

# 曲線材を含む立体ラーメンの振動について

外 崎 忍\*

## 1 序 文

本稿は曲線材を含む立体ラーメンの耐震安定計算に必要な水平方向振動の自由振動、強制振動の解析およびその一般的な性質を扱ったものである。橋脚上に曲線連続ゲタがある場合は円周の各位置で支承の方向が異なり、支承構造が円周方向には鉸構造、円周直角方向には剛結構造となるため、一方向性の地動に対して全支承の構造条件が異なり、取扱いが面倒である。しかしこの場合でも橋全体の固有振動周期は、ゲタと橋脚を鉸結合とした系と剛結合とした系との間にあるはずである。したがってこのような構造の耐震安定計算を行なうときは、両方の系について安全を確かめればよいと思う。

研究の内容は、柱が3本の場合を例にして、精密計算法、簡略計算法、模型実験により固有振動周期および動的倍率の測定、模型断面値の場合の固有振動周期に対する曲率半径、梁のねじり剛度、柱の剛度の影響、簡易計

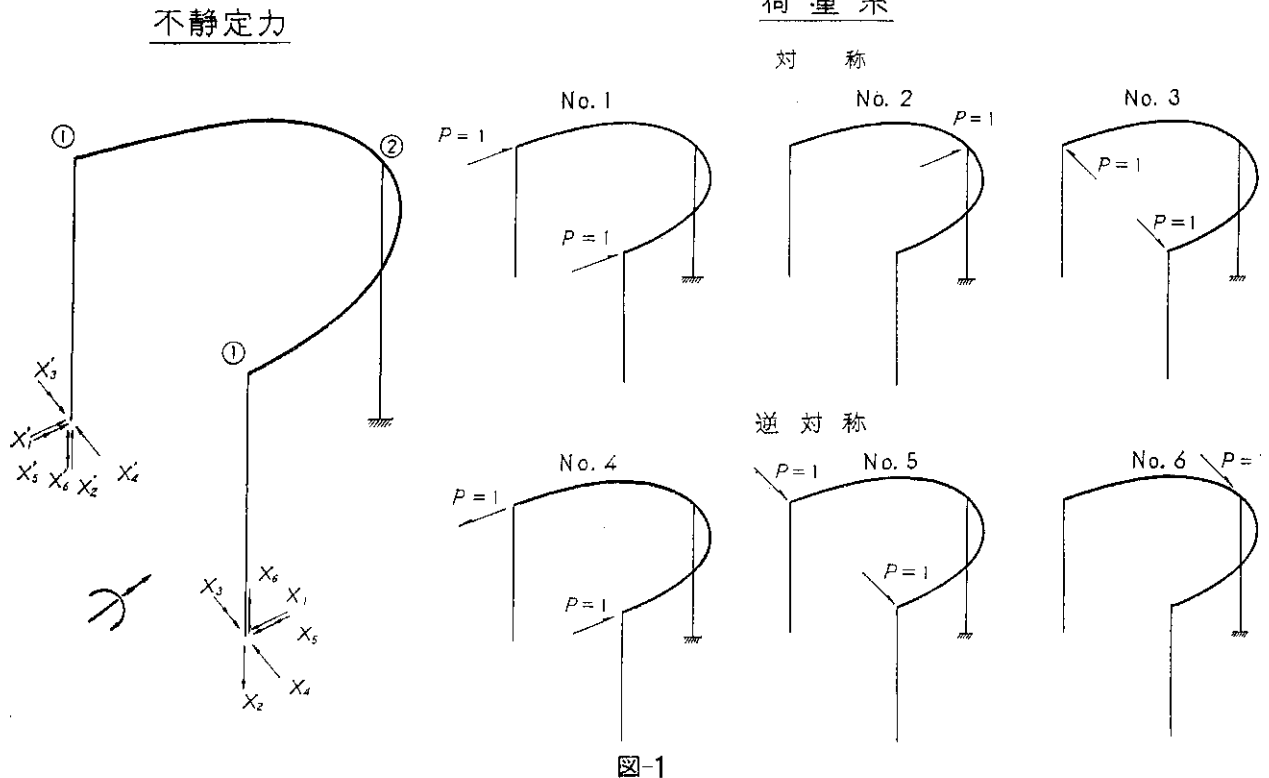
算によるときの誤差の程度などで、実橋の例についても固有振動周期と曲率半径、梁のねじり剛度、簡易計算法によるときの誤差の程度を調べた。

## 2 固有振動周期の一般解法

この種の構造の振動は多質点系の振動問題として行なうことになるが、梁および柱の重量はすべて各柱の上部に集中しているものとする。また理論的には質点の水平変位、鉛直および水平軸まわりの回転変位による慣性力があるが、水平変位以外は影響が少ないと見て省略する。

振動中の各質点の変位方向は不明であるので、その方向を橋長方向と橋横方向に分けて考える。これより質点は3個であるから振動方程式は6個となるが、対称構造であるから振動は、対称振動と逆対称振動に分けて扱うことができ振動方程式は3個となる。橋横方向の振動は対称振動に、橋長方向の振動ならびに動揺振動は逆対称振動に含まれる。

図-1に示すような単位対称荷重系および単位逆対称荷重系



\* 構造研究室副室長

荷重系による各質点の橋横方向、橋長方向の分変位を  $\alpha_{11}, \alpha_{21}, \alpha_{31}, \alpha_{12}, \alpha_{22}, \alpha_{32}, \alpha_{13}, \alpha_{23}, \alpha_{33}$  とすれば、対称および逆対称の固有振動に関する一般解式は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= -\alpha_{11} \frac{W_1}{g} \frac{d^2 y_1}{dt^2} - \alpha_{21} \frac{W_2}{g} \frac{d^2 y_2}{dt^2} - \alpha_{31} \frac{W_1}{g} \frac{d^2 y_3}{dt^2} \\ y_2 &= -\alpha_{12} \frac{W_1}{g} \frac{d^2 y_1}{dt^2} - \alpha_{22} \frac{W_2}{g} \frac{d^2 y_2}{dt^2} - \alpha_{32} \frac{W_1}{g} \frac{d^2 y_3}{dt^2} \\ y_3 &= -\alpha_{13} \frac{W_1}{g} \frac{d^2 y_1}{dt^2} - \alpha_{23} \frac{W_2}{g} \frac{d^2 y_2}{dt^2} - \alpha_{33} \frac{W_1}{g} \frac{d^2 y_3}{dt^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

(1) 式中、対称振動の場合は、 $y_1, y_2$  は図-1 点①、③の橋横方向の分変位、 $y_3$  は点①の橋長方向の分変位である。また逆対称振動の場合は、 $y_1$  は点①の橋横方向の分変位、 $y_2, y_3$  は点①、③の橋長方向の分変位である。また  $W_1, W_2$  は点①、点③の荷重の大きさである。

ここで  $y_r = u_r \cdot g(t)$  ( $r=1, 2, 3$ )

$u_r$  は位置の関数、 $g(t)$  は時間の関数

と置いて、次の固有振動曲線に関する式となる。

$n$  は円固有振動数である。

$$\left. \begin{aligned} (\alpha_{11}W_1 - g/n^2)u_1 + \alpha_{21}W_2u_2 + \alpha_{31}W_1u_3 &= 0 \\ \alpha_{12}W_1u_1 + (\alpha_{22}W_2 - g/n^2)u_2 + \alpha_{32}W_1u_3 &= 0 \\ \alpha_{13}W_1u_1 + \alpha_{23}W_2u_2 + (\alpha_{33}W_1 - g/n^2)u_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

これより  $n$  は、次の行列式により求められる。

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11}W_1 - g/n^2 & \alpha_{21}W_2 & \alpha_{31}W_1 \\ \alpha_{12}W_1 & \alpha_{22}W_2 - g/n^2 & \alpha_{32}W_1 \\ \alpha_{13}W_1 & \alpha_{23}W_2 & \alpha_{33}W_1 - g/n^2 \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots(3)$$

また、固有振動周期  $T$  は、 $T = 2\pi/n$  より求められる。

### 3 固有振動周期の計算

(i) 単位荷重による質点の分変位の計算

分変位の計算には、まず構造系の断面力を求めなければならない。曲線材を含む立体ラーメンの解法については、いろいろな方法があるが、ここでは仮想働の定理によるものとして、図-1 に示すように、静定系、不静定力を選ぶ。不静定力は図に示すように 12 個となるが、対称荷重の場合は、 $X_1 = X'_1, X_2 = X'_2, \dots\dots X_6 = X'_6$  となり、逆対称荷重の場合は、 $X_1 = X'_1, X_2 = -X'_2, \dots\dots X_6 = -X'_6$  となるので、結局弾性方程式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & \delta_{14} & \delta_{15} & \delta_{16} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} & \delta_{24} & \delta_{25} & \delta_{26} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} & \delta_{34} & \delta_{35} & \delta_{36} \\ \delta_{41} & \delta_{42} & \delta_{43} & \delta_{44} & \delta_{45} & \delta_{46} \\ \delta_{51} & \delta_{52} & \delta_{53} & \delta_{54} & \delta_{55} & \delta_{56} \\ \delta_{61} & \delta_{62} & \delta_{63} & \delta_{64} & \delta_{65} & \delta_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \\ \delta_{30} \\ \delta_{40} \\ \delta_{50} \\ \delta_{60} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(4)$$

ここで  $\delta_{10}, \delta_{20}, \dots\dots \delta_{60}$  は静定系に単位荷重の作用したときの  $X_1, X_2, \dots\dots X_6$  方向の変位、 $\delta_{11}, \delta_{12}, \dots\dots \delta_{16}$  は、それぞれ  $X_1, X_2, \dots\dots X_6$  が作用したときの  $X_1$  方向の変位である。これらはいずれも曲線ゲタの曲げとねじりの影響が入ってくるので計算がやや複雑になってくる。

例えば  $\delta_{11}$  について考えると対称荷重では図-2 を参考

にして

$$\delta_{11}^1 = \frac{1}{3} \frac{l^3}{EI_p} \dots\dots\dots \text{自由脚の曲げ変位}$$

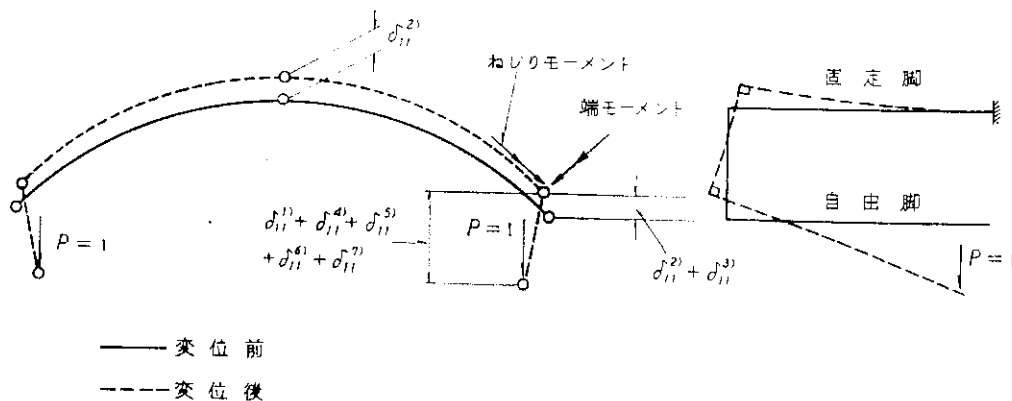


図-2

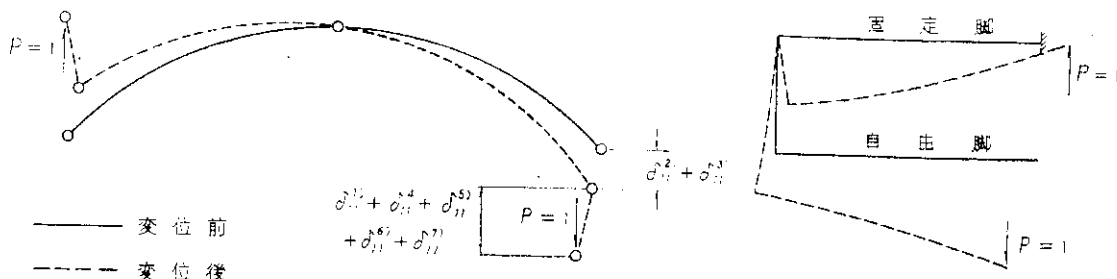


図-3

$$\begin{aligned}\delta_{11}^{(2)} &= \frac{2}{3} \frac{l^3}{EI_p} \cdots \cdots \cdots \text{固定脚の曲げ変位} \\ \delta_{11}^{(3)} &= \frac{r^3}{EI_{gv}} \left[ \varphi \sin^2 \varphi + \frac{3}{2} \sin \varphi \cos \varphi + \frac{1}{2} \varphi - 2 \sin \varphi \right] \\ &\quad \cdots \cdots \cdots \text{ケタ面内の変位} \\ \delta_{11}^{(4)} &= \frac{l^2 r \sin^2 \varphi}{EI_{gh}} \left[ \left( \frac{1+C}{2} \right) (\varphi + \sin \varphi \cos \varphi) \right. \\ &\quad \left. - C \sin \varphi \cos \varphi \right] \cdots \cdots \cdots \text{曲線ゲタの端モーメント} \\ &\quad \text{による接線方向変位の } X_1 \text{ 方向成分} \\ \delta_{11}^{(5)} &= \frac{l^2 r \sin \varphi \cos \varphi}{EI_{gh}} \frac{(C-1)}{2} \sin^2 \varphi \cdots \cdots \cdots \text{曲線ゲタの端} \\ &\quad \text{モーメントによる接線直角方向変位の } X_1 \text{ 方向} \\ &\quad \text{成分} \\ \delta_{11}^{(6)} &= \frac{l^2 r \cos^2 \varphi}{EI_{gh}} \left[ \frac{1+C}{2} (\varphi - \sin \varphi \cos \varphi) + C \sin \varphi \cos \varphi \right] \\ &\quad \cdots \cdots \cdots \text{曲線ゲタのねじりモーメントによる接線直} \\ &\quad \text{角方向変位の } X_1 \text{ 方向成分} \\ \delta_{11}^{(7)} &= \frac{l^2 r \sin \varphi \cos \varphi}{EI_{gh}} \frac{(C-1)}{2} \sin^2 \varphi \cdots \cdots \cdots \text{曲線ゲタのねじ} \\ &\quad \text{りモーメントによる接線方向変位の } X_1 \text{ 方向成} \\ &\quad \text{分}\end{aligned}$$

結局  $\delta_{11}$  は

$$\delta_{11} = \delta_{11}^{(1)} + \delta_{11}^{(2)} + \delta_{11}^{(3)} + \delta_{11}^{(4)} + \delta_{11}^{(5)} + \delta_{11}^{(6)} + \delta_{11}^{(7)}$$

となる。

また、逆対称荷重の場合は、図-3 のようになり、対称荷重の場合の  $\delta_{11}^{(2)}$  に代わって  $\frac{2lb^2}{GJ_p}$  が加わる。

$$\begin{aligned}\text{対称振動} & \begin{vmatrix} (2.63596 \times 1.1735 - g/n^2) & 1.21627 \times 1.1735 & 0.11112 \times 1.1735 \\ 2.43254 \times 1.1735 & (1.31537 \times 1.1735 - g/n^2) & -0.10613 \times 1.1735 \\ 0.11112 \times 1.1735 & -0.05306 \times 1.1735 & (0.12049 \times 1.1735 - g/n^2) \end{vmatrix} = 0 \\ \text{逆対称振動} & \begin{vmatrix} (1.74074 \times 1.1735 - g/n^2) & 0.77762 \times 1.1735 & 0.42848 \times 1.1735 \\ 1.55523 \times 1.1735 & (0.79484 \times 1.1735 - g/n^2) & -0.06545 \times 1.1735 \\ 0.42848 \times 1.1735 & -0.03273 \times 1.1735 & (1.17151 \times 1.1735 - g/n^2) \end{vmatrix} = 0\end{aligned}$$

表-1 (荷重系は図-1 参照)

| 不静定力<br>荷重系 | $X_1$    | $X_2$    | $X_3$     | $X_4$    | $X_5$    | $X_6$  |
|-------------|----------|----------|-----------|----------|----------|--------|
| No. 1       | 0.68500  | 2.68292  | 31.29047  | 0.28927  | 5.66909  | 2.108  |
| No. 2       | 0.32407  | 1.38401  | 14.61321  | -0.17525 | -4.17025 | -1.004 |
| No. 3       | 0.01987  | -0.04721 | 1.11995   | 0.03410  | 1.48451  | 2.293  |
| No. 4       | -0.25980 | -0.13467 | -12.89091 | 0.04810  | -3.67337 | -7.913 |
| No. 5       | 0.10142  | 1.59704  | 0.39703   | 0.61713  | 24.18225 | -3.011 |
| No. 6       | 0.10548  | 0.82714  | 2.52183   | 0.29765  | 11.28506 | 0.314  |

表-2 単位対称荷重による分変位

| 荷重系   | ①点の橋横<br>方 向 | ②点の橋横<br>方 向 | ①点の橋長<br>方 向 |
|-------|--------------|--------------|--------------|
| No. 1 | 2.63596      | 2.43254      | 0.11112      |
| No. 2 | 1.21627      | 1.31537      | -0.05306     |
| No. 3 | 0.11112      | -0.10613     | 0.12049      |

表-3 単位逆対称荷重による分変位

| 荷重系   | ①点の橋横<br>方 向 | ①点の橋長<br>方 向 | ②点の橋長<br>方 向 |
|-------|--------------|--------------|--------------|
| No. 4 | 1.17151      | 0.42848      | -0.065       |
| No. 5 | 0.42848      | 1.74074      | 1.555        |
| No. 6 | -0.03273     | 0.77762      | 0.794        |

$$\text{ここで } C = \frac{EI_{gh}}{GJ_T}$$

$I_p$  = 橋脚の断面 2 次モーメント

$I_{gv}$  = ケタの縦軸に関する断面 2 次モーメント

$I_{gh}$  = ケタの横軸に関する断面 2 次モーメント

$J_p$  = 橋脚のねじり抵抗モーメント

$J_T$  = ケタのねじり抵抗モーメント

$l$  = 橋脚高

$r$  = ケタの曲率半径

$2\varphi$  = 中心角

$X_1, X_2, \dots, X_6$  が求まると各分変位は次式より得られ、

$$\begin{aligned}\alpha_{ij} &= \alpha_{ij}^{(0)} + \alpha_{ij}^{(1)} X_1 + \alpha_{ij}^{(2)} X_2 + \alpha_{ij}^{(3)} X_3 + \alpha_{ij}^{(4)} X_4 \\ &\quad + \alpha_{ij}^{(5)} X_5 + \alpha_{ij}^{(6)} X_6 \cdots \cdots \cdots\end{aligned}$$

ここで  $\alpha_{ij}^{(0)}$  は静定系の  $i$  点に載荷したとき  $j$  点の分位、 $\alpha_{ij}^{(r)} X_r$  は静定系に  $X_r$  および  $X_r$  が作用したとき  $j$  点の分変位、

模型に対する  $X_r, \alpha_{ij}$  の計算結果は表 1~3 のようなる。

(ii) 固有振動周期の計算

各質点の重量を 1.1735 kg とすると式 (3) より、次を解いて  $n$  を求めこれより固有振動周期が求められる

これより対称振動の周期は

$$T_1=0.4249\text{sec} \quad T_2=0.1090\text{sec} \quad T_3=0.0088\text{sec}$$

また逆対称振動の周期は

$$T_1=0.3467\text{sec} \quad T_2=0.2334\text{sec} \quad T_3=0.0139\text{sec}$$

#### † 固有振動曲線の計算

固有振動曲線は (3) 式で得られた  $g/n^2$  を (2) 式に入  
 $u_1=1$  とすれば、これに対する比で  $u_2, u_3$  が求めら  
 れる。

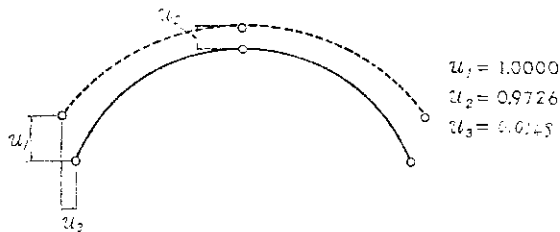


図-4 対称振動第1次振動曲線

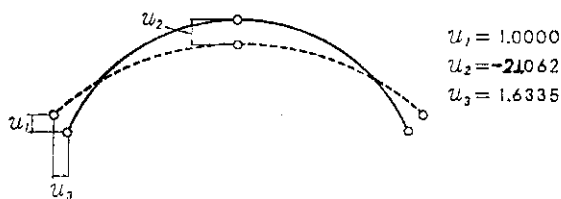


図-5 対称振動第2次振動曲線

対称振動の  $T_1=0.4249$  に対するものは図-4 に示すよ  
 うに橋横方向の第1次の振動曲線である。また、 $T_2=$   
 $.1090$  に対するものは図-5 に示すように橋長方向の対  
 称振動曲線であり、 $T_3=0.0139$  は、橋横方向の第2次  
 振動曲線である。

逆対称振動も同様にして求められ、 $T_1=0.3467$  対  
 するものは、図-6 に示すように橋長方向の第1次の振動  
 曲線である。また  $T_2=0.2334$  に対するものは図-7 に示

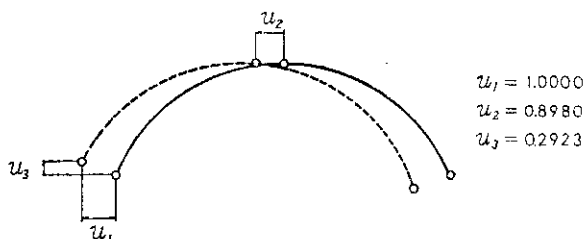


図-6 逆対称振動第1次振動曲線

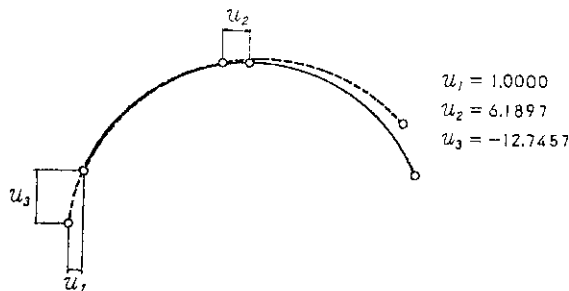


図-7 逆対称振（動揺振動）第2次振動曲線

すように動揺振動の振動曲線であり、 $T_3=0.0139$  は橋  
 長方向の第2次の振動曲線である。

#### 5 簡易計算法による固有振動周期の計算

簡易計算法は精密計算の過程で固有振動周期に影響が  
 少ないと見られる部分を省略する方法である。その第1  
 点は、振動台の振動方向以外の質点の慣性力を省略する  
 こと、第2点は、単位荷重による質点の分変位を計算す  
 るとき振動方向以外の不静定力を考慮しないことであ  
 る。ただし、逆対称振動の場合は、動揺振動も含まれる  
 ので、この振動による慣性力も考慮しなければならない。

以上より、対称振動に関係する図-1 の荷重系 No.1,  
 No.2 に対する弾性方程式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \\ \delta_{30} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

また、逆対称振動に関係する荷重系 No.5, No.6 に対  
 する弾性方程式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \delta_{22} & \delta_{24} & \delta_{25} \\ \delta_{42} & \delta_{44} & \delta_{45} \\ \delta_{52} & \delta_{54} & \delta_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_2 \\ X_4 \\ X_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{20} \\ \delta_{40} \\ \delta_{50} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

同様に荷重系 No.4 については、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{13} & \delta_{16} \\ \delta_{31} & \delta_{33} & \delta_{36} \\ \delta_{61} & \delta_{63} & \delta_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_3 \\ X_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{30} \\ \delta_{60} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (8)$$

これらの結果より各荷重系の分変位は (5) 式により計  
 算される。

表-4

| 不静定力<br>荷重系 | $X_1$    | $X_2$   | $X_3$     | $X_4$   | $X_5$    | $X_6$    |
|-------------|----------|---------|-----------|---------|----------|----------|
| No. 1       | 0.65120  | 2.04540 | 33.84591  | —       | —        | —        |
| No. 2       | 0.29260  | 1.03905 | 15.44905  | —       | —        | —        |
| No. 4       | -0.24680 | —       | -12.40504 | —       | —        | -8.29448 |
| No. 5       | —        | 1.40665 | —         | 0.61336 | 26.73296 | —        |
| No. 6       | —        | 0.72425 | —         | 0.25176 | 11.05407 | —        |

表-5 単位対称荷重による分変位

| 荷重系   | ①点の橋横方向 | ②点の橋横方向 |
|-------|---------|---------|
| No. 1 | 3.17600 | 2.93307 |
| No. 2 | 1.46648 | 1.67028 |

表-6 単位逆対称荷重による分変位

| 荷重系   | ①点の橋横方向 | ①点の橋長方向 | ②点の橋長方向 |
|-------|---------|---------|---------|
| No. 4 | 1.22631 | —       | —       |
| No. 5 | —       | 2.08108 | 1.81627 |
| No. 6 | —       | 0.90467 | 1.22660 |

表-7 精密計算と簡略計算との比較

|      | 橋横方向<br>振 | 橋長方向<br>振 | 動揺振動    |
|------|-----------|-----------|---------|
| 精密計算 | 0.42493   | 0.34670   | 0.23338 |
| 簡略計算 | 0.46788   | 0.3780    | 0.23548 |

模型に対する  $Xr$ ,  $\alpha_{ij}$  の計算結果は表-4~6に示す固有振動周期は(3)式を応用して、次式により求められる。

対称振動について

$$\begin{vmatrix} (3.1760 \times 1.1735 - g/n^2) & 1.46648 \times 1.1735 \\ 2.93307 \times 1.1735 & (1.67028 \times 1.1735 - g/n^2) \end{vmatrix} = 0$$

逆対称振動について

$$\begin{vmatrix} (2.08108 \times 1.1735 - g/n^2) & 0.90467 \times 1.1735 & 0 \\ 1.81627 \times 1.1735 & (1.22660 \times 1.1735 - g/n^2) & 0 \\ 0 & 0 & (1.22631 \times 1.1735 - g/n^2) \end{vmatrix} = 0$$

これより対称振動第1次固有振動周期は  $T=0.467$  sec, 逆対称振動第1次固有振動周期は  $T=0.3780$  sec 同様に第2次固有振動周期(動揺振動)は  $T=0.235$  sec となる。表-7は精密計算と簡略計算との比較表である。

## 6 強制振動の計算

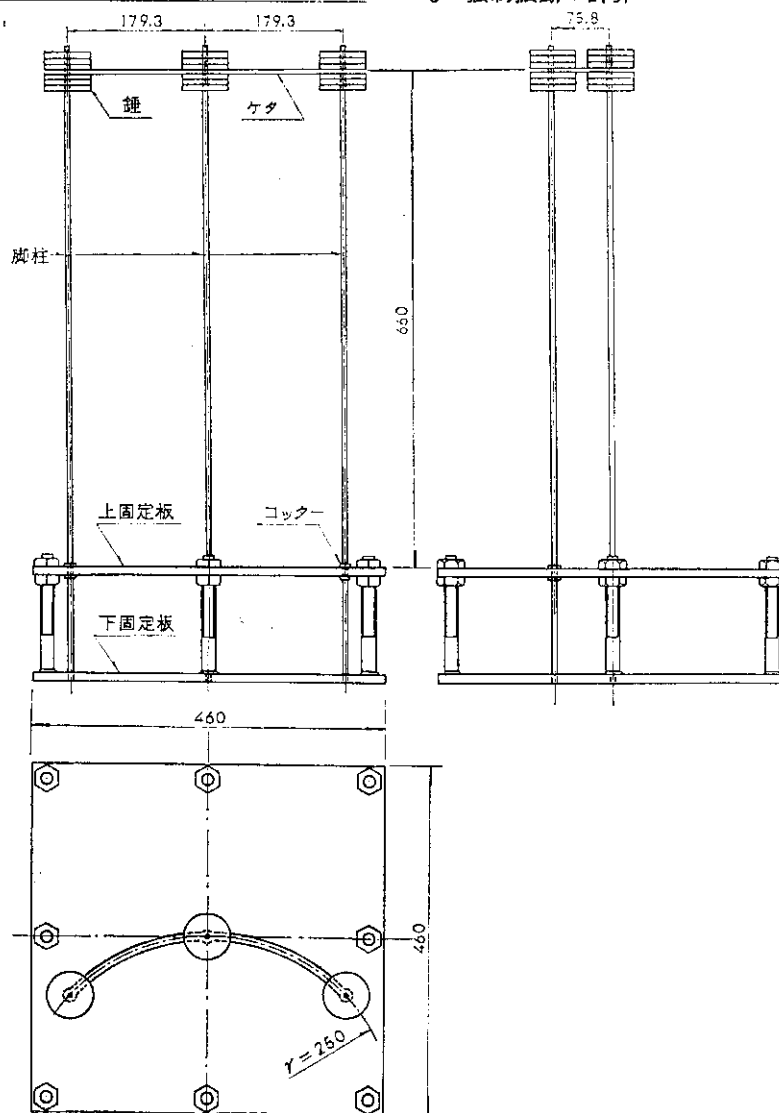


図-8

振動台を用いて強制振動を行なう場合、振動台の振幅に関する式を  $y_0 = a_0 \cos pt$  とすると減衰がない場合は、点の振幅に関する式は  $y_r = u_r a_0 \cos pt$  ( $r=1, 2, 3$ ) 表わされる。また固有振動に関する一般解式(1)の  $y_1$  の代わりに  $y_1 - y_0$ ,  $y_2 - y_0$  を入れ、振動方向に関係ない  $y_3$  をそのままにして次の強制振動の一般解式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} (\alpha_{11}W_1 - \frac{1}{p^2}u_1) + \alpha_{21}W_2u_2 + \alpha_{31}W_3u_3 &= -\frac{1}{p^2} \\ \alpha_{12}W_1u_1 + (\alpha_{22}W_2 - \frac{1}{p^2}u_2) + \alpha_{32}W_3u_3 &= -\frac{1}{p^2} \\ \alpha_{13}W_1u_1 + \alpha_{23}W_2u_2 + (\alpha_{33}W_3 - \frac{1}{p^2}u_3) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

これより振動台と質点との振動の倍率  $u_1, u_2, u_3$  が求られる。

式中

$a_0$  は振動台の振幅

$p$  は円振動数で、周期を  $T$  とすれば

$$p = \pi/T$$

#### 模 型

模型は図-8および写真-1に示すように、剛度の等しい木の橋脚を有する曲線材を含む立体ラーメンで、橋脚 66 cm、半径 25 cm、橋長 40 cm である。この断面は表-8に示す。

表-8 模型ケタ断面値

|                                | ケ              | タ       | 橋 脚     |
|--------------------------------|----------------|---------|---------|
| 断 面 形 (cm)                     | $h=0.6, b=0.3$ |         | $r=0.3$ |
| 断 面 積 (cm <sup>2</sup> )       |                | 0.18    | 0.2826  |
| 断面 2 次モーメント (cm <sup>4</sup> ) | 水平軸            | 0.0054  | 0.00635 |
|                                | 垂直軸            | 0.00135 |         |
| ねじり抵抗モーメント (cm <sup>4</sup> )  |                | 0.00369 | 0.01276 |

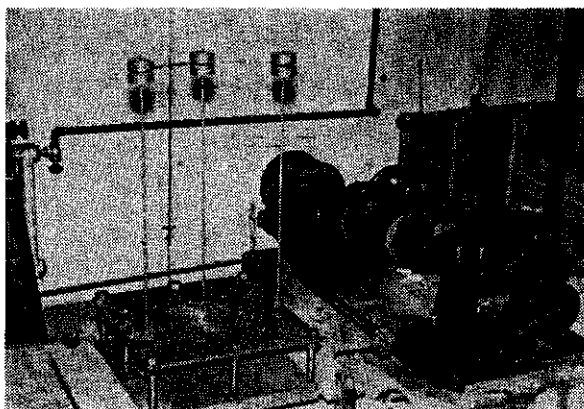


写真-1

#### 実験結果の考察

固有振動周期の実測値と計算値の比較は表-9に示す。精密計算の値はよい精度で一致する。また簡略計算値は約7%程度の誤差になっており、構造系の不静定

次数を減らしたことや、振動台の振動方向以外の慣性力を考慮しない影響が現われている。なお、表-9には参考のため橋脚頭部重量が同じ場合の単一柱の周期、上下端のたわみ角を固定した柱の周期、橋脚とケタが鉸結合の場合の周期も示した。

表-9

|  | 計算値    | 実験値   | 備 考                      |
|--|--------|-------|--------------------------|
|  | 0.6234 | —     | 質量Mは回転できる                |
|  | 0.3117 | —     | 質量Mは回転できない               |
|  | 0.5830 | —     | 橋ゲタと橋脚がヒンジ結合 (対称第1次振動周期) |
|  | 0.4249 | 0.435 | 橋ゲタと橋脚が剛結 (対称第1次振動周期)    |
|  | 0.3465 | 0.350 | 橋ゲタと橋脚が剛結 (逆対称第1次振動周期)   |

強制振動における振動台の振動数と質点(図-1の①点)の動的倍率との関係を図-9(対称1次振動)、図-10(逆対称1次振動)に示す。共振点の位置は一致しているが、倍率については、計算で減衰を考えていないので、実測値との差が見られる。

#### 9 固有振動周期と半径との関係について

図-11, 12は模型断面について、 $C(EI_{gh}/GJ_T, I_{gh} =$  ケタの水平軸に関する断面2次モーメント,  $J_T =$  ケタのねじり抵抗モーメント)をパラメーターとして、固有振動周期と半径の関係を示すものである。図よりこれらの関係を考察すると、一般に半径の小さい間は、固有振動周期の変化は大きい、半径が比較的大きくなってく

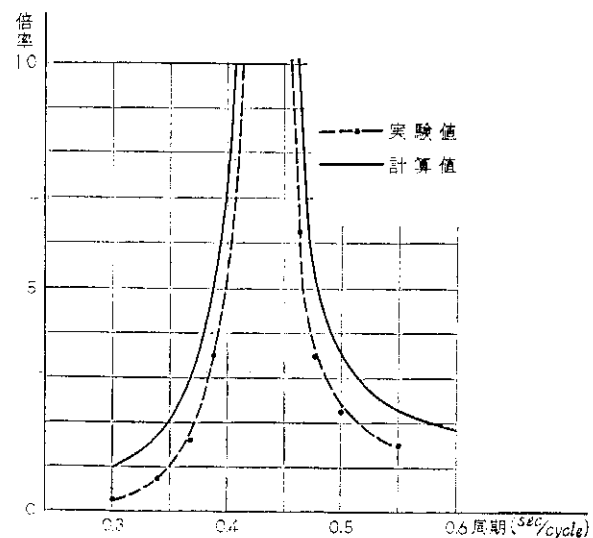


図-9 対称1次振動応答曲線

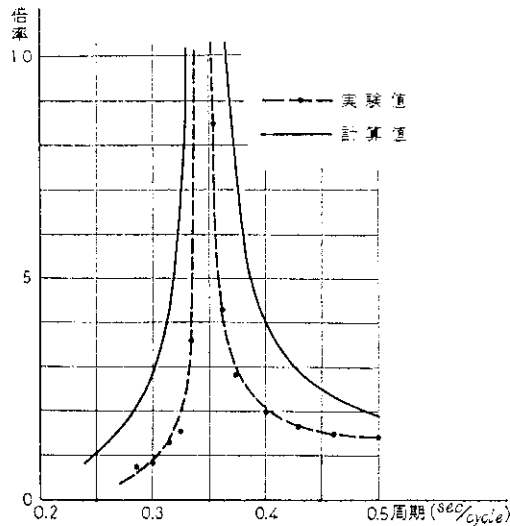
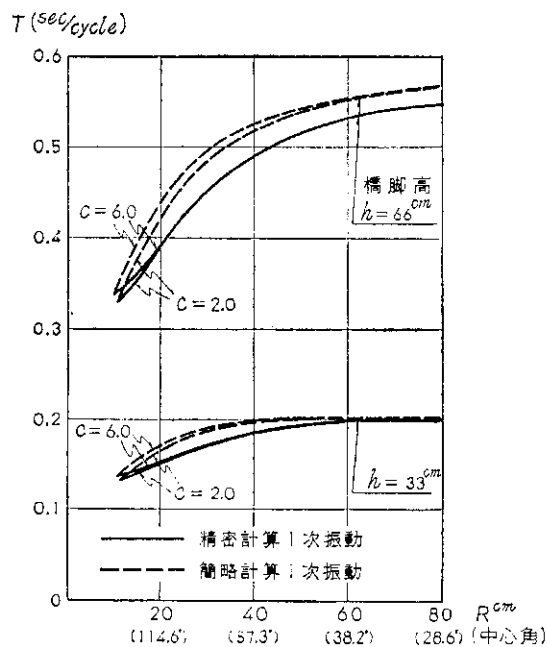


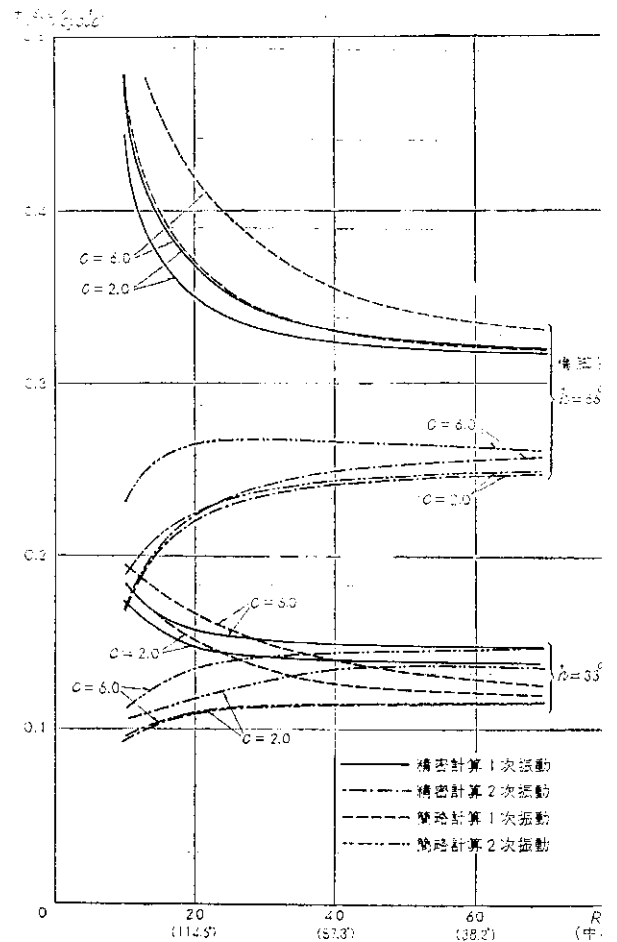
図-10 逆対称1次振動応答曲線



(模型断面の場合)

図-11 対称振動の周期と半径の関係

ると、固有振動周期の変化はゆるやかになる。この関係は、柱の剛度によっても影響を受け、柱の剛度が大きいほど固有振動周期の変化がゆるやかになる度合いが早い。次に曲線橋の設計上重要なケタのねじり剛度の影響を考えると、対称振動の場合は、ねじり剛度は固有振動周期に影響がなく、逆対称振動のとき若干影響がある。また近似計算の精度についてみると、対称振動の場合は半径の増加につれて近似計算の精度がよくなり、柱の剛度が大きいほど精度の良くなる度合いが早い。しかし逆対称振動では動揺振動の影響が入ってくるので対称振動の場合とは性質が異なり、とくに逆対称第1次振動と動揺振動と周期が近い場合、近似計算と精密計算は半径が大きくなっても収斂しない。そしてこれらの関係は、ねじり剛

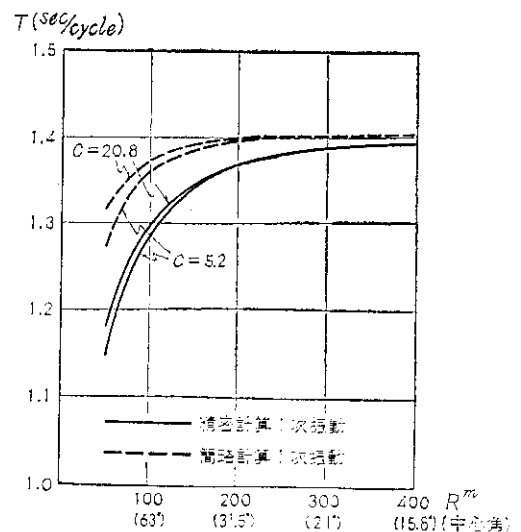


(模型断面の場合)

図-12 逆対称振動の周期と半径の関係

度の大小には関係しない。

次に図-13, 14は、橋脚高 27.8 m, 橋長 110 m, 橋の断面2次モーメント 0.248 m<sup>4</sup>, 橋ゲタの断面2次モーメント 0.291 m<sup>4</sup>の実橋の場合について、固有振動期と半径の関係を示すものである。これらの性質を考



(実橋断面の場合)

図-13 対称振動の周期と半径の関係

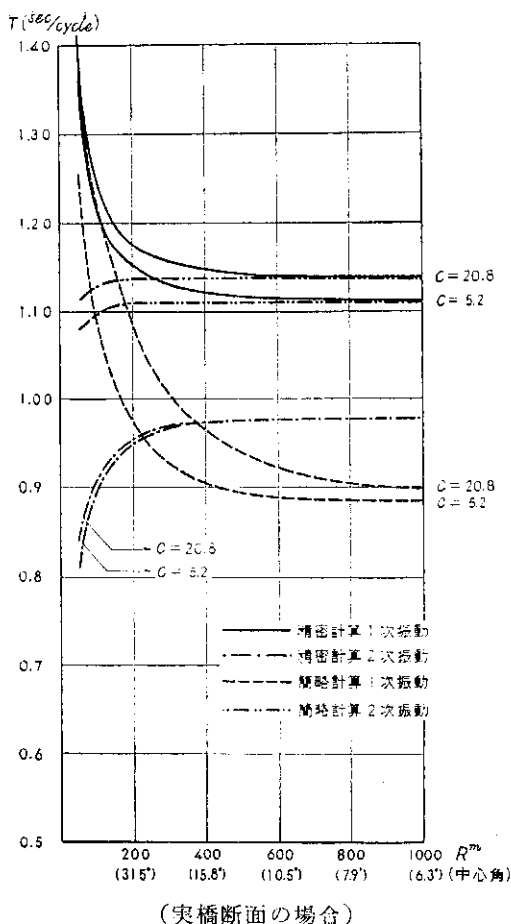


図-14 逆対称振動の周期と半径の関係

ると、全般的に模型断面の場合の  $h=33$  cm の橋脚の  
 更の大きい場合に似ていることがわかる。これによる  
 中心角が  $30^\circ$  以下の曲線では半径が無大としたと  
 とに比しわずか 2, 3 % の差しかない。また近似計算法

対称振動では半径が大きくなると精度は上がるが、  
 対称 1 次振動では、半径が大きいところで 17 % 程度  
 かなりの誤差があり、むしろ半径の小さいほうが誤差

が小さくなっていく。しかし動揺振動では、半径の大き  
 いところでの誤差は 16 % で、半径が小さくなるとさら  
 に誤差が増加してくる。ねじり剛度は、対称振動および  
 動揺振動では、固有振動周期に関係なくまた、逆対称 1  
 次振動では 4 倍に剛度を上げてみてもわずか 3 % 程度しか影  
 響がなく、全般に固有振動周期にねじり剛度は影響が少  
 ないことになる。

## 10 む す び

本橋のように 3 本の橋脚をもつラーメンでも、精密に  
 は相当に計算が複雑である。これより多径間になる場合  
 は、橋脚 1 本につき不静定次数は 6 個増え、固有値の行  
 列式は 2 次増えることになり非常に計算が煩雑となる。  
 ところがこの構造の固有振動周期には、中心角が小さく  
 なる急激に極限值（直橋の場合）に近づく便利な性質  
 がある。したがって実際の設計では中心角の程度に応じ  
 て、直橋として、近似的に固有振動数を検討するなどの  
 便法が考えられる。また、ここで示したような近似計算  
 は、対称振動には比較的精度が良いが、逆対称振動では  
 少し誤差が多いようであり、使用に際しては注意を要す  
 る。

橋脚上に曲線連続ゲタがある場合は、序文で述べたよ  
 うに、支承が直交する方向で性質が異なるため、取扱い  
 が面倒であるが、固有振動周期は橋ゲタと橋脚が鉸結合  
 の場合と剛結合の場合の中間にくることになるので、両  
 方の系で検討する必要がある。この場合は 1 つの構造系  
 に対しあまり高い精度で計算しても意味がないので、近  
 似計算を用いる方法など考えられる。

最後に本研究の、実験ならび計算に際して終始ご助力  
 を戴いた北海道大学工学部構造力学研究室芳村仁助教授  
 に深甚なる謝意を表します。