

相対する二辺が単純支持された無限に長い 鋼床板の一解法とその実験について

井 藤 昭 夫*

A Study and a Field Test of Rectangular Deck Plates of Infinite Length with two Opposite Edges Simply Supported

By

Akio ITÔ

Synopsis

Recently, the application of theory on the orthogonally anisotropic plates have been magnificently studied for the construction of girder bridges.

However, these are the studies of having comparatively large ratio as the bridge width compared with the length, and the distance of girder is limited.

This paper is a result that is calculated and experimented with the deck plates of the infinitely large span on the simple, continuous, or "schräg seil," girder bridges.

The numerical evaluation of this solution was made on an experiment of the deck plates upon the uniformly linear load p .

This calculation was examined in the experimental value on the field test of Shinnô Bashi Bridge.

要 旨

近年、ケタ橋構造に直交異方性板理論の応用に関する研究が盛んであるが、いずれも、幅員と橋長との比 (b/l) が、比較的大きく、しかもケタ間隔が小さい場合である。ここでは幅員に比べて橋長が非常に長い連続箱ゲタ橋、斜張ゲタ橋などで、単純ゲタあるいは箱ゲタ上に鋼床板を持つ橋梁構造について解析した。

直交異方性板理論を適用する場合、ここでは鋼床板が単純ゲタあるいは箱ゲタ上で相対する二辺が単純支持された無限に長い板であるとし、かつ断面が橋梁の径間中央付近にあるものに適用した。

また、理論計は上の仮定に基づいて行ない、荷重状態は、線分布の場合と矩形等分布の場合の二つについて各々断面力を算出した。

数値計算は線荷重載荷の場合についてだけ行ない、これに過日当研究室で実施した神納橋（斜張橋部）で行なったトラック載荷実験について検討した。

目 次

1. 相対する二辺が単純支持された無限長の直交異方性板の基礎微分方程式	44
(I) 板が線分荷重を受ける場合	44
(II) 板が矩形等分布荷重を受ける場合	46
2. 数値計算および載荷実験	51
3. 結 語	62
4. 参 考 文 献	63

* 構造研究室 主任研究員

1. 相対する二辺が単純支持された無限長の直交異方性板の基礎微分方程式

(I) 板が線分布荷重を受ける場合

荷重分布を $p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} p_n \cdot \sin \frac{n\pi x}{l}$ とする。ここに l は板の支間、 n は自然数とする。 (1)

長さ方向 (橋長方向) を y 軸とし、 $y \geq 0$ の範囲だけを考える。

直交異方性板の微分方程式は次式で表わされる。

$$K_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + K_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (2)$$

ここで、 $K_x = \frac{(EI)_x}{1 - \nu_x \nu_y}$ 、 $K_y = \frac{(EI)_y}{1 - \nu_x \nu_y}$ 、 $2H = K_x \nu_y + K_y \nu_x + 4C$ 、で ν_x 、 ν_y は x 、 y 方向の板のポアソン比である。

いま (2) 式の解を

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} A e^{\beta y} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (3)$$

とおいて (2) 式に代入すれば β に関する 4 次方程式を得る。

$$\left(\frac{n\pi}{l}\right)^4 K_x - 2 \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 H \beta^2 + K_y \beta^4 = 0 \quad (4)$$

$$\beta_{1,3} = \pm \left(\frac{n\pi}{l}\right) \sqrt{\frac{1}{K_y} (H \pm \sqrt{H^2 - K_x K_y})} \quad (5)$$

(5) 式を (3) 式に代入すれば、次式となる。

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} (A_1 e^{\beta_1 y} + A_2 e^{\beta_2 y} + A_3 e^{\beta_3 y} + A_4 e^{\beta_4 y}) \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (6)$$

(5) 式で、 $H^2 > K_x K_y$ 、 $H^2 = K_x K_y$ 、 $H^2 < K_x K_y$ の三つの場合が考えられるが、ここでは鋼床板が $H^2 < K_x K_y$ の場合が多いと思われる。

したがって (5) 式は、次のようになる。

$$\beta_{1,3} = \pm \left(\frac{n\pi}{l}\right) \sqrt{\frac{H}{K_y} \pm i \sqrt{\frac{K_x K_y - H^2}{K_y^2}}} = \pm (\varphi_n \pm i \psi_n) \quad (5')$$

$$\varphi_n = \left(\frac{n\pi}{l}\right) \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{K_x}{K_y}} + \frac{H}{K_y} \right)}, \quad \psi_n = \left(\frac{n\pi}{l}\right) \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{K_x}{K_y}} - \frac{H}{K_y} \right)}$$

ゆえに

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \psi_n y + B_n \sin \psi_n y) \cdot e^{-\varphi_n y} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (7)$$

(7) 式の A_n 、 B_n は次式となる。

$$A_n = \frac{p_n}{4K_y \varphi_n (\varphi_n^2 + \psi_n^2)},$$

$$B_n = \frac{p_n}{4K_y \psi_n (\varphi_n^2 + \psi_n^2)},$$

また p_n は 図-1 のような線分布する場合、その強度をフーリエ級数に展開すれば次式になる。

$$p_n = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4p}{n\pi} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \sin \frac{n\pi c}{l} \quad (8)$$

結局 w は次式となる。

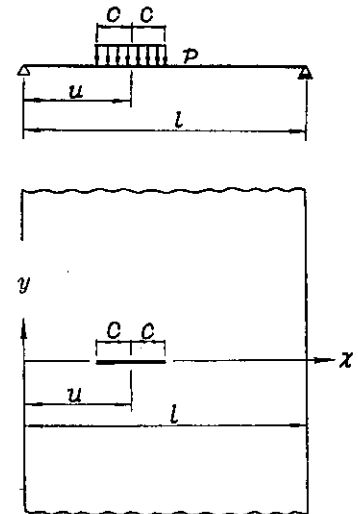


図-1

$$w = \frac{p}{\pi K_y} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(\varphi_n^2 + \psi_n^2)} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left(\frac{\cos \psi_n y}{\varphi_n} + \frac{\sin \psi_n y}{\psi_n} \right) \cdot e^{-\varphi_n y} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (9)$$

曲ゲモーメント

x, y 方向の曲ゲモーメントは、(9) 式より次式で求められる。

$$m_x = -K_x \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right), \quad m_y = -K_y \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + \nu_x \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right) \quad (10)$$

$\nu_x = \nu_y = \nu$ とすれば

$$m_x = \frac{pl}{\pi^2} \cdot \left(\frac{K_x}{K_y} \right) \left(\frac{\sqrt{A_0^2 + B_0^2}}{\varphi_0^2 + \psi_0^2} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \cdot \sin(\psi_n y + \delta) \cdot e^{-\varphi_n y} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (11)$$

$$m_y = \frac{pl}{\pi^2} \cdot \left(\frac{\sqrt{C_0^2 + D_0^2}}{\varphi_0^2 + \psi_0^2} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \cdot \sin(\psi_n y + \delta') \cdot e^{-\varphi_n y} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (12)$$

ネジリモーメント

ネジリモーメントは(9) 式より次式で求められる。

$$m_{xy} = -(1 - \sqrt{\nu_x \nu_y}) \sqrt{K_x K_y} \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \quad (13)$$

(9) 式より、 $\frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y}$ を計算すると

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} = -\frac{pl}{\pi^2 K_y \varphi_0 \psi_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \cdot \sin \psi_n y \cdot e^{-\varphi_n y} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l}$$

となる。したがって、 m_{xy} は次式となる。

$$m_{xy} = \frac{pl(1-\nu) \sqrt{K_x K_y}}{\pi^2 K_y \varphi_0 \psi_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \cdot \sin \psi_n y \cdot e^{-\varphi_n y} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (14)$$

せん断力

x, y 方向のせん断力は、次式で求められる。

$$\left. \begin{aligned} q_x &= -K_x \frac{\partial^3 \omega}{\partial x^3} - (K_x \nu_y + 2C) \frac{\partial^3 \omega}{\partial x \partial y^2} \\ q_y &= -K_y \frac{\partial^3 \omega}{\partial y^3} - (K_y \nu_x + 2C) \frac{\partial^3 \omega}{\partial x^2 \partial y} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

(9) 式より

$$\frac{\partial^3 \omega}{\partial x^3} = -\frac{p}{\pi K_y \psi_0 (\varphi_0^2 + \psi_0^2)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left(\sin \psi_n y + \frac{\psi_0}{\varphi_0} \cos \psi_n y \right) \cdot e^{-\varphi_n y} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l}$$

$$\frac{\partial^3 \omega}{\partial x \partial y^2} = -\frac{p}{\pi K_y \psi_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left(\frac{\psi_0}{\varphi_0} \cos \psi_n y - \sin \psi_n y \right) \cdot e^{-\varphi_n y} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l}$$

となるから、 q_x は次式となる。

$$\begin{aligned} q_x &= \frac{p}{\pi \psi_0} \left(\frac{K_x}{K_y} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \cdot \left[\left\{ \left(\frac{1}{\varphi_0^2 + \psi_0^2} \right) - \left(\nu_y + \frac{2C}{K_x} \right) \right\} \sin \psi_n y \right. \\ &\quad \left. + \frac{\psi_0}{\varphi_0} \left\{ \left(\frac{1}{\varphi_0^2 + \psi_0^2} \right) + \left(\nu_y + \frac{2C}{K_x} \right) \right\} \cos \psi_n y \right] \cdot e^{-\varphi_n y} \cdot \cos \frac{n\pi x}{l} \end{aligned} \quad (16)$$

同様に

$$\frac{\partial^3 \omega}{\partial y^3} = \frac{p}{\pi K_y} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \cdot \left\{ \left(\frac{\psi_0^2}{\varphi_0^2} - 1 \right) \sin \psi_n y + 2 \frac{\psi_0}{\varphi_0} \cos \psi_n y \right\} \cdot e^{-\varphi_n y} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l}$$

$$\frac{\partial^3 \omega}{\partial x^2 \partial y} = \frac{p}{\pi K_y \varphi_0 \psi_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \cdot \sin \varphi_n y \cdot e^{-\varphi_n y} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l}$$

したがって q_y は次式となる。

$$q_y = \frac{p}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \cdot \left[\left\{ 1 - \frac{\phi_0^2}{\varphi_0^2} - \frac{1}{\varphi_0 \phi_0} \left(\nu_x + \frac{2C}{K_y} \right) \right\} \sin \phi_n y - 2 \frac{\phi_0}{\varphi_0} \cos \phi_n y \right] \times e^{-\varphi_n y} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (17)$$

なお φ_0, ϕ_0 は

$$\varphi_0 = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{K_x}{K_y}} + \frac{H}{K_y} \right)}, \quad \phi_0 = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{K_x}{K_y}} - \frac{H}{K_y} \right)}$$

$$A_0 = \frac{1}{\phi_0} - \nu \frac{\varphi_0^2}{\phi_0} - \nu \phi_0, \quad B_0 = \frac{1}{\varphi_0} + \nu \frac{\phi_0^2}{\varphi_0} + \nu \varphi_0, \quad C_0 = \frac{\nu}{\phi_0} - \frac{\varphi_0^2}{\phi_0} - \phi_0, \quad D_0 = \frac{\nu}{\varphi_0} + \frac{\phi_0^2}{\varphi_0} + \varphi_0$$

である。また δ, δ' は

$$\tan \delta = \frac{B_0}{A_0}, \quad \tan \delta' = \frac{D_0}{C_0}$$

で与えられる。

(II) 板が短形等分布荷重を受ける場合

図-2 の荷重強度をまず x 方向についてフーリエ級数に展開すると

$$p(x) = \frac{4p}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (18)$$

y 方向の強度分布は、余弦フーリエ変換公式により

$$p(y) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \cos \alpha y \, d\alpha \int_0^{\infty} p(\alpha) \cos \alpha d \, d\alpha$$

$$= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha d}{\alpha} \cdot \cos \alpha y \, d\alpha \quad (19)$$

したがって荷重強度 $p(x, y)$ は、次式となる。

$$p(x, y) = \frac{2p(x)}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha d}{\alpha} \cos \alpha y \, d\alpha$$

$$= \frac{2P}{\pi^2 c d} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha d}{\alpha} \cdot \cos \alpha y \, d\alpha$$

$$(n = 1, 2, 3, \dots) \quad (20)$$

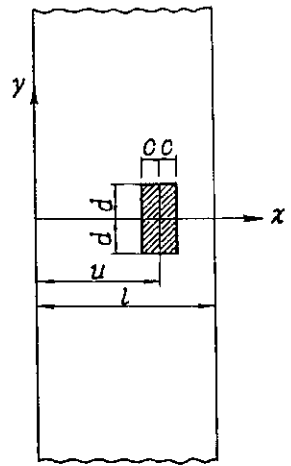


図-2

ただし、ここで $P = 4pcd$ である。

そこで、直交異方性板の微分方程式は (2) 式に表わされる。

今 (2) 式の解を次式のようにおく。

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi x}{l} \int_0^{\infty} C(\alpha) \cos \alpha y \, d\alpha \quad (21)$$

(2), (20), (21) 式により

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} C(\alpha) \left\{ K_x \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 + 2H \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \alpha^2 + K_y \alpha^4 \right\} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \cdot \cos \alpha y \, d\alpha = p(x, y)$$

$$= \frac{2P}{\pi^2 c d} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \cdot \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha d}{\alpha} \cdot \cos \alpha y \, d\alpha \quad (22)$$

(22) 式より $C(\alpha)$ を求めると、次式となる。

$$C(\alpha) = \frac{2P}{\pi^2 c d} \cdot \frac{1}{\left\{ K_x \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 + 2H \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \alpha^2 + K_y \alpha^4 \right\}} \cdot \frac{\sin \alpha d}{\alpha} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \quad (23)$$

(23) 式を (21) 式に代入すればタワミ w が求まる。

$$w = \frac{2P}{\pi^2 cd} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \int_0^{\infty} \frac{\cos \alpha y}{\left\{ K_x \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 + 2H \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \alpha^2 + K_y \alpha^4 \right\}} \cdot \frac{\sin \alpha d}{\alpha} \cdot d\alpha \quad (24)$$

(24) 式で, $\sin \alpha d$, $\cos \alpha y$ は

$$\sin \alpha d, \cos \alpha y = \frac{1}{2} \left\{ \sin \alpha (y+d) - \sin \alpha (y-d) \right\}$$

であるから, (24) 式の w は次式となる。

$$w = \frac{P}{\pi^2 K_y cd} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \cdot \sin \frac{n\pi x}{l} \cdot \left\{ \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha (y+d)}{\alpha (\alpha^2 + K_n^{02}) (\alpha^2 + K_n^{12})} d\alpha - \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha (y-d)}{\alpha (\alpha^2 + K_n^{02}) (\alpha^2 + K_n^{12})} d\alpha \right\} \quad (25)$$

ここに, K_n^0 , K_n^1 は n の関数であり, 次の関係式を満たす。ただし, $K_n^0 > K_n^1$ とする。

$$K_n^{02} + K_n^{12} = \frac{2H}{K_y} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2, \quad (K_n^0 K_n^1)^2 = \left(\frac{K_x}{K_y} \right) \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 \quad (26)$$

(26) 式から, K_n^0 , K_n^1 を求めると

$$K_n^0 = \sqrt{\frac{1}{K_y} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2} \sqrt{H + \sqrt{H^2 - K_x K_y}}, \quad K_n^1 = \sqrt{\frac{1}{K_y} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2} \sqrt{H - \sqrt{H^2 - K_x K_y}} \quad (27)$$

$H^2 > K_x K_y$ の場合

板のタワミ w は (25) 式で求められるが, α に関する無限積分を含んでいるため, これを複素積分による定積分として求めることにする。

(25) 式中 $\{ \}$ の積分の第一項, 第二項を各々 $f_1(z)$, $f_2(z)$ とすると

$$f_1(z) = \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha (y+d)}{\alpha (\alpha^2 + K_n^{02}) (\alpha^2 + K_n^{12})} d\alpha = \int_0^{\infty} \frac{e^{iz(y+d)}}{z (z^2 + K_n^{02}) (z^2 + K_n^{12})} dz \quad (28)$$

$$f_2(z) = \int_0^{\infty} \frac{\sin \alpha (y-d)}{\alpha (\alpha^2 + K_n^{02}) (\alpha^2 + K_n^{12})} d\alpha = \int_0^{\infty} \frac{e^{iz(y-d)}}{z (z^2 + K_n^{02}) (z^2 + K_n^{12})} dz \quad (i = \sqrt{-1}) \quad (29)$$

(28), (29) 式を部分分数に分解すると

$$f_1(z) = \frac{1}{(K_n^0 K_n^1)^2} \int_0^{\infty} \frac{e^{iz(y+d)}}{z} dz + \frac{K_n^{12}}{(K_n^0 K_n^1)^2 (K_n^{02} - K_n^{12})} \int_0^{\infty} \frac{z e^{iz(y+d)}}{(z^2 + K_n^{02})} dz - \frac{K_n^{02}}{(K_n^0 K_n^1)^2 (K_n^{02} - K_n^{12})} \int_0^{\infty} \frac{z e^{iz(y+d)}}{(z^2 + K_n^{12})} dz \quad (28a)$$

$$f_2(z) = \frac{1}{(K_n^0 K_n^1)^2} \int_0^{\infty} \frac{e^{iz(y-d)}}{z} dz + \frac{K_n^{12}}{(K_n^0 K_n^1)^2 (K_n^{02} - K_n^{12})} \int_0^{\infty} \frac{z e^{iz(y-d)}}{(z^2 + K_n^{02})} dz - \frac{K_n^{02}}{(K_n^0 K_n^1)^2 (K_n^{02} - K_n^{12})} \int_0^{\infty} \frac{z e^{iz(y-d)}}{(z^2 + K_n^{12})} dz \quad (29b)$$

となる。

そこで, 積分 (28a), (29b) に関して, $f_1(z)$, $f_2(z)$ の値は, 関数 $f(z)$ が閉曲線 C の内部の領域 D の $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ において孤立特異点を有し, それらにおける留数を $\text{Res}(a_1), \text{Res}(a_2), \dots, \text{Res}(a_n)$ とし, それら特異点を除けば, $f(z)$ は C の上および D で正則とすると,

$$\frac{1}{2\pi i} \int_C f(z) dz = \text{Res}(a_1) + \text{Res}(a_2) + \dots + \text{Res}(a_n)$$

となるので, 積分値は結局, 特異点における留数の和で与えられる。

$f_1(z)$, $f_2(z)$ のうち第一項の積分は $z=0$ に特異点が存在するため, 図-3 のような積分路に沿って積分し, 留数を求めると, $\frac{\pi}{2(K_n^0 K_n^1)^2}$ となる。

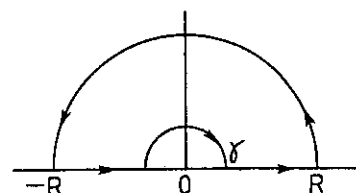


図-3

また第二項、第三項の積分は各々 $\pm K_n^0 i$, $\pm K_n^1 i$ に特異点が存在するため 図-4 の積分路に沿って積分する。結局、 $f_1(z)$, $f_2(z)$ は次のようになる。

$$f_1(z) = \frac{\pi}{2(K_n^0 K_n^1)^2 (K_n^0 - K_n^1)} \left\{ K_n^{12} e^{-K_n^0(y+d)} - K_n^{02} e^{-K_n^1(y+d)} \right\} + \frac{\pi}{2(K_n^0 K_n^1)^2} \quad (28 a')$$

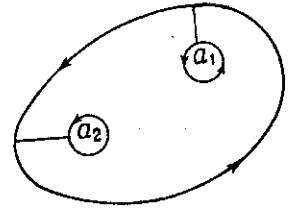


図-4

$$f_2(z) = \frac{\pi}{2(K_n^0 K_n^1)^2 (K_n^0 - K_n^1)} \left\{ K_n^{12} e^{-K_n^0(y-d)} - K_n^{02} e^{-K_n^1(y-d)} \right\} + \frac{\pi}{2(K_n^0 K_n^1)^2} \quad (29 b')$$

したがって (25) 式に (28 a'), (29 b') を代入すると w が求められる。

(1) $y \geq d$

$$w = \frac{pl^4}{4\pi^5 cd} \left(\frac{1}{\sqrt{-}} \right) \left(\frac{H+\sqrt{-}}{K_x} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left\{ \sinh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) - \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \sinh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right\} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (30)$$

なお、ここに $\sqrt{-} = \sqrt{H^2 - K_x K_y}$, K_0 , K_1 は (27) 式の K_n^0 , K_n^1 を $\left(\frac{n\pi}{l} \right)$ で除した値である。

曲ゲモーメントを求めるために、(30) 式より

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} &= -\frac{pl^2}{4\pi^3 cd} \left(\frac{1}{\sqrt{-}} \right) \left(\frac{H+\sqrt{-}}{K_x} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left\{ \sinh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) - \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \sinh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right\} \sin \frac{n\pi x}{l} \\ \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} &= \frac{pl^2 (H+\sqrt{-})^2}{4\pi^3 cd K_x K_y \sqrt{-}} \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left\{ \sinh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) - \sinh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right\} \sin \frac{n\pi x}{l} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

ゆえに、(10) 式に (31) 式を代入すると曲ゲモーメントが求められる。

曲げモーメント

$$m_x = \frac{pl^2 (H+\sqrt{-})}{4\pi^3 cd \sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left[\left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \left\{ \frac{\nu(H+\sqrt{-})}{K_y} - 1 \right\} \sinh(K_n^0 d) \times \exp(-K_n^0 y) + \left\{ 1 - \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \frac{\nu(H+\sqrt{-})}{K_y} \right\} \sinh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) \right] \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (32)$$

$$m_y = \frac{pl^2 (H+\sqrt{-})}{4\pi^3 cd \sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left[\left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \left\{ \frac{(H+\sqrt{-})}{K_x} - \nu \frac{K_y}{K_x} \right\} \sinh(K_n^0 d) \times \exp(-K_n^0 y) + \left\{ \nu \frac{K_y}{K_x} - \frac{(H+\sqrt{-})}{K_x} \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \right\} \sinh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) \right] \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (33)$$

ネジリモーメント

同様に、(30) 式より

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial x} &= \frac{pl^3 (H+\sqrt{-})}{4\pi^4 cd K_x \sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left\{ \sinh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) - \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \sinh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right\} \cos \frac{n\pi x}{l} \\ \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} &= -\frac{pl^2 (H+\sqrt{-})^{3/2}}{4\pi^3 cd K_x \sqrt{K_y} \sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left\{ \left(\frac{K_1}{K_0} \right) \sinh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) - \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \sinh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right\} \cos \frac{n\pi x}{l} \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

(13) 式に (34) を代入すると、 m_{xy} は

$$m_{xy} = \frac{pl^2(1-\nu)(H+\sqrt{-})^{3/2}}{4\pi^3cd\sqrt{K_x}\sqrt{-}} \times \left(\frac{K_1}{K_0}\right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left\{ \sinh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) \right. \\ \left. - \left(\frac{K_1}{K_0}\right) \sinh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right\} \cos \frac{n\pi x}{l} \quad (35)$$

セ ン 断 力

同様に (30) 式より

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^3 \omega}{\partial x^3} &= -\frac{pl(H+\sqrt{-})}{4\pi^2cdK_x\sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left\{ \sinh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{K_1}{K_0}\right)^2 \sinh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right\} \cos \frac{n\pi x}{l} \\ \frac{\partial^3 \omega}{\partial x \partial y^2} &= \frac{pl(H+\sqrt{-})^2}{4\pi^2cdK_xK_y\sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left\{ \left(\frac{K_1}{K_0}\right)^2 \sinh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{K_1}{K_0}\right)^2 \sinh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right\} \cos \frac{n\pi x}{l} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

(15) 式に (36) 式を代入すると、 q_x は

$$q_x = \frac{pl(H+\sqrt{-})}{4\pi^2cd\sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left[\left(\frac{K_1}{K_0}\right)^2 \left\{ (K_x\nu+2C) \left(\frac{H+\sqrt{-}}{K_xK_y}\right) - 1 \right\} \sinh(K_n^0 d) \right. \\ \left. \times \exp(-K_n^0 y) + \left\{ 1 - \left(\frac{K_1}{K_0}\right)^2 (K_x\nu+2C) \left(\frac{H+\sqrt{-}}{K_xK_y}\right) \right\} \sinh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) \right] \cos \frac{n\pi x}{l} \quad (37)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^3 \omega}{\partial y^3} &= -\frac{pl(H+\sqrt{-})^{5/2}}{4\pi^2cdK_xK_y^{3/2}\sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left\{ \left(\frac{K_1}{K_0}\right)^3 \sinh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{K_1}{K_0}\right)^2 \sinh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right\} \sin \frac{n\pi x}{l} \\ \frac{\partial^3 \omega}{\partial x^2 \partial y} &= \frac{pl(H+\sqrt{-})^{3/2}}{4\pi^2cdK_x\sqrt{K_y}\sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left\{ \left(\frac{K_1}{K_0}\right) \sinh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{K_1}{K_0}\right)^2 \sinh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) \right\} \sin \frac{n\pi x}{l} \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

(38) 式より q_y は

$$q_y = \frac{pl(H+\sqrt{-})^{5/2}}{4\pi^2cdK_x\sqrt{K_y}\sqrt{-}} \times \left(\frac{K_1}{K_0}\right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left[\left\{ \left(\frac{K_1}{K_0}\right)^2 - \left(\frac{K_y\nu+2C}{H+\sqrt{-}}\right) \right\} \right. \\ \left. \times \sinh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) - \left(\frac{K_1}{K_0}\right) \left\{ 1 - \left(\frac{K_y\nu+2C}{H+\sqrt{-}}\right) \sinh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right\} \right] \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (39)$$

(2) $y < d$

(25) 式で、第二項目の積分 $f_2(z)$ が負となるため

$$f_1(z) + f_2(z) = \frac{\pi}{2K_n^{1/2}(K_n^{02} - K_n^{12})} \left[\left\{ \left(\frac{K_1}{K_0}\right)^2 \cosh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right. \right. \\ \left. \left. - \cosh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) \right\} + 2 \left\{ 1 - \left(\frac{K_1}{K_0}\right)^2 \right\} \right]$$

となる。

したがって、 w は

$$w = \frac{pl^4(H+\sqrt{-})}{4\pi^3cdK_x\sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left[\left\{ \left(\frac{K_1}{K_0}\right)^2 \cosh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right. \right. \\ \left. \left. - \cosh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) \right\} + 2 \left\{ 1 - \left(\frac{K_1}{K_0}\right)^2 \right\} \right] \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (40)$$

(40) 式から

(1) の場合と同様に、曲ゲモーメント、ネジリモーメント、セン断力が求められる。

$$\left. \begin{aligned}
\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} &= -\frac{pl^2(H+\sqrt{-})}{4\pi^3 cd K_x \sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left[\left\{ \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \cosh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \cosh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) \right\} + 2 \left\{ 1 - \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \right\} \right] \sin \frac{n\pi x}{l} \\
\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} &= \frac{pl^2(H+\sqrt{-})^2}{4\pi^3 cd K_x K_y \sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left\{ \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \cosh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right. \\
&\quad \left. - \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \cosh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) \right\} \sin \frac{n\pi x}{l}
\end{aligned} \right\} \quad (41)$$

(41) 式より, m_x , m_y が求まる。

曲ゲモーメント

$$\begin{aligned}
m_x &= \frac{pl^2(H+\sqrt{-})}{4\pi^3 cd \sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left[\left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \left\{ 1 - \nu \left(\frac{H+\sqrt{-}}{K_y} \right) \right\} \cosh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right. \\
&\quad \left. - \left\{ 1 - \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \right\} \nu \left(\frac{H+\sqrt{-}}{K_y} \right) \right\} \cosh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) + 2 \left\{ 1 - \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \right\} \right] \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (42)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_y &= \frac{pl^2 K_y (H+\sqrt{-})}{4\pi^3 cd K_x \sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left[\left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \left\{ \nu - \left(\frac{H+\sqrt{-}}{K_y} \right) \right\} \cosh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right. \\
&\quad \left. - \left\{ \nu - \left(\frac{H+\sqrt{-}}{K_y} \right) \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \right\} \cosh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) + 2 \nu \left\{ 1 - \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \right\} \right] \quad (43)
\end{aligned}$$

ネジリモーメント

(40) 式より

$$\left. \begin{aligned}
\frac{\partial \omega}{\partial x} &= \frac{pl^3(H+\sqrt{-})}{4\pi^4 cd K_x \sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left[\left\{ \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \cosh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \cosh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) \right\} + 2 \left\{ 1 - \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \right\} \right] \cos \frac{n\pi x}{l} \\
\frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} &= -\frac{pl^2(H+\sqrt{-})^{3/2}}{4\pi^3 cd K_x \sqrt{K_y} \sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left\{ \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \cosh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right. \\
&\quad \left. - \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \cosh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) \right\} \cos \frac{n\pi x}{l}
\end{aligned} \right\} \quad (44)$$

(44) 式より m_{xy} が求まる。

$$\begin{aligned}
m_{xy} &= \frac{(1-\nu)(H+\sqrt{-})^{3/2}}{4\pi^3 cd \sqrt{K_x} \sqrt{-}} \times \left(\frac{K_1}{K_0} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left\{ \left(\frac{K_1}{K_0} \right) \cosh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right. \\
&\quad \left. - \cosh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) \right\} \cos \frac{n\pi x}{l} \quad (45)
\end{aligned}$$

せん断力

(40) 式より

$$\left. \begin{aligned}
\frac{\partial^3 \omega}{\partial x^3} &= -\frac{pl(H+\sqrt{-})}{4\pi^2 cd K_x \sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left[\left\{ \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \cosh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \cosh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) \right\} + 2 \left\{ 1 - \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \right\} \right] \cos \frac{n\pi x}{l} \\
\frac{\partial^3 \omega}{\partial x \partial y^2} &= \frac{pl(H+\sqrt{-})^2}{4\pi^2 cd K_x K_y \sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left\{ \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \cosh(K_n^0 d) \cdot \exp(-K_n^0 y) \right. \\
&\quad \left. - \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \cosh(K_n^1 d) \cdot \exp(-K_n^1 y) \right\} \cos \frac{n\pi x}{l}
\end{aligned} \right\} \quad (46)$$

(46) 式より, q_x が求まる。

$$q_x = \frac{pl(H+\sqrt{-})}{4\pi^2cd\sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left[\left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \left\{ 1 - \frac{(K_x\nu+2C)(H+\sqrt{-})}{K_xK_y} \right\} \right. \\ \times \cosh(K_n^0d) \cdot \exp(-K_n^0y) + 2 \left\{ 1 - \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \right\} - \left\{ 1 - \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \frac{(K_x\nu+2C)(H+\sqrt{-})}{K_xK_y} \right\} \\ \left. \times \cosh(K_n^1d) \cdot \exp(-K_n^1y) \right] \cos \frac{n\pi x}{l} \quad (47)$$

同様に

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^3 \omega}{\partial y^3} &= - \frac{pl(H+\sqrt{-})^{5/2}}{4\pi^2cdK_xK_y^{3/2}\sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left\{ \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \cosh(K_n^0d) \cdot \exp(-K_n^0y) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^3 \cosh(K_n^1d) \cdot \exp(-K_n^1y) \right\} \sin \frac{n\pi x}{l} \\ \frac{\partial^3 \omega}{\partial x^2 \partial y} &= \frac{pl(H+\sqrt{-})^{3/2}}{4\pi^2cdK_x\sqrt{K_y}\sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left\{ \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \cosh(K_n^0d) \cdot \exp(-K_n^0y) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{K_1}{K_0} \right) \cosh(K_n^1d) \cdot \exp(-K_n^1y) \right\} \sin \frac{n\pi x}{l} \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

(48) 式より q_y が求まる。

$$q_y = \frac{pl(H+\sqrt{-})^{3/2}}{4\pi^2cd\sqrt{K_y}\sqrt{-}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{n\pi u}{l} \cdot \sin \frac{n\pi c}{l} \left[\left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \left\{ \left(\frac{H+\sqrt{-}}{K_x} \right) - \left(\frac{K_x\nu+2C}{K_x} \right) \right\} \right. \\ \times \cosh(K_n^0d) \cdot \exp(-K_n^0y) - \left(\frac{K_1}{K_0} \right) \left\{ \left(\frac{K_1}{K_0} \right)^2 \left(\frac{H+\sqrt{-}}{K_x} \right) - \left(\frac{K_x\nu+2C}{K_x} \right) \right\} \\ \left. \times \cosh(K_n^1d) \cdot \exp(-K_n^1y) \right] \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (49)$$

2. 数値計算および載荷実験

数値計算は2の(1)の場合について行なった。板の断面値は神納橋の鋼床板のものをうい、 x 方向 (幅員方向) の曲げ剛性 K_x , y 方向 (橋長方向) の曲げ剛性 K_y を算出した。

曲げ剛性、ネジリ剛性について

x , y 方向の曲げ剛性は、単位幅当たりの断面二次モーメントを算出すると、 $I_x=303.03 \text{ cm}^4/\text{cm}$, $I_y=6970.0 \text{ cm}^4/\text{cm}$ となる。

ここで、 y 方向の断面は図-5のとおり縦リブが相当密に床板についているため、縦リブが受持つ有効幅は全断面有効と見なし、 x 方向については y 方向に比して疎に横リブが床板についているため有効幅を求める必要がある。

いま、有効幅を b_x とすれば、近似的に次式により求められる。

$$b_x = b \left\{ \frac{\tanh \frac{\lambda b}{2}}{\frac{\lambda b}{2}} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2} + \frac{\lambda}{2} - (1+\nu) \frac{\lambda b}{2} \operatorname{cosech} \lambda b} \right\}$$

ここに、 b は縦リブ間隔 125 cm, $\lambda=2\pi/l$, l は板の支間 680 cm, ν は床板のポアソン比 0.3 である。

上式より、 $b_x=125 \times 0.8174=102.17 \text{ cm}$ となる。したがって x 方向の断面二次モーメントは $370.07 \text{ cm}^4/\text{cm}$ となる。

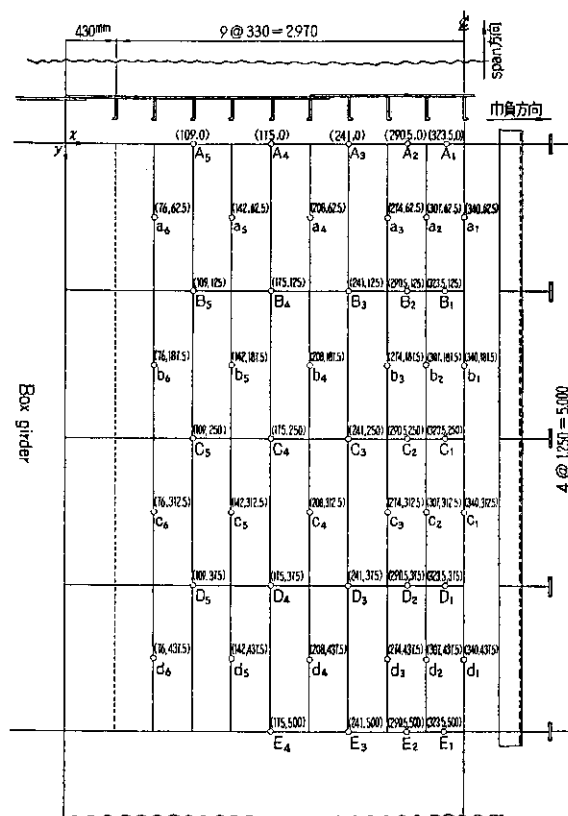


図-5 鋼床板、ワイヤーストレインゲージによる測定位置

ゆえに各曲げ剛性は次のようになる。

$$K_x = \frac{EI_x}{1 - \nu_x \nu_y} \doteq 2.1 \times 10^6 \times 370.07 = 777.14 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2 / \text{cm}$$

$$K_y = \frac{EI_y}{1 - \nu_x \nu_y} \doteq 2.1 \times 10^6 \times 6970.0 = 14637 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2 / \text{cm}$$

またネジリ剛性 H は次式のように書くことができる。

一般の道路橋の鋼床板では $H < \sqrt{K_x K_y}$ であり、横リブ、縦リブとも全断面有効として、 $H = 0.3 \sqrt{K_x K_y}$ と仮定する。横リブの有効幅を考慮すると、 $H = 0.272 \sqrt{K_x K_y}$ となる。したがって $H \doteq 0.272 E \sqrt{I_x I_y} = 917.36 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2 / \text{cm}$ となる。

荷重強度について

載荷状態は図-6に示すとおりで、ここで P_1, P_2 はそれぞれトラックの後輪、前輪の荷重である。この荷重は、7t 積みのダンプトラックに砂利を満載して、前、後輪の軸重を実測した平均値である。

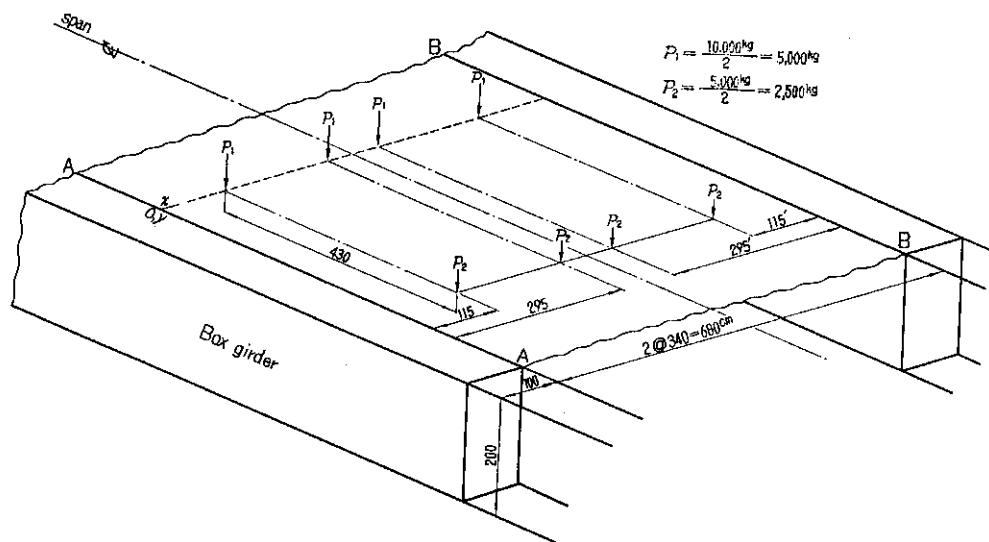


図-6 トラック載荷状態図

その強度は、線分布重として幅員方向に鋼床板に接地した幅、50.8 cm、25.4 cm で割った値であり、その分布および強度は各々図-1, (8) 式に示した。

したがって

$$p_1 = \frac{P_1}{2C} = \frac{5000 \text{ kg}}{50.8 \text{ cm}} = 196.85 \text{ kg/cm}$$

$$p_2 = \frac{P_2}{2 \times 2C} = \frac{5000 \text{ kg}}{2 \times 25.4 \text{ cm}} = 98.42 \text{ kg/cm}$$

となる。

曲げモーメント m_x, m_y の計算

x, y 方向の曲げモーメント、 m_x, m_y は (11) 式および (12) 式により計算される。 m_x, m_y は $p_1 = 1 \text{ kg/cm}$, $p_2 = 0.5 \text{ kg/cm}$ として、 $u = 115 \text{ cm}$, $u = 295 \text{ cm}$ の二つの場合について計算した。その結果は図-7~10に示すとおり、載荷点を $y = 0$ として、 $y \geq 0$ の曲げモーメントの影響面を表わした。

m_x は、これらの図より明らかなように、載荷点付近は $u = 115, u = 295$ とともに大きな値を示し、以下 y 方向に隔れるに従って漸減し、大体載荷点より $y = 500 \text{ cm}$ 以上になると、横リブにかかる曲げモーメントは消滅する。また m_x の値はすべての断面で正の値を取ることがわかる。 m_y は図-8, 9 のとおり m_x と同様に載荷点付近で大きく、以下漸減し、大体 $y = 200 \text{ cm}$ 前後で正の値から負の値に転じ、 m_x と比較して、その減少度は緩まんであり、したがって縦リブにかかる曲げモーメントの影響範囲は広い。(本文 59 ページにつづく)

$m_x, u=115 \text{ cm}, p=1 \text{ kg/cm}$ ($y=0$ では $n=1\sim6$, 他は $n=1\sim4$)

$x \text{ (cm)}$ $y \text{ (cm)}$		76	109	142	175	208	241	274	290.5	307	340
0	$n=1$	16.6703	23.3894	29.5655	35.0404	39.7321	43.4872	46.2433	47.2073	47.9070	48.4694
	2	26.3541	34.4860	39.4426	40.7571	38.2993	32.3312	23.3673	18.0179	12.2494	0
	3	26.7679	30.7410	28.4028	20.2165	7.8798	- 6.0777	-18.7875	-23.4840	-27.6307	-30.7963
	4	19.0251	17.4248	9.5427	1.7796	-12.4601	-18.6489	-18.1140	-15.4898	-11.0489	0
	5	8.1493	4.8419	- 1.1434	- 6.4997	- 8.2551	- 5.4422	0.3830	3.6799	5.9130	8.2905
	6	- 0.5123	- 0.0714	0.4251	0.5901	0.2947	- 0.2305	- 0.5760	- 0.5781	- 0.4662	0.0000
	Σ	97.4544	110.8117	106.2353	91.8840	65.4907	45.4191	32.5161	29.3532	26.9236	25.9636
62.5	$n=1$	12.4705	17.4969	22.1171	26.2238	29.7220	32.5314	34.5857	35.3143	35.8378	36.2585
	2	13.8561	18.1315	20.7375	21.4287	20.1364	16.9986	12.2857	9.4732	6.4403	0
	3	9.2810	10.6586	9.8479	7.0095	2.7321	- 2.1073	- 6.5141	- 8.1425	- 9.5802	-10.6778
	4	4.0330	3.6938	2.0229	0.3773	- 2.6414	- 3.9533	- 3.8399	- 3.2836	- 2.3422	0
	Σ	40.0406	49.9808	54.7254	55.0392	49.9491	43.4694	36.5174	33.3614	30.3557	25.5807
70	$n=1$	11.9957	16.8307	21.2750	25.2254	28.5908	31.2929	33.2690	33.9699	34.4734	34.8781
	2	12.6157	16.5083	18.8811	19.5103	18.3338	15.4768	11.1859	8.6251	5.8637	0
	3	8.0205	9.2109	8.5104	6.0574	2.3610	- 1.8210	- 5.6293	- 7.0365	- 8.2790	- 9.2275
	4	3.7825	3.4643	1.8972	0.3538	- 2.4773	- 3.7076	- 3.6013	- 3.0796	- 2.1967	0
	Σ	36.4144	41.0142	50.5637	51.1469	46.8083	41.2411	35.2243	32.4789	29.8614	25.6506
125	$n=1$	8.7729	12.3089	15.5591	18.4482	20.9094	22.8855	24.3307	24.8433	25.2115	25.5075
	2	5.8070	7.5988	8.6910	8.9806	8.4390	7.1240	5.1489	3.9701	2.6991	0
	3	1.4441	1.6584	1.5323	1.0906	0.4251	- 0.3278	- 1.0135	- 1.2669	- 1.4906	- 1.6614
	4	0.8804	0.8064	0.4416	0.0823	- 0.5766	- 0.8629	- 0.8382	- 0.7167	- 0.5113	0
	Σ	16.9044	22.3734	26.2250	28.6017	29.1969	28.8188	27.6279	26.8298	25.9087	23.8461

$m_x, u=115 \text{ cm}, p=1 \text{ kg/cm}$ ($y=0$ では $n=1\sim6$, 他は $n=1\sim4$) つづき

$x \text{ (cm)}$		365.5	373	389.5	439	472	505	538	571	604
$y \text{ (cm)}$										
0	$n=1$	48.3286	47.9072	47.2083	43.4874	39.7325	35.0556	29.5656	23.3898	16.6711
	2	- 6.1961	-12.2486	-18.0173	-32.3310	-38.3111	-38.3112	-39.4427	-34.4898	-33.2517
	3	-29.9947	-27.6313	-23.8288	- 6.0780	7.8781	7.8781	28.3975	30.7410	26.7650
	4	5.7912	11.0483	8.9342	18.6487	12.4610	12.4610	- 9.5423	-17.4243	-19.0248
	5	7.6955	6.0200	3.4682	- 5.4111	- 8.2508	- 6.5282	- 1.1195	4.7981	8.1386
	6	0.2571	0.4703	0.5835	0.2338	- 0.2915	- 0.5895	- 0.4282	- 0.6680	0.5098
	Σ	25.8816	25.5659	18.3481	18.5498	13.2182	9.9658	7.4304	6.3468	1.2116
62.5	$n=1$	36.1531	35.8379	35.3151	32.5316	29.7227	26.2240	22.1171	17.4972	12.4712
	2	- 3.2577	- 6.4399	- 9.4728	-16.9985	-20.1426	-20.1426	-20.7376	-18.1335	-17.4825
	3	-10.3999	- 9.5804	- 8.2620	- 2.1074	2.7315	2.7315	9.8460	10.6586	9.2800
	4	1.2276	2.3421	1.8939	3.9533	2.6415	2.6415	- 2.0228	- 3.6937	- 4.0330
	Σ	23.7231	22.1597	19.4742	17.3790	14.9531	11.4544	9.2027	6.3286	0.2357
70	$n=1$	34.7767	34.4735	33.9706	31.2931	28.5911	25.2256	21.2751	16.8311	11.9964
	2	- 2.9660	- 5.8634	- 8.6248	-15.4768	-18.3395	-18.3395	-18.8811	-16.5102	-15.9175
	3	- 8.9873	- 8.2792	- 7.1398	- 1.8212	2.3605	2.3605	8.5088	9.2110	8.0196
	4	1.1513	2.1966	1.7763	3.7077	2.4774	2.4774	- 1.8972	- 3.4642	- 3.7824
	Σ	23.9747	22.5275	19.9823	17.7028	15.0895	11.7240	9.0056	6.0677	0.3161
125	$n=1$	25.4334	25.2116	24.8438	22.8857	20.9096	18.4483	15.5592	12.3091	8.7734
	2	- 1.3652	- 2.6989	- 3.9700	- 7.1240	- 8.4417	- 8.4417	- 8.6910	- 7.5996	- 7.3268
	3	- 1.6181	- 1.4906	- 1.2855	- 0.3279	0.4250	0.4250	1.5320	1.6584	1.4439
	4	0.2679	0.5112	0.4134	0.8129	0.5766	0.5766	- 0.4416	- 0.8063	- 0.8803
	Σ	22.7180	21.5333	20.0017	16.2967	13.4695	11.0082	7.9586	5.5616	2.0102

$m_x, u=115 \text{ cm}, p=1 \text{ kg/cm}$ ($y=0$ では $n=1\sim6$, 他は $n=1\sim4$)

$x \text{ (cm)}$		76	109	142	175	208	241	274	290.5	307	340
$y \text{ (cm)}$											
195	$n=1$	5.4859	7.6971	9.7296	11.5362	13.0752	14.3110	15.2147	15.5352	15.7655	15.9506
	2	1.1210	1.4668	1.6777	1.7336	1.6291	1.3752	0.9939	0.7663	0.5210	0
	3	-0.5063	-0.5814	-0.5372	-0.3823	-0.1490	0.1149	0.3554	0.4441	0.5226	0.5825
	4	-0.2810	-0.2574	-0.1410	-0.0262	0.1841	0.2754	0.2676	0.2288	0.1632	0
	Σ	5.8196	8.3251	10.7291	12.8613	14.7394	16.0765	16.8316	16.9744	16.9723	16.5331
250	$n=1$	3.5455	4.9745	6.2881	7.4557	8.4504	9.2490	9.8331	10.0401	10.1890	10.3080
	2	-0.1491	-0.1951	-0.2232	-0.2307	-0.2168	-0.1830	-0.1322	-0.1020	-0.0693	0
	3	-0.4403	-0.5057	-0.4672	-0.3326	-0.1296	0.1000	0.3091	0.3863	0.4545	0.5066
	4	0.0007	0.0006	0.0004	0.0001	-0.0005	-0.0006	-0.0007	-0.0006	-0.0004	0
	Σ	2.9568		5.5981	6.8915	8.1035	9.1654	10.0093	10.3238	10.5738	10.8153
320	$n=1$	1.8056	2.5333	3.2023	3.7969	4.3035	4.7102	5.0077	5.1131	5.1889	5.2499
	2	-0.5353	-0.7005	-0.8012	-0.8278	-0.7780	-0.6567	-0.4747	-0.3659	-0.2488	0
	3	-0.1519	-0.1744	-0.1611	-0.1146	-0.0447	0.0344	0.1066	0.1332	0.1568	0.1747
	4	0.0007	0.0005	0.0003	0.0000	-0.0004	-0.0006	-0.0006	-0.0005	-0.0004	0
	Σ	0.9191	1.6589	2.2403	2.8545	3.4804	4.0873	4.6390	4.8799	5.0965	5.4246
375	$n=1$	0.9035	1.2676	1.6024	1.8998	2.1534	2.3568	2.5057	2.5584	2.5964	2.6269
	2	-0.4333	-0.5669	-0.6484	-0.6699	-0.6296	-0.5314	-0.3842	-0.2961	-0.2014	0
	3	-0.0364	-0.0418	-0.0386	-0.0281	-0.0107	0.0082	0.0256	0.0319	0.0376	0.0419
	4	0.0049	0.0045	0.0025	0.0004	-0.0032	-0.0048	-0.0047	-0.0040	-0.0029	0
	Σ	0.4387	0.6633	0.2179	1.2022	1.5099	1.8288	2.1524	2.2902	2.4297	2.6688
430	$n=1$	0.2885	0.4047	0.5117	0.6066	0.6876	0.7525	0.8801	0.8169	0.8291	0.8388
	2	-0.2712	-0.3549	-0.4060	-0.4194	-0.3942	-0.3327	-0.2405	-0.1854	-0.1261	0
	3	0.0018	0.0020	0.0019	0.0013	0.0005	-0.0004	-0.0031	-0.0016	-0.0019	-0.0021
	4	0.0567	0.0000	0.0284	0.0000	-0.0371	0.0000	-0.0540	0.0000	0.0329	0
	Σ	0.0758	0.0518	0.1360	0.1885	0.2568	0.4194	0.5043	0.6299	0.7340	0.8367
500	$n=1$	0.1132	0.1588	0.2008	0.2380	0.2699	0.2952	0.3140	0.3205	0.3254	0.3292
	2	0.0370	-0.0484	-0.0554	-0.0572	-0.0538	-0.0453	-0.0328	-0.0252	-0.0172	0
	3	0.0069	0.0079	0.0073	0.0051	0.0020	-0.0015	-0.0049	-0.0060	-0.0071	-0.0080
	4	0.0002	0.0002	0.0001	0.0000	-0.0001	-0.0002	-0.0002	-0.0001	-0.0001	0
	Σ	0.0933	0.1185	0.1528	0.1859	0.2180	0.2482	0.2761	0.2892	0.3010	0.3212

$m_x, u=115 \text{ cm}, p=1 \text{ kg/cm}$ ($y=0$ では $n=1\sim6$, 他は $n=1\sim4$) つづき

$x \text{ (cm)}$		356.5	373	389.5	439	472	505	538	571	604
$y \text{ (cm)}$										
195	$n=1$	15.9042	30.4454	30.0012	27.6363	25.2502	22.2780	18.7891	14.8643	10.5945
	2	- 0.2635	- 0.2407	- 0.3541	- 0.6354	- 0.7530	- 0.7530	0.7752	- 0.778	- 0.6535
	3	0.5673	- 0.4244	- 0.3660	- 0.0934	- 0.1210	0.1210	0.4362	0.4722	0.4111
	4	0.0855	0.1501	0.1214	0.2535	0.1694	0.1694	-0.1297	- 0.2368	- 0.2585
	Σ	16.2935	29.9304	29.4025	27.1610	24.5456	21.8204	18.3204	14.4019	10.0936
250	$n=1$	10.2787	10.1891	10.0405	9.2491	8.4505	7.4558	6.2881	4.9746	3.5457
	2	0.0351	0.0693	0.1020	0.1830	0.2168	0.2168	0.2232	0.1952	0.1882
	3	0.4934	0.4546	0.3920	0.1000	0.1296	- 0.1296	- 0.4672	- 0.5057	- 0.4415
	4	0.0002	0.0004	0.0003	0.0007	0.0005	0.0005	- 0.0004	- 0.0007	- 0.0007
	Σ	10.8047	10.7134	10.5348	9.5328	8.7974	7.5435	6.0637	4.6634	3.2917
320	$n=1$	5.2346	5.1889	5.1133	4.7103	4.3035	3.7970	3.2023	2.5334	1.8057
	2	0.1258	0.2488	0.3660	0.6567	0.7782	0.7782	0.8012	0.7006	0.6754
	3	0.1701	0.1568	0.1352	0.0345	0.0447	- 0.0447	- 0.1611	- 0.1744	- 0.1518
	4	0.0001	0.0004	0.0003	0.0006	0.0004	0.0004	0.0003	- 0.0006	0.0007
	Σ	5.5308	5.5949	5.6148	5.4021	5.1208	4.5309	3.8412	3.0590	2.3296
375	$n=1$	2.6191	2.5964	2.5585	2.3568	2.1533	1.8999	1.6023	1.2676	0.9035
	2	0.1018	0.2013	0.2962	0.5315	0.6298	0.6298	0.6484	0.5670	0.5466
	3	0.0407	0.0376	0.0324	0.0023	- 0.0107	- 0.0107	- 0.0386	- 0.0418	- 0.0364
	4	0.0014	0.0029	0.0023	0.0048	0.0032	0.0032	- 0.0025	- 0.0045	- 0.0049
	Σ	2.7630	2.8382	2.8894	2.9014	2.7756	2.5222	2.2096	1.7883	1.4088
430	$n=1$	0.8363	0.8291	0.8170	0.7526	0.6876	0.6067	0.5117	0.4048	0.2885
	2	0.0637	0.1261	0.1854	0.3328	0.3943	0.3943	0.4060	0.3549	0.3422
	3	0.0020	- 0.0019	- 0.0016	- 0.0004	0.0005	0.0005	0.0019	0.0021	0.0018
	4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	Σ	0.9020	0.9533	1.0008	1.0850	1.0824	1.0015	0.9196	0.7618	0.6325
500	$n=1$	0.3281	0.3253	0.3205	0.2953	0.2698	0.2380	0.3876	0.3009	0.2186
	2	0.0086	0.0175	0.0253	0.0454	0.0538	0.0538	0.0256	0.0224	0.0216
	3	- 0.0077	0.0071	- 0.0061	- 0.0016	0.0020	0.0020	- 0.0059	- 0.0064	0.0056
	4	0.0000	0.0001	0.0001	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002
	Σ	0.3290	0.3358	0.3398	0.3393	0.3257	0.2939	0.4074	0.3171	0.2348

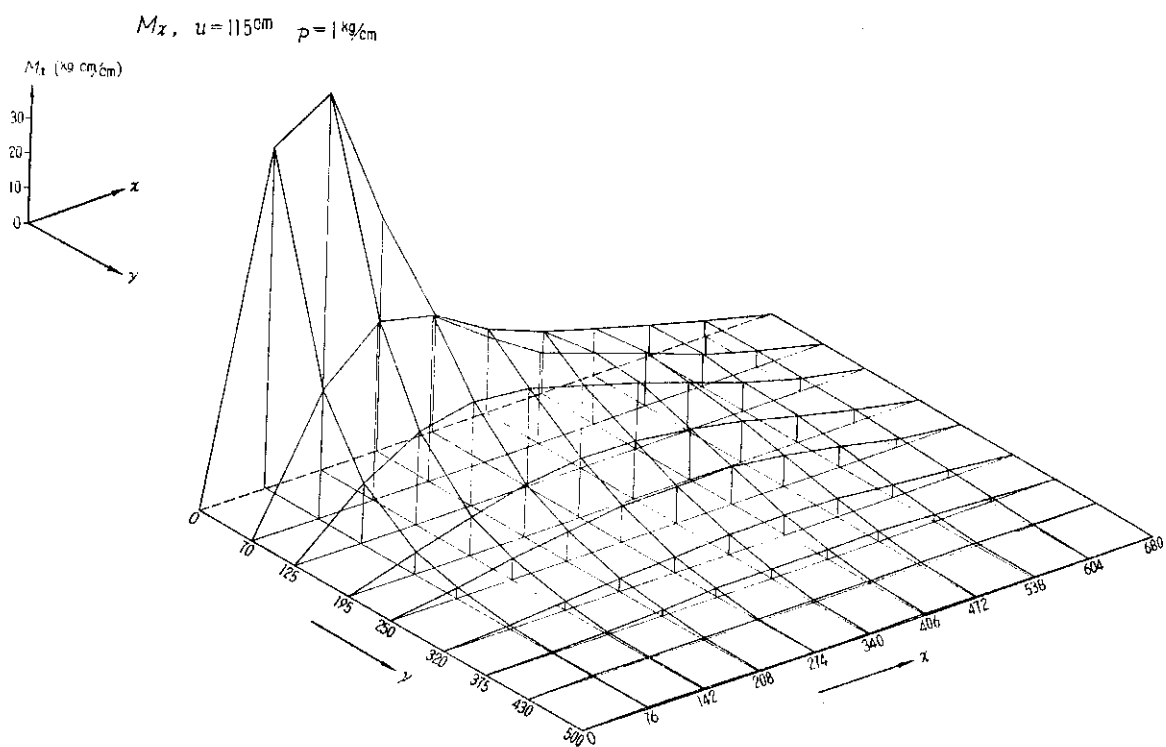


图 — 7

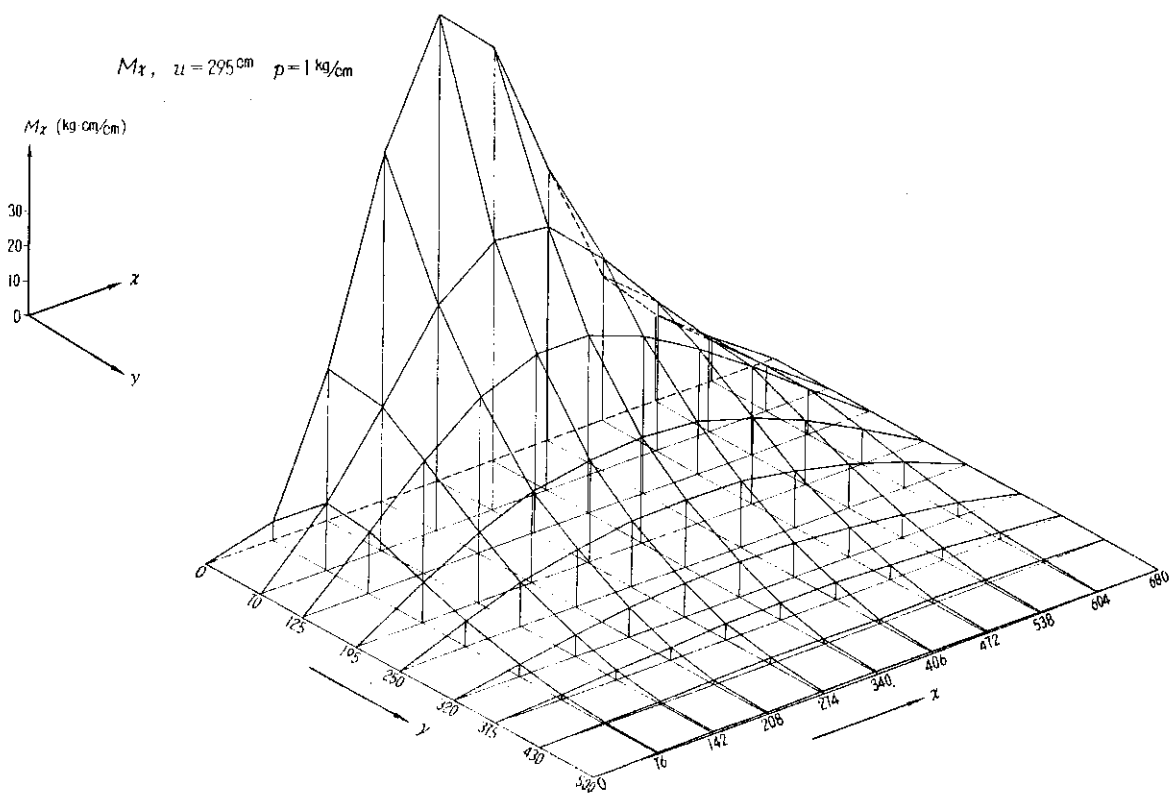


图 — 8

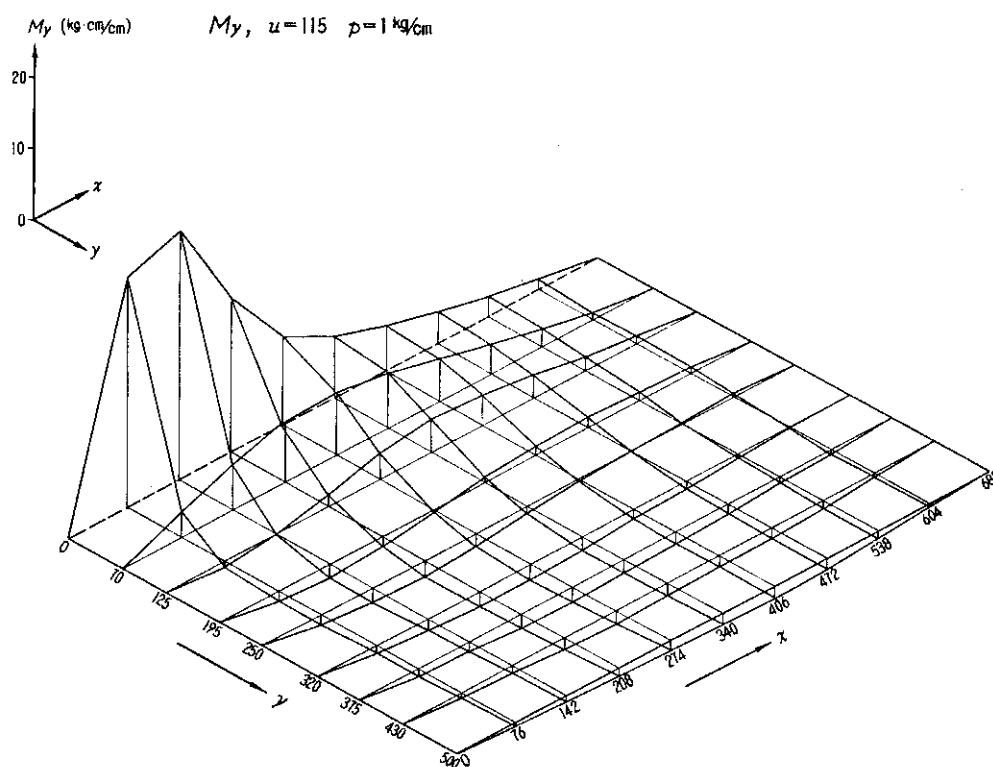


图 — 9

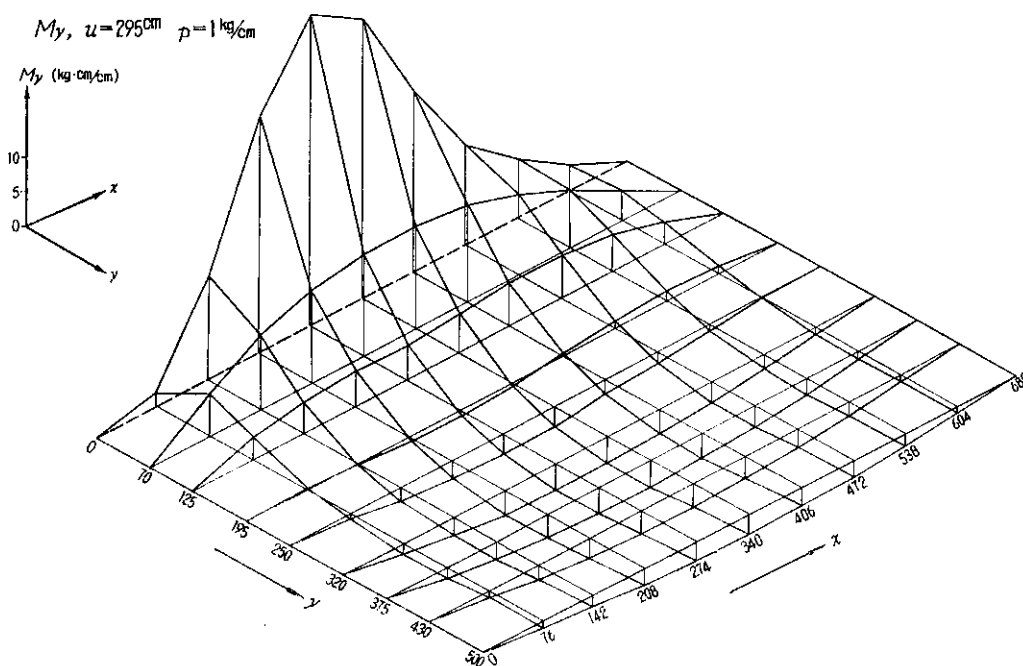


图 — 10

ここで m_y は正、負の値が存在することに注目しなければならない。 m_x, m_y とも $y=0$ の荷重点付近では級数の収束が遅く、それより隔れるに従って、2, 3 項で収束する。この m_x, m_y の値を組合わせて、全体の曲げモーメントを求めると同時に、荷重実験より求められる横、縦リブのストレーンについて検討する。

荷重実験について

荷重は、神納橋(斜張橋部分)の神居古潭付きから横リブの番号13~17までの間について砂利荷重のトラック2台を移動させて行なった(図-5, 6 参照)。

使用トラックは7t積みダンプトラックで、ホイールベース430 cm, 軸重は前輪2,500 kg, 後輪5,000 kgで、測定は後輪が横リブ直上にある状態で行なった。

測定点は図に示すように x 方向(幅員方向)の横リブの下面に $A_1 \sim A_5, B_1 \sim B_5, C_1 \sim C_5, D_1 \sim D_5, E_1 \sim E_4$ の24点, y 方向(橋長方向)の縦リブの下面に同様に $a_1 \sim a_6, b_1 \sim b_6, c_1 \sim c_6, d_1 \sim d_6$ の24点, 合計48点で、それぞれワイヤストレーンゲージ(KP-22, 共加製)を貼付した。

なお、実験は鋼床板上に舗装工事が施されていない状態で、温度変化の影響をさせて、日没後温度が一樣になる夜間に行なった。

実験結果に対する考察

横リブの曲げモーメント、応力度は図-11~15に示す。これらの理論値と実測値とを比較すると、測定点が荷重から隔れるに従って、実測値は理論値に近づくことがわかる。したがって実測値はトラック前輪と後輪の間付近の $y=125$ cm, 250 cm で理論値とよく近似している。

これは曲げモーメントを求める級数が $y=0$ 付近では収束が遅く、過大になることと、ネジリ剛性を仮定するときに α の値を実橋のものと比較して小さいた

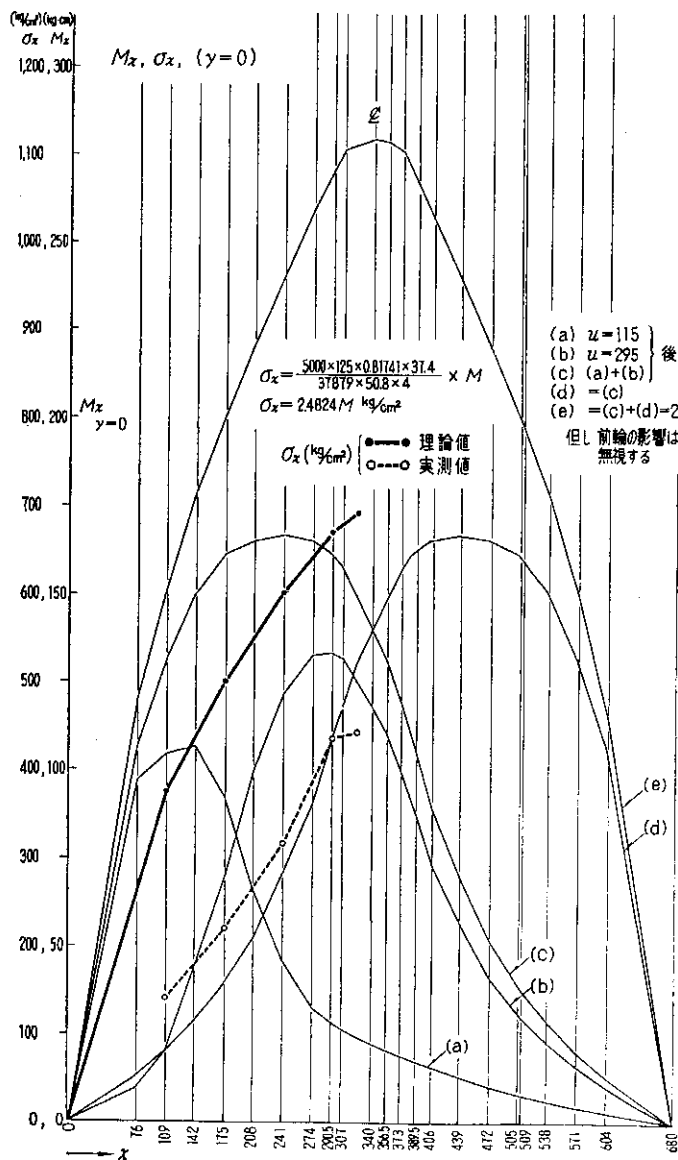


図-11

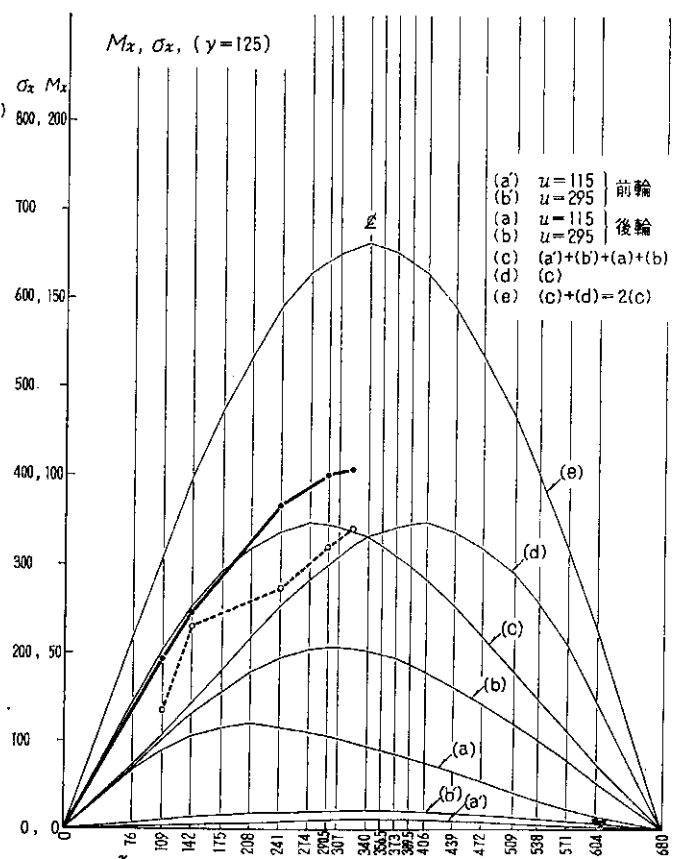


図-12

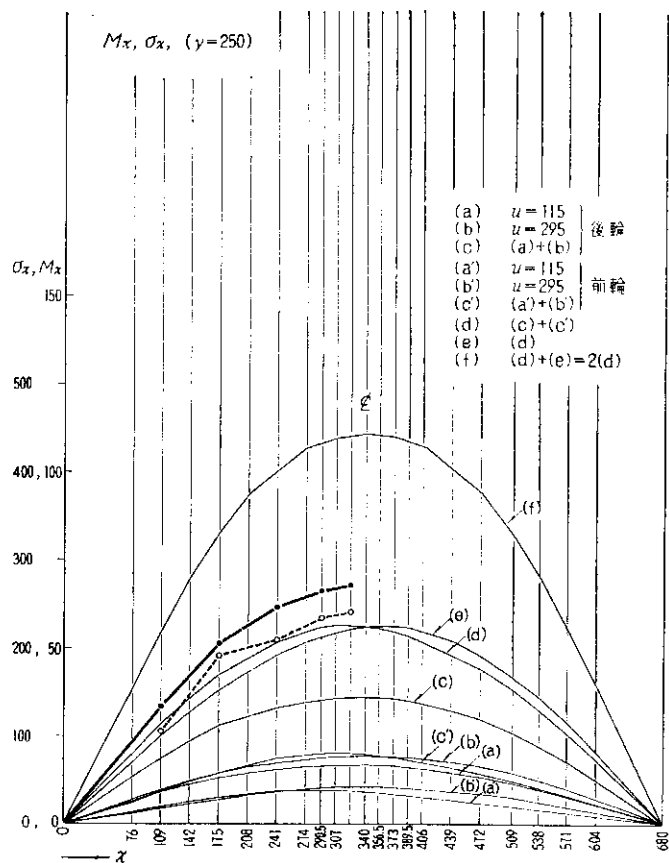


図-13

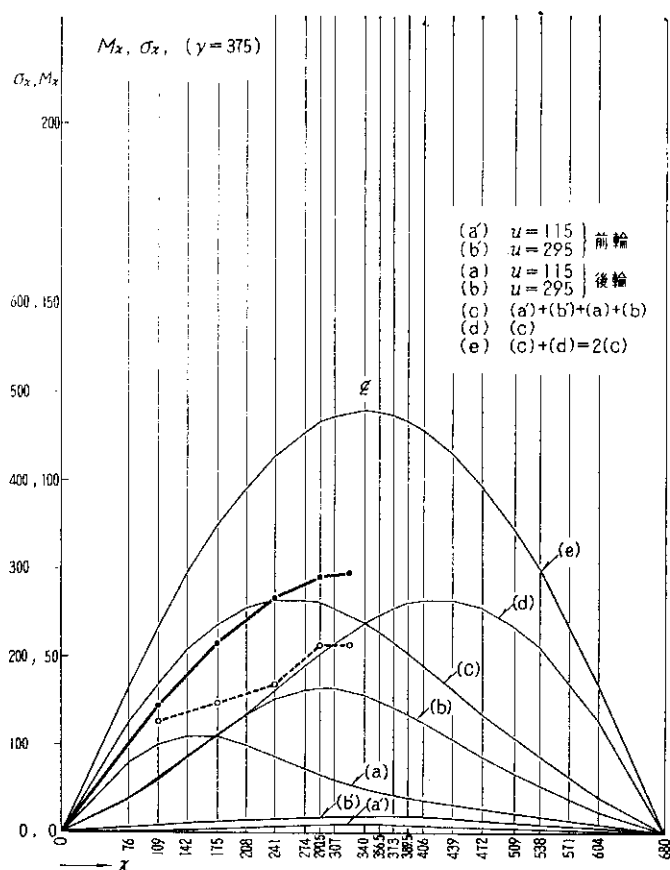


図-14

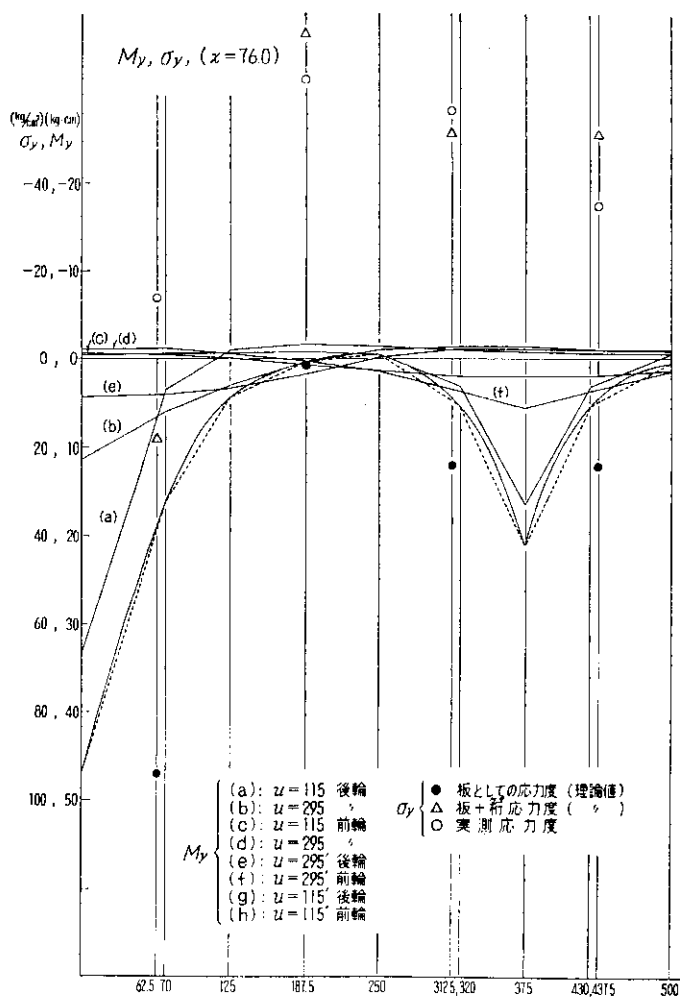


図-17

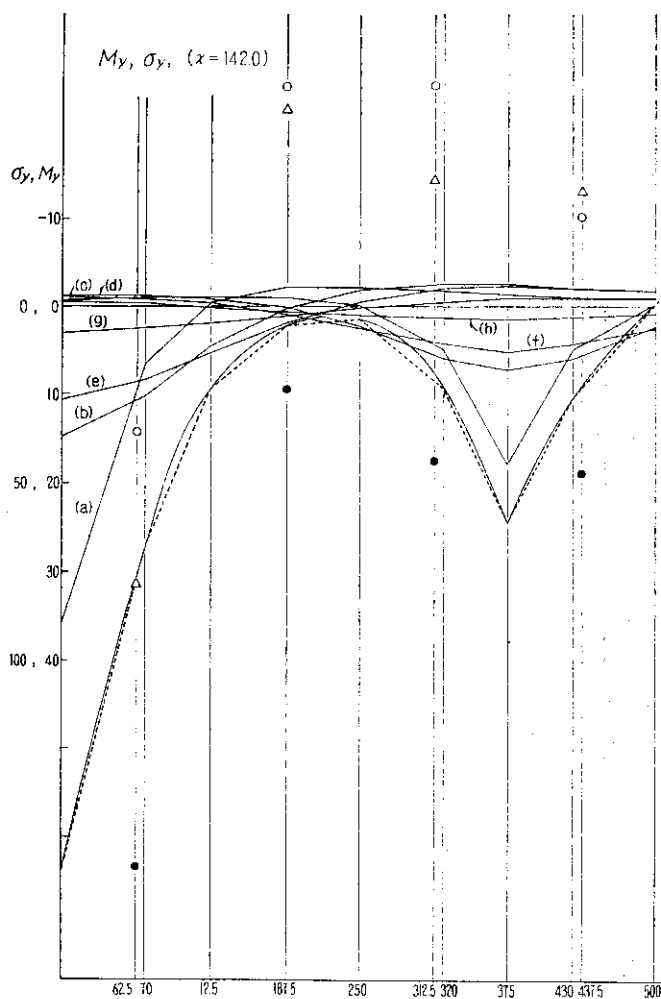


図-18

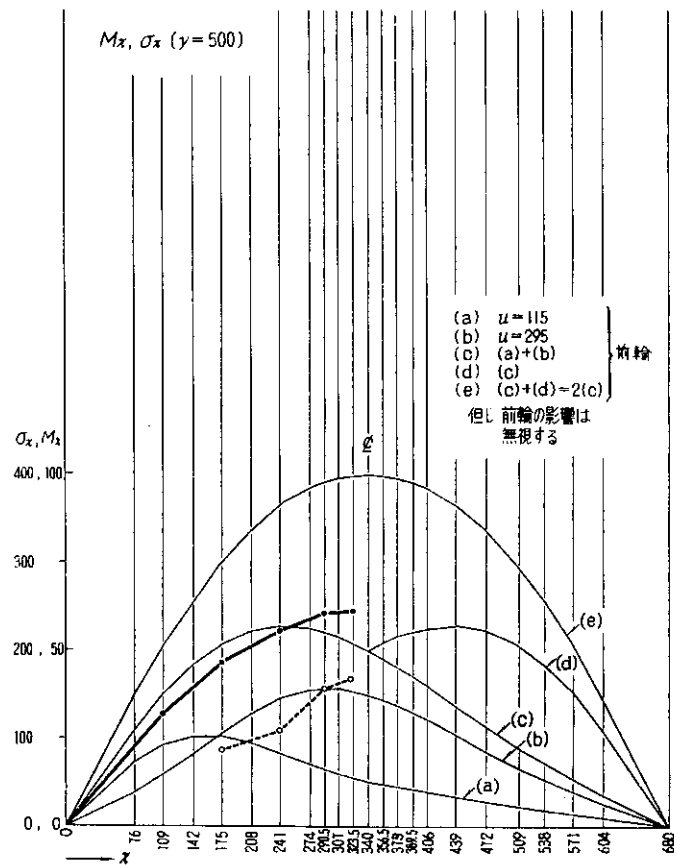


図-15

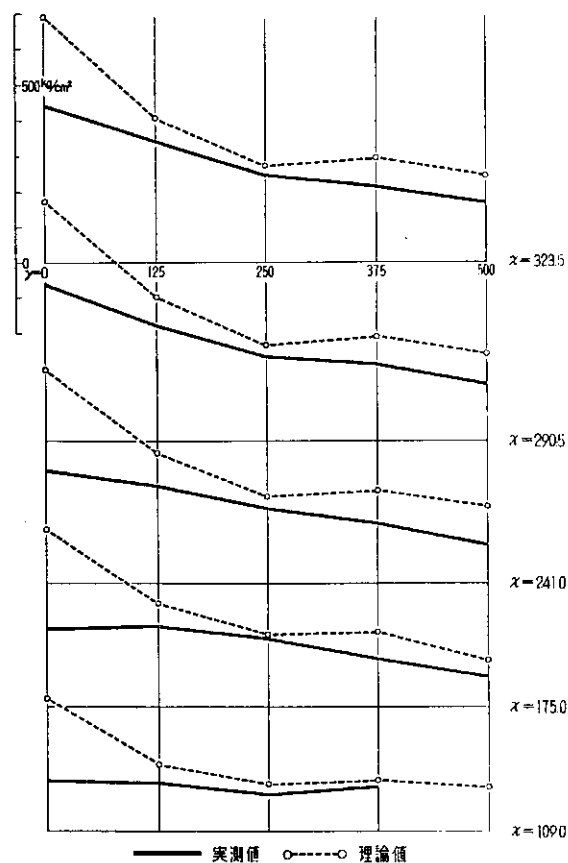


図-16 σ_x の橋長方向分布図

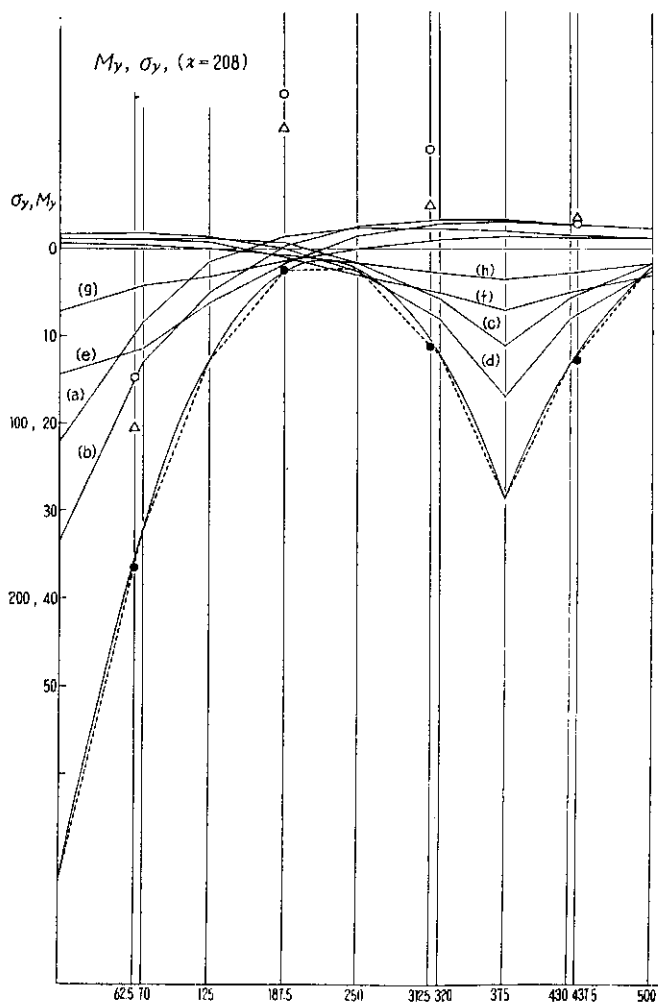


図-19

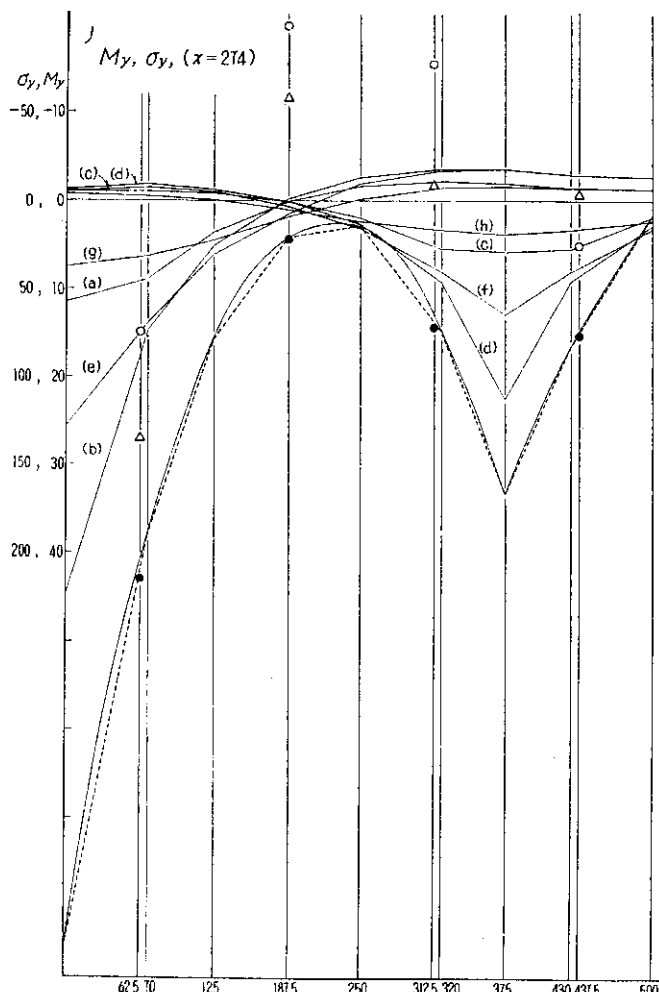
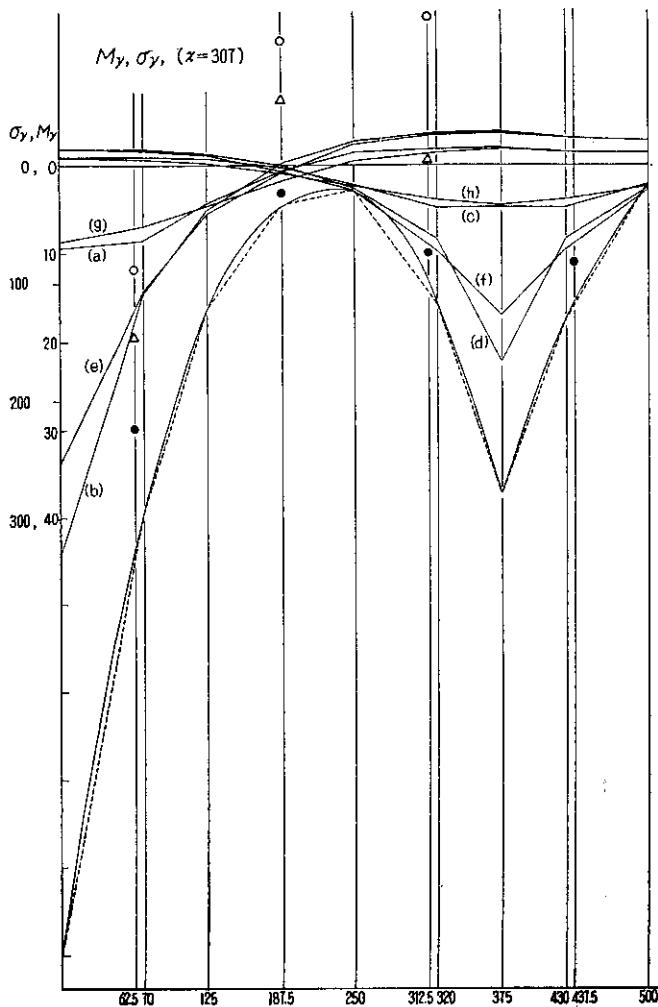
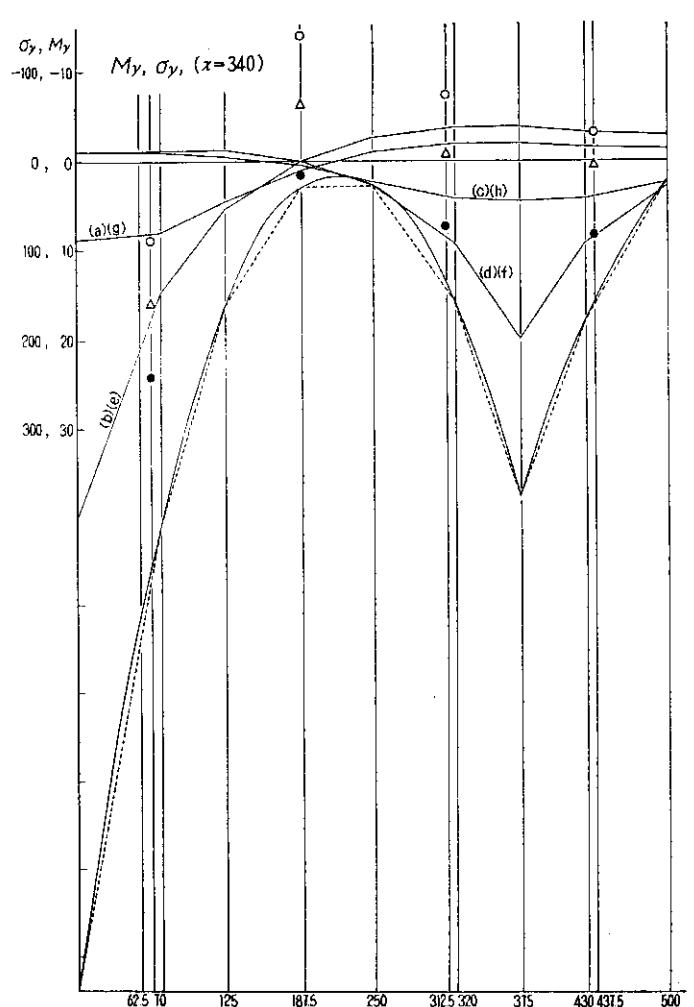


図-20



図—21



図—22

めと思われる。また理論上、床板が橋長方向と非常に長く、座員方向では単純支持されているとしたが、実測値により考察すると妥当と思われる。

一方、縦リブの応力は図-17~22に示す。これは単純支持された床板としての応力度と床板が箱ゲタに付随した上フランジが全断面有効として求めた圧縮応力との和を示す。

そこで、測点の位置を x 方向で固定して y 方向の応力を検討すると、実測値は支点近くの部分では理論値とよく一致するが、幅員中央付近ではその差は大きくなり、単純にゲタ上のフランジの応力度として計算した値に近い。

これは床板の剛性が、縦リブ方向については、仮定上のものより大きいために引張応力度が相当減少するため、また Shear Lag の影響などの合成された結果と思われる。

3. 結 語

本文は直交異方性板理論を応用し、橋長が幅員に比較して相当長いゲタ橋の鋼床板の断面力を求めるために、線分布荷重と矩形等分布荷重を受けた場合について、各々計算したものである。

理論計算を検討するためにトラック荷重による実験を行ない、輪荷重が部分的に線分布するものと仮定して、線分布荷重の理論解式を適用して行なった。

その結果、横リブ（幅員方向）の曲げ応力度は、載荷点から隔れるに従い、おおむね理論値と実験値は一致するが、載荷点付近では実験値よりも理論値は数割大きくなる傾向がある。

また、縦リブ（橋長方向）の応力度は支点から隔れるに従い、実験値と理論値との差は大きくなる。これは床板がネジリ剛性、Shear Lag の影響で、引張応力度が減少するためと思われる。

したがって床板の両端で単純支持されたものと考えて解くと、横リブについては妥当であると思われるが、縦リブについては多少検討する必要がある。

なお、ここでは線荷重を受けた場合についてのみ数値計算したが、矩形等分布荷重を受けた場合についての理論計算 ($H^2 < K_x K_y$) と数値計算は後日行なり予定である。

4. 参 考 文 献

1. Gerhard Fischer: Die Berechnung der Stahlfahrbahntafel der Bürgermeister-Smidt-Brücke in Bremen. Der Stahlbau, 21, Jahr. Heft 11. Nov. 1952.
2. Wilhelm Carnelius: Die Berechnung der eben Flächentragwerke mit Hilfe der Theorie der orthogonal-anisotropen Platte. Der Stahlbau, 21, Jahr. Heft 2, Feb. 1952.
3. Karl Girkman: Flächentragwerke. V Auflage. Wien, Springer-Verlag, 1956.

土木試験所報告 第32号 正 誤 表

頁	行 数	正	誤
35	式 III 1-4	$c_{min} =$	$c_{m \cdot n} =$
41	右列 4行目	w_{opt}, r_{dmax}	$w^{\cdot \cdot \cdot}, r^{\cdot \cdot \cdot} x$
〃	〃 12行目	(r_{dL})	(r_{dL})
85	式 IV 2-6	$W_L =$	$W^{\cdot} =$
88	表 IV 2-7(2項)	$\frac{1}{2}(W_p + I_p)$	$\frac{1}{2}(W^{\cdot} + I_p)$
89	右列 3行目	r_{dmax}	$r_{dm \cdot x}$
90	左列 4行目	W_{opt}	$W_{op}^{\cdot}$
92	表 IV 3-1(1項)	$\rightarrow r_d$	$\rightarrow r^{\cdot}$
97	右列 5行目	$I_p =$	$I^{\cdot} =$
109	上 図	図 IV 4-4(a)	図 IV 4-4 [・]
〃	下 図	図 IV 4-4(b)	図 IV 4-4 [・]
112	左列 9行目	図 IV 4-4(a),(b)の	図 IV 4-9, 10 [・]
〃	〃 28行目	図 IV 4-4(a)	図 IV 4-9(a) [・]
115	右列 15行目(31)	constant	constent [・]
〃	〃 17行目(32)	Gibbs,	Gibfs, [・]
〃	〃 22行目(34)	Watson	Watron [・]
116	左列 27行目(57)	Whitman	Whi man [・]
〃	右列 40行目(79)	滑動安定に	滑動力安定に [・]
〃	〃 43行目(80)	Jurian	Jwrian [・]
117	〃 10行目(90)	安定計算	安室計算 [・]