

ダムの最適利水運用

許士 達広*

ダムの利水運用の最適化については実用的な手法が無く、ダム管理の現場では経験的な運用がされているにすぎない。しかしながら利水運用の最適化には以下に示すような実用的な理論解が存在する。それは多くのダムが造られてきた近代水資源開発の歴史の中で、現在まで発見されなかったことである。なお、この利水運用は都市用水や農業用水に対するものであり、発電は別の理論による。

1. マスカーブ理論

利水運用の基本はマスカーブであり、それは単に流量を時間的に累加したものである。図-1において横軸が時間（通常は日単位）、縦軸が容量（通常は日平均流量*日数*86,400）である。流量が勾配となり流量が大きいほど勾配は大となる。マスカーブから下向きの距離が貯留量であり、利水満水容量を下側並行にとると、マスカーブ上がL.W.L、並行線上が利水満水位で、利水満水位から上の距離が空き容量となる。（しばしばマスカーブの上側に貯留量を取る例を見かけるが、それでは期別に利水容量が異なるときに誤った表現となる。）2つの線の間が利水運用可能な空間であり、そこに描かれる線が放流量を表す。放流量

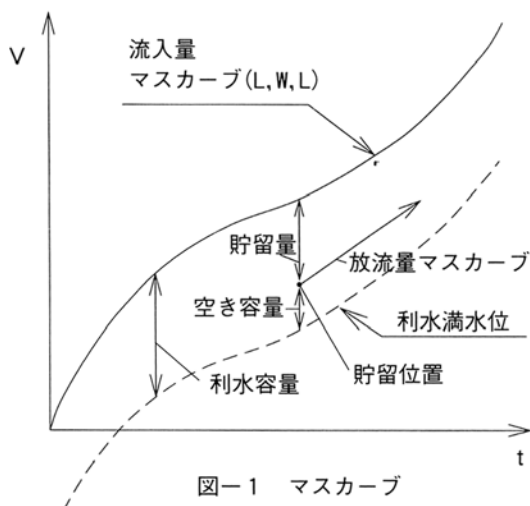


図-1 マスカーブ

が一定であれば直線、節水率一定で必要放流量が変化する時は折れ線となる。

一般的にマスカーブは、図-2のように流入量の平均値を差し引いて累加することが多い。これは流入量の平均値方向が水平軸になるように、回転させて用いていることになり、同じ図の面積でも広く使え、見やすいことによる。

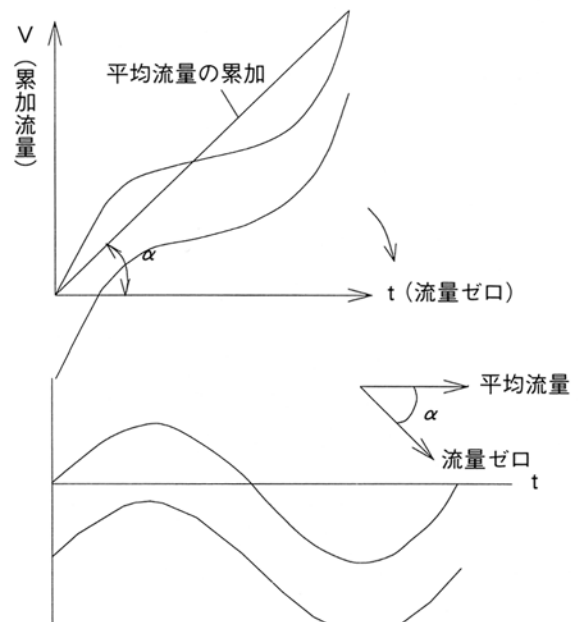


図-2 マスカーブの回転

2. 節水率一定の理論

1) 単位取水量当たりの渇水被害は以下のように表される。

$$f\left(\frac{Q_i - O_i}{Q_i}\right) = f(\text{節水}\%) \cdots 1)$$

O_i ; 時点 i の取水量
 Q_i ; 時点 i の必要取水量

渇水被害関数は渇水時の調査等で定めることができるが、現状で明確なものはない。家庭用水や工業用水、農業用水等利水目的毎に関数が異なる。渇水被害関数

f (節水率%) は節水率が増加すると大きくなり、またその増加率も増大する。すなわち微分係数 $f'(\) > 0$ 、2次微分 $f''(\) > 0$ が成り立つ。

最適放流量時系列 $O_1 \cdots O_i \cdots O_n$ は以下のように求まる。残流域が無く取水量 = 放流量の場合を考え $O_1 + \cdots + O_i + \cdots + O_n = O_w$ (放流量の合計) とすると

$$P = \sum_{i=1}^n Q_i * f\left(\frac{Q_i - O_i}{Q_i}\right) \cdots 1) \quad \sum O_i - O_w = 0 \cdots 2)$$

P の最小化はラグランジェの未定乗数 λ を用いて

$$U = \sum_{i=1}^n Q_i * f\left(\frac{Q_i - O_i}{Q_i}\right) + \lambda \left(\sum_{i=1}^n O_i - O_w \right) \cdots 3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial O_i} = -f'\left(\frac{Q_i - O_i}{Q_i}\right) + \lambda = 0 \quad \cdots 4)$$

$$f'\left(\frac{Q_i - O_i}{Q_i}\right) = \lambda \text{ (一定)} \quad \cdots 5)$$

$f'(\)$ が一定であるのは、 $f(\)$ が直線であるか()の中が一定な時である。 $f(\)$ は下に凸の曲線であり、したがって $\frac{Q_i - O_i}{Q_i}$ (節水率) 自体が i にか

かわらず一定であることが最適運用の条件となる。

3. 等節水率確保容量法則

1) マスカーブによる節水時の運用法則の証明

必要放流量が維持できないときに、節水率一定で貯留を最も効率的に使い切るのは図 - 3ではマスカーブへの接線 AB である。もしも A 点で AB より勾配の大きい必要放流量 Q_0 に近い流量を流そうとすると C 点で涸渇し、 ACB の運用となって節水率一定の法則に反する。また AE の運用では容量を余して大きな節水をしたことになる。

つまりマスカーブへの等節水率の接線上が最適節水運用を与え、もしも将来の流量が分かるのであれば、求める時点の貯留量を与えるだけで最適放流が得られる。なお節水時以外の運用については、単独ダムの場合は、節水の必要のない時は必要放流量を流し、利水満水位に達したときに流入量 = 放流量としても、渇水被害に対して差が生じない。(ダム群は別条件が付く。)

2) 等節水率確保容量曲線群による運用

マスカーブの接線上の貯留量は、マスカーブの接点から時間をさかのぼって、必要放流量の累加値と流入量の累加値の差をとったものである。この値は不足の生ずる時点から流入量と放流量の差の累加を行ったも

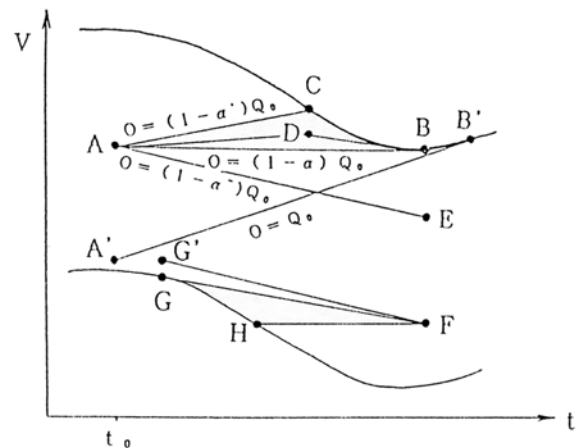


図-3 マスカーブ上の定率放流
(必要放流量 Q_0 が一定の場合)

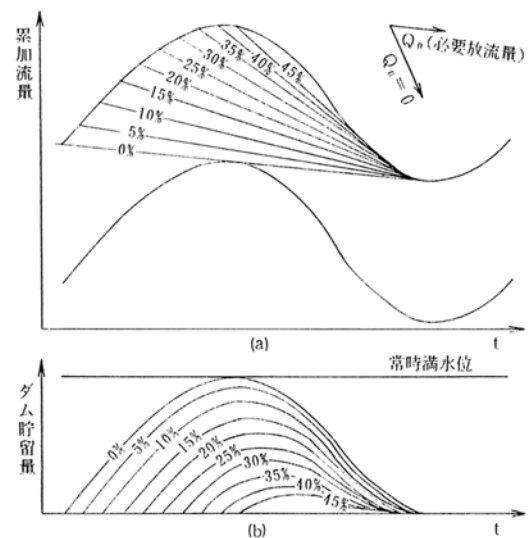


図-4 マスカーブ接線と最適運用の節水曲線群

の、すなわち確保容量と等しい。したがって確保容量の線上は、マスカーブへの接線と同様に最適の節水運用を示す。

図 - 4 a) のマスカーブ図上で節水率を変化させて描いたマスカーブへの接線群は、各貯留量における最適節水率を示す。それは図 - 4 b) の取水量を節水分減した確保容量曲線群と本質的に同じであり、そうして描いた確保容量による節水曲線群は、各時点で最適節水率を与える。曲線上が最適節水率を示すが、涸渇を減らす意味から実用では例えば5~10%の線の間は10%といったように、節水率を強めにとる。これで最適利水運用が、各時点に対し自動的に誘導される。

4. 確率確保容量

実際には将来流入量が不明なので、確率論を導入する。確保容量自体は過去に最適運用として考えられたことはないが、従来からダム規模決定には確率を考えて使われており、図-5の太実線のように、通常確率規模(1/10)に相当する各年の確保容量の包絡である。ただしこれは破線で示す計画規模以上となる年のデータ全体を異常年として除き、残る各年の曲線の第1位を包絡する。これに対し、ここで導入する確率は各時点の順序確率値、例えば20年間の確保容量の上から第2位を各時点でとったものを2/20(1/10相当)の確率とするものであり、部分的に太一点鎖線のようになり従来とは差が生ずる。これは以下の式で表される。

$$V_t^j = V_{t+1}^j + (1 - \alpha) O_t^j - I_t^j \quad \dots 6)$$

$$V_t^k = k\text{-th largest } V_t^j \quad \dots 7)$$

$$j = 1, 2 \dots N$$

ただし(6)式の計算は各時点において

$$V_t < 0 \text{ のとき } V_t = 0 \quad \dots 8)$$

とおきかえて、未来から現在の方へ時点を逆のぼって累加するものであり、 $V_t > 0$ となる時点が確保容量の立ち上がりとなる。

V_t^j ; j 年目の流況に対する時点 t における確保容量

(流量単位で表示したもの)

V_{t+1}^j ; j 年目の流況に対する時点 $t+1$ における確保容量

I_t ; 時点 $t \sim t+1$ における流入量

O_t ; 時点 $t \sim t+1$ における放流量

j ; 既往流況 j 年目

N ; 既往資料年数

k ; 確率順位

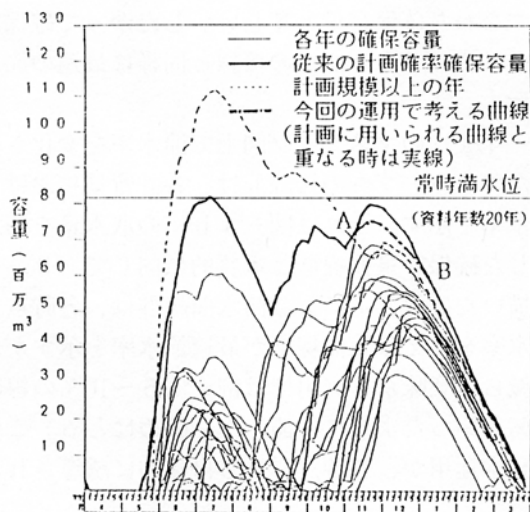


図-5 確保容量曲線の例(節水率=0)

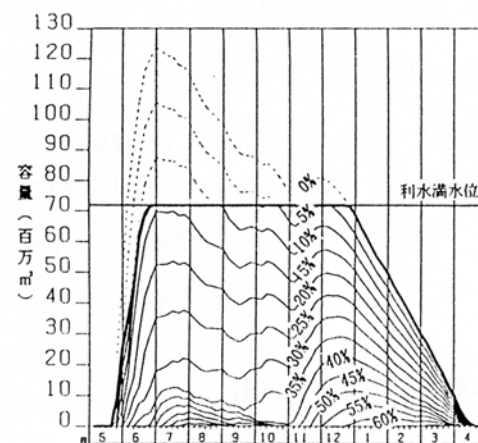
α ; 節水率(一定)

V_t^k ; N 年中 k 位の渇水確率に対する時点 t における確保容量

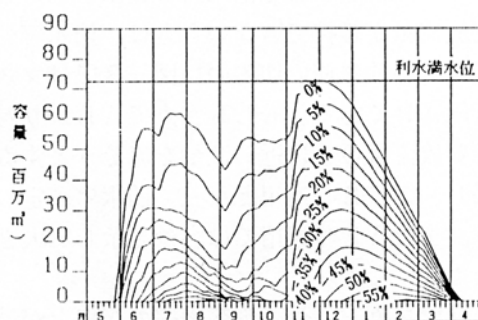
5. 最適節水曲線の選定

最適利水運用のためには確率をパラメーターとして最適節水曲線群を選定する必要がある。節水率 α を5%毎に変化させた曲線を描くと、例えば42年間のデータの1/42, 5/42, 20/42は図-6のようにそれぞれの確率流況に対応した最適節水運用を表す曲線群となる。

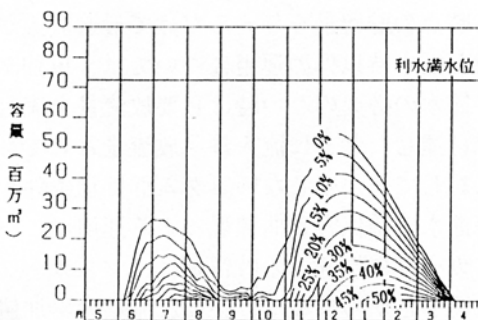
もし評価関数が与えられるのであれば、既往流況(この場合は42力年)に対して、確実な水位(例えば融雪期の終わりに毎年満水するダムは1年目の4月末に満



a) 1/42の確率曲線



b) 5/42の確率曲線



c) 20/42の確率曲線

図-6 1/42、5/42、20/42確率節水曲線

水とする。) からスタートして節水曲線の示す節水率に従って放流し、節水率に対応した被害を算出しながら42ヵ年運用して被害合計を出す。これを各確率の節水曲線群に対して行い、被害の最小なものが最適の節水率の節水曲線群となる。

現在被害関数には明確なものがない。しかし想定される範囲で誤差を最小化するように、節水曲線を決定することは可能である。被害関数は一般に $\beta \cdot (\%)^m$ dayの形が多く取られている。mは常識的に $1 < m < 3$ 程度の範囲をとる。βはすべてにかかるので、単目的のダムでは最適節水曲線の選定には関係しない。m = 1.2 ~ 3の範囲をとりうるとして、その範囲でmによる被害の違いが最小になるように節水曲線の確率を選択する。例えば図 - 7では被害関数がよく分からなくとも7/42の確率の節水曲線を用いれば、m = 3における最適確率4/42の時の被害に対し16%, m = 1.2の時の最適確率20/42に対し9%で最大16%の誤差の範囲で運用される。

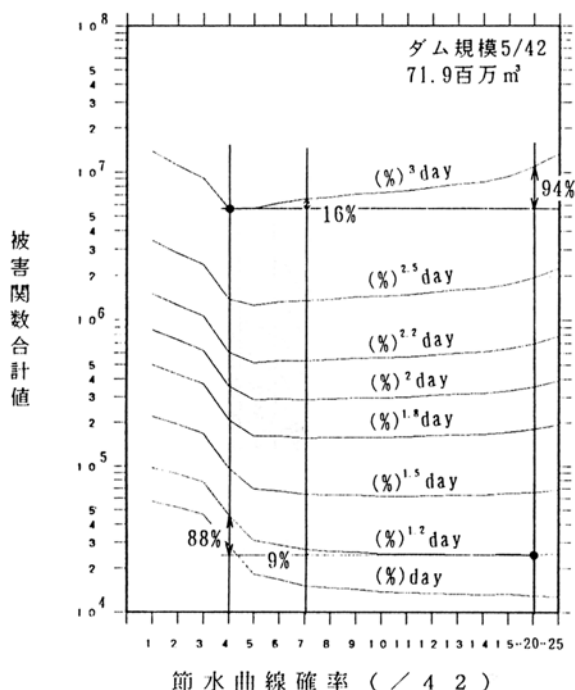


図-7 評価関数による誤差

このようにして5つの流域の異なるダムで検討した結果、表 - 1に示すようにダム規模が1/10程度のダムでは1.2 m 3の範囲で最大誤差40%、1.8 m 2.5では最大誤差7%となり、関数の範囲の絞り込みができれば相当の精度で最適運用が可能となる。

表-1 中間的な節水確率を用いて運用した場合の最大誤差

指数 m	ダム規模	項目	Aダム	Bダム	Cダム	Dダム	Eダム
1.2	1/20	ダム規模	2/42	3/47	2/40	2/36	2/43
		節水確率年	10/42	4/47	6/40	17/36	5/43
		m=3.0 誤差(%)	0	18	※ 68	0	39
		m=1.2 誤差(%)	20	12	※ 114	0	98
		ダム規模	5/42	5/47	4/40	4/36	4/43
1.8	1/10	節水確率年	7/42	4.4/47	7/40	8/36	6/43
		m=3.0 誤差(%)	16	24	28	28	※ 37
		m=1.2 誤差(%)	8	17	39	27	※ 40
		ダム規模	8/42	9/47	8/40	7/36	9/43
		節水確率年	7/42	7/47	11/40	8/36	6/43
3.0	1/5	m=3.0 誤差(%)	15	28	29	※ 41	19
		m=1.2 誤差(%)	13	14	26	※ 43	17
		ダム規模	21/42	24/47	20/40	18/36	22/43
		節水確率年	9/42	16/47	14/40	13/36	11/43
		m=3.0 誤差(%)	※ 22	8	18	15	10
5	1/2	m=1.2 誤差(%)	※ 22	10	16	15	11
		ダム規模	2/42	3/47	2/40	2/36	2/43
		節水確率年	10/42	4/47	4/40	17/36	4/43
		m=2.5 誤差(%)	0	※ 4	0	0	0
		m=1.8 誤差(%)	0	0	0	0	※ 4
1.8	1/10	ダム規模	5/42	5/47	4/40	4/36	4/43
		節水確率年	5/42	4.4/47	6/40	6/36	6/43
		m=2.5 誤差(%)	0	0	3	※ 5	7
		m=1.8 誤差(%)	3	2	2	※ 4	0
		ダム規模	8/42	9/47	8/40	7/36	9/43
2.5	1/5	節水確率年	6/42	7/47	8/40	6/36	6/43
		m=2.5 誤差(%)	5	※ 10	1	6	3
		m=1.8 誤差(%)	※ 5	0	※ 5	4	1
		ダム規模	21/42	24/47	20/40	18/36	22/43
		節水確率年	8/42	15/47	13/40	10/36	11/43
1/2	1/2	m=2.5 誤差(%)	※ 6	1	2	0	2
		m=1.8 誤差(%)	※ 6	0	1	1	1

※印：最大値

6. 確率確保容量の応用

1) 流入予測の適用

流入予測を考慮した場合の運用は、最適確率の確率確保容量の曲線に対し予測可能期間を、予測した流入量から必要放流量を引いて累加した曲線に置き換えることにより実施できる。予測不可能な期間は確率値の

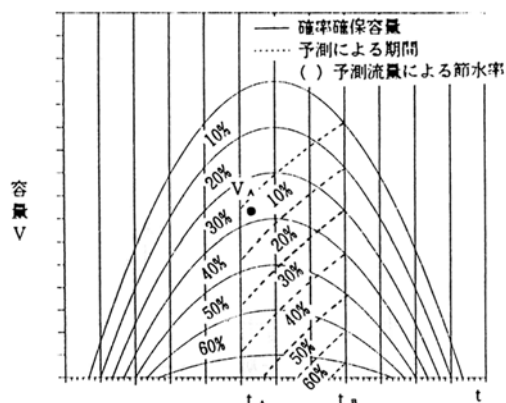


図-8 流入予測による節水曲線の変更

ままで使用する。実際には予測に一定の精度が期待できるのは5日間かせいぜい10日間先までである。

各時点での予測値が完全であるとして、予測期間を実際の流入量に毎時点で置き換えて運用し、被害を比較してみると、図 - 9に示す例の利水容量9000万 m³

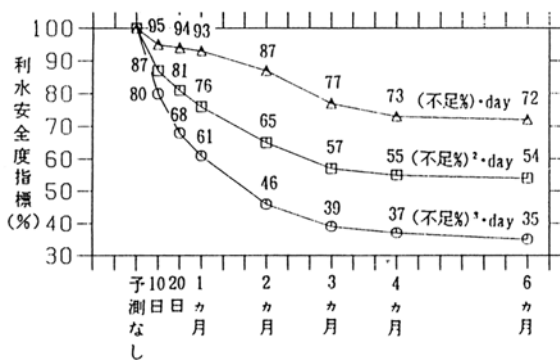


図-9 予測期間と被害の関係

のダムで10日程度の予測では被害関数が(不足%)² dayの時で13%の被害の減少にとどまる。つまり流入予測の効果は一定規模以上のダムにあっては相対的に小さい。

2) 取水段階による節水曲線の違い

ダム運用における必要放流量は、ダムの基本計画の取水量、現在の水利権、そして実際に取水される量の3段階があり、節水曲線は無効節水を防ぐ意味で実際の取水(予測)量にするべきである。上水道などで将来計画と現状の取水量に大きな差のある場合は、図-10のように現状の取水量に対し、節水曲線が発生せず節水を全くしない方がよい場合も生ずる。

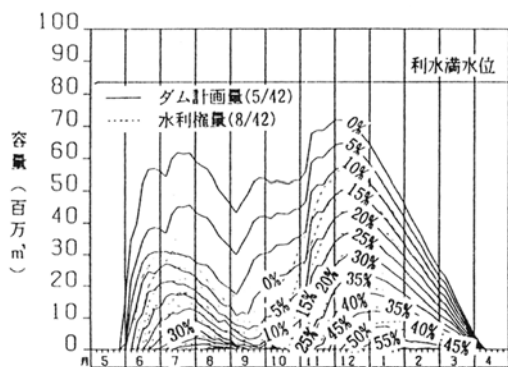


図-10 取水段階と最適節水曲線
(被害関数(%)²day)

3) 被害関数が期別に变化する場合

農業用水等においては、期別に湯水の作物に対する影響が異なる。この場合は期別に評価関数を与え、その時の節水曲線の理論解を求めることができる。図-11における実線は、全期間の被害関数が等しく

$$f(x) = 200 \left(\frac{Q_i - O_i}{Q_i} \right)^{2.0} = 200 x^{2.0}$$

の場合の節水曲線で、同じく破線は期間を3つに分け、

$$\text{期間A (5~8月)} \quad f_a(x) = 100 x^{1.8}$$

$$\text{期間B (9~11月)} \quad f_b(x) = 200 x^{2.0}$$

$$\text{期間C (12~4月)} \quad f_c(x) = 200 x^{2.5}$$

となる場合の曲線である。期間毎に評価関数が違う時5)式同様に

$$f_a' = f_b' = f_c' = \text{一定} \quad \dots 9)$$

$$O_a \cdot T_a + O_b \cdot T_b + O_c \cdot T_c = (1 - \alpha) (Q_a \cdot T_a + Q_b \cdot T_b + Q_c \cdot T_c) \quad \dots 10)$$

$O_a, O_b, O_c, Q_a, Q_b, Q_c, T_a, T_b, T_c$ は期間A, B, Cの放流量、必要放流量、期間。年間全体の節水率 α を0.05, 0.10, 0.15----1.0と仮定して、それぞれの α について O_a, O_b, O_c を解いて確保容量を描き、運用計算を行うことにより、最適放流が求められる。なお図の破線の節水率は年間全体のものであり、実際は期間毎に別な値をとる。

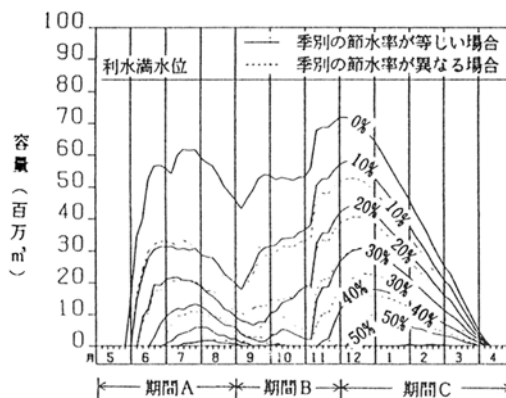


図-11 被害関数が期別に異なる場合の節水曲線

4) 複数利水目的が参加する場合

複数利水目的のダムの場合は、各目的の評価関数を与えれば、各評価関数の合計の被害が最小となるように、最適運用を定めることができる。

各目的の合計の取水量に対する節水率が与えられれば、それに対し被害を最小とする各利水目的の節水率の組み合わせ、及びそのときの被害がトライアル等により容易に求まる。このように、各目的による最適節水率の組み合わせを前提とした合計取水量の被害関数に対し、確率確保容量理論を適用すれば、最適節水曲線が求まり、各目的の最適節水運用が決定される。

7. ダムの利水経済効果

1) ダムの最適規模の決定

ダムの利水経済効果は、同じ利水容量であっても運用方法により異なるため、従前は施設規模による効果の比較が困難であった。今回示したように確率確保容量を用いれば最適利水運用法が簡単に求まるため、被害関数を与えれば、最適運用を前提として施設規模による経済効果の比較が可能となる。ダムのある時と無いときの渇水被害の差から、年平均の被害軽減額を出して妥当投資、 B/C を算出することができ、これによりダムの最適規模の決定が可能となる。

利水の経済効果はダムと専用施設及び浄水費等のランニングコストを合わせた効果である。ダムと専用施設の効果の分配は、それぞれが無かった場合の効果の減、すなわち分離効果を図 - 12に概念を示す補給水量の差から求めて、その比で分配する。妥当投資はそれぞれ効果からランニングコストを差し引いて資本還元する。

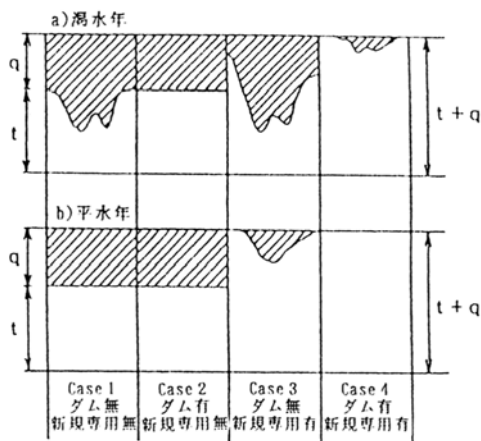


図-12 ダム及び新規専用施設による流況変化

2) 渇水対策ダムの運用

渇水対策ダムは計画規模以上の異常渇水に用水を補給するための容量を持つもので、ダムの最適規模が定まれば従来の計画容量との差を渇水対策容量として設定できる。この渇水対策ダムの最適運用は、渇水対策容量を含む利水容量全体に対する確率確保容量で実現される。図 - 13, 14は渇水対策容量のある場合と無い場合の節水曲線の比較であり、渇水対策ダムでは従来の計画容量内での節水が大幅に減少する。なお、図 - 13, 14は並列する2ダムを1つのダムと見なして節水曲線を描いたものである。

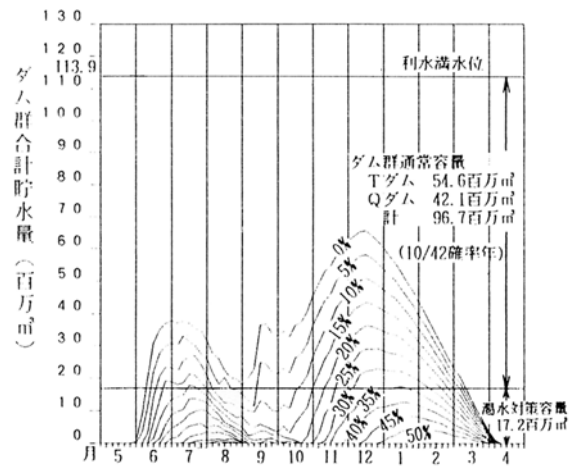


図-13 渇水対策容量を含むダム群の最適節水曲線
(Tダム、Qダムを合わせた容量に対する運用)

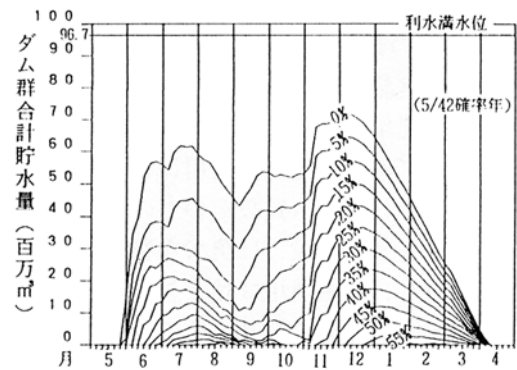


図-14 渇水対策容量を含まない場合のダム群の節水曲線
(96.7百万 m^3 に対する最適節水5/42確率曲線)

8. 実用に向けての課題

被害関数が分からなくとも、5節に示すとおり確率確保容量を用いて一定の精度を高めた運用は可能である。しかし被害関数は直接精度に影響する要素であるから、実際に近い被害関数を推定できることが望まれ、渇水時の被害調査が重要である。渇水被害関数に関する既往の研究もあるが、渇水被害が余り常識をはずれた値に計算されるものは使えない。「渇水時に各節水率に対する水の不足量を補うために、いくら払っても良いか」といった質問のアンケートを利水者に対して行えば渇水被害関数と同様の形の関数を作ることができるが、この場合はアンケートの方法、信頼性が問題となる。

管理中の古いダムの多くは10年程度の流量資料による確保容量で計画されている。その後何十年かの流量資料の蓄積があるため、最適運用理論の適用と併せて

新しい資料を加え、実際の取水に対応した形での運用を図ることが望まれる。また堆砂の進行や昔の測量精度の問題もあり、貯水池容量曲線の見直しも水位低下時の空中写真等で行うことが有効である。

最適運用理論の実施にあたっては現在のダムの基本計画や操作規則との関係の整理が必要となる。特に多目的ダムでは、各目的が費用を分担しているため、全体の調整を行う必要があり、またそのときの維持流量の位置づけも明確にすることが求められる。

9. おわりに

一般のダム計画に使われている、単なるダム流入量と必要放流量との差の累加である確保容量が、実は最適利水運用を誘導する性質を持っている。これを利用して、従来困難であった単独単目的ダムや多目的ダム、渇水対策ダムの最適運用およびダム最適規模の決定を、理論的に実施できる。またここではふれなかったが、ダム群の運用や治水容量との最適配分等にも活用可能である。ダムの最適利水運用による効果は、一つのダムでみればダム建設そのものに比べて遙かに小さい。しかしダム建設には莫大な費用と長い年月を要するのに対し、最適運用は殆どコストと時間をかけずに世界中で適用可能であり、その全体の経済効果は

莫大なものとなる。

参考文献

- 1) Klemes. V (1979) ; Storage Mass-Curve Analysis in a Systems-Analytic Perspective, Water Resources Research, Vol. 15, No. 2, pp. 359-370
- 2) 許士達広、下田明；確率曲線を用いたダムの利水運用及び計画の最適化()、1995 水文水資源学会誌第8巻3号、pp. 285 ~ 296
- 3) 許士達広；同() 1996 同第9巻3号pp. 259 ~ 270
- 4) 許士達広、下田明；同() 1996同第9巻6号pp. 559-569
- 5) 同；同() 1998水文水資源学会誌第11巻3号pp. 229 ~ 239
- 6) 同；同() () 水文水資源学会誌投稿中
- 7) 同；確率確保容量によるダム利水運用の最適化、1997第5回水資源に関するシンポジウム論文集pp. 69-74
- 8) 同；利水ダムの効果及び規模最適化手法1998 水文水資源学会研究発表会要旨集pp. 246 ~ 247
- 9) 竹内邦良、吉川秀夫；1980渇水持続曲線とマスカーブ法土木学会論文報告集303 pp. 53 ~ 63
- 10) Verlet. M(1923) ; Etude graphique des conditions d'exploitation d'un reservoir de regularisation, PP. 61-79
- 11) 山内彪(1991) : 渇水対策に係わる施設の評価手法に関する研究, 東京大学学位論文, pp. 87-190.
- 12) 渡辺和好、星清; 1988 DDCルールカーブの実用化に向けての考察、土木学会第43回年次学術講演会概要集第2部、pp. 214 ~ 215



許士 達広*

開発土木研究所
環境水工部長