



## 非定常流における砂州形成の数値計算手法と課題

NUMELICAL SIMULATION METHOD AND ITS SUBJECT OF  
SANDBARS FORMATION PROCESS UNDER UNSTEADY FLOW

横山 洋\*・渡邊 康玄\*\*

Hiroshi YOKOYAMA, Yasuharu WATANABE

砂州は河川の蛇行を引き起こす重要な因子であり、流路の変遷や河道被災とも深く関連している。砂州の形状を把握することは、河道計画や管理上重要である。砂州の挙動に関する研究は従来から数多く行われているがその多くは定常流下のものである。非定常流下の砂州は定常流下と異なる特徴を示すが、非定常流下での砂州の研究例は少ない。非定常流下の河床と流れの時間変遷を追跡可能な数値計算モデルは、人工洪水をはじめとした河川の非定常現象を解析する上で有効なツールになることが期待できる。

本研究では河川の流れの解析に広く用いられている平面2次元浅水流モデルを用い、直線水路における砂州の形成・発達過程についてシミュレーションを行い、実験結果と比較検証した。砂州の発達は流砂量式に大きく影響を受けており、今回のケースでは Van Rijn の式は比較的よい再現性を得ることができた。波高・波長ともに変遷過程を十分な精度で再現できないなど、本計算モデルは今後に課題を残す部分も多いものの、非定常流下での計算モデル開発への道筋をつけることができた。

キーワード：砂州、非定常流、平面2次元浅水流モデル、流砂量式

Sand bars in rivers have important effects on river meandering, which cause change of flow and disasters in rivers. It is important to predict bed formation for river planning and management. Many studies on sand bars have been carried out, and most of them were under steady flow. But characteristics of bars are different between steady and unsteady flow. So it needs more research of sand bars under unsteady flow. Constructing simulation model that can estimate change of flow and bed form under hydrograph will contribute to analysis of unsteady flow in river, such as artificial flood.

We calculated riverbed change by using 2-D shallow water equation model and compared the results of simulation and experiment. Two conditions were investigated. One is boundary condition on upstream end and downstream end (periodic condition and free end condition) . The other is equation of sediment transportation. Change of sand bars was mainly influence by equation of sediment transportation. Equation of Van Rijn can be got fittest results in this study.

Key Words : numerical simulation, alternate bars, unsteady flow, 2-D shallow water equation model, Equation of sediment transportation

## 1. はじめに

実河川では水理条件、河道形状に応じて様々なスケール、形状を持つ河床が形成される。河床形状は流れに対する抵抗をはじめとして、河川の現象に大きな影響を及ぼしている。中でも砂州は河川の流れを蛇行させる大きな要因の1つであり、河道の変遷及び河岸の被災と深く関係している。また近年河道内の砂州の固定化ならびに樹木繁茂等が治水上の問題となっており、河道管理において砂州の挙動を把握することは今後の河道計画を行う上で重要な課題である。

交互砂州に関する研究は現地調査、水理実験、理論解析、数値計算ともに従来から数多くなされ、その特性もかなり明らかにされてきている。例えば黒木・岸<sup>1)</sup>は実験と理論解析をもとに中規模河床形態の領域区分を行っており、単列砂州、複列砂州の発生条件を述べている。また清水<sup>2)</sup>は実験及び実河川を対象として河床変動を数値解析により再現している。

ところで砂州に関するこれら既往の研究の多くは、流量を一定とした定常流下での挙動について検討したものである。定常流の砂州形状は、水理量及び河床材料の特性によって決定される。しかし流量が時間とともに変化する非定常流の場合、砂州形状は水理量に加え、河床の変遷履歴にも支配されており、定常流での河床形態区分とは異なる挙動を示すことが明らかにされている。

非定常流における砂州の研究例として、Tubinoら<sup>3)</sup>は交互砂州の形成について形成限界領域での非線形解析を行っている。また三輪ら<sup>4)</sup>は連続的な流量変化の場合は、一定流量の場合とは異なる挙動を示すことを実験により明らかにしている。ところで模型実験は様々な条件下で実施するのはコストや時間の面から困難であり、理論解析ではある程度単純化された限られた条件下での解しか得ることができない。そのため非定常流下での数値計算モデルの構築は、実河川など多様で複雑な条件下での流れや河床形状の効率的な再現を可能にし、砂州の研究を行う上で有用な検討手段となる。これは人工洪水をはじめとした河川の非定常流れの解析にも貢献することが期待できる。

定常流での河床変動計算モデルは、数多くの研究成果により、十分な精度が得られるようになっている一方で、流れの非定常性や砂州の時間変遷に着目した数値計算の研究事例はほとんど見られないのが現状である。

本研究は、渡邊らの非定常流での直線移動床水路実

験<sup>5)</sup>を対象に、非定常2次元浅水流モデルによる再現計算を行った。まず計算結果を実験結果と比較し、河床形状及び平面流況を検証することにより、計算モデルの妥当性を評価した。また計算結果より非定常流下での河床形状の変遷について考察を行った。

## 2. 基礎方程式

流れの基礎式は非定常項を含む2次元浅水流方程式である。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial H}{\partial x} - C_f \frac{u\sqrt{u^2+v^2}}{h} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial H}{\partial y} - C_f \frac{v\sqrt{u^2+v^2}}{h} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu_t \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu_t \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(vh)}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

ここで  $x, y$ : それぞれ水路の縦断方向、横断方向の座標軸、  $u, v$ :  $x, y$  方向の水深平均流速、  $h$ : 水深、  $H$ : 水位である。底面摩擦係数  $C_f$  は、渡邊らの実験結果から得られた次の式(1)で与えている<sup>5)</sup>。

$$C_f = 0.0076 \left( \frac{h}{d_m} \right)^{0.069} \quad (4)$$

但し  $d_m$ : 河床材料の平均粒径 ( $= 0.76\text{mm}$ )、  $h$ : 各時刻の代表水深であり、ここではハイドログラフで与えられる水深を用いている。

渦動粘性係数  $\nu_t$  は、以下の式(2)で表す。

$$\nu_t = \frac{\kappa}{6} U_* h \quad (5)$$

ここで  $\kappa$ : カルマン定数 ( $= 0.4$ )、  $U_*$ : 摩擦速度、  $h$ : 水深である。

運動方程式は移流項とそれ以外の項に分離して解いており、移流項には清水ら<sup>6)</sup>によるCIP法を用いた。

河床変動は以下の式で表される。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left( \frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{By}}{\partial y} \right) = 0 \quad (6)$$

ここで  $\eta$ : 河床高、  $\lambda$ : 空隙率 ( $= 0.4$ )、  $q_{Bx}, q_{By}$ :  $x, y$  方向の流砂量式である。

流砂量式は河床変動計算に大きな影響を与える因子の1つと考えられる。本研究では以下の2式を用いた

場合の計算結果を比較する。

①芦田・道上の式：

$$q_{Bx} = 17\tau_*^{1.5} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \left(1 - \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}}\right) \sqrt{sgd_m^3} \quad (7)$$

②Van Rijn の式

$$q_{Bx} = C \frac{T^{2.1}}{R^{0.3}} \sqrt{sgd_m^3} \quad (8)$$

ここで  $C=0.053$ ,

$$T = \frac{\tau_*' - \tau_{*c}}{\tau_{*c}} \quad (9)$$

$$R = d_m \left( \frac{sg}{V_t^2} \right)^{1/3} \quad (10)$$

$$\tau_*' = 2.27 \frac{\tau_*^{0.931}}{\left\{ \log_{10} \left( \frac{4h}{d_m} \right) \right\}^2} \quad (11)$$

$\tau_*$  : 無次元掃流力、 $\tau_*'$  : 式 (11) で表される有効無次元掃流力、 $\tau_{*c}$  : 限界無次元掃流力、 $s$  : 砂の水中比重 (= 1.65) である。

法線方向流砂量式は、横断方向の河床勾配を考慮した長谷川の式を用いる。

$$q_{By} = -q_{Bx} \left( \frac{h}{r_s} N_* + \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*}} \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \quad (12)$$

ここで、 $r_s$  : 流線の曲率半径、 $N_*$  : Engelundによる定数 (= 7.0)、 $\mu_s$ 、 $\mu_k$  : 砂の静止及び動摩擦係数 ( $\mu_s \mu_k = 0.5$ ) である。砂の粒径は実験の平均値 ( $d = 0.76\text{mm}$ ) を用いた。無次元掃流力は岩垣の式により算出した。また式 (12) の流線の曲率は Shimizu and Itakura<sup>7)</sup> による以下の式で与えている。

$$\frac{1}{r_s} = \frac{1}{(\sqrt{u^2 + v^2})^3} \left[ u \left( u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial x} \right) + v \left( u \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \quad (13)$$

式 (7) または (8)、及び式 (12) で表された流砂量はそれぞれ  $x$ 、 $y$  方向に分割される。

### 3. 計算条件

計算は渡邊らの実験条件に合わせ、水路幅30cm、勾配1/180の矩形水路に平均粒径0.76mmの均一な珪砂を平坦に敷き詰めた条件で行っている。

非定常流のハイドログラフは継続時間4時間及び8時間の2ケースである。本計算では、実験値を滑らかに結んだ式 (14) で表される無次元水深ハイドログラフを与えた<sup>5)</sup>。

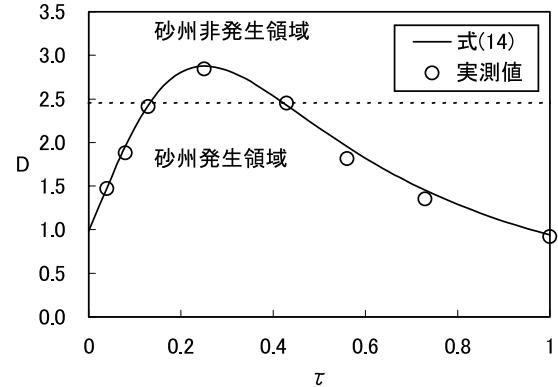


図-1 検討に用いるハイドログラフ

$$D_0 = \left\{ \frac{\delta(\tau + \alpha)^2}{\tau^2 + \beta} - \gamma \right\}^{\frac{3}{2}} \quad (14)$$

ここで  $D_0$  : 初期水深  $h_0$  で無次元化した水深 ( $D_0 = h/h_0$ )、 $\tau$  : ハイドログラフの継続時間  $t_0$  で無次元化した時間 ( $\tau = t/t_0$ )、 $\alpha = 0.522$ 、 $\beta = 0.131$ 、 $\gamma = 1.15$ 、 $\delta = 1.03$ 。

なお図-1で示される実線は式 (14) の値、白抜き点は実験における実測時間及び水深である。以下、継続時間8時間のケースを CaseU1、4時間のものを CaseU2と呼ぶこととする。

渡邊らの実験では、砂州の発生限界水深について定常流実験により検証している。その結果、砂州の発生限界水深は約2.5cm (無次元水深  $D_0=2.45$ ) と判断できる。砂州非発生領域に該当する時刻は、無次元時間で  $0.125 \leq \tau \leq 0.4$  となり、実時間に換算すると、ハイドログラフ継続8時間であるCaseU1では  $1\text{hr} \leq t \leq 3.2\text{hr}$ 、4時間である CaseU2では  $0.5\text{hr} \leq t \leq 1.6\text{hr}$  である。

また計算は上下流端での境界条件にも大きく影響を受けると考えられる。そこで本論では CaseU1, U2とともに2種類の条件を設定し、計算結果を比較した。

#### (1) 周期境界条件を設定したケース

計算領域は、縦断方向10mとし、メッシュ分割は流下方向100分割×横断方向10分割である。

#### (2) 上流端で流量、下流端で水位を設定したケース

計算領域は、縦断方向20mとし、メッシュ分割は流下方向200分割×横断方向10分割である。

本計算では式 (14) のハイドログラフに従い、各時間の断面平均水深  $h_m$  を次のように定める。

表-1 計算条件

	上下流端境界条件	ハイドロ継続時間 $t_0$	計算時間刻み $\Delta t(s)$
CaseU1	周期境界条件	8時間	0.01
	上流：流量 下流：等流水深	8時間	0.01
CaseU2	周期境界条件	4時間	0.01
	上流：流量 下流：等流水深	4時間	0.01

$$h_m = h_0 \times D_0 \quad (15)$$

ここで  $h_0$ ：初期水深、  $D_0$ ：(14)で与えられる無次元水深である。底面摩擦係数  $C_f$  は式 (4) に式 (15) で得られた  $h_m$  を代入することで得られる。

断面平均流速  $u_m$  は水路縦断勾配  $i$  とマニングの粗度係数  $n_m$  を用い、式 (16) で表される。  $n_m$  の算出には式 (17) に示される  $C_f$  との換算式を用いた。

$$u_m = \frac{I}{n_m} h_m^{2/3} i^{1/2} \quad (16)$$

$$C_f = \frac{g n_m^2}{h_m^{1/3}} \quad (17)$$

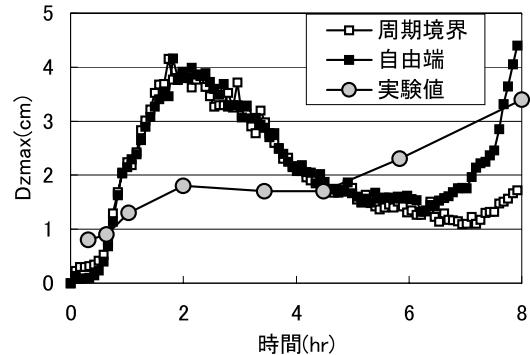
平均流量  $Q_m$  は水路幅  $B$  として以下の式で表される。

$$Q_m = u_m h_m B \quad (18)$$

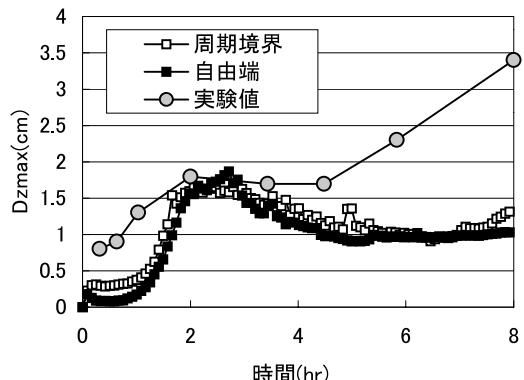
周期境界条件は定常流の収束計算に用いられる手法の1つであり、上流端の水位・流速・河床高を下流端と同一にして計算を行うため、そのままでは流量は時間的に一定である。本計算では各時刻で上流端の流量を式 (18) で算出した値に補正することで流量の時間的増減を確保している。

自由端条件では上流端に式 (18) で与えられた平均流量、下流端は等流条件 ( $\partial h / \partial x = 0$ ) を与えている。以上、表-1に計算条件をまとめた。

初期河床形状は、実験では全ケースで縦断方向に一様な勾配の平坦床が設定されているが、数値計算では適切な河床変化を促すことを目的に微小擾乱として、乱数を用いて計算領域全体に砂の粒径の1/10の凹凸を与えている。なお自由端の場合の流砂量境界条件は上下流端で動的平衡条件を満たすようにしている。自由端条件の場合、河床波を継続して発生させるには上流からの流れの擾乱が必要になる。本研究では、上流端での流速の  $x$  方向成分  $u$  と  $y$  方向成分  $v$  のなす角  $\theta$  ( $= \tan^{-1} v/u$ ) が下流端と同じになるよう境界条件を設定した。



(a) 芸田・道上式



(b) Van Rijn式

図-2 caseU1 の波高比較

#### 4. 計算結果の検証と考察

次いで計算結果を実験結果と比較しながら、本計算手法の適用性について検証する。

##### (1) 波高

波高の計算値は、計算領域内における初期河床高からの変動の最大値と最小値の差  $\Delta z_{max}$  を用いる。実験の砂州波高について比較・考察を行った。

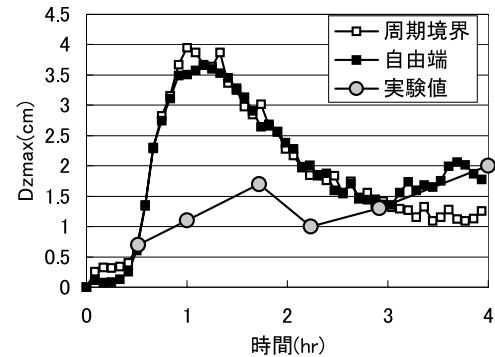
最初にハイドロ継続時間8時間であるCaseU1について検証する。図-2はCaseU1について流砂量式ごとに分けて  $\Delta z_{max}$  の時間変化を示したものである。実験では通水後2時間まで波高は徐々に増加している。水位が上昇し、砂州非発生条件になると、波高は一時横ばいとなるが、水位が低下し再度砂州発生条件となるとともに再び増加に転じている。計算結果を流砂量式ごとに考察する。流砂量式に芸田・道上式を用いた場合(図-2(a))、周期境界条件・自由端条件いずれも通水開始後30分を過ぎたあたりから  $\Delta z_{max}$  が急増し、ハイドログラフのピークである  $t=2\text{hr}$  で  $\Delta z_{max}$  が最大となっており、ピーク時の値は実験結果を大幅に上回っている。ハイドログラフのピーク到達後、 $\Delta z_{max}$  は急激に減少している。なお自由端条件では7時間

を過ぎたあたりで $\Delta z_{max}$ は再度急増している。図-1のハイドログラフ形状と計算結果を比較すると、 $\Delta z_{max}$ の増減傾向は通水終了間近の7時間以後を除き、ハイドログラフとほぼ同じ増減傾向をとっている。一方Van Rijnの式を用いた場合(図-2(b))の計算結果は、 $\Delta z_{max}$ は通水開始後1時間経過まではあまり増加していない。その後 $\Delta z_{max}$ は増加を始めてt=2hr付近でピークに達しているが、芦田・道上式の時ほどその頂点は明瞭でない。 $\Delta z_{max}$ はその後は緩やかに減少しているが、t=6hr以後はほとんど変化は見られなくなる。

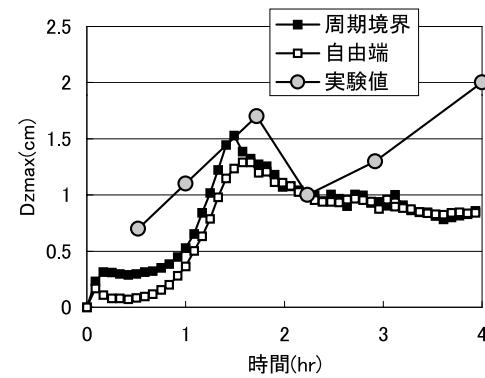
続いてハイドログラフ継続時間4時間であるCaseU2を検証する。図-3はCaseU2の実験値の波高と計算結果による $\Delta z_{max}$ を流砂量式ごとに比較したものである。実験結果の波高を見ると、ハイドログラフのピークであるt=1hr以後も波高は増加を続けるが、t=2hr付近で一度低減する。その後再度増加に転じ、通水終了時に波高は最大値をとっている。芦田・道上式を用いた場合の計算結果(図-3(a))はCaseU1の場合と同じく、 $\Delta z_{max}$ のピークは最大水位となる時刻t=1hrとほぼ一致しており、 $\Delta z_{max}$ のピーク値は実験結果を大幅に上回っている。またピークを過ぎた後、水位低下に従い波高も急減している。一方Van Rijn式の場合(図-3(b))、 $\Delta z_{max}$ のピークは最大水位となるt=1hrではなく、実験の波高ピークにより近いt=1.5hr前後である。実験結果では一度ピークに到達した波高は一時減少した後、再度増加に転じている。しかし計算結果では、 $\Delta z_{max}$ はピーク到達後緩やかに減少し続けている。

以上、波高について考察をまとめると、流砂量評価に芦田・道上式を用いた場合、計算結果は周期境界条件、自由端条件いずれの場合ともにハイドログラフとほぼ同様の増減傾向をとっている。 $\Delta z_{max}$ のピーク時には水位も最大となっており、かつ $\Delta z_{max}$ は実験の波高を大きく上回っている。このように芦田・道上式を用いた計算では、波高の増減傾向をほとんど再現していない。一方Van Rijn式を用いた場合、 $\Delta z_{max}$ がピークとなる時刻は、実験で波高がピークをとる時刻とほぼ一致している。しかし $\Delta z_{max}$ は通水時間全体を通して実験値より小さい。

2つの流砂量式を比較する限りでは、芦田・道上式に比べVan Rijn式が実験値の傾向を若干ではあるが再現できている。しかし実験結果を十分に再現しているとはいえない。



(a)芦田・道上式



(b)Van Rijn式

図-3 caseU2 の波高比較

## (2) 河床変動コンター及び波長

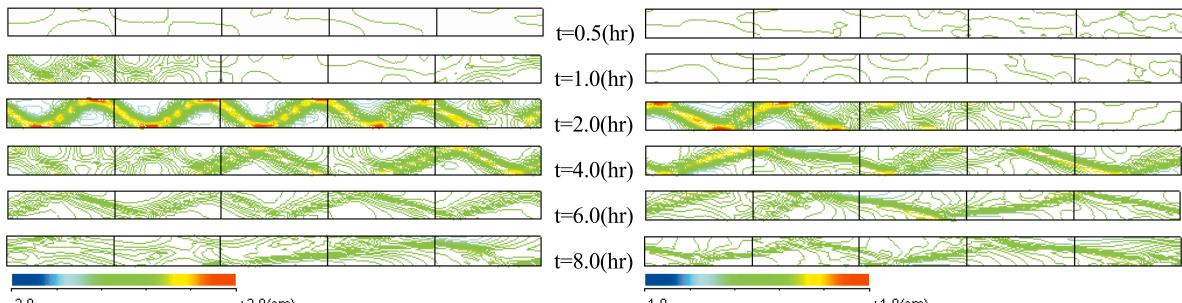
続いて河床の平面形状について検証する。

図-4はCaseU1の河床変動コンターである。計算結果が安定している区間を選定するため、周期境界条件の場合は、上流端から3m~8mまでの5m区間、自由端条件では上流端から5m~15mまでの10m区間を抽出している。図-5は卓越する河床形状の波長を比較している。ここでは以下の式(19)で与えられる無次元波数 $\lambda$ を用いた。

$$\lambda = \frac{2\pi B}{L} \quad (19)$$

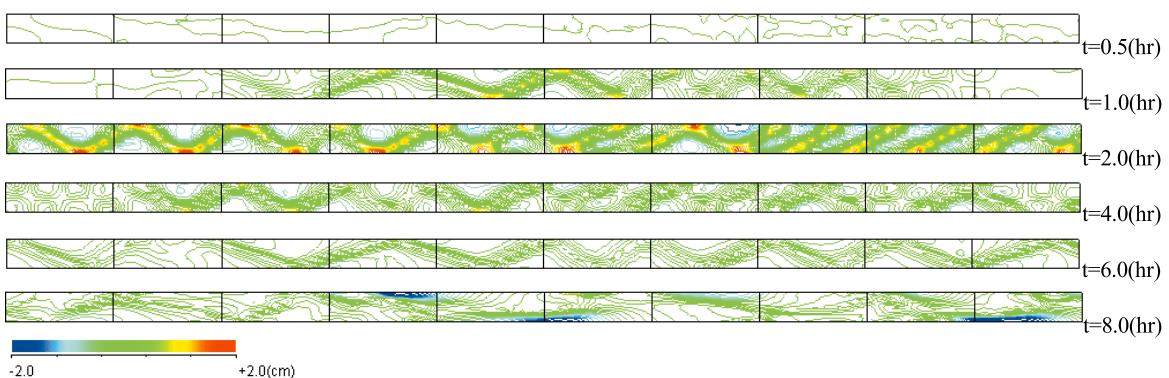
ここでB:水路幅の1/2(=0.15m), L:河床形状の波長である。なおグラフ上で $\lambda=0$ となっているのは卓越した波長が見られなかったことを意味する。

まず上下流端の境界条件による河床形状の違いを比較する。図-4の河床コンターを見ると、流砂量式に芦田・道上式を設定した場合、周期境界条件、自由端条件の河床形状には大きな違いは見られない。しかし計算終了時であるt=8hrの河床形状を比較すると、周期境界条件では顕著な洗堀及び堆積は見られないが、自由端条件では明確な洗堀が生じている。一方、図-5から波数 $\lambda$ については周期境界条件と自由端条件の

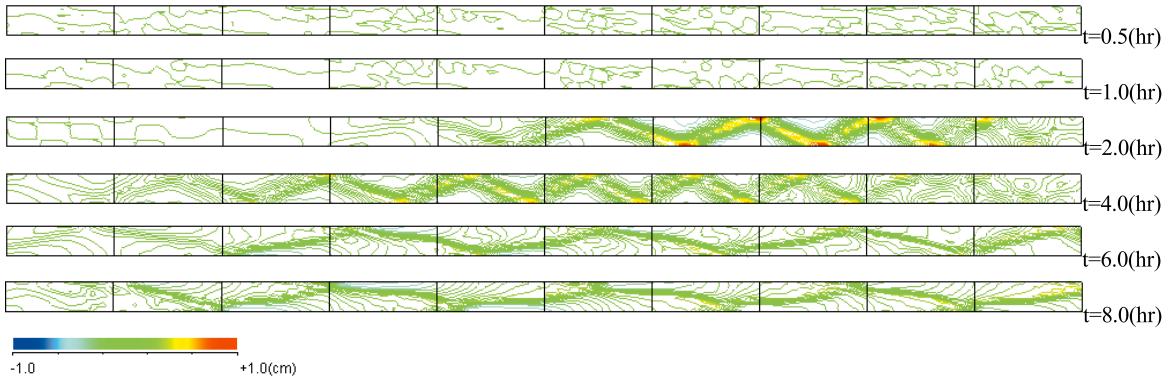


周期境界条件 (芦田・道上式)

周期境界条件 (Van Rijn式)



自由端条件 (芦田・道上式)

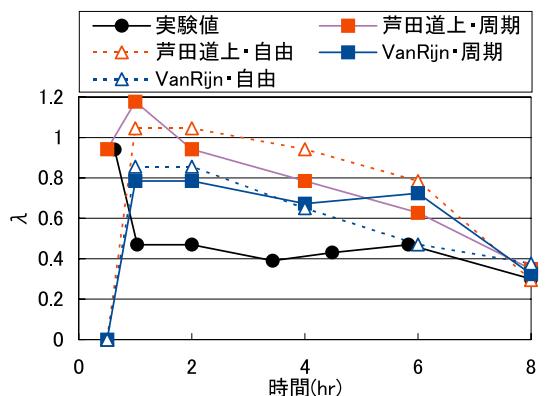


自由端条件 (Van Rijn式)

図-4 河床変動コンター (CaseU1) ※図中縦断方向1区画=1 mである

場合でほとんど違いは見られなかった。Van Rijn 式の場合も、周期境界条件と自由端条件で河床形状発達に大きな違いは見られない。しかし図-4 の河床コンターのうち  $t = 6\text{hr}$  を比較すると、自由端条件では周期的な交互砂州が全区間にわたって見られるが、周期境界条件では図示区間のうち上流部では砂州の発達が妨げられているように見える。周期境界条件下での計算では、砂州の発達が計算区間長により制限されているためとも考えられる。

次いで流砂量式による河床形状の違いを比較する。芦田・道上式では河床形状の発達は  $t=1\text{hr}$  で既に顕著

図-5 波数  $\lambda$  の比較 (CaseU1)

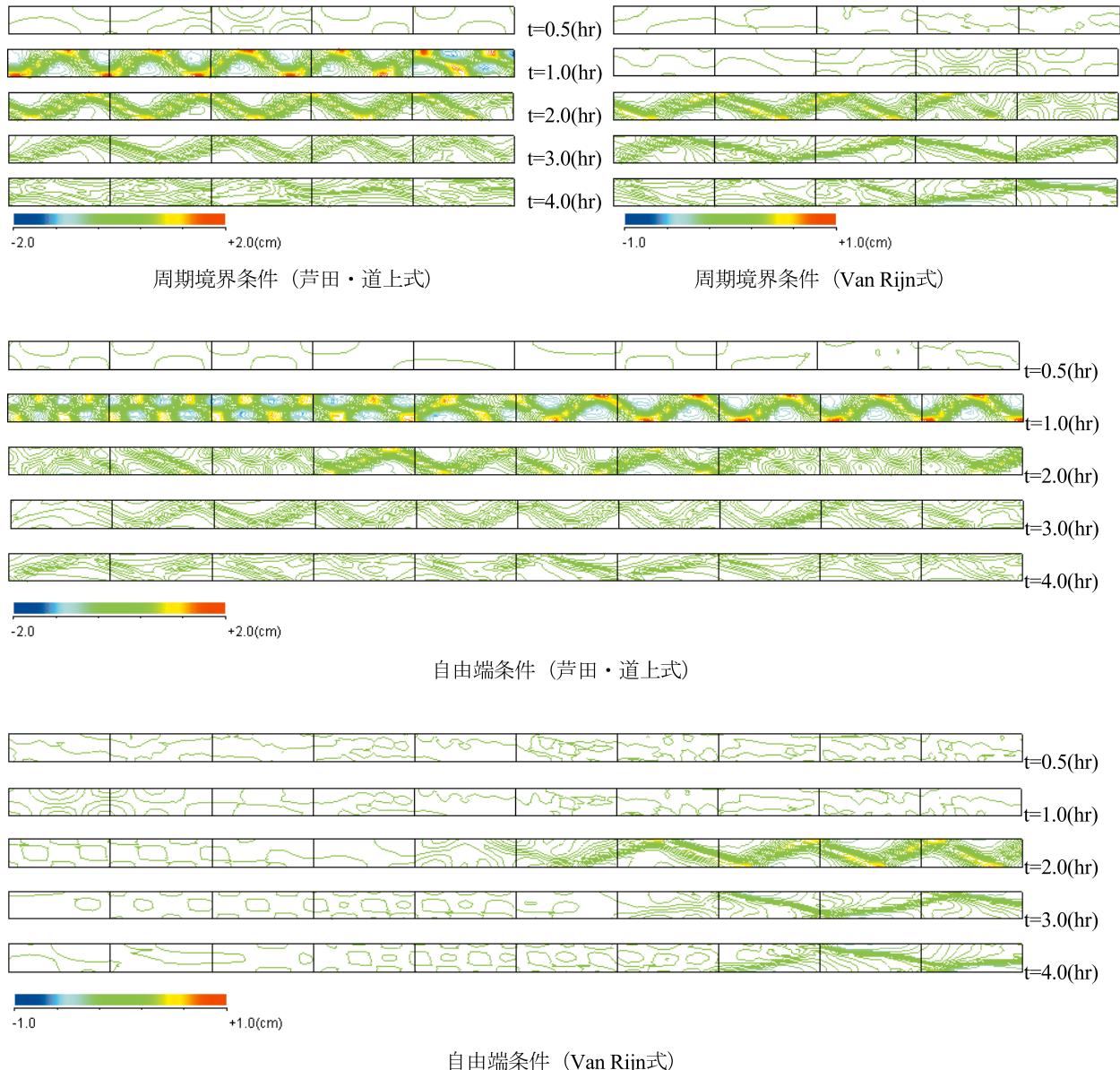


図-6 河床変動コンター (CaseU2) ※図中縦断方向1区画=1 mである

になっている。水位のピークである  $t=2\text{hr}$  で河床の発達はピークに達し、その後急激に減衰している。また波長は、水位のピークである2時間で最も短く、その後水位の低下に従って波長が伸びていく様子がわかる。これを実験値と比較すると、通水終了時である  $t=8\text{hr}$  では計算値は実験結果とほぼ同じであるが、その他では波数は実験結果の1.5~2倍（波長にすると0.5~0.67倍）程度になっている。Van Rijn式の場合、波高の発達開始時刻は芦田・道上式に比べ遅い。芦田・道上式の場合、1時間後にはすでに河床変動の開始が顕著になっているのに対し、Van Rijn式の場合は計算領域全体を通して目立った変動はまだ生じていない。Van Rijn式の場合においても水位がピークと

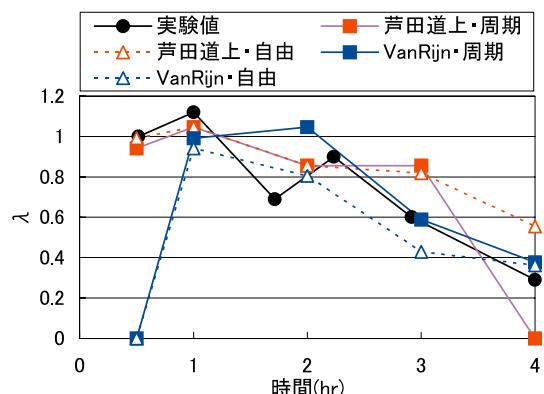


図-7 波数  $\lambda$  の比較 (CaseU2)

なる  $t=2\text{hr}$  で波高がピークに達している点は芦田・道上式と同様であるが、その後の河床形状変遷は大きく異なる。河床形状の減衰は、Van Rijn 式では芦田・道上式の場合に比べて緩やかである。また水位低下に伴い、交互砂州が形成され、波長が伸びている様子が表現されている。波長の時間変遷については、図-5 のとおり芦田・道上式とほぼ同様の値である。

続いてハイドロ継続時間の短い CaseU2 の場合を検討する。図-6 は CaseU2 の河床変動センターである。図-6 の抽出区間は CaseU1 の場合と同様である。図-7 は CaseU2 における波長の変遷を式(19) で示される波数  $\lambda$  で表したものである。

CaseU1 の時と同じく、まず上下流端の境界条件による違いを比較する。流砂量式に芦田・道上式を設定した場合、周期境界条件、自由端条件の河床形状センターに大きな違いは見られない。また波数についても周期境界条件と自由端条件の間に大きな違いは見られない。また流砂量式に Van Rijn 式を用いた場合も、河床形状、波数ともに大きな違いは生じていない。以上より上下流端の境界条件による計算結果に大きな違いは生じていない。

次いで流砂量式による河床形状の違いを検証する。図-6 を見ると、芦田・道上式の場合、 $t=0.5\text{hr}$  では河床形状はまだ本格的な発達を開始していない。その後河床形状は急速に発達し、水位が最大となる  $t=1\text{hr}$  で波高の発達がピークになっている。しかし水位低下とともに波高は急速に減衰し、波長は次第に長くなっている。また CaseU1 と同じく、水位のピーク時には短い波長が現れ、水位の低下とともに次第に波長は長くなり交互砂州へと変遷している。Van Rijn 式の場合、波高の到達開始は芦田・道上式と比べて遅い。水位が最大となる  $t=1\text{hr}$  でも波高はまだ本格的に発達しておらず、 $t=2\text{hr}$  で波高が最大となっている。その後波高は次第に減少していくが、CaseU1 と同様、芦田・道上式のように急激な減衰は見られず、ある程度の波高を維持しつつ次第に波長の長い交互砂州に変遷している。また波数を実験結果と比較すると、通水初期を除いて概ね実験結果を再現している。

### (3) 計算結果と境界条件・流砂量式の関連について

ここまで得られた計算結果を、境界条件及び流砂量式との関連性に着目してまとめる。

まず上下流端での境界条件であるが、周期境界条件と自由端条件の間で計算結果に全般的には大きな違いは生じていない。しかし周期境界条件では、河床波の

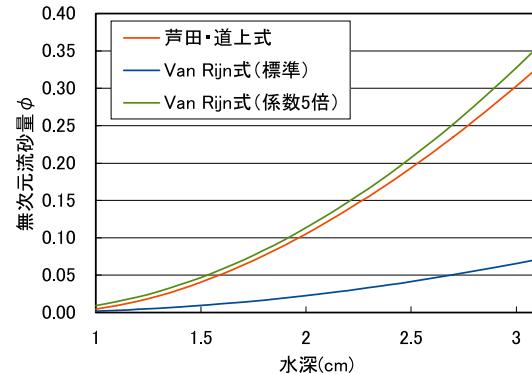


図-8 流砂量と水深の関係

波長は設定する計算区間の長さに影響を受ける可能性が、既往の研究で指摘されている<sup>8)</sup>。CaseU1 における  $t=6\text{hr}$  での河床形状の違いも設定した計算区間長が影響している可能性が考えられる。そのため非定常流河床変動計算では、上下流端は自由端条件がより好ましいと考えられる。

続いて流砂量式の適合性を比較する。芦田・道上式は CaseU1、U2 ともに波高のピーク到達はハイドログラフのピークとほぼ同時刻となっており、実験結果と大きく異なっている。さらに波高の計算値とハイドログラフの増減傾向は似通っている。すなわち水位上昇時には波高の計算値は急激に増加し、水位ピーク時付近では計算値は実験値を大幅に上回る。その後水位減少時は急激に波高が減衰して、計算値は実験値を比べ非常に小さい。

一方 Van Rijn 式は図-3 に示すとおり、実験に比べ波高を全体的に小さく評価している。しかし波高のピーク到達時間の再現性や、水位ピーク到達後に波高が急激に減衰せずある程度の値を維持しているなど、実験結果の再現性では Van Rijn 式が芦田・道上式に比べてよい結果を示すものといえる。

また河床変動が顕著に開始するまでの時刻を比較すると、芦田・道上式では通水開始から約30分であるのに対し、Van Rijn 式では通水開始後約1時間かかっている。なお実験では、通水開始後30分ですでに河床波が発達しており、Van Rijn 式で河床変動を評価する場合は通水開始から早い時間内での河床変動の再現性向上を今後検討する必要がある。

これら芦田・道上式と VanRijn 式で河床への反応が大きく異なる原因を考察する。その要因の1つとして考えられるのは、同一水理量に対して2つの式の流砂量絶対値がかなり異なることが考えられる。図-8 は今回の計算条件で得られる流砂量について示したも

のである。初期水位では流砂量式に大きな違いは見られないものの、最大水位では1桁の違いがある。芦田・道上式では、波高の変化はハイドログラフとほぼ同位相であり、水位ピーク時の波高は実験値の2倍以上になっていることから、流砂量を過大評価気味であることが推定できる。また Van Rijn 式は全体的に波高を小さめに評価しており、水位下降時の波高増加を再現していないこと、顕著な河床変動開始時刻が実験結果より遅いことから、流砂量を少なめに評価していると考えられる。

#### (4) 補正 Van Rijn 流砂量式と波高の関係

そこで改めて Van Rijn 式における、流砂量と計算結果の違いを検証する。ここでは流砂量を増加させることにより波高がより発達することを期待し、式(8)の係数  $C$  を変化させて計算を行った。予備計算の結果、標準値を5倍にした  $C = 0.265$  の場合が最も実験値に近い傾向が得られた。図-9 は係数  $C$  を標準値と5倍にした場合の計算結果について比較したものである。上下流端の境界条件は自由端である。

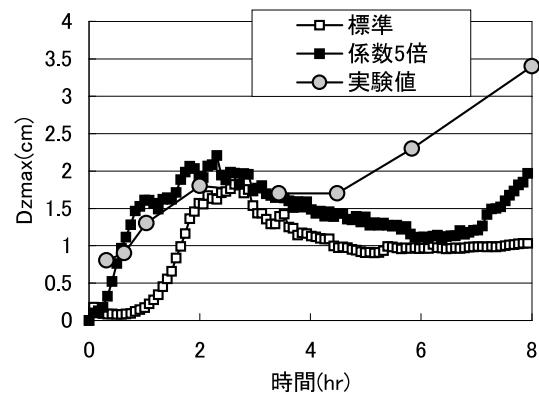
まず波高の最大値であるが、Case U1では係数の大小による違いはほとんど見られない。一方、Case U2では係数を5倍にすることで標準時の約1.5倍程度の波高になっており、これは実験での波高最大値と概ね一致している。一方、波高ピーク到達時刻を見ると、Case U1、U2とも増水時の波高発達が早くなり、波高が最大になる時刻は、ハイドログラフのピーク時 (Case U1では  $T=2\text{hr}$ 、U2では  $T=1\text{hr}$ ) とほぼ一致していることがわかる。

全体的に見ると、Case U1では係数を5倍にすることにより水位上昇期 ( $0 < T < 2\text{hr}$ ) の波高再現性が多少改善された。また Case U2では波高最大値の再現性が向上している。流砂量式の係数を変更することにより、若干計算精度は向上したが、計算精度の大幅な向上にはつながっていない。特に水位減少時の現象再現性は改善されておらず、計算結果のさらなる改良には、流量が時間的に変化している場での流砂量の与え方について検討が必要である。

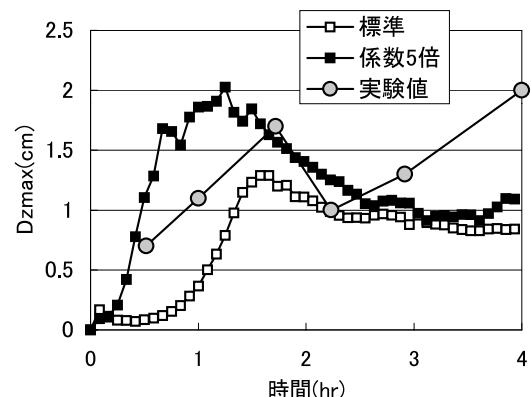
## 5. 結論

非定常流下での砂州の挙動について、2次元平面流モデルによる河床変動計算を行った。計算結果の概要是以下のとおりである。

(1) 上下流端に周期境界条件を設定した場合と自由端



(a) Case U1



(b) Case U2

図-9 式(8)の係数  $C$  による波高の比較

条件の場合で計算結果を比較したところ、両者には大きな違いは生じなかった。しかし波長は計算設定区間長による影響を受ける可能性があるため、非定常計算を行う場合には自由端条件が望ましいと考えられる。

(2) 流砂量式は波高の発達・減衰に大きく影響している。今回の計算では、波高ピーク到達時刻、波高および波長の変遷特性の再現性から判断すると、Van Rijn の式が芦田・道上式に比べ実験値に近い値を得ている。今回再現計算の対象とした実験は流量も小規模であり、Van Rijn 式が芦田・道上式に比べ望ましい結果となったといえる。

(3) 河床変動開始までの時間は、Van Rijn 式で30分、芦田・道上式で1時間を要している。実験では通水開始後早い時間で河床波が明瞭に形成されるものもあり、今後通水開始から早い時間内での河床変動の再現性向上が必要である。

(4) 流砂量式の精度向上を目的に、Van Rijn 式の係数を 5 倍に変更して計算を実施した。その結果、増水時の波高再現性や波高のピークの再現性は若干向上が見られた。しかし減水期を含めた全般的な計算精度向上には、流砂の非平衡性などを考慮する必要があると考えられる。

なお本計算で用いている流砂量式は流量が時間的に変化しない条件下で求められたものであり、非定常性を考慮する場合、河床の変遷に対する流砂量の反応が遅いことも考えられる。今後計算モデルにおける流れの非定常性と流砂量についてさらに検討し、非定常流下での河床変動を精度よく把握可能な計算モデルの構築を目指すものである。

#### 謝辞

本研究を行うにあたり、北海道大学工学部清水康行助教授から数値計算に関して多大なるご指導をいただいた。また本研究は国土交通省北海道開発局受託業務による補助を受けて行ったものである。併せて記して謝意を表す。

#### 参考文献

- 1) 黒木幹男・岸力：中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究，土木学会論文集，第342号，pp.87-96，1984.
- 2) 清水康行：沖積河川における流れと河床変動の予測手法に関する研究，北海道開発局開発土木研究所報告，第93号，1991.
- 3) Tubino, M. Growth of alternate bars in unsteady flow, Water Resource Research, Vol. 27, No. 1, pp37-52, 1991.
- 4) 三輪浩，池田香織，谷和憲：正弦波状流量変化による交互砂州の発達・変形過程，土木学会第55回年次学術講演会概要集第2部，pp.540-541, 2000.
- 5) 渡邊康玄，Tubino, M., Zollezi, G : 掃流砂により形成される交互砂州の非定常流下での挙動，北海道開発土木研究所月報，No.576, pp.4-12, 2001.
- 6) 清水康行：連続床止工を有する複断面河道における流れと河床変動の計算，水工学論文集，第43巻，pp.683-688, 1999.
- 7) Shimizu, Y. and Itakura, T.: Calculation of flow and bed deformation with a general non-orthogonal coordinate system, Proc. of XXIV IAHR Congress, Madrid, Spain, C-2, pp.41-48, 1991.
- 8) 中西哲，松山洋平，黒木幹男，板倉忠興：水路長が交互砂州形状に与える影響の研究，第56回年次学術講演会概要集（2），pp.174-175, 2001.



横山 洋\*  
Hiroshi YOKOYAMA

北海道開発土木研究所  
環境水工部  
河川研究室  
研究員



渡邊 康玄\*\*  
Yasuharu WATANABE

北海道開発土木研究所  
環境水工部  
河川研究室  
室長  
博士（工学）