T_a/T_r)^4$$

$$a_2 = d_0 + d_1(T_a/T_r) + d_2(T_a/T_r)^2 + d_3(T_a/T_r)^3 + d_4(T_a/T_r)^4$$

$$b_0 = 0.2404 \quad b_1 = -1.1777 \quad b_2 = 8.0276 \quad b_3 = -16.2876 \quad b_4 = 9.8026$$

$$c_0 = 1.0848 \quad c_1 = 23.9708 \quad c_2 = -126.7464 \quad c_3 = 230.5159 \quad c_4 = -124.7640$$

$$d_0 = 0.1929 \quad d_1 = -19.1466 \quad d_2 = 90.2282 \quad d_3 = -157.3522 \quad d_4 = 79.5772$$

$$P_1 = a_0 + a_1 m + a_2 m^2 + a_3 m^3$$

$$a_0 = b_0 + b_1(T_a/T_r) + b_2(T_a/T_r)^2 + b_3(T_a/T_r)^3 + b_4(T_a/T_r)^4$$

$$a_1 = c_0 + c_1(T_a/T_r) + c_2(T_a/T_r)^2 + c_3(T_a/T_r)^3 + c_4(T_a/T_r)^4$$

$$a_2 = d_0 + d_1(T_a/T_r) + d_2(T_a/T_r)^2 + d_3(T_a/T_r)^3 + d_4(T_a/T_r)^4$$

$$a_3 = e_0 + e_1(T_a/T_r) + e_2(T_a/T_r)^2 + e_3(T_a/T_r)^3 + e_4(T_a/T_r)^4$$

$$b_0 = 0.5844 \quad b_1 = 0.9107 \quad b_2 = -32.9092 \quad b_3 = 96.5526 \quad b_4 = -80.2872$$

$$c_0 = -0.9989 \quad c_1 = -18.7643 \quad c_2 = 216.3786 \quad c_3 = -546.4481 \quad c_4 = 422.4272$$

$$d_0 = 2.7263 \quad d_1 = 53.1813 \quad d_2 = -427.1458 \quad d_3 = 976.2463 \quad d_4 = -713.376$$

$$e_0 = -1.1199 \quad e_1 = -37.4282 \quad e_2 = 249.4726 \quad e_3 = -535.5305 \quad e_4 = 376.2721$$

$$P_2 = a_0 + a_1 m + a_2 m^2$$

$$a_0 = b_0 + b_1(T_a/T_r) + b_2(T_a/T_r)^2 + b_3(T_a/T_r)^3 + b_4(T_a/T_r)^4$$

$$a_1 = c_0 + c_1(T_a/T_r) + c_2(T_a/T_r)^2 + c_3(T_a/T_r)^3 + c_4(T_a/T_r)^4$$

$$a_2 = d_0 + d_1(T_a/T_r) + d_2(T_a/T_r)^2 + d_3(T_a/T_r)^3 + d_4(T_a/T_r)^4$$

$$b_0 = -0.3999 \quad b_1 = 10.4083 \quad b_2 = -47.3310 \quad b_3 = 71.7788 \quad b_4 = -31.9668$$

$$c_0 = 1.3325 \quad c_1 = -34.6802 \quad c_2 = 151.6250 \quad c_3 = -223.8849 \quad c_4 = 95.8506$$

$$d_0 = -0.7202 \quad d_1 = 24.5053 \quad d_2 = -98.6764 \quad d_3 = 138.5036 \quad d_4 = -52.1388$$

表-3 近似式の最大相対誤差

定数	T_a	m	最適値	近似値	相対誤差 (%)
K_1	3.0	0.90	0.9897	0.9836	0.61
K_2	3.0	0.90	0.3428	0.3733	-8.89
p_1	3.0	0.90	0.6412	0.6597	-2.88
p_2	0.5	0.50	0.0298	0.0351	-17.69

9. 広矩形断面の計算例

今、広矩形断面を仮定し、平均流速公式としてマニング則を採用すれば、(17)式の定数 α と m は次式で与えられる。

$$\alpha = \left(\frac{n}{\sqrt{i}} \right)^m b^{1-m} \quad \dots (61)$$

$$m = \frac{3}{5} \quad \dots (62)$$

ここで、 n :マニングの粗度係数、 i :河道勾配、 b :河道幅

一例として、 $t_a/t_r = T_a/T_r = 0.5$ とし、 $m = 3/5$ とすれば、表-1あるいは表-2に示す近似式を用いて、次の貯留関数モデルパラメータの値が得られる。

$$\begin{aligned} K_1 &= 0.9145, & K_2 &= 0.5635, \\ p_1 &= 0.7453, & p_2 &= 0.2200 \end{aligned} \quad \dots (63)$$

これらの値を(59)式と(60)式に代入すれば、次式が得られる。

$$k_1 = 0.9145 \left(\frac{n}{\sqrt{i}} \right)^{0.6} b^{0.4} L \bar{q}_0^{-0.1453} \quad \dots (64)$$

$$k_2 = 0.5635 \left(\frac{n}{\sqrt{i}} \right)^{1.2} b^{0.8} L^2 \bar{q}_0^{-0.02} \quad \dots (65)$$

上流端流入量ハイドログラフが2つ以上のピークを持つ場合、貯留関数モデル定数をどのように設定したらよいかという疑問が起こる。図-7と図-8に示すように、上流端流入量ハイドログラフは2山をもつ。このとき、多峰ハイドログラフを単峰ハイドログラフと仮定してモデル定数を推定する。

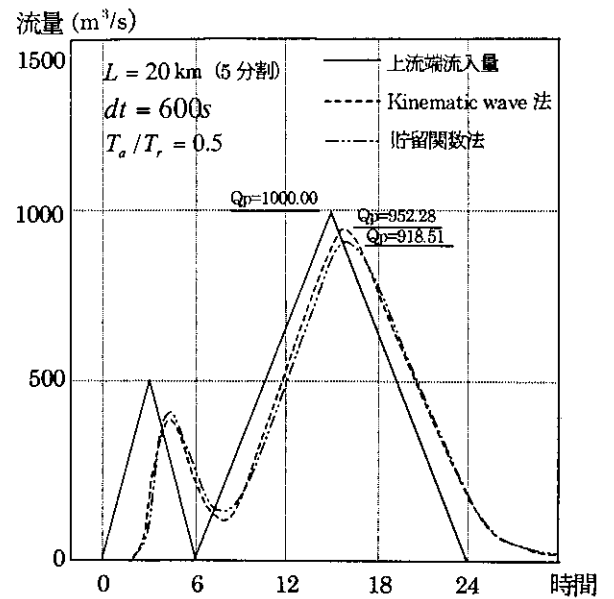


図-7 モデル河道における比較検証

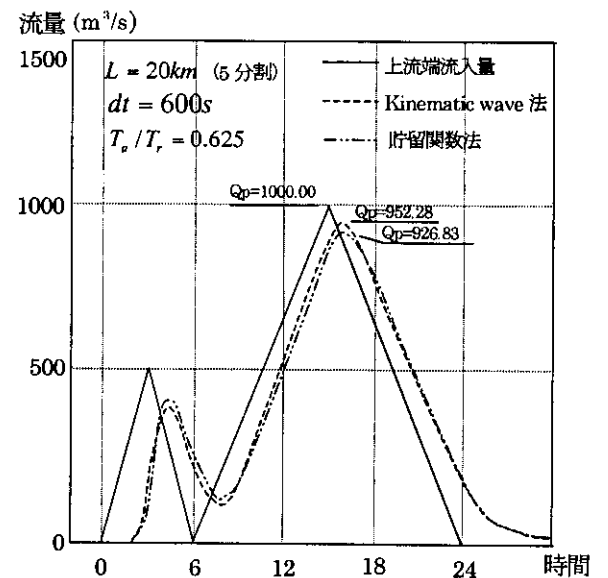


図-8 モデル河道における比較検証

図-7の例では継続時間を $t_r = 24$ 、ピーク生起時刻を $t_a = 12$ と仮定して、 $T_a/T_r = 12/24 = 0.5$ の条件のもとに貯留関数法モデル定数を(63)式～(65)式で算定したものである。

図-8の例では $t_r = 24$ 、 $t_a = 15$ と仮定して、 $T_a/T_r = 15/24 = 0.625$ を用いて、モデル定数を算定したものである。

なお、単峰ハイドログラフにおいて、ピーク生起時刻が遅れば遅い程(T_a が大きければ大きい程)、下流ハイドログラフのピーク流量が大きくなることはよく知られている。したがって、 T_a/T_r の値を大きく設定すれば、安全側の計画値となる。

図-7と図-8には(16)式と(17)式の Kinematic wave 法による解と(41)式と(42)式による貯留関数法の解を比較して示した。このとき、(61)式と(62)式の数値は $n = 0.035$, $i = 1/200$, $b = 100\text{m}$, $m = 3/5$ とした。なお、対象河道長は $L = 20\text{km}$ である。また、貯留関数法では、 $t_a/t_r = T_a/T_r = 0.5$ (図-7を参照), $m = 3/5$ として、(63)式の p_1 と p_2 の値及び(64)式と(65)式の k_1 と k_2 の値を用いた。

図-8に示す $t_a/t_r = T_a/T_r = 0.625$ の場合も、表-1あるいは表-2の結果を利用すれば、4個の貯留関数モデル定数は容易に求められる。この2例における Kinematic wave 法と貯留関数法による解にはほとんど差がみられないことがわかる。すなわち、2山ハイドログラフを単峰ハイドログラフと仮定して、貯留関数モデル定数を推定しても、計算結果は実用上十分な精度を有していると考えられる。

10. 実流域への適用

(Kinematic wave モデルと貯留関数モデルの比較)

前節までに、Kinematic wave モデルを貯留関数モデルに集中化する手法を述べた。ここでは、両河道追跡モデルのパラメータ間の関係式を利用して、実河道における河道追跡計算による結果を比較検討する。

対象流域は、石狩川水系雨竜川流域(流域面積 1713km^2)であり、多度志及び雨竜橋地点における昭和63年8月洪水を選定した。表-4に両地点における計算緒元を示す。また、図-9に流域分割図、表-5に流域定数、表-6に河道定数を示す。

計算手順を以下に示す。

(1) 表-5に示される14個の分割流域の流出計算には(5)式～(6)式の貯留関数法を用いた。この時、モデル定数は(12)式～(15)式より算定した。また、唯一の未知定数 $f_c = (n_s/\sqrt{i_s})^{0.6}$ の値は、石狩川流域全体の平均値である $f_c = 1.353$ の値を用いた。また、有効雨量の算定には、保水能曲線を利用した。

(2) 表-6に示される7個の分割河道での洪水追跡には、第4節で述べた Kinematic wave 法の数値解と本報告で提案した(41)式と(42)式の貯留関数法による解を比較した。このとき、表-6に示す河道定数 α と m の値を(59)式と(60)式に使用した。

表-4 雨竜川流域における計算緒元

地点	流域面積 (km^2)	河道長 (km)	分割 流域数	分割 河道数
多度志	996.0	95.2	7	4
雨竜橋	1661.0	120.8	14	7

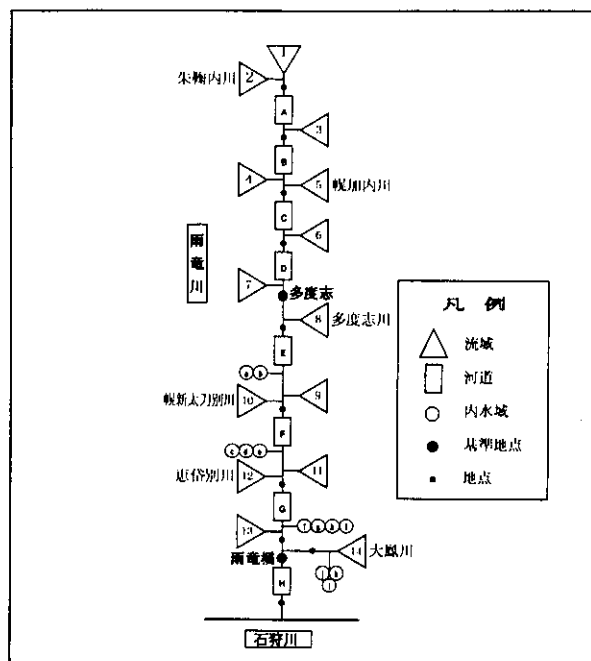


図-9 雨竜川流域分割図

表-5 流域定数一覧表

流域	流域面積 A (km^2)
1	208.9
2	169.6
3	249.6
4	62.1
5	69.9
6	92.0
7	146.7
8	71.4
9	97.3
10	167.1
11	92.1
12	162.8
13	28.6
14	101.7

表-6 河道定数一覧表

河道	河道長 L (km)	$a = \alpha q^m$	
		α	m
A	49.3	2.6122	0.7450
B	9.7	2.6122	0.7450
C	12.0	2.4368	0.7856
D	24.2	3.5158	0.6809
E	11.8	3.9837	0.6286
F	8.4	3.1131	0.7713
G	5.4	2.9585	0.7803

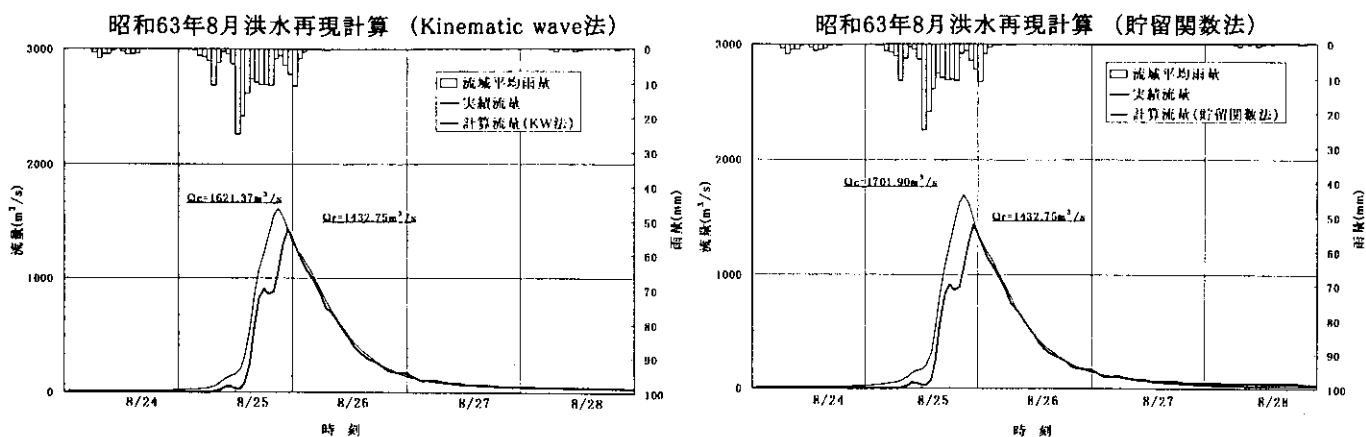


図-10 多度志地点におけるハイドログラフ

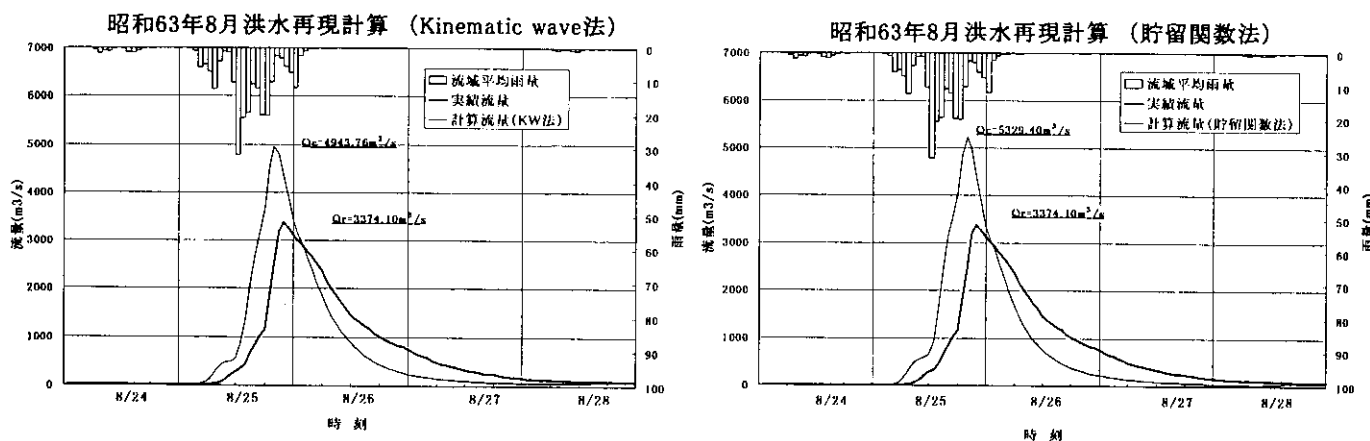


図-11 雨竜橋地点におけるハイドログラフ

図-10と図-11には、それぞれ、多度志と雨竜橋地点における両モデルによる計算結果の比較を示した。これらの図に示した結果から、計算が容易な貯留関数法は、複雑な Kinematic wave 法の計算結果を十分な精度で再現していると言える。

多度志においては再現性が良いが、雨竜橋では良くないのは、石狩川単流域での平均値 f_c (1.353) を使っているためである。多度志から雨竜橋までの流域における分割流域での流出計算で、 f_c の値を大きく設定すると、再現性は改良されると考えられる。

11. まとめ

本研究で得られた結論を以下に示す。

(1) Kinematic wave 法では、単位流域数が多くなると計算が煩雑となり計算量が増大する。

(2) 本報告で提案した貯留関数法は、Kinematic wave 法と当価なモデルに集中化されているので、単位流域が多く、河道が長くても流出計算を迅速に行うことができる。

(3) 洪水河道追跡における Kinematic wave 法と貯留

関数法のパラメータの相互の関係式を提案した。

(4) 貯留関数法のパラメータの実用推定式を提案し、その有効性を実績洪水資料を用いて検証した。

12. 謝辞

第二著者(星 清)がアジア工科大学に日本人教官として派遣された折、1983年に大学院生 Mr. Devarajan の修士論文を指導した。その研究成果の一部を本報告に引用した。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 星 清・山岡 勲: 雨水流出法と貯留関数法との相互関係, 第26回水理講演会論文集, pp. 273-278, 土木学会水理委員会, 1982.
- 2) Li, R.M., Simons, D.B. and Stevens, M.A.: Nonlinear Kinematic Wave Approximation for Water Routing, Water Resources Research, Vol.11, No. 2, pp. 245-252, 1975.
- 3) Devarajan, S. T.: Storage Function Model for Kinematic Channel Routing without Lateral Inflow, Master Thesis. 49p., Asian Institute of Technology, Bangkok, Thailand, 1983.



宮原 雅幸*

開発土木研究所
環境水工部
環境研究室
研究員



星 清**

(財)北海道河川防災研究センター
(前開発土木研究所長)
常務理事
工学博士