

合成箱桁橋の解法について

構造研究室長 岡元北海
総理府技官

Solution of Composite Box Girder

by Kitami Okamoto

Synopsis

This paper presents the stress analysis of composite box girder, by applying the theory of slab supported by elastically beam.

This theory is generally complicated and difficult, but it is simplified by approximate calculation.

This calculation method was as an example, applied to the simple beam bridge of two-box girders, span 33,527 m (110 ft), composited by reinforced concrete slab.

要 旨

本文は弾性梁に支持された版としての理論を用いて合成箱桁橋の解析を行つている。この理論は一般に計算が複雑で難かしいが近似計算を用いれば簡単化される。

この計算式を用いて、鉄筋コンクリート床板と合成した単純桁橋に適用して、この理論による計算結果を明らかにした。

目 次

1. 緒 言	68
2. 合成箱桁断面の単純振り	68
3. 合成箱桁橋断面の曲げ	69
4. 合成箱桁橋断面の曲げ振り	69
5. 振りおよび曲げ振りを伴う合成箱桁橋の解法	71
6. 振りおよび曲げ振りを伴う合成箱桁橋の近似解法	73
7. 曲げおよび振りによる応力	74
8. 数値計算例	75
9. 慣用計算法ならびに従来の曲げ振り理論に対する比較	82
10. 結 語	86
11. 参 考 文 献	86

1. 緒 言

最近合成箱桁橋が盛んに用いられている。本構造の特長は立体的薄肉構造の利用により軽量でかつ強剛な点である。ドイツにおいては Köln-Deutz, Düsseldorf-Neuss, Bürgermeister-Smidt の諸橋のうちに径間 100~200 m の長大な連続桁橋に利用されて、その特長を充分に發揮している。

アメリカにおいては North Bend, Portage Canal 橋にみられるように、コンクリート床版を 2 の鋼箱桁に連結した合成箱桁を用いることにより、径間 40 m 前後の単純桁橋に新しい経済的構造を作り出している。

箱桁橋の設計においては、径間方向のみならず橋幅方向にもひろがりを持つため、立体的応力解析が是非とも必要であり、このため桁の張力解析に立脚した在来の張力計算法では不充分である。筆者は先に発表した弾性梁で支持された版の理論解析法を用いて解析を行い、その近似解法を行って実用化に役立てようとした。

2. 合成箱桁橋断面の単純振り

任意の断面形状を有する梁が単純振りを受けた場合を考える。今径間方向に y 軸、断面を x, z 軸にとると

断面内の合剪断力 τ_s

$$\tau_s = \tau_{yz} + \tau_{yx}$$

よつて x, y, z のそれぞれの変位を ξ, η, ζ とおけば

$$\tau_{yz} = G \left(\frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{yx} = G \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)$$

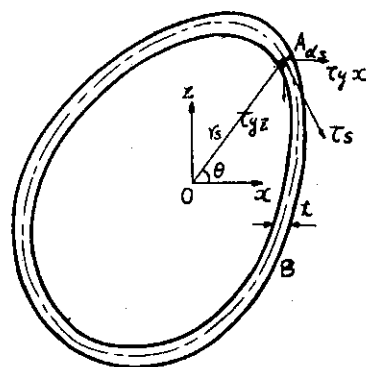


Fig. 1

Fig. 1 において、厚さ t なる任意の閉合断面を考えると、2 点 A, B 間の合剪断力 τ_s は

$$\int_B^A \tau_s ds = \int_B^A (\tau_{yz} dz + \tau_{yx} dx) \dots\dots\dots (a)$$

しかるに単純振りにおいては、座標軸 x, y, z の変位 ξ, η, ζ はそれぞれ次のように表わされる。

$$\eta = \phi(x, z), \quad \xi = \vartheta \cdot yz, \quad \zeta = -\vartheta \cdot yx$$

ϑ は振り率と呼び単位当りの振り角の増加をいう。

すなわち

$$\vartheta = \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y \cdot \partial x}$$

よつて

$$\tau_{yz} = G \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} - \vartheta x \right), \quad \tau_{yx} = G \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + \vartheta z \right)$$

上式を (a) 式に代入すれば

$$\int_B^A \tau_s ds = G \int_B^A \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} dz + \frac{\partial \phi}{\partial x} dx \right) + G \vartheta \int_B^A (z dy - x dz)$$

しかるに

$$d\phi = \frac{d\phi}{dz} \cdot dz + \frac{d\phi}{dx} dx = d\eta$$

座標の中心軸を振り中心にとり、その点より考える点に下した垂線の長さを r_s 、座標軸となす角を θ とすれば

$$z = r_s \cos \theta, \quad y = r_s \sin \theta$$

$$z \cdot dy = r_s^2 \cos^2 \theta d\theta + r_s \cos \theta \sin \theta dr_s$$

$$y \cdot dz = -r_s^2 \sin^2 \theta d\theta + r_s \cos \theta \sin \theta dr_s$$

よつて

$$\begin{aligned}\int_B^A \tau_s ds &= G \int_B^A d\eta + G\vartheta \int_B^A r_s^2 d\theta, \quad r_s d\theta = ds \\ &= G(\eta_A - \eta_B) + G\vartheta \int_B^A r_s ds\end{aligned}$$

薄肉断面なる故この厚さを t とすれば, $t\tau_s$ は一定なる故 $q_s = t\tau_s$ とおけば, 上式は

$$\int_B^A \frac{q_s}{t} ds = G(\eta_A - \eta_B) + G\vartheta \int_B^A r_s ds \quad \dots\dots\dots (1)$$

全周すれば

$$q_s = \frac{G\vartheta \oint r_s ds}{\oint \frac{1}{t} ds} = \frac{1}{\oint \frac{1}{t} ds} 2G\vartheta F \quad \dots\dots\dots (2)$$

よつて捩りモーメント M_t は

$$M_t = \oint \tau_s t r_s ds = 2F\tau_s t = K\vartheta \quad \dots\dots\dots (2')$$

$$\text{ただし} \quad K = 4GF^2 \frac{1}{\oint \frac{1}{t} ds}$$

3. 合成箱桁橋断面の曲げ

Box Girder が単純曲げを受ける場合, 曲げ垂直張力は通常の応力算定公式がそのまま適用される。剪断力は閉断面なる故通常の計算と多少異なる。すなわち, 開断面では端部では剪断力は存在しないが, 閉断面の場合は生ずるので開断面と仮定した場合の剪断応力を $\bar{\tau}_b$, 剪断流を $\bar{q}_b$, 閉断面としての影響剪断力を τ_s , 剪断流を S とすれば, この閉断面の剪断応力 τ_b は

$$\tau_b = \bar{\tau}_b + \tau_s, \quad q_b = \bar{q}_b + S \quad \dots\dots\dots (3)a$$

上式中静定剪断流 $\bar{q}_b$ は

$$\bar{q}_b = t\bar{\tau}_b = \frac{Q}{I} \int_0^s x + ds \quad \dots\dots\dots (3)a'$$

(2) 式より捩りが無い故

$$q_b \oint \frac{1}{t} ds = 0$$

上式に (3) a を代入すれば

$$\bar{q}_b \oint \frac{1}{t} ds + S \oint \frac{1}{t} ds = 0 \quad \dots\dots\dots (3)b$$

よつて (3) b より S が求まる。

4. 合成箱桁橋断面の曲げ捩り

前に述べたように箱桁橋においては曲げと同時に捩りを受ける。捩りを受けた場合, 捩りによる径間方向の反り (Warping) が一般に拘束を受け, その拘束の程度は断面の位置により異なる。

この曲げ捩りは捩りによる径間方向の反りを拘束するので歪を生じ, このため径間方向の垂直応力ならびにこれと釣合うような2次剪断力が生ずる。

今反り η_s の径間方向の変化により生ずる垂直応力 σ_y は

$$\sigma_y = E \frac{\partial \eta_s}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (4)$$

次に箱桁薄板の微小体の径間方向の釣合条件式により、垂直応力 σ_y とこれと釣合うため生ずる 2 次剪断力 τ_y との間には

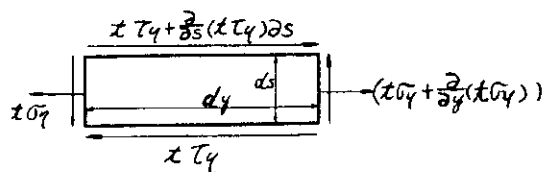


Fig. 2

Fig. 2 においては、水平方向の釣合いを考えると

$$\frac{\partial(t\tau_y)}{\partial y} dy ds + \frac{\partial(t\tau_y)}{\partial s} ds dy = 0$$

$$\therefore \frac{\partial(\tau_y t)}{\partial s} = - \frac{\partial(\sigma_y t)}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (5)$$

今

$$W_s = \frac{\eta_s}{\frac{d\theta}{dy}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

(η_s は $\frac{d\theta}{dy}$ に比例する)

とおけば

$$\frac{\partial^2 \eta_s}{\partial y^2} = \frac{d^3 \theta}{dy^3} W_s$$

しかるに

$$q_y = \tau_y t = \int \frac{\partial(\tau_y t)}{\partial s} ds = - \int \frac{\partial(\sigma_y t)}{\partial y} ds$$

$$= - E_s \left(t \frac{\partial^2 \eta_s}{\partial y^2} \right) ds = - E_s \frac{d^3 \theta}{dy^3} \left\{ \int_0^s W_s t ds + S_w \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

上式中 S_w は開断面の場合には 0、閉断面の場合には

$$\oint \frac{q_y}{t} ds = 0 \quad \text{より定まる。}$$

この曲げ捩りにより生ずる捩りモーメント T_y は

$$T_y = \int_F q_y r_s ds \quad \dots\dots\dots (8)$$

(8) 式に (7) 式を代入すれば

$$T_y = \int_F \left[\left(- E_s \frac{d^3 \theta}{dy^3} \right) \left\{ \int_0^s W_s t ds + S_w \right\} r_s \right] ds$$

途中の計算を省略して結果を求めると

$$T_y = - E_s \frac{d^3 \theta}{dy^3} \int_F W_s^2 t ds \quad \dots\dots\dots (9)$$

上式において

$$C_w = \int_F W_s^2 t ds \quad \dots\dots\dots (10)$$

とおけば

$$T_w = -E_s C_w \frac{d^3 \theta}{dy^3} \dots\dots\dots (11)$$

次に W_s を求めるに箱桁断面は左右対称なる故、中心線の支点 C を原点にとると、点 C の反りは 0 なる故

$$(W_s)_{s=0} = 0$$

よつて(1)式より

$$G\eta_s = -G \frac{d\theta}{dy} \int_0^s r_s ds + \int_0^s \frac{q_s}{t} ds$$

(6)式より

$$W_s = - \int_0^s r_s ds + \int_0^s \frac{\bar{q}_s}{t} ds \dots\dots\dots (12)$$

$$\text{ただし } \bar{q}_s = - \frac{q_s}{\frac{d\theta}{dy} G}$$

5. 振りおよび曲げ振りを伴う合成箱桁橋の解法

今迄述べたことは、すべて外力により弾性梁に生ずるモーメント、剪断力および振り角を求める必要がある。

従来の解法は慣用計算法によるか、または箱桁橋全体を梁と見做して、偏荷重による曲げ振り(Bending Torsion)を考えた計算法である。

前者は全然振りを考えないので不正確は免れなく、後者はこの点を考えに入れて計算しているので、実情に即するがなおこの点に不備がある。これらの点を考慮して、筆者は振りを考えた弾性梁に支持されている版として解法を行つた。

1. 撓みの式

Fig. 3 において、 $y=0$ および $y=b$ なる辺は simple support, $x=0$ および $x=a$ なる辺は自由辺, $x=a$ および $x=a_1+a_2$ なる辺で弾性梁(箱桁)で支持されていれば、各区域における版の撓み ζ は次のように表わされる。

すなわち

$$0 \leq \frac{x}{a_1} \leq 1$$

$$\zeta_0^{(1)} = \frac{p}{b^2} \sum \frac{1}{n^4 \pi^4} \left\{ \left(H_{n\xi-\xi}^{(0)} - H_{n\xi+\xi}^{(0)} \right) \right\} \sin \frac{n\pi}{b} y$$

$$\zeta_0^{(1)} = \frac{b^2}{a_1^2} \sum \frac{1}{n^3 \pi^3} \left\{ 3 \left(H_{n\xi}^{(1)} A_n^{(1)} - H_{n1-\xi}^{(1)} B_n^{(1)} \right) - \frac{1}{2} \left(H_{n\xi}^{(1)} C_n^{(1)} - H_{n1-\xi}^{(1)} D_n^{(1)} \right) \right\} \sin \frac{n\pi}{b} y$$

$$1 \leq \frac{x}{a^2} \leq 2$$

$$\zeta_0^{(2)} = \frac{p}{b^2} \sum \frac{1}{n^4 \pi^4} \left\{ \left(H_{n\xi-1-\xi}^{(0)} - H_{n\xi-1+\xi}^{(0)} \right) \pm \left(H_{n\xi-\xi}^{(0)} - H_{n\xi+\xi}^{(0)} \right) \right\} \sin \frac{n\pi}{b} y$$

$$\zeta_0^{(2)} = \frac{b}{a_2^2} \sum \frac{1}{n^3 \pi^3} \left\{ 3 \left(H_{n\xi}^{(1)} \mp H_{n\xi-1}^{(1)} \right) A_n^{(2)} - \frac{1}{2} \left(H_{n\xi-1}^{(1)} \mp H_{n\xi}^{(1)} \right) D_n^{(2)} \right\} \sin \frac{n\pi}{b} y \dots\dots\dots (13)$$

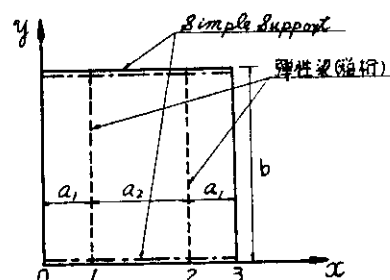


Fig. 3

(13) 式において $\zeta_0^{(1)}$ および $\zeta^{(2)}$ はそれぞれ荷重のみによる撓みを表わし、各値は任意の点 ξ' にそれぞれ直線荷重が作用した場合を示す。

$\zeta^{(1)}$ および $\zeta^{(2)}$ 中の各未定係数 A_n, B_n, C_n, D_n はそれぞれ境界条件より定まり、 $\zeta_0^{(2)}$ および $\zeta^{(2)}$ 中の $\pm$ の符号はそれぞれ中心軸 (y 軸) に荷重が対称および逆対称により定まる。

2. 境界条件

両端は自由辺なる故 $x=0$ なる辺は

$$\left. \begin{aligned} (1) \quad & \frac{\partial^2 \zeta^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{1}{u} \frac{\partial^2 \zeta^{(1)}}{\partial y^2} = 0 \\ (2) \quad & \frac{\partial^3 \zeta^{(1)}}{\partial x^3} + \left(2 - \frac{1}{u}\right) \frac{\partial^3 \zeta^{(1)}}{\partial x \cdot \partial y^2} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14) a$$

$x=a$ なる辺では

$$\begin{aligned} (1) \quad & \zeta^{(1)} = \zeta^{(2)} \\ (2) \quad & \frac{\partial \zeta^{(1)}}{\partial x} = \frac{\partial \zeta^{(2)}}{\partial x} \\ (3) \quad & N_x \left\{ \frac{\partial^3 \zeta^{(1)}}{\partial x^3} + \left(2 - \frac{1}{u}\right) \frac{\partial^3 \zeta^{(1)}}{\partial x \partial y^2} \right\} - N_x \left\{ \frac{\partial^3 \zeta^{(2)}}{\partial x^3} + \left(2 - \frac{1}{u}\right) \frac{\partial^3 \zeta^{(2)}}{\partial x \partial y^2} \right\} = EI \frac{\partial^4 \zeta^{(2)}}{\partial y^4} \\ (4) \quad & \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial^2 \zeta^{(2)}}{\partial y^2} - E_s C_w \frac{\partial^4 \zeta^{(2)}}{\partial y^4} \right) = -N_x \left(\frac{\partial^2 \zeta^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{1}{u} \frac{\partial^2 \zeta^{(1)}}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (14) b \end{aligned}$$

(14) b 式において u はポアソン係数を表わし、 $K, E_s C_w$ はそれぞれ (2)' および (11) 式の係数を表わしている。

すなわち、境界条件式の第 4 項は版の曲げモーメントはそのまま弾性梁に生ずる捩りとなつて伝わることを示している。

よつて以上 6 つの境界条件より、(13) 式中の未定係数はすべて求まる。

$$\left. \begin{aligned} (14) a \text{ の (1) より} \quad & C_n^{(1)} = -6u A_n^{(1)} \\ (14) b \text{ の (1) より} \quad & D_n^{(1)} = -\frac{a_1^2}{a_2^2} D_n^{(2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

3. 条件方程式

(14) a の (2) および (14) b の (2), (3), (4) より、(4) の条件方程式が求まる。

$$\begin{aligned} 3 \left\{ \left(H_{n0}^{(2)} + u H_{n0}^{(0)} \right) + \varepsilon \left(H_{n0}^{(4)} + u H_{n0}^{(2)} \right) \right\} A_n^{(1)} + 3 \left(H_{n0}^{(2)} + \varepsilon H_{n1}^{(4)} \right) B_n^{(1)} \\ + \frac{1}{2} \frac{a_1^2}{a_2^2} \left(H_{n1}^{(0)} + \varepsilon H_{n1}^{(2)} \right) D_n^{(2)} = -2 \frac{a_1^2}{b^2} \frac{1}{n\pi} \left(H_{n\xi}^{(1)} + \varepsilon H_{n\xi}^{(3)} \right) \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \left(H_{n1}^{(2)} + u H_{n1}^{(0)} \right) A_n^{(1)} + 3 H_{n1}^{(2)} B_n^{(1)} - 3 \frac{a_1^2}{a_2^2} \left(H_{n1}^{(2)} - H_{n0}^{(2)} \right) A_n^{(2)} + \frac{1}{2} \frac{a_1^2}{a_2^2} \\ \left(H_{n0}^{(0)}(a_1) + H_{n0}^{(0)}(a_2) - H_{n1}^{(0)}(a_2) \right) D_n^{(2)} = \frac{a_1^2}{b^2} \frac{1}{n\pi} \left\{ 2 H_{n\xi}^{(1)}(a_1) + \left(H_{n\xi}^{(1)}(a_2) + H_{n1-\xi}^{(1)}(a_2) \right) \right\} \\ \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \left\{ \left(H_{n1}^{(2)} - H_{n0}^{(2)} \right) - 2 \frac{1}{\gamma_b a_n} \right\} A_n^{(2)} + \frac{a_2^2}{a_1^2} \frac{6}{\gamma_b a_n} B_n^{(1)} - \frac{1}{2} \left(H_{n0}^{(0)} - H_{n1}^{(0)} \right) D_n^{(2)} \\ = -\frac{a_2^2}{b^2} \frac{1}{n\pi} \left(H_{n\xi}^{(1)}(a_2) + H_{n1-\xi}^{(1)}(a_2) \right) \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \left\{ \left(H_{n0}^{(2)} - H_{n1}^{(2)} \right) + \varepsilon \left(H_{n0}^{(4)} - H_{n1}^{(4)} \right) \right\} A_n^{(2)} + \frac{1}{2} \left\{ \left(H_{n0}^{(0)} - H_{n1}^{(0)} \right) + \varepsilon \left(H_{n0}^{(0)} - H_{n1}^{(2)} \right) \right. \\ \left. + 2\gamma_a a_n \varepsilon \right\} D_n^{(2)} + \frac{a_2^2}{a_1^2} \left[3 \left\{ \left(H_{n1}^{(2)} + u H_{n1}^{(0)} \right) + \varepsilon \left(H_{n1}^{(4)} + u H_{n1}^{(2)} \right) \right\} A_n^{(1)} \right. \end{aligned}$$

$$+3\left(H_{n0}^{(2)}+\varepsilon H_{n0}^{(4)}\right)B_n^{(1)}-\frac{1}{2}\left(H_{n0}^{(0)}+\varepsilon H_{n0}^{(2)}\right)D_n^{(1)}\left]=\frac{a_2^2}{b^2}\frac{1}{n\pi}\left[2\left(H_{n1-\varepsilon}^{(1)}(a_1)\right.\right. \\ \left.\left.+\varepsilon H_{n1-\varepsilon}^{(3)}(a_1)\right)+\left\{\left(H_{n\varepsilon}^{(1)}(a_2)+H_{n1-\varepsilon}^{(1)}(a_2)\right)+\varepsilon\left(H_{n\varepsilon}^{(3)}(a_2)+H_{n1-\varepsilon}^{(3)}(a_2)\right)\right\}\right] \quad \cdots \cdots (19)$$

$$\text{式中 } \gamma_a = \frac{EI}{Na_2} \quad \varepsilon = \frac{1}{2-\frac{1}{u}}$$

以上4つの条件式より4つの未定係数が求められるが、4元一次方程式を解くことは仲々計算が煩雑で手間を要するので筆者は次の近似解法を行つた。

6. 振りおよび曲げ振りを伴う合成箱桁橋の近似解法

前節の式において、箱桁橋では突き出し部分すなわち Blanket の部分は全体の幅員に比較すれば小なる故、従つて径間に対する辺長比 $\frac{a_1}{b}$ は小なる故（通常 $\frac{a}{b} = \frac{1}{15} \sim \frac{1}{20}$ ）近似的に

$$H_{n0}^{(0)} \doteq H_{n1}^{(0)}, \quad H_{n0}^{(4)} \doteq H_{n1}^{(4)} \quad \cdots \cdots (a)$$

とおきうる故

(a) の仮定より、(16) 式を (19) 式に代入すれば

$$3\left\{\left(H_{n0}^{(2)}-H_{n1}^{(2)}\right)+\varepsilon\left(H_{n0}^{(4)}-H_{n1}^{(4)}\right)\right\}A_n^{(2)}+\frac{1}{2}\left\{\left(H_{n0}^{(0)}-H_{n1}^{(0)}\right)+\varepsilon\left(H_{n0}^{(2)}-H_{n1}^{(2)}\right)\right. \\ \left.+2\gamma_a a_n \varepsilon\right\}D_n^{(2)}=\frac{a_2^2}{b^2}\frac{1}{n\pi}\left\{\left(H_{n\varepsilon}^{(1)}(a_2)+H_{n1-\varepsilon}^{(1)}(a_2)\right)+\varepsilon\left(H_{n\varepsilon}^{(3)}(a_2)+H_{n1-\varepsilon}^{(3)}(a_2)\right)\right\} \\ \cdots \cdots (20)$$

前節の(18)式において、 $B_n^{(1)}$ の係数 $\frac{a_2^2}{a_1^2} \frac{1}{\gamma_a a_n}$ を考えると箱桁橋なる故、 γ_b の値は非常に大で $\gamma_b=100 \sim 150$ の値をとり、従つて $B_n^{(1)}$ の値は(18)式中に及ぼす影響は小さいとする。

かくすれば(18)式は次のようになる。

$$3\left\{\left(H_{n1}^{(2)}-H_{n0}^{(2)}\right)-2\frac{1}{\gamma_b a_n}\right\}A_n^{(2)}-\frac{1}{2}\left(H_{n0}^{(0)}-H_{n1}^{(0)}\right)D_n^{(2)} \\ =-\frac{a_2^2}{b^2}\frac{1}{n\pi}\left(H_{n\varepsilon}^{(1)}(a_2)+H_{n1-\varepsilon}^{(1)}(a_2)\right) \quad \cdots \cdots (21)$$

よつて(20)、(21)より $A_n^{(2)}$ 、および $D_n^{(2)}$ を求める。

以上の式において $n=s$ 以下 ($\zeta=9$ 位) で次のように $A_n^{(2)}$ の値をおき換えられる。すなわち

$$A_s^{(2)} \doteq \frac{\frac{a_2^2}{b^2} \frac{1}{s\pi} \left(H_{s\varepsilon}^{(1)}(a_2)+H_{s1-\varepsilon}^{(1)}(a_2)\right)}{3\left(H_{s0}^{(2)}-H_{s1}^{(2)}\right)} \quad \cdots \cdots (22)$$

荷重が逆対称に働く場合は

$$A_s^{(2)} \doteq \frac{-\frac{a_2^2}{b^2} \frac{1}{s\pi} \left(H_{s\varepsilon}^{(1)}(a_2)-H_{s1-\varepsilon}^{(1)}(a_2)\right)}{3\left(H_{s0}^{(2)}+H_{s1}^{(2)}\right)} \quad \cdots \cdots (23)$$

よつて、それぞれの荷重状態の $A_n^{(2)}$ 、 $D_n^{(2)}$ が求まると弾性梁(箱桁)に生ずるモーメント、剪断力、振り角 θ はそれぞれ次のように表わされる。

(1) モーメント M_b

$$M_b = EI \frac{\partial^2 \zeta^{(2)}}{\partial y_{x-a_2}^2} = p_b \gamma_a \sum \frac{1}{n\pi} D_n^{(2)} \sin \frac{n\pi}{b} y \quad \cdots \cdots (24)$$

(2) 剪断力 Q_b

$$Q_b = EI \frac{\partial^3 \zeta^{(2)}}{\partial y_{x=a_2}^3} = p r_a \sum D_n^{(2)} \cos \frac{n\pi}{b} y \quad \dots\dots\dots (25)$$

(3) 振り角 θ

振り角 $\theta = \frac{\partial \zeta^{(2)}}{\partial x_{x=a_2}}$ なる故, 振り率 ϑ は

$$\begin{aligned} \vartheta &= \frac{\partial^2 \zeta^{(2)}}{\partial x \partial y_{x=a_2}} = \left(\frac{\partial^2 \zeta_0^{(2)}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \zeta_1^{(2)}}{\partial x \partial y} \right)_{x=a_2} \\ &= \frac{pb}{N_r} \left\{ \sum \frac{1}{n^2 \pi^2} \left(H_{n\xi}^{(1)} + H_{n1-\xi}^{(1)} \right) + \frac{b^2}{a_2^2} \sum \frac{1}{n\pi} \left\{ 3 \left(H_{n1}^{(2)} - H_{n0}^{(2)} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. A_n^{(2)} - \frac{1}{2} \left(H_{n0}^{(0)} - H_{n1}^{(0)} \right) D_n^{(2)} \right\} \cos \frac{n\pi}{b} y \right\} \quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

..... 対称荷重の場合

よつて(22)式および $n=S$ 以下の場合には $(H_{n0}^{(0)} - H_{n1}^{(0)}) D_n^{(2)}$ の項は影響少ない故, 上式は次の如くなる。

すなわち

$$\begin{aligned} \vartheta &= \frac{pb}{N_r} \left[\sum_{n=1}^{n=s} \frac{1}{n^2 \pi^2} \left(H_{n\xi}^{(1)} + H_{n1-\xi}^{(1)} \right) + \frac{b^2}{a_2^2} \sum_{n=1}^{n=s} \frac{1}{n\pi} \left\{ 3 \left(H_{n1}^{(2)} - H_{n0}^{(2)} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. A_n^{(2)} - \frac{1}{2} \left(H_{n0}^{(0)} - H_{n1}^{(0)} \right) D_n^{(2)} \right\} \right] \cos \frac{n\pi}{b} y \quad \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

従つて(27)式中の n は7項程度までとればよいことになり, 計算が簡単となる。

逆対称の場合も同様に計算される。

かくしてこの計算は, 予め双曲線函数 $H_{n\xi}^{(r)}$ を求めると, 容易に目的を達しうる。

7. 曲げおよび振りによる応力

曲げモーメント M_b による曲げ応力 σ_b は, 通常のI形桁に対する公式のまま適用される。

すなわち

$$\sigma_b = \frac{M_b}{I} y \quad \dots\dots\dots (28)$$

次に剪断力 Q_b による剪断流 q_b , 従つて剪断力 τ_b は

$$\tau_b = \frac{q_b}{t} = \frac{1}{t} \left(\bar{q}_b + S \right) \quad \dots\dots\dots (29)$$

振りによる剪断応力 τ_s は

$$\tau_s = \frac{q_s}{t} = q_s G_s \frac{1}{t} \vartheta \quad \dots\dots\dots (30)$$

次に曲げ振りによる2次剪断流 q_v および2次剪断力 τ_v は

$$\begin{aligned} \tau_v &= \frac{q_v}{t} = -E_s \frac{1}{t} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} \left\{ \int_0^s W_s t ds + S_v \right\} \\ &= -E_s \frac{1}{t} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2} q \quad \dots\dots\dots (31) \end{aligned}$$

さらに曲げ振りによる垂直応力 σ_w は

$$\sigma_w = E_s W_s \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (32)$$

8. 数 値 計 算 例

数値計算に当り適当な例がないので、アメリカの King Corenty 橋を採用した。

本橋は径間 33.526 m, 幅員 8.102 m で 2 本の箱桁よりなっている。箱桁の桁高は一定でないが、支点より 10.06 m の断面をとり等断面箱桁とし、他の寸法はすべて同橋の寸法を採用した。

King Corenty 橋の横断寸法は Fig. 4 の通りである。

	cm	cm
Upper cover plate	123.19	1.905
Upper flange	6.6675	1.905
Lower cover plate	123.19	1.270
Lower flange	6.6675	1.270
Web plate thickness		0.635

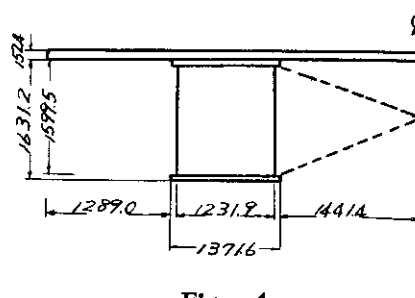


Fig. 4

よつてこの箱桁の 2 次断面率 I は

$$I = 3191.889 \text{ cm}^4$$

版の厚さは 15.23 cm なる故、版の曲げ剛性

$$N = 235.97 \text{ cm}^3 \text{ Ec}$$

中央の版の純間隔は 288.28 cm なる故

$$r_a = \frac{EI}{Na} = 472.2$$

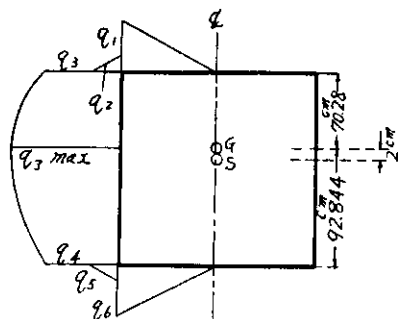


Fig. 5

(1) 曲げによる剪断流 q_s

$$q_1 = \frac{Q}{I} \int_0^{123.19/2} 1.905 \times 70.28 \, ds = 8247.22 \left(\frac{Q}{I} \right)$$

$$q_2 = 70.28 \times 1.905 \times 6.6675 = 892.67$$

$$q_3 = q_1 + q_2 = 9229.89$$

$$q_6 = 1.270 \times 92.844 \times 61.6 = 7263.37$$

$$q_5 = 92.844 \times 1.270 \times 6.6675 = 786.18$$

$$q_4 = q_6 + q_5 = 8049.55$$

$$q_3 = q_4 + \frac{1}{2} \times 0.635 \times (91.574)^2 = 10712.04$$

(2) 単純振り函数 $\widehat{q}_s$

(2) 式より

$$q_s = \frac{2FG\vartheta}{\oint \frac{1}{t} \, ds} \quad \text{よつて} \quad \widehat{q}_s = \frac{q_s}{G\vartheta} = \frac{2F}{\oint \frac{1}{t} \, ds}$$

$$F = 19900 \text{ cm}^2 \quad \oint \frac{1}{t} \, ds = 664.1$$

故に

$$\widehat{q}_s = 59.93$$

(3) 剪断中心の決定

剪断応力の分布は Fig. 5 より左右対称なる故、剪断中心の位置は中心軸線上にあることは明らかなり。

原点を断面の重心にとれば

$$z_0 Q = 2 \frac{Q}{I} \int_0^{\frac{b}{2}} (92.844 q_2 - 70.28 q_1) du \quad \dots\dots\dots (33)$$

上式において

$$q_2 = 92.844 t_2 u \quad q_1 = 70.28 t_1 u \quad I_y = 1018308.1 \text{ cm}^4$$

なる故

$$z_0 = \frac{2041776.85}{1018308.1} \doteq 2.09 \text{ cm}$$

(4) 反り函数 W_s の計算

(12) 式より

$$W_s = -\int_0^s r_s ds + \int_0^s \frac{\bar{q}}{t} ds \quad \dots\dots\dots (12)$$

よつて上式より Table 1 をうる。

Table 1 反り函数 W_s の計算

壁正面	$-\int_{i-1}^i r_s ds$	$-\int_0^i r_s ds$	$\int_{i-1}^i \frac{1}{t} ds$	$\int_{i-1}^i \frac{\bar{q}}{t} ds$	$\int_0^i \frac{\bar{q}}{t} ds$	W_s	点
0→1	$-72.28 \times 61.6 = -4452.4$	- 4452.4	32.33	1937.54	1937.5	-2514.9	0
1→2	$-72.28 \times 7 = -504.9$	- 4957.3		1937.54	1937.5	-3019.8	1
1→3	$-61.6 \times 160 = -9852.9$	-14810.2	35.19	15096.4	17033.9	2228.7	2
3→4	$90.844 \times 7 = 634.5$	-14240.5			17033.9	2798.4	3
3→5	$-90.844 \times 61.6 = -5596$	-19836.5	48.5	2906.6	19940.5	104	4

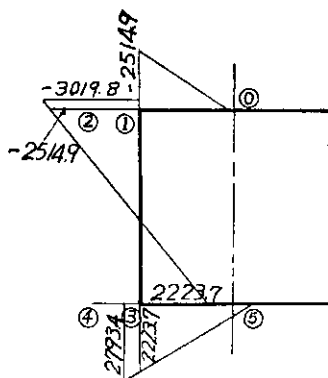


Fig. 6

(5) 静定基本系における曲げ振り、2次剪断流 $\bar{q}_w$ の計算

(7) 式より

$$\bar{q}_w = -E_s \frac{d^3 \theta}{dy^3} \int_0^s W_s t ds \quad \dots\dots\dots (7')$$

(7') より Table 2 をうる。

Table 2

壁正面 (i-1)-i	W_{si-1}	W_{si}	$\frac{1}{2}(W_{s+i}+W_{si})$	ΔS_i	A_i	$\int_{i-1}^i W_s t ds$
0→1		-2514.9	-1257.5	61.6	1.905	-147565.1
1→2	-2514.9	-3019.8	-2767.4	7	1.905	-36903.3
1→3	-2514.9	2223.7	145.6	161.54	0.635	23520.2
3→4	2223.7	2793.4	2508.6	7	1.27	22301.5
3→5	2223.7	104	1668.6	61.6	1.27	130561.4

(6) 捩り剛性 K および $E_s C_w$

St. Venant の捩り剛性 K を求めると

$$K = 2FG\hat{q} \doteq 1.88 \times 10^{12}$$

よつて

$$r_{b1} = \frac{K}{Na} = 131.61$$

曲げ剛性 $E_s C_w$ については、各壁区間について、次の式によつて、表より計算すれば容易となる。

W_s は、各壁区間においては直線分布をなす故

$$\begin{aligned} \int_{i-1}^i W_s^2 t ds &= t_i \int_0^{\Delta S_i} \left(W_{i-1} + \frac{W_i - W_{i-1}}{\Delta S_i} S \right)^2 ds \\ &= \frac{t_i}{3} \Delta S_i (W_{i-1} W_i + W_i^2 + W_{i-1}^2) \end{aligned}$$

Table 3 C_w 計算表

壁正間 (i-1)-i	W_{i-1}	W_i	$W_{i-1} - W_i$	W_{i-1}^2	W_i^2	$\frac{t_i}{3} \Delta S_i$	$\int_{i-1}^i W_s^2 t ds$
0→1	0	-2514.9	0	0	6324722	39.116	24.74×10^7
1→2	-2514.9	-3019.8	7594495	6324722	91199192	4.234	9.754×10^7
1→3	-2514.9	2223.7	-5592883	6324722	4944841	33.91	19.25×10^7
3→4	2223.7	2793.4	6211684	4944841	7803084	2.821	5.35×10^7
3→5	2223.7	104	231264	4944841	10815	26.056	13.515×10^7
Total							72.606×10^7

$$r_{b2} = \frac{E_s C_w}{Na^3} = \frac{14.5212}{5.654} \doteq 2.57$$

よつて

$$r_b = r_{b1} + a_n^2 r_{b2} = (131.61 + 0.3963 n^2)$$

(7) 未定係数 $A_n^{(2)}$, $D_n^{(2)}$ の計算

荷重の状態として、径間方向線荷重および径間の中央に集中荷重が作用している場合とする。

その作用位置は、 $x = \frac{1}{20}, \frac{1}{2}, \frac{19}{20}, 1\frac{1}{20}, 1\frac{1}{4}, \frac{3}{2}, 1\frac{3}{4}, 1\frac{19}{20}, 2\frac{1}{20}, 2\frac{1}{2}, 2\frac{19}{20}$ の 11 ケ所とする。

計算の便宜上、荷重を対称と逆対称に分ければ荷重の作用点は半分 6 ケ所でよいことになる。

作用位置を左側より数えて①, ②, ……と番号を付せば, それぞれの荷重状態による $A_n^{(2)}$, $D_n^{(2)}$ の値は計算の結果次の Table 4 をうる。

Table 4 係数 直線荷重 $\frac{p}{n\pi}$ 集中荷重 $\frac{1}{2} p (-1)^{\frac{n-1}{2}}$

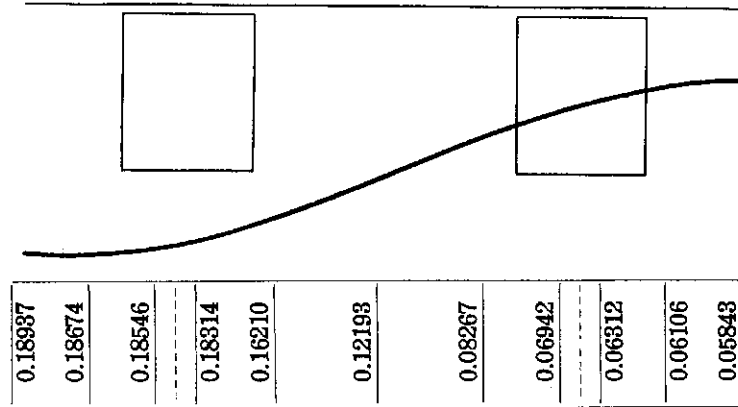
	対 称 の 場 合		逆 対 称 の 場 合	
$n=1$	$A_n^{(2)}$	$D_n^{(2)}$	$A_n^{(2)}$	$D_n^{(2)}$
①	0.00493	0.01073	0.03510	0.00504
②	0.00269	0.01065	0.03632	0.00464
③	0.00055	0.01054	0.03888	0.00451
④	0.01091	0.01088	0.02795	0.00381
⑤	0.02249	0.01079	0.01455	0.00283
⑥	0.03075	0.01080		
$n=3$				
①	0.00148	0.00365	-0.00012	0.00287
②	0.00082	0.00363	0.00074	0.00317
③	0.00016	0.00360	0.00160	0.00349
④	0.03335	0.00389	-0.02515	0.00335
⑤	0.06690	0.00347	-0.03419	0.00211
⑥	0.08417	0.00342		
$n=5$				
①	0.00130	0.00234	-0.00240	0.00186
②	0.00070	0.00230	-0.00006	0.00199
③	0.00015	0.00228	0.00100	0.00227
④	0.05593	0.00247	-0.04380	0.00217
⑤	0.10489	0.00193	-0.05497	0.00144
⑥	0.13675	0.00185		
$n=7$				
①	0.00101	0.00143	-0.00154	0.00115
②	0.00052	0.00140	-0.00056	0.00130
③	0.00011	0.00138	0.00040	0.00153
④	0.07465	0.00188	-0.06210	0.00168
⑤	0.13897	0.00145	-0.06755	0.00080
⑥	0.16301	0.00139		

(8) 曲げ, 反力, および振り角 θ の Influence Line

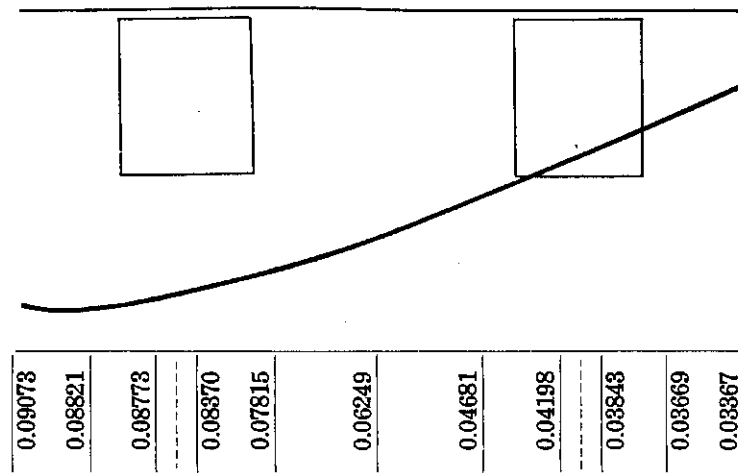
Table 4 より, 各点の曲げ反力, および振り角を求めると, 次の影響線をうる。

(イ) Moment Influence Line

(i) Point Load

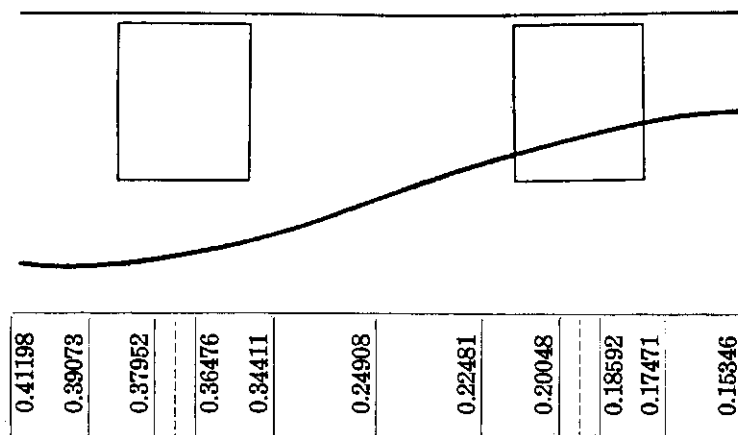
Fig. 7 Coef. Pb

(ii) Line Load

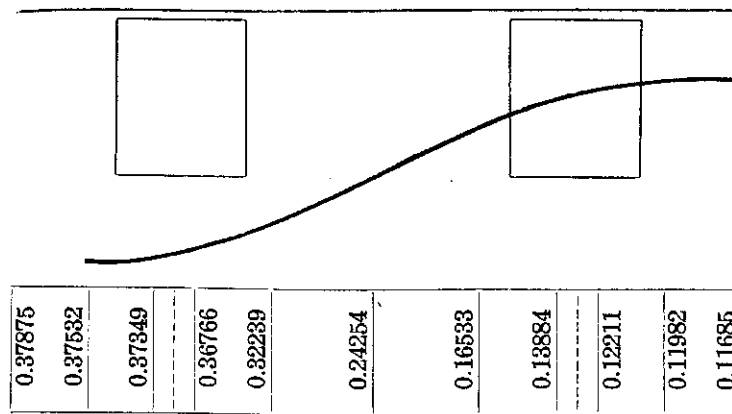
Fig. 8 Coef. pb^2

(ロ) Reaction Influence Line

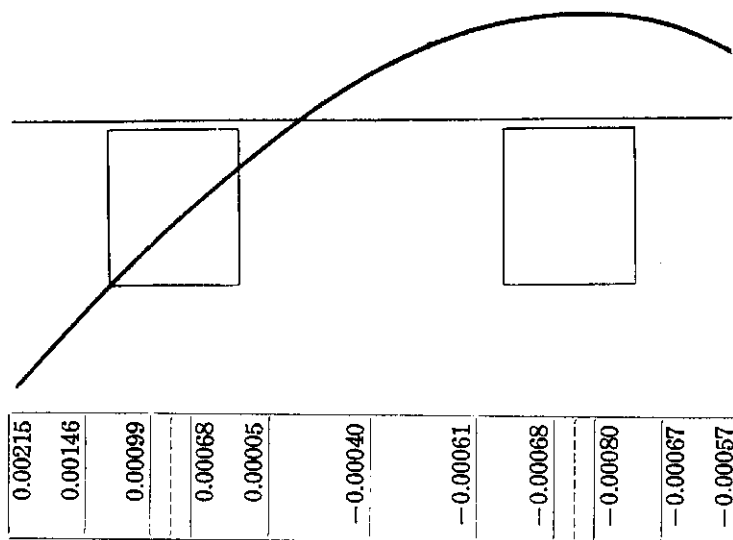
(i) Point Load

Fig. 9 Coef. P

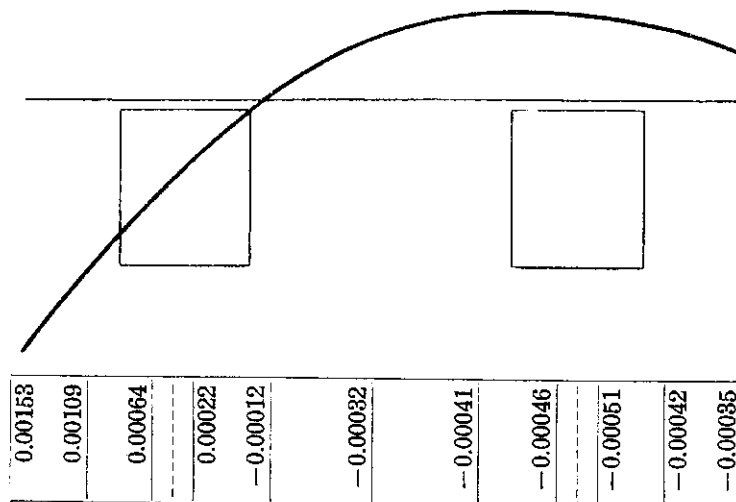
(ii) Line Load

Fig. 10 Coef. pb (ハ) 振り率 ϕ Influence Line

(i) Point Load

Fig. 11 Coef. P

(ii) Line Load

Fig. 12 Coef. pb

(二) 曲げ捩り $\frac{d^2\theta}{dx^2}$ Influence Line

(i) Point Load

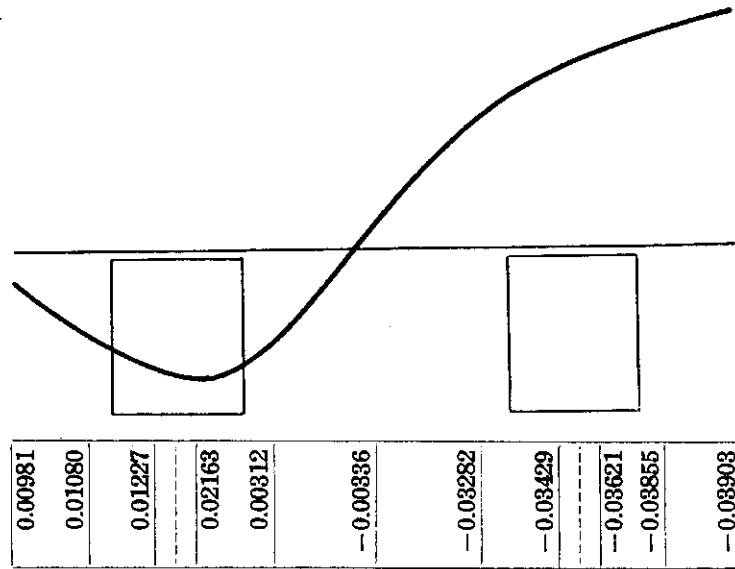


Fig. 13 Coef. P

(ii) Line Load

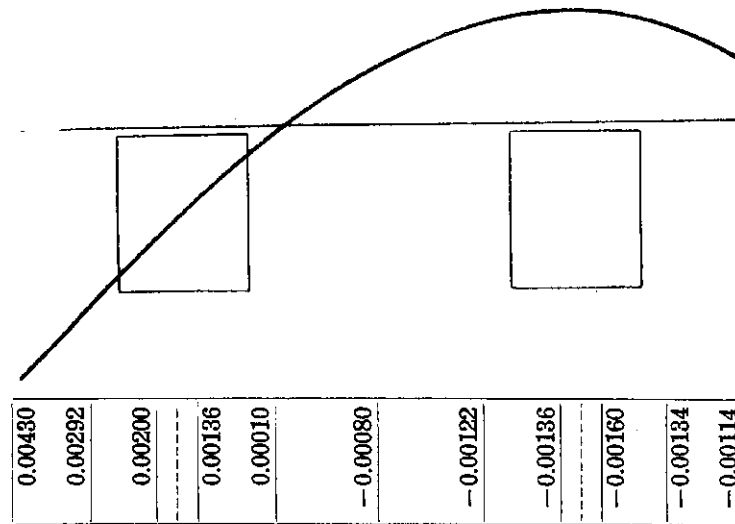


Fig. 14 Coef. pb

(ホ) 曲げ捩りによる2次剪断流係数 $\frac{d^3\theta}{dx^3}$ の Influence Line

(i) Point Load

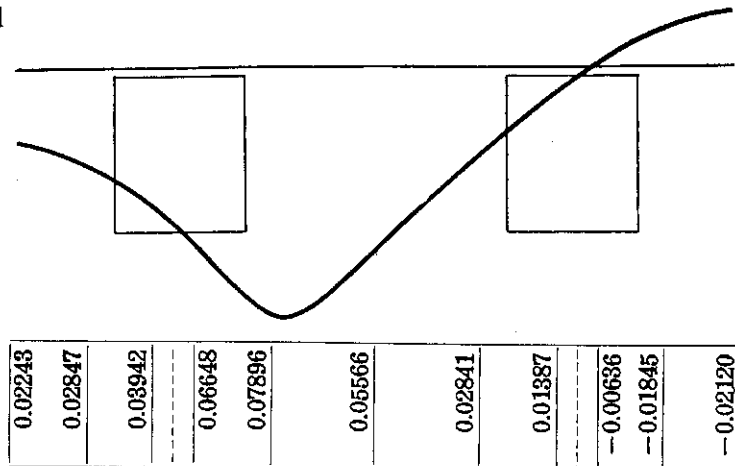
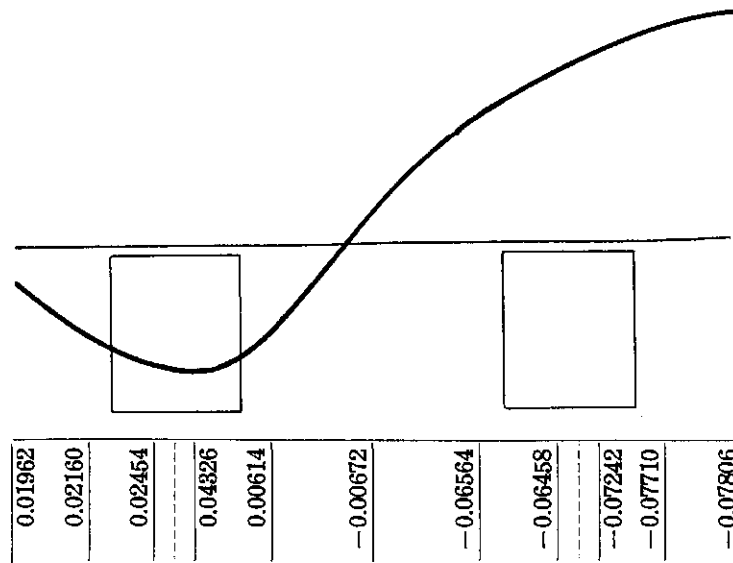


Fig. 15 Coef. P

(ii) Line Load

Fig. 16 Coef. pb

9. 慣用計算法ならびに従来の曲げ振り理論に対する比較

前節の数値計算例により、床版より箱桁に伝達される荷重の影響線すなわち

(i) 橋軸に対して偏心した集中荷重 P ton

(ii) 橋軸に対して偏心した縦方向線荷重 p t/m

が求められたので、これらの2種の荷重を組合せにより、一般の荷重状態は計算される。

(1) 縦方向線荷重の影響線

(a) $y = \frac{b}{2}$ 断面における垂直線応力

$p = 1 \text{ t/m} = 19 \text{ kg/cm}$ の等分布線荷重が径間 b に満載された場合を考える。

この場合の $y = \frac{b}{2}$ 断面の垂直応力は慣用計算法によると

$$\sigma_t = \frac{(M)_{y=\frac{b}{2}}}{I} y_t = \frac{pl^2}{8} = \frac{10 \times 3352.7^2}{5.11542 \times 10^6} \times 130.462 = 353.4 \text{ kg/cm}^2 \quad \dots\dots\dots (33) a$$

従来の曲げ振り理論によれば

① 幅員の一番端に荷重を載荷した場合

$$\sigma_{t_2} = 176.7 + 63.36 = 240.06 \text{ kg/cm}^2 \quad \dots\dots\dots (33) b$$

② 箱桁の中央に載荷した場合

$$\sigma_{t_3} = 176.7 + 38.87 = 215.57 \text{ kg/cm}^2 \quad \dots\dots\dots (33) c$$

③ 幅員の中央に載荷した場合

$$\sigma_{t_4} = 176.7 \text{ kg/cm}^2 \quad \dots\dots\dots (33) d$$

本計算では $y_t = 92.84 \text{ cm}$, $I = 3192,000$ なる故, Fig. 8, Fig. 15 より

① の場合は

$$\sigma_t = \frac{0.09073 \times 10 \times 3352.7^2}{3192,900} \times 92.84 = 296.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\begin{aligned} \sigma_w &= \frac{E_s W_s}{NE_c} \frac{1}{b} \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = \frac{3019.8 \times 10}{235.97 \times 3352.7} pb \frac{\partial \vartheta}{\partial y} = 0.03817 pb \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \\ &= 0.03817 \times 10 \times 3352.7 \times 0.0043 = 5.50 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \sigma_1 = \sigma_t + \sigma_w = 302.0 \text{ kg/cm}^2$$

② の場合には

$$\sigma_t = 3269.26 \text{ kg/cm}^2 \times 0.08572 = 280.24 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_w = 1279.73 \times 0.00168 = 2.15 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \sigma_2 = 282.39 \text{ kg/cm}^2$$

③ の場合には

$$\sigma_t = 3269.26 \text{ kg/cm}^2 \times 0.06249 = 204.30 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_w = 1279.73 \times -0.0008 = -1.02$$

$$\therefore \sigma_3 = 203.28 \text{ kg/cm}^2$$

(b) $x=0$ における最大剪断力

慣用計算法によれば

$$\tau = \frac{(Q)_{x=0}}{I} \cdot \frac{q_b \max}{t_w} = 85.6 \text{ kg/cm}^2$$

従来の曲げ振り理論によれば, ① の場合には

$$\tau_b = 42.8 \text{ kg/cm}^2 + \tau_s + \tau_v = 91.8 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \tau = \tau_b + \tau_s + \tau_v = 134.6 \text{ kg/cm}^2$$

② の場合には

$$\tau = 42.8 + 56.4 = 99.2 \text{ kg/cm}^2$$

③ の場合には

$$\tau = 42.8 \text{ kg/cm}^2$$

本計算によれば

$$\tau_b = \frac{q_b \max}{t_w} \cdot \frac{(Q)_{x=0}}{I} = \frac{10712.04}{0.635} \times \frac{(Q)_{x=0}}{3192,000} = 0.005285 \times (Q)_{x=0}$$

$$\tau_s = \frac{\bar{q}_s G_s}{t} \cdot \frac{pb}{N} \cdot \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y \cdot \partial x} = \frac{59.93 \times 7.88 \times 10^5}{0.635 \times 235.97 \times 2.1 \times 10^5} \cdot pb \cdot \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \cdot \partial y} = 1.75 pb \cdot \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \cdot \partial y}$$

$$\tau_v = -\frac{E_s}{t} \cdot \frac{\bar{q}}{N_1 E_n} \cdot \frac{1}{b^2} \cdot pb \cdot \frac{\partial^4 \zeta}{\partial y^3 \partial x} = \frac{10 \times 130561.4}{0.635 \times 235.97 \times (3352.7)^2}$$

$$pb \cdot \frac{\partial^4 \zeta}{\partial x \cdot \partial y^3} = 0.00078 pb \cdot \frac{\partial^4 \zeta}{\partial y^3 \cdot \partial x}$$

よつて ① の場合は

$$\tau_b = 0.005285 \times 10 \times 3352.7 \times 0.37875 = 67.10 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_s = 1.75 \times 3352.7 \times 0.00153 = 89.77 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_v = 0.00078 \times 3352.7 \times 0.01962 = 0.51 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \tau = 67.10 + 89.77 + 0.51 = 157.38 \text{ kg/cm}^2$$

② の場合は

$$\tau_b = 177.19 \times 0.37058 = 65.66 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_s = 58672.25 \times 0.00043 = 25.23 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_v = 26.15 \times 0.03390 = 0.89 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \tau = 65.66 + 25.23 + 0.89 = 91.78 \text{ kg/cm}^2$$

③ の場合は

$$\tau_b = 177.19 \times 0.2434 = 42.94 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_s = 58672.25 \times -0.00032 = -18.78 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_T = 26.15 \times -0.00672 = -0.18 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \tau = 42.94 - 18.78 - 0.18 = 23.98 \text{ kg/cm}^2$$

(2) 集中荷重の影響線

(a) $y = \frac{b}{2}$ 断面における垂直縁応力

$p=1 \text{ ton}$ の集中荷重がスパンの中央 $y = \frac{b}{2}$ の点に載荷した場合を考える。慣用計算法によれば

$$\sigma_{t_1} = \frac{\frac{pb}{4}}{I} y_t = 21.4 \text{ kg/cm}^2$$

従来 of 曲げ振り理論によれば、① の場合は

$$\sigma_{t_1} = 10.7 + 6.73 = 17.43 \text{ kg/cm}^2$$

② の場合には

$$\sigma_{t_2} = 10.7 + 4.14 = 14.84 \text{ kg/cm}^2$$

③ の場合には

$$\sigma_{t_3} = 10.7 \text{ kg/cm}^2$$

本計算法によれば、① の場合は

$$\sigma_t = \frac{0.18937 \times 1000 \times 3352.7}{3192,000} \times 92.84 = 18.47 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_w = 38.17 \times 0.00981 = 0.37 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \sigma_1 = 18.47 + 0.37 = 18.84 \text{ kg/cm}^2$$

② の場合は

$$\sigma_t = 97.51 \times 0.1843 = 17.97 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_w = 38.17 \times 0.01695 = 0.65 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \sigma_2 = 17.97 + 0.65 = 18.62 \text{ kg/cm}^2$$

③ の場合は

$$\sigma_t = 97.51 \times 0.12193 = 11.89 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_w = 38.17 \times -0.00336 = 0.13 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \sigma_3 = 11.89 - 0.13 = 11.76 \text{ kg/cm}^2$$

(b) $x=0$ における最大剪断力

慣用計算法によれば

$$\tau = 2.55 \text{ kg/cm}^2$$

本計算によれば、① の場合には

$$\tau_b = 5.285 \times 0.41198 = 2.18 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_s = 1750 \times 0.00215 = 3.76 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_T = 0.78 \times 0.0224 = 0.017 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \tau = 2.18 + 3.76 + 0.017 = 5.96 \text{ kg/cm}^2$$

② の場合には

$$\tau_b = 5.285 \times 0.3714 = 1.97 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_s = 1750 \times 0.00084 = 1.47 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_T = 0.78 \times 0.0539 = 0.04 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \tau = 1.97 + 1.47 + 0.04 = 2.48 \text{ kg/cm}^2$$

③ の場合には

$$\tau_b = 5.285 \times 0.24908 = 1.32 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_s = 1750 \times -0.00040 = -0.76 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_T = 0.78 \times 0.0557 = 0.04 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore \tau = 1.32 - 0.76 + 0.04 = 0.66 \text{ kg/cm}^2$$

以上の結果を表にして比較すれば

Table 5

	荷重状態	垂直応力	慣用計算法 (kg/cm ²)	曲げ振り理論 (kg/cm ²)	本計算法 (kg/cm ²)
縦方向線荷重	①	曲げによる引張応力 σ_t	353.4	176.7	296.5
	②		353.4	176.7	280.24
	③		176.7	176.7	204.3
	①	曲げ振りによる垂直応力 σ_{ν}		63.36	5.5
	②			38.87	2.15
	③			0	-1.02
集中荷重	①	曲げによる引張応力 σ_t	21.4	10.7	18.47
	②		21.4	10.7	17.97
	③		10.7	10.7	11.89
	①	曲げ振りによる垂直応力 σ_{ν}		6.73	0.37
	②			4.14	0.65
	③			0	-0.13

Table 6

	荷重状態	剪断応力	慣用計算法 (kg/cm ²)	曲げ振り理論 (kg/cm ²)	本計算法 (kg/cm ²)
縦方向線荷重	①	曲げによる剪断応力 τ_b	85.6	42.8	67.10
	②		85.6	42.8	65.66
	③		42.8	42.8	42.94
	①	単純振りによる剪断応力 τ_s		74.89	89.77
	②			46.01	25.23
	③			0	-18.78
	①	曲げ振りによる次剪断応力 τ_T		16.91	0.51
	②			10.39	0.89
	③			0	-0.18
集中荷重	①	曲げによる剪断応力 τ_b	2.25	—	2.18
	②		2.55	—	1.97
	③		1.275	—	1.32

	荷重状態	剪 断 応 力	慣 用 計 算 法 (kg/cm ²)	曲げ振り理論 (kg/cm ²)	本 計 算 法 (kg/cm ²)
集 中 荷 重	①	単純振りによる剪 断応力 τ_s		—	3.76
	②			—	1.47
	③			—	-0.76
	①	曲げ振りによる次 剪断応力 τ_1		—	0.017
	②			—	0.04
	③			—	0.04

Table 5 および Table 6 より慣用計算法, 従来の曲げ振り理論と比較すれば, 垂直応力においてもまた剪断応力でも著しくその各値が異なることがわかる。特に剪断応力においては, 従来の曲げ振り理論と比較しても大いにその性質を異にし, 直線変化はしなく一考を要すると思う。

箱桁橋においては, 版が大いに影響することは各影響線をみても判明する。なお曲げ振りによる 2 次剪断応力および垂直応力は 1 次応力に比較して極めて小なので計算には省略してよい。

10. 結 語

合成箱桁橋を版の理論を用いて解式を求め, なお実計算をなし, 他の方法とその性質および優劣を比較した。

実用解式には未だその困難があると思われるが, 箱桁橋の特性の一端を把握できたと思う。

本問題に御指導を賜わつた北大教授酒井忠明先生に深く敬意を表するとともに, 土木学会誌第 25 号, 合成箱桁橋の応力解析と設計, 計算法の計算例を引用させて載いたことに厚く感謝の意を表します。

11. 参 考 文 献

この論文の作成に当つて参考ならびに引用した文献は下のとおりである。

- (1) 土木学会誌論文集, 第 11 号; 弾性梁に支持される連続版の解法並びに弾性梁の振りモーメントが連続版に及ぼす影響について。
- (2) 土木学会誌論文集, 第 25 号; 合成箱桁橋の応力解析と設計計算法
- (3) Timochenko: Theory of Plates and Shells
- (4) Dr. S. Iguchi: Eine Lösung für die Berechnung der biegsamen rechteckigen Platte