

5 径間連続曲線ゲタ（無意根大橋）の水平方向振動 ならびに動的地震力解析について

外崎 忍* 中村 敏明** 田岡 充夫**

目 次

まえがき	1
1 固有振動周期ならびに振動曲線の計算	2
(1) 計算上の仮定	2
(2) 固有振動周期ならびに振動曲線の解法	3
(3) 荷 重 系	4
(4) 単位荷重作用時の構造解析	4
2 実橋の固有振動周期ならびに振動曲線	7
(1) 実橋の断面積および質点の作用位置と重量	7
(2) 固有振動周期および振動曲線	7
(3) ケタの曲げ剛度、ねじり剛度が固有振動周期に及ぼす影響	8
3 振 動 実 験	9
4 地震応答スペクトルによる動的解析	10
(1) 架設地盤の最大加速度の推定	10
(2) 応答スペクトルの適用	10
(3) 最大加速度の計算	11
(4) 一つの質点が最大震度のときのその他の質点の震度	12
(5) 橋体各部の地震による断面力の計算	12
5 考 察	13
む す び	14
参 考 文 献	14
(参 考)	15

まえがき

無意根大橋は図 1 のような半径 140.0 m 全長 239.0 m の 5 径間連続曲線箱ゲタで、橋脚は高さが 17.86~27.66 m の鋼管構造となっている。本稿は始めにこの橋の水平方向荷重を受けるときの固有振動周期と振動曲線の計算方法を説明し、ついで動的な地震力解析の手順と数値計算を示した。この他起振機による実橋の振動実験の結果も示し、またケタの断面積の変化に対する固有振動周期の特性について若干考察を行なった。

動的解析には(i)地動を正弦波地動と仮定して強制振動を計算する方法、(ii)実際の地震加速度の標準波形をき



写真-1

* 構造研究室副室長 ** 同室

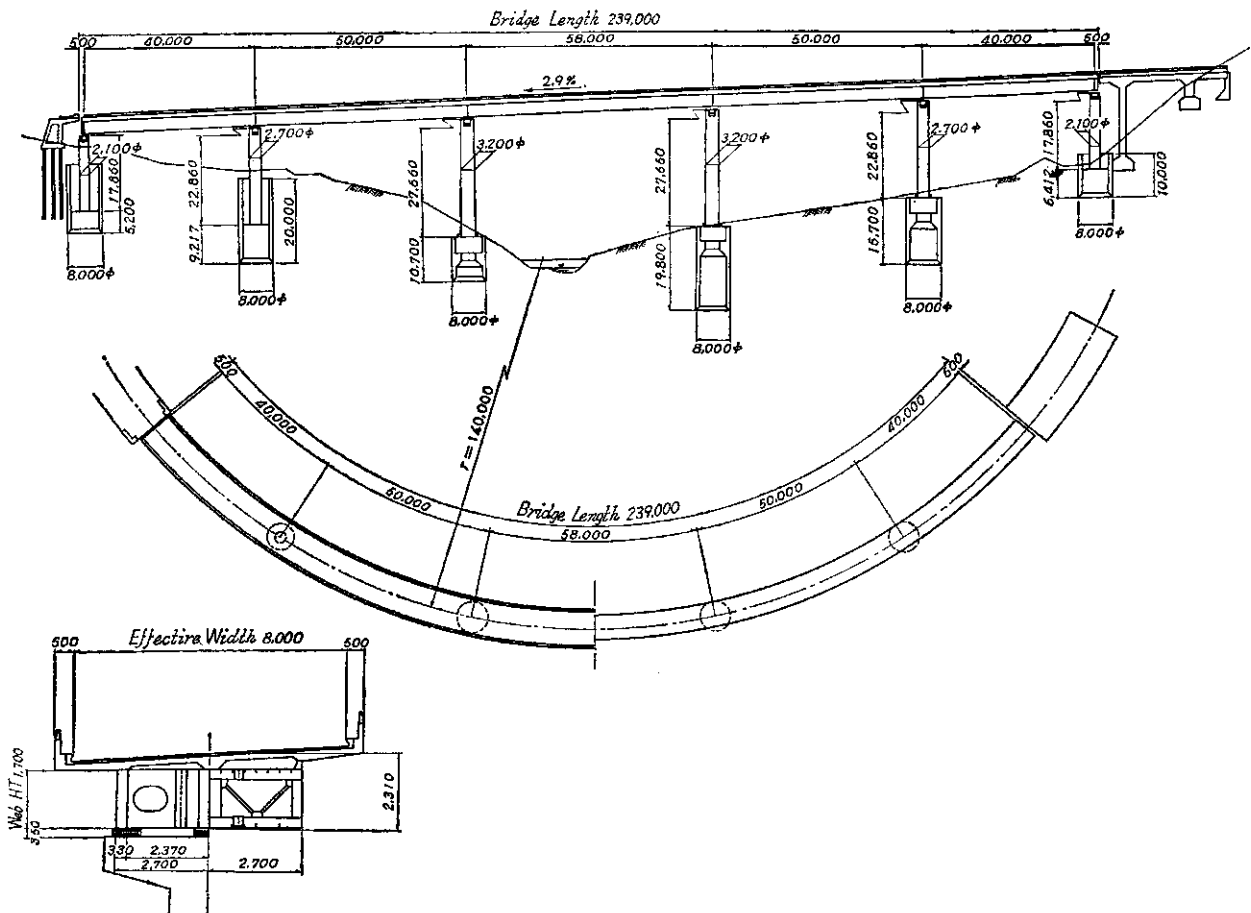


図-1 無意根大橋一般図

め、振動の微分方程式をコンピューターで計算する方法、(ハ)地震応答スペクトルを利用する方法などがあるが、(イ)では地震動は不規則振動で常に構造物を刺激して、絶えず固有振動を発生させているのであるから定常振動だけを検討しても不十分である。(ロ)は多自由度の振動系の場合にはかなり面倒であり、実際の設計にただちに適用できる段階まで行っていない。(ハ)は架設地点の地震動の特性を考慮できれば、計算も比較的簡単で現在のところ最も一般的な方法といえよう。本橋の動的解析も(ハ)の方法によって行なった。

1 固有振動周期ならびに振動曲線の計算

(1) 計算上の仮定

(イ) 質点のとり方の上の仮定

上部構造および下部構造の死荷重は分布荷重であるが、上部については支点反力に応じて6個の集中荷重に分け橋脚上に作用するものとする。下部については柱部自重の33/140が集中荷重として橋脚上に作用するものとする。これらの仮定に誤差は文献2)によれば小さいことが確かめられている。またケタの質点はケタ重心に、橋脚の質点は橋脚上にあり、位置が異なるので両方

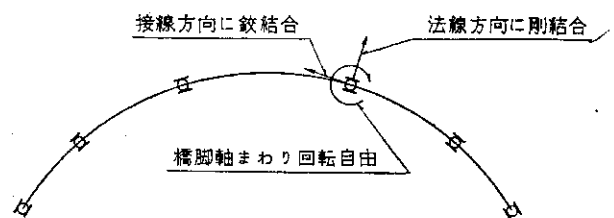


図-2

の重量の重みを考慮した平均の位置を質点位置とする。

(ロ) 構造解析上の仮定

実橋は図-1に示すように3個の沓で橋脚に固定されているので、接線方向には鉸結合、法線方向には剛結合となっており、さらに橋脚の軸まわりにも剛結合となっている。このうち橋脚軸まわりの剛結合の影響は小さいので省略し、図-2のように橋脚軸まわりに回転自由とした。

またケタの中立軸およびセン断中心は支承の位置と一致していないので、実際は後述の図-5のような構造とは少し違うが、計算の精度の上で影響は少ないものと思われるので、支承の回転面の位置にケタの中立軸およびセン断中心があるものとした。そして、質点は仮定(イ)に基

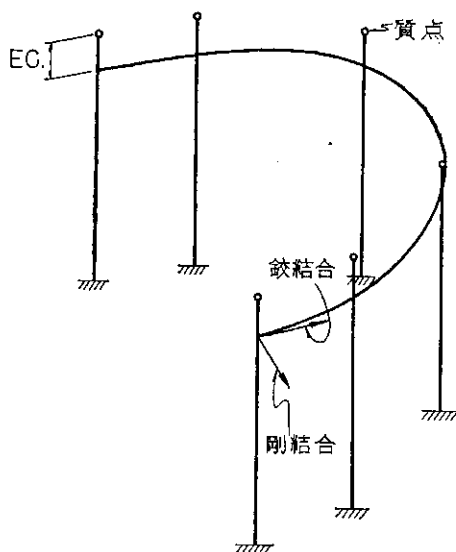


図 3

づきケタ軸より高い位置にあって、この質点とケタは、

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= -\alpha_{11} \frac{w_1}{g} \frac{d^2 y_1}{dt^2} - \alpha_{21} \frac{w_2}{g} \frac{d^2 y_2}{dt^2} - \alpha_{31} \frac{w_3}{g} \frac{d^2 y_3}{dt^2} - \alpha_{41} \frac{w_1}{g} \frac{d^2 y_4}{dt^2} - \alpha_{51} \frac{w_2}{g} \frac{d^2 y_5}{dt^2} - \alpha_{61} \frac{w_3}{g} \frac{d^2 y_6}{dt^2} \\ y_2 &= -\alpha_{12} \frac{w_1}{g} \frac{d^2 y_1}{dt^2} - \alpha_{22} \frac{w_2}{g} \frac{d^2 y_2}{dt^2} - \alpha_{32} \frac{w_3}{g} \frac{d^2 y_3}{dt^2} - \alpha_{42} \frac{w_1}{g} \frac{d^2 y_4}{dt^2} - \alpha_{52} \frac{w_2}{g} \frac{d^2 y_5}{dt^2} - \alpha_{62} \frac{w_3}{g} \frac{d^2 y_6}{dt^2} \\ &\dots\dots\dots \\ y_6 &= -\alpha_{16} \frac{w_1}{g} \frac{d^2 y_1}{dt^2} - \alpha_{26} \frac{w_2}{g} \frac{d^2 y_2}{dt^2} - \alpha_{36} \frac{w_3}{g} \frac{d^2 y_3}{dt^2} - \alpha_{46} \frac{w_1}{g} \frac{d^2 y_4}{dt^2} - \alpha_{56} \frac{w_2}{g} \frac{d^2 y_5}{dt^2} - \alpha_{66} \frac{w_3}{g} \frac{d^2 y_6}{dt^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

ただし、 w_1, w_2, w_3 はそれぞれ第1, 第2, 第3橋脚上の重量であり、 α_{ij} は影響係数と呼ばれるもので後述の(3)で述べるような単位荷重系による質点位置の弦直角方向、弦方向の変位で表1に荷重系と変位の関係を示す。

$$\text{次に } y_r = u_r \cdot g(t) \quad (r=1, 2, 3, 4, 5, 6) \dots\dots\dots(2)$$

u_r は位置の関数、 $g(t)$ は時間の関数

において、固有振動曲線に関する式となる。ここで n は円振動数である。

$$\left. \begin{aligned} (\alpha_{11}w_1 - g/n^2)u_1 + \alpha_{21}w_2u_2 + \alpha_{31}w_3u_3 + \alpha_{41}w_1u_4 + \alpha_{51}w_2u_5 + \alpha_{61}w_3u_6 &= 0 \\ \alpha_{12}w_1u_1 + (\alpha_{22}w_2 - g/n^2)u_2 + \alpha_{32}w_3u_3 + \alpha_{42}w_1u_4 + \alpha_{52}w_2u_5 + \alpha_{62}w_3u_6 &= 0 \\ \alpha_{13}w_1u_1 + \alpha_{23}w_2u_2 + (\alpha_{33}w_3 - g/n^2)u_3 + \alpha_{43}w_1u_4 + \alpha_{53}w_2u_5 + \alpha_{63}w_3u_6 &= 0 \\ \alpha_{14}w_1u_1 + \alpha_{24}w_2u_2 + \alpha_{34}w_3u_3 + (\alpha_{44}w_1 - g/n^2)u_4 + \alpha_{54}w_2u_5 + \alpha_{64}w_3u_6 &= 0 \\ \alpha_{15}w_1u_1 + \alpha_{25}w_2u_2 + \alpha_{35}w_3u_3 + \alpha_{45}w_1u_4 + (\alpha_{55}w_2 - g/n^2)u_5 + \alpha_{65}w_3u_6 &= 0 \\ \alpha_{16}w_1u_1 + \alpha_{26}w_2u_2 + \alpha_{36}w_3u_3 + \alpha_{46}w_1u_4 + \alpha_{56}w_2u_5 + (\alpha_{66}w_3 - g/n^2)u_6 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

表 1

荷重系	たわみ 1 P 弦直角方向 のたわみ	たわみ 2 P 弦直角方向 のたわみ	たわみ 3 P 弦直角方向 のたわみ	たわみ 1 P 弦方向 のたわみ	たわみ 2 P 弦方向 のたわみ	たわみ 3 P 弦方向 のたわみ
荷重系 1	α_{11}	α_{12}	α_{13}	α_{14}	α_{15}	α_{16}
荷重系 2	α_{21}	α_{22}	α_{23}	α_{24}	α_{25}	α_{26}
荷重系 3	α_{31}	α_{32}	α_{33}	α_{34}	α_{35}	α_{36}
荷重系 4	α_{41}	α_{42}	α_{43}	α_{44}	α_{45}	α_{46}
荷重系 5	α_{51}	α_{52}	α_{53}	α_{54}	α_{55}	α_{56}
荷重系 6	α_{61}	α_{62}	α_{63}	α_{64}	α_{65}	α_{66}

注) 1 P, 2 P, 3 P はそれぞれ第1, 第2, 第3橋脚を表わす。

これより n は次の行列式により求められる。

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11}W_1 - g/n^2 & \alpha_{21}W_2 & \alpha_{31}W_3 & \alpha_{41}W_1 & \alpha_{51}W_2 & \alpha_{61}W_3 \\ \alpha_{12}W_1 & \alpha_{22}W_2 - g/n^2 & \alpha_{32}W_3 & \alpha_{42}W_1 & \alpha_{52}W_2 & \alpha_{62}W_3 \\ \alpha_{13}W_1 & \alpha_{23}W_2 & \alpha_{33}W_3 - g/n^2 & \alpha_{43}W_1 & \alpha_{53}W_2 & \alpha_{63}W_3 \\ \alpha_{14}W_1 & \alpha_{24}W_2 & \alpha_{34}W_3 & \alpha_{44}W_1 - g/n^2 & \alpha_{54}W_2 & \alpha_{64}W_3 \\ \alpha_{15}W_1 & \alpha_{25}W_2 & \alpha_{35}W_3 & \alpha_{45}W_1 & \alpha_{55}W_2 - g/n^2 & \alpha_{65}W_3 \\ \alpha_{16}W_1 & \alpha_{26}W_2 & \alpha_{36}W_3 & \alpha_{46}W_1 & \alpha_{56}W_2 & \alpha_{66}W_3 - g/n^2 \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots(4)$$

また、固有振動周期 T は $2\pi/n$ より求められる。

(3) 荷 重 系

(1)の仮定により各荷重系は図 4 のようになるが、弦直角方向の振動に関するものは対称荷重系であり、弦方向の振動および動揺振動に関するものは逆対称荷重系である。

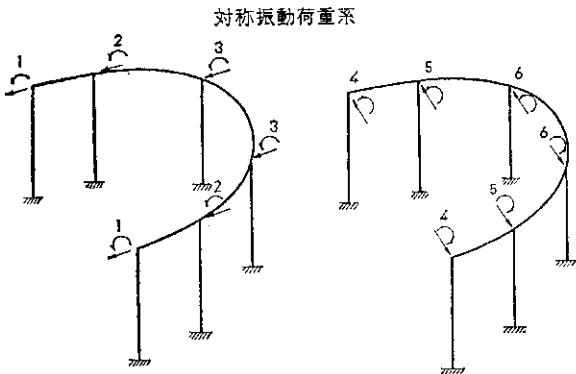


図-4-1

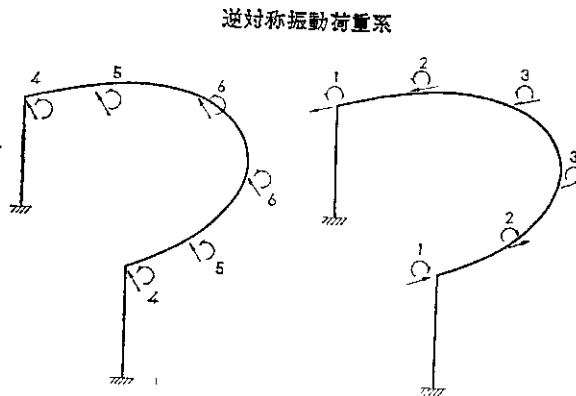


図 4 2

(4) 単位荷重作用時の構造解析

構造寸法、断面諸値および弾性定数の記号は次のようとする。

- I_h = ケタの水平軸に関する断面 2 次モーメント
- I_v = 垂直軸
- J = 抵抗ねじりモーメント
- I_1 = 第 1 橋脚の断面 2 次モーメント
- I_2 = 第 2
- I_3 = 第 3
- r = ケタの半径

h_1 = 第 1 橋脚の高さ

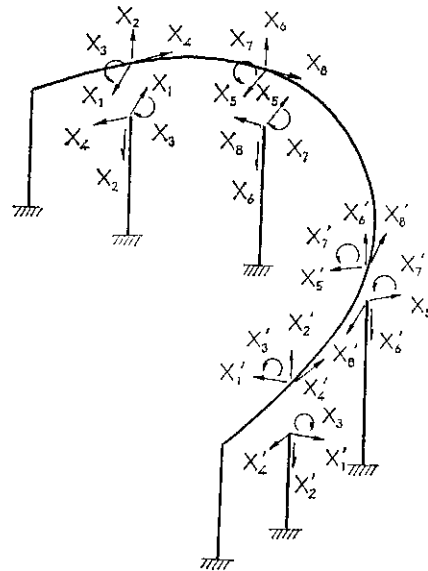
h_2 = 第 2

h_3 = 第 3

E = 弾性係数 G = 横弾性係数

(i) 主系、不静定力ならびに弾性方程式

第 1 橋脚をケタと結合した系を主系とし、第 2 橋脚と第 3 橋脚をケタと切りここに図 5 のように不静定力 $X_1 \dots X_8, X'_1 \dots X'_8$ を作用させる。対称荷重では $X_1 = X'_1, \dots, X_8 = X'_8$ 、逆対称荷重では $X'_1 = -X_1, \dots, X'_8 = -X_8$ で弾性方程式は次のように 8 次となる。



注) 逆対称荷重系では $x'_1 \dots x'_8$ の向きが逆になる。

図-5 対称荷重系不静定力

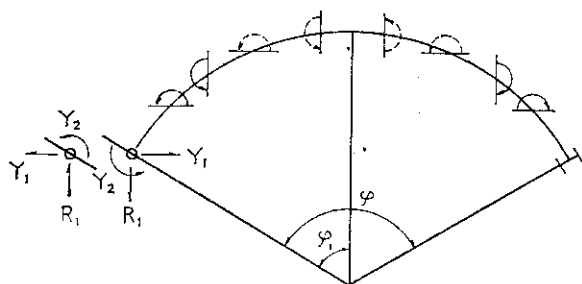
$$\begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & \delta_{14} & \delta_{15} & \delta_{16} & \delta_{17} & \delta_{18} \\ \dots & \delta_{22} & \delta_{23} & \delta_{24} & \delta_{25} & \delta_{26} & \delta_{27} & \delta_{28} \\ \dots & \delta_{33} & \delta_{34} & \delta_{35} & \delta_{36} & \delta_{37} & \delta_{38} \\ \dots & \delta_{44} & \delta_{45} & \delta_{46} & \delta_{47} & \delta_{48} \\ \dots & \delta_{55} & \delta_{56} & \delta_{57} & \delta_{58} \\ \dots & \delta_{66} & \delta_{67} & \delta_{68} \\ \dots & \delta_{77} & \delta_{78} \\ \dots & \delta_{88} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \\ X_7 \\ X_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \\ \delta_{30} \\ \delta_{40} \\ \delta_{50} \\ \delta_{60} \\ \delta_{70} \\ \delta_{80} \end{pmatrix} \quad \dots\dots(5)$$

(5)式で δ_{ij} は柔性マトリックスの係数で δ_{i0} は荷重項である。

(ii) 単位荷重による主系の曲げモーメント、ねじりモーメント

主系は図 6 のように弦方向の反力 Y_1 と接線を軸とするねじりモーメント Y_2 が不静定力となる。

この反力とねじりモーメントを Y_1, Y_2 とすれば弾性方程式は次のようになる。



注) 点線逆対称荷重

図-6-1

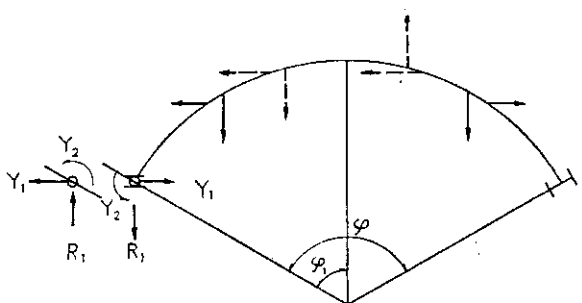


図 6 2

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{10} \\ A_{20} \end{bmatrix}$$

ここで $A_{12} = A_{21} = 0$ となるので

$$Y_1 = \frac{A_{10}}{A_{11}}, \quad Y_2 = \frac{A_{20}}{A_{22}} \text{ となり計算が簡単になる。}$$

セン断力が作用するとき

対称荷重系では $Y_2 = 0$

$$A_{10} = \frac{r^3}{EI_0} \int_0^\varphi M_1 M_0 d\varphi$$

$$A_{11} = \frac{r^3}{EI_0} \int_0^\varphi M_1^2 d\varphi + 2 \frac{h_1^3}{3EI_1}$$

M_1 は $Y_1 = 1$ が作用するときのケタ面内の曲げモーメント

M_0 は荷重が作用するときのケタ面内の曲げモーメント

逆対称荷重系では Y_1 は静的に求められ、荷重系 4~6 では $Y_1 = 1$, 荷重系 1~3 では 0 となる。

$$A_{20} = -(Y_1 \sin \varphi_1 - R_1 \cos \varphi_1) \frac{h_1^3}{EI_1}$$

$$A_{22} = \frac{r\varphi}{GJ} + \frac{2h_1}{EI_1}$$

R_1 は弦直角方向の反力で静的に求められる。

反力およびねじりモーメントは図-6の矢印方向を正とする。

モーメントが作用するとき

第2, 第3橋脚上にモーメントが作用するときには、後述の $X_3 = 1$, $X_7 = 1$ が作用するときのものを利用して求められる。

第1橋脚上にモーメントが作用するときには次のようになる。

対称荷重系では $Y_2 = 0$

$$A_{10} = \frac{h_1^3}{EI_1} \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 \dots \dots \dots \text{荷重系 1}$$

$$A_{10} = \frac{h_1^3}{EI_1} \sin^2 \varphi_1 \dots \dots \dots \text{荷重系 4}$$

逆対称荷重系では $Y_1 = 0$

$$Y_2 = -\left(1 - \frac{2K}{1+2K}\right) \sin \varphi_1 \dots \dots \dots \text{荷重系 4}$$

$$Y_2 = \left(1 - \frac{2K}{1+2K}\right) \cos \varphi_1 \dots \dots \dots \text{荷重系 1}$$

A_{10} , Y_2 は後述の $X_3 = 1$ が作用するときの式で $w_1 = q$, $w_1' = 0$ として求めたものである。

(v) 単位不静定力による主系の曲げモーメント, ねじりモーメント

$X_1 = 1$ が作用するとき

対称荷重系

Y_1 は(v)のセン断力が作用するときと同様で M_0 として $X_1 = 1$ が作用するときのものを考慮すればよい。また $Y_2 = 0$ で R_1 は静的に求められる。

逆対称荷重系

(v)のセン断力が作用するときと同様に X_1 が作用するときの Y_2 , R_1 を求めることができる。

$X_2 = 1$ が作用するとき

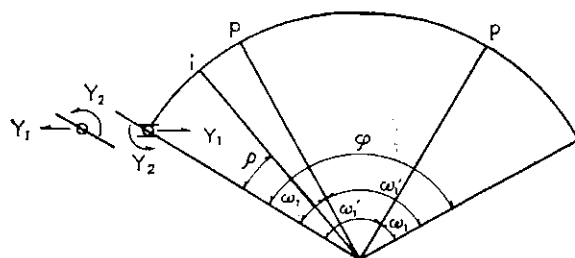
対称荷重系

橋脚のモーメントに関するもの

$$A_{10} = \frac{rh_1^3 \sin \varphi_1}{2EI_1} \left\{ \cos w_1 + \cos w_1' + \frac{1 - \cos \varphi}{\sin \varphi} \right.$$

$$\left. (\sin w_1 + \sin w_1') - 2 \right\}$$

$$Y_2 = r \left\{ 1 - \frac{1}{\sin \varphi} (\sin w_1 + \sin w_1') \right\}$$



注) p: 載荷点, i: 着目点

図 7

ケタの曲げモーメント

$$\rho = 0 \sim w_1$$

$$M_2^{(1)} = -\frac{r}{\sin \varphi} (\sin w_1 + \sin w_1') \sin \rho$$

$$\rho = w_1 \sim \varphi_1$$

$$M_2^{(2)} = -\frac{2r \sin w_1}{\sin \varphi} \sin \varphi_1 \cos (\varphi - \rho)$$

符号は下フランジに引張り応力を生ずるものを正とする。

ケタのねじりモーメント

$$\rho = 0 \sim w_1$$

$$T_2^1 = -r \left\{ \frac{(\sin w_1 + \sin w_1')}{\sin \varphi} \cos \rho - 1 \right\}$$

$$\rho = w_1 - \varphi_1$$

$$T_2^2 = -\frac{r \sin w_1}{\sin \varphi} \{ \cos \rho - \cos(\varphi - \rho) \}$$

符号は断面の切口で時計まわりを正とする。

逆対称荷重系

橋脚のモーメントに関するもの

$$A_{10} = \frac{r h_1^2 \sin \varphi_1}{2 E I_1} \left\{ (\cos w_1' - \cos w_1) + \frac{(-\cos \varphi)}{\sin \varphi} (\sin w_1' - \sin w_1) \right\}$$

$$Y_2 = r \left\{ \frac{(\sin w_1 - \sin w_1')}{\sin \varphi} + \frac{w_1' - w_1}{\varphi} + \frac{2K}{1+2K} \left(\frac{\sin w_1' - \sin w_1}{\sin \varphi} + \frac{w_1 - w_1'}{\varphi} \right) \right\}$$

ケタの曲げモーメント

$$\rho = 0 \sim w_1$$

$$M_2^1 = \frac{r}{\sin \varphi} (\sin w_1 - \sin w_1') \sin \rho$$

$$\rho = w_1 \sim \varphi_1$$

$$M_2^2 = -\frac{2r \sin w_1 \cos \varphi_1}{\sin \varphi} \sin(\varphi_1 - \rho)$$

ケタのねじりモーメント

$$\rho = 0 \sim w_1$$

$$T_2^1 = r \left\{ \frac{\sin w_1 - \sin w_1'}{\sin \varphi} \cos \rho + \frac{w_1' - w_1}{\varphi} + \frac{2K}{1+2K} \left(\frac{\sin w_1' - \sin w_1}{\sin \varphi} + \frac{w_1 - w_1'}{\varphi} \right) \right\}$$

$$\rho = w_1 \sim \varphi_1$$

$$T_2^2 = -r \left\{ -\frac{2 \sin w_1 \cos \varphi_1 \cos(\rho - \varphi_1)}{\sin \varphi} + \frac{2w_1}{\varphi} + \frac{2K}{1+2K} \left(\frac{\sin w_1 - \sin w_1'}{\sin \varphi} + \frac{w_1' - w_1}{\varphi} \right) \right\}$$

$$K = \frac{GJ}{r \varphi} \frac{h_1}{E I_1}$$

$X_3 = 1$ が作用するとき

対称荷重系

橋脚のモーメントに関するもの

$$A_{10} = \frac{h_1^2 \sin \varphi_1}{2 E I_1} \left\{ \frac{1 - \cos \varphi}{\sin \varphi} (\sin w_1 + \sin w_1') + (\cos w_1 + \cos w_1') \right\}$$

$$Y_2 = -\frac{\sin w_1 + \sin w_1'}{\sin \varphi}$$

ケタの曲げモーメントは

$$\rho = 0 \sim w_1$$

$$M_2^1 = \frac{M_2^2}{r}$$

$$\rho = w_1 \sim \varphi_1$$

$$M_2^2 = \frac{M_2^1}{r}$$

ケタのねじりモーメント

$$\rho = 0 \sim w_1$$

$$T_2^1 = -\frac{\sin w_1 + \sin w_1'}{\sin \varphi} \cos \rho$$

$$\rho = w_1 \sim \varphi_1$$

$$T_2^2 = \frac{T_2^1}{r}$$

逆対称荷重系

橋脚のモーメントに関するもの

$$A_{10} = \frac{h_1^2 \sin \varphi_1}{2 E I_1} \left\{ \cos w_1' - \cos w_1 + \frac{1 - \cos \varphi}{\sin \varphi} (\sin w_1' - \sin w_1) \right\}$$

$$Y_2 = \frac{\sin w_1 - \sin w_1'}{\sin \varphi} - \frac{2K}{1+2K} \left(\frac{\sin w_1 - \sin w_1'}{\sin \varphi} \right)$$

ケタの曲げモーメント

$$\rho = 0 \sim w_1$$

$$M_2^1 = \frac{M_2^2}{r}$$

$$\rho = w_1 \sim \varphi_1$$

$$M_2^2 = \frac{M_2^1}{r}$$

ケタのねじりモーメント

$$\rho = 0 \sim w_1$$

$$T_2^1 = \frac{\sin w_1 - \sin w_1'}{\sin \varphi} \cos \rho + \frac{2K}{1+2K} \left(\frac{\sin w_1' - \sin w_1}{\sin \varphi} \right)$$

$$\rho = w_1 \sim \varphi_1$$

$$T_2^2 = - \left\{ -\frac{2 \sin w_1 \cos \varphi_1 \cos(\rho - \varphi_1)}{\sin \varphi} + \frac{2K}{1+2K} \left(\frac{\sin w_1 - \sin w_1'}{\sin \varphi} \right) \right\}$$

$X_2 = 1, X_3 = 1$ が作用するときの Y_1, Y_2, M, T は、文献 3) の式から誘導されたものである。

$X_4 = 1$ が作用するとき

(a) の計算に従って X_4 が作用したときの Y_1, Y_2, R_1 が求められる。

$X_5 = 1, X_6 = 1, X_7 = 1, X_8 = 1$ が作用するとき

X_5, X_6, X_7, X_8 は第 3 橋脚位置に関するもので X_1, X_2, X_3, X_4 に準じて求められる。

(b) 荷重項の計算

荷重項の $\delta_{10}, \delta_{20}, \dots, \delta_{80}$ は単位荷重が加わったときの X_i 作用点の X_i 作用方向の変位を示すもので (a) および (b) の曲げモーメント、ねじりモーメントを組み合わせる求められる。

(c) 柔性マトリックスの係数の計算

柔性マトリックスの係数 $\delta_{i1}, \delta_{i2}, \dots, \delta_{i8}$ は $X_1 = 1, X_2 = 1, \dots, X_8 = 1$ が加わったときの X_i 作用点の X_i 作用方向の変位を示すもので、(b) の曲げモーメント、ねじりモーメントを組み合わせる求められる。なお $\delta_{11}, \delta_{13}, \delta_{44}$ には、第 2 橋脚の変位が、 $\delta_{55}, \delta_{57}, \delta_{88}$ には第 3 橋脚の変位が加わることになる。

(d) 影響係数 α_{ij} の計算

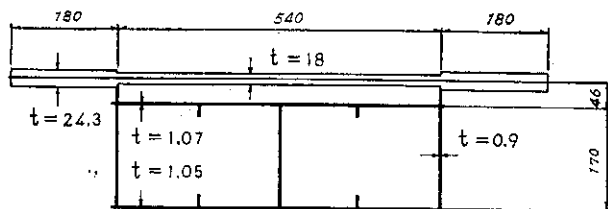
これは (1), (a) で述べた構造の質点位置の変位で、この変位にはケタ軸位置の横方向せん断力による変位、偏心モーメントによる変位他質点位置がケタ軸より高いので、ケタ軸点のたわみ角によって生ずる変位も加わる。結局図 3 の構造の任意質点位置に横方向荷重 1 が作用するときの着目質点の変位になる。したがって、

Maxwell-Betti の法則により $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ となる。

2 実橋の固有振動周期ならびに振動曲線

(1) 実橋の断面積および質点の作用位置と重量

実橋はコンクリート床版がスラブ止めによって連結されているので、合成断面として計算した。またカントのため床版が傾いているが、ケタ中心位置の高さで水平なも



注) 単位 cm

図-8

のとして計算した。また上下フランジの長さの重みを考慮して図 8 のような断面を平均断面とした。また橋脚は頂点でたわみが等しくなるような平均断面とした。表-2 に断面積を示す。また橋脚高は支承の回転面までとすると各橋脚の高さ h_n 、質点の偏心量 $EC(n)$ 、質点の重量 $W(n)$ は表-3 のようになる。

(2) 固有振動周期および振動曲線

固有振動数は(4)式より求められ、これから周期が計算される。また振動曲線は(3)式より求められる。6 質点系の振動であるから 1 次から 6 次までの振動形が求まる。

表-4 に固有振動周期ならびに振動曲線を示した。振動曲線は $u_{1j} = 1$ として表わした。また図-9 に 1 次～3 次までの振動曲線を示した。

表-2

I_h cm ⁴	I_v cm ⁴	J cm ⁴	I_1 cm ⁴	I_2 cm ⁴	I_3 cm ⁴	E_s/E_c
30,366,000 (11,919,000)	260,416,000 (59,601,000)	95,877,000 (24,133,000)	7,978,000 (7,978,000)	17,016,000 (17,016,000)	28,396,000 (28,396,000)	7.0 —

表-3

	h_n cm	$EC(n)$ cm	$W(n)$ kg
第 1 橋脚	1,809.5 (1,809.5)	180.94 (50.56)	190,881 (57,654)
第 2 橋脚	2,309.5 (2,309.5)	195.97 (75.97)	544,661 (134,658)
第 3 橋脚	2,789.5 (2,789.5)	195.60 (75.43)	623,689 (155,113)

表-2, 3 の注

() 内は床版コンクリートを考慮しない値

表 4-1 対 称 振 動

次 数	固有振動周期 (sec)	振 動 曲 線					
		u_{1j}	u_{2j}	u_{3j}	u_{4j}	u_{5j}	u_{6j}
1 次	1.70602	1.0000	1.4486	2.3386	0.6275	0.2761	-0.0278
2 次	1.10599	1.0000	0.6314	-0.3621	-0.7935	-0.4390	-0.0183
3 次	0.45736	1.0000	-0.6337	0.2693	-1.1240	0.3430	0.0389
4 次	0.07675	1.0000	0.2926	-0.4563	1.0113	0.9563	1.1720
5 次	0.03485	1.0000	0.5408	-0.6969	0.8468	1.7748	-1.6924
6 次	0.01762	1.0000	-0.4541	0.0911	1.1267	-0.6582	0.0784

表 4 2 逆 対 称 振 動

次 数	固有振動周期 (sec)	振 動 曲 線					
		u_{1j}	u_{2j}	u_{3j}	u_{4j}	u_{5j}	u_{6j}
1 次	1.49776	1.0000	0.2954	-0.1222	2.4193	2.9759	3.1305
2 次	1.31187	1.0000	1.0210	0.5785	-0.1819	-0.1675	0.0277
3 次	0.75617	1.0000	0.0426	-0.7350	-0.9988	-0.1398	0.2224
4 次	0.40269	1.0000	-0.8210	0.7484	-1.1740	0.4756	-0.1181
5 次	0.03925	1.0000	0.4006	-0.6388	0.8854	1.4303	-1.5525
6 次	0.01785	1.0000	-0.3420	0.0055	1.0975	-0.3893	-0.0058

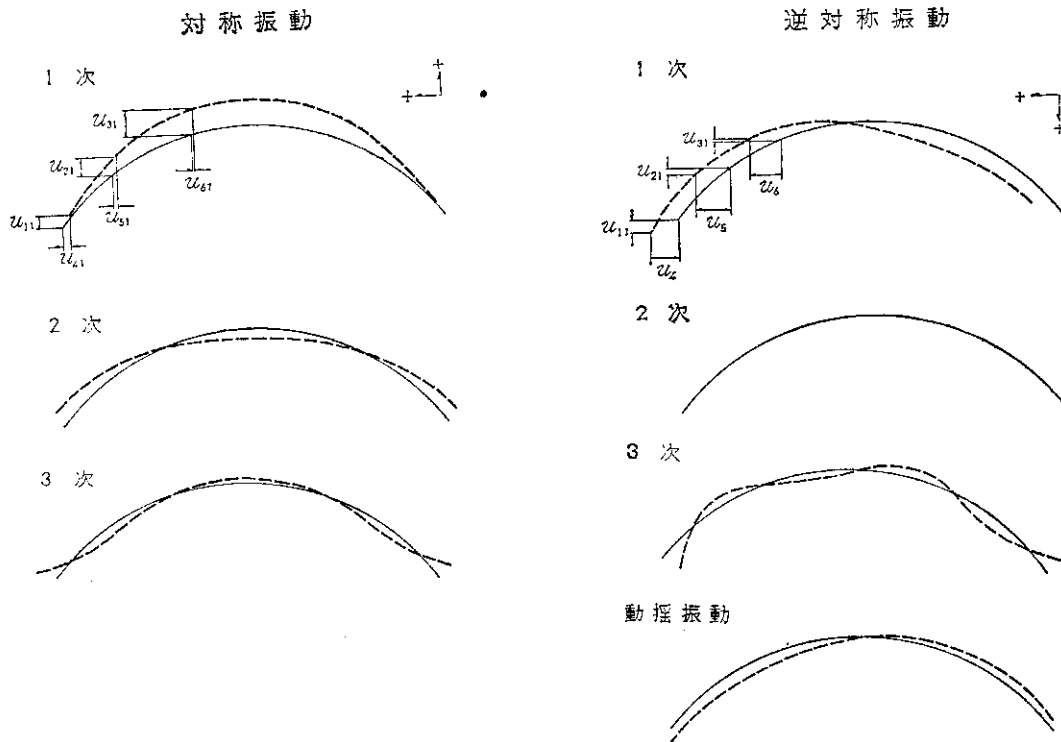


図-9 振 動 曲 線

(3) ケタの曲げ剛度、ねじり剛度が固有振動周期に及ぼす影響

(1)で述べたようにケタは平均断面を用いているので、ある程度この点で固有振動周期に誤差がでることが予想される。この誤差の大きさを調べる目的で、ケタの水平

軸と垂直軸の断面2次モーメント I_h , I_v ケタの抵抗ねじりモーメント J をそれぞれ $\pm 20\%$ ずつ変えて1次固有振動周期との関係を計算した。

図 10 にこの計算結果を示した。

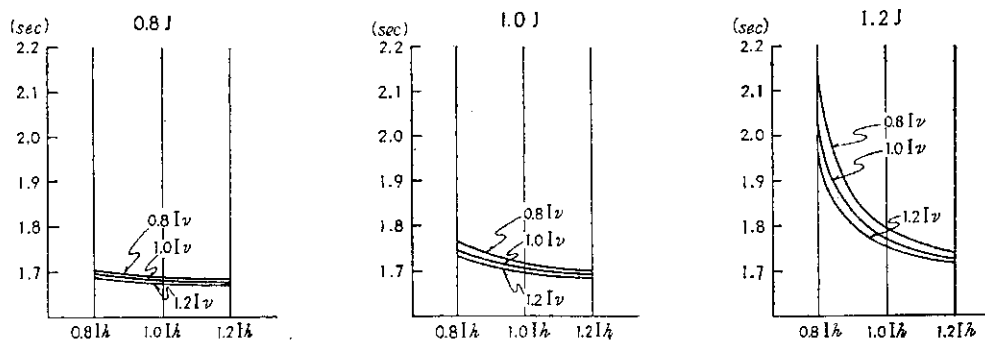


図-10-1 対 称 振 動

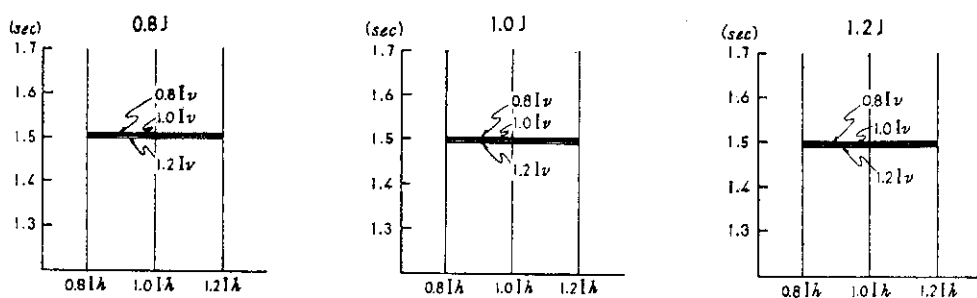


図-10-2 逆 対 称 振 動

3 振動実験

振動実験は床版コンクリート打設前、鋼ケタのみのときに行なった。このときの断面値は表-2, 3に示す。起振機は最大起振力 5.0 ton, 回転数 60~1,000 cycle/min のもので、振動の方向は弦方向と弦直角方向とした。測定は 1g の加速度計を橋脚上のケタ上フランジにとりつけ、弦方向および弦直角方向の加速度を動的に測った。図-11 に起振機と加速度計のとりつけ位置を図-12 に起振力 1.0 ton 当たりの回転数と実測の加速度から計算した変位および固有振動数（計算値）を示した。また共振点付近で起振機を急激に止めて減衰係数を測定した結果、各点を平均して弦方向振動 1 次に対するものが 0.05, 2 次に対するものが 0.19, 弦直角方向振動 1 次に対するものが 0.04, 2 次に対するものが 0.06 であった。

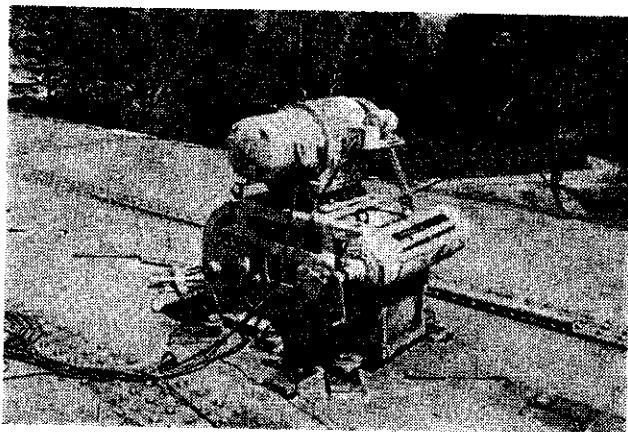
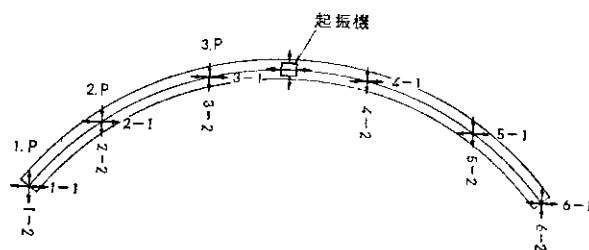


写真-2



注) 起振機矢印は振動の方向
加速度計矢印は測定した方向

図-11

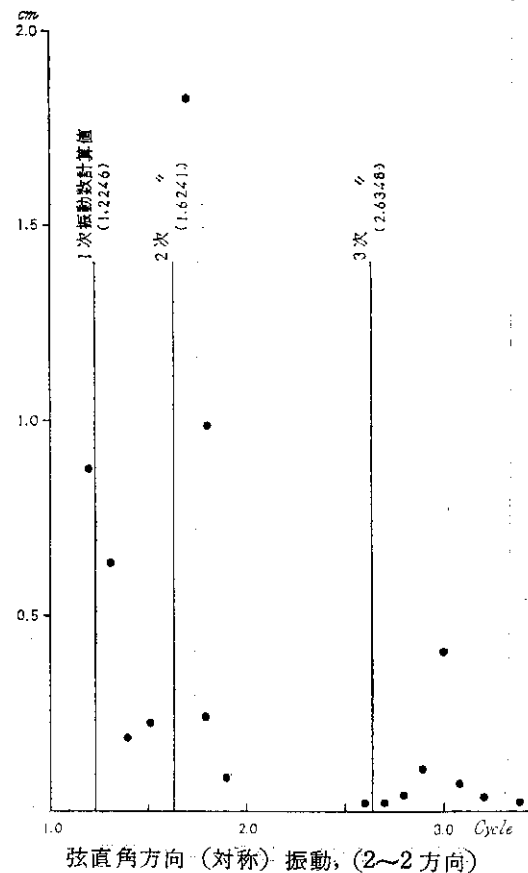


図-12-1

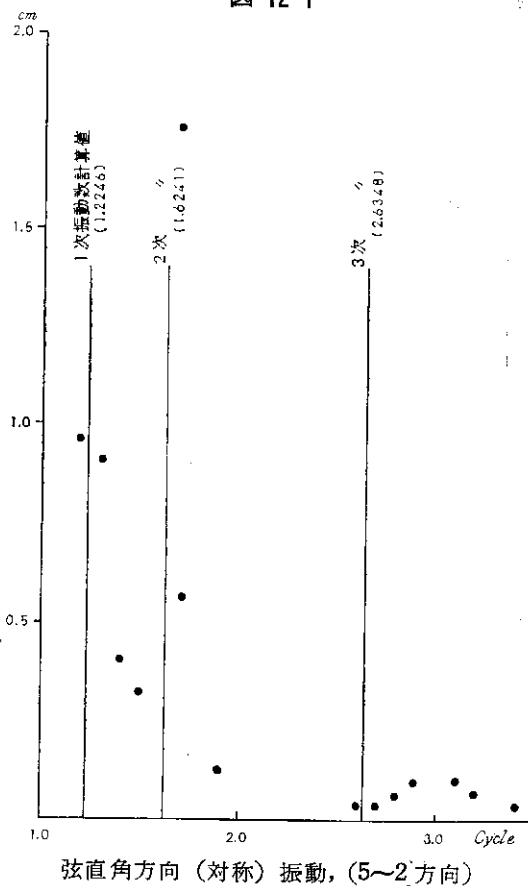
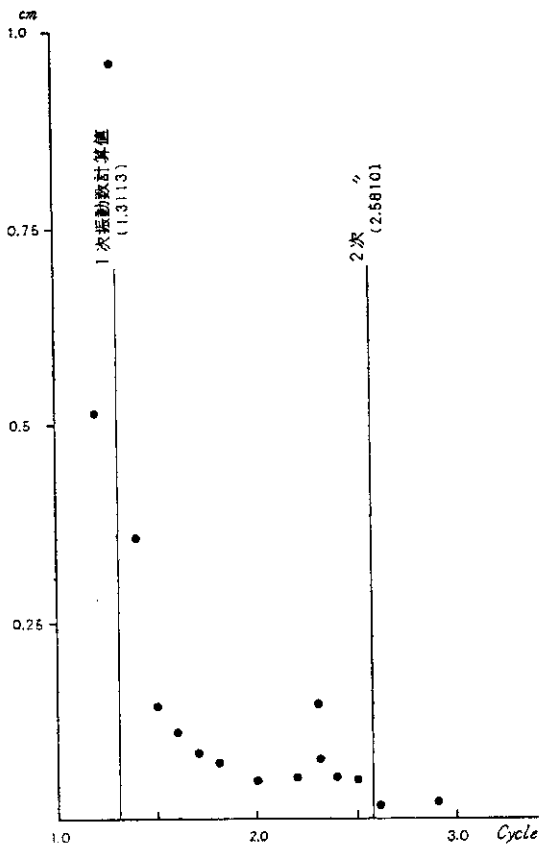
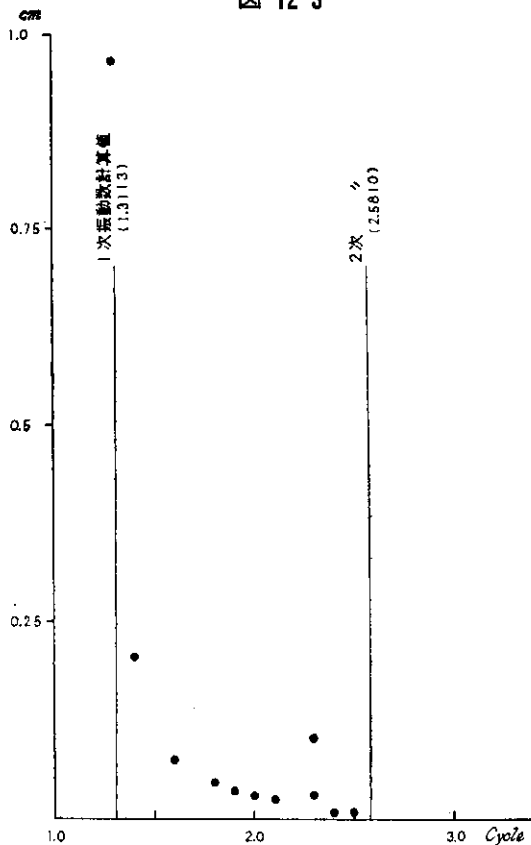


図-12-2



弦方向（逆対称）振動，（1～1方向）

図-12 3



弦方向（逆対称）振動，（6～1方向）

図-12 4

4 地震応答スペクトルによる動的解析

地震応答スペクトルは，1自由度の振動系の実際の地震力を外力とする強制振動の微分方程式を Duhamel 積分の応用によって数値計算を行ない，その振動系の変位，速度，加速度応答の最大値を，減衰定数をパラメータとし，固有振動周期の関数として表わしたものであり，1959年米国 G. W. Housner が発表したものが有名である。

無意根大橋のような多自由度の振動系の応答においてもモーダルアナリシスによって1自由度の振動系の応答の重ね合わせに置換することができるので，地震応答スペクトルをそのまま利用し比較的簡単に地震加速度が求められる。

(1) 架設地盤の最大加速度の推定

地盤の地震時の最大加速度は地震の規模 (M)，震央よりの距離 (x km)，地盤の固有周期 (T_G)，地震波の周期 (T) によって定まる。過去の大地震の記録より架設地点では，日本海側地震帯に対しては $M=7.0$ ， $x=200$ km，太平洋側地震帯に対しては $M=8.0$ ， $x=300$ kmをとればまず十分と考えられる。

文献8)によれば M ， x ， T_G ， T を与えて次式により着目地点の地盤の加速度 a を求めることができる。

$$G(T) = \left[\left\{ 1 - \left(\frac{T}{T_G} \right)^2 \right\}^2 + \left\{ \frac{0.2}{T_G} \frac{T}{T_G} \right\}^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$B = 0.61M - \left(1.66 + \frac{3.66}{x} \right) \log_{10} x + \left(0.167 - \frac{1.83}{x} \right)$$

$$a = \frac{1}{T} 10^{13} G(T)$$

地盤の周期はこの場合，建築規準法による地盤種別の第I種地盤（山地）に該当するので，0.05～0.2 secとし，また地震の周期は一定なものではないので a が最も大きくなる $T=T_G$ の場合をとることにした。

以上から架設地点の加速度を計算すると，日本海側地震に対して 41 gal，太平洋側地震に対して 89 gal となる。

一方，文献4)の標準地盤（洪積層と沖積層の中間位）の場合の最近100年間における地震の最大加速度の危険度図によれば，架設地点では 150 gal から 200 gal の間になっている。しかし実際の橋梁基礎は岩盤であるからこれより条件がよくなることが予想される。

以上二つの資料から架設地点の最大加速度は 150 gal を考えることにする。

(2) 応答スペクトルの適用

応答スペクトルの適用に当たっては，地震動と地盤による特性を考慮することが非常に大切である。図-13に各種の地震に対する平均加速度応答スペクトル（減衰定数

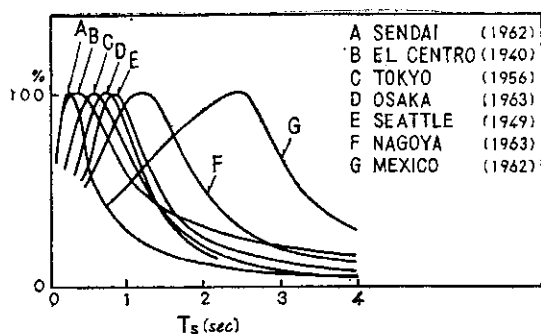


図-13

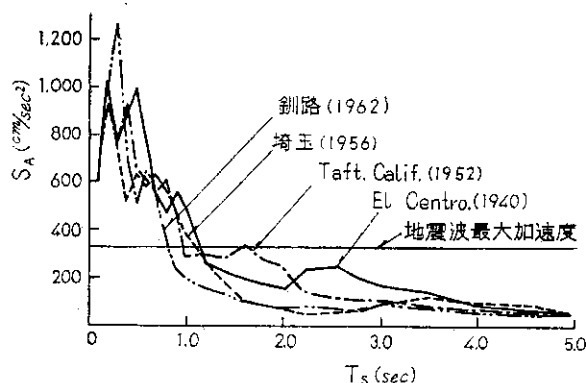
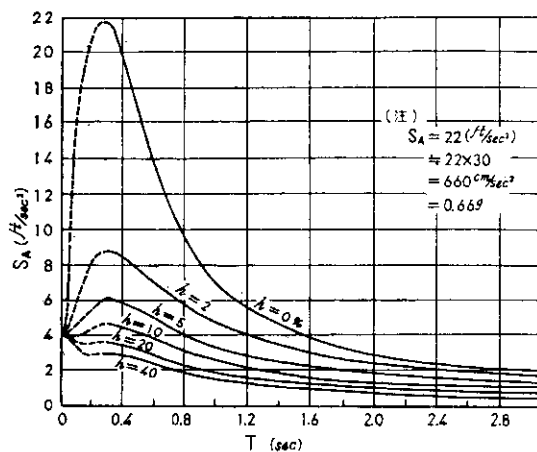


図-14

5 %の場合で応答の最大値を 100 %とした)を示すが、地盤の硬いところほどピークの固有周期が短く、地盤が柔らかくなるほど長くなる。これより明らかにスペクトルの適用を誤ると、まったく異なった値を用いる結果になることがわかる。

この橋の場合は、前項に述べたように地盤は硬く、地盤の固有周期は 0.2 sec 以下と見られるので、スペクトル図はピークの固有周期が短いものを用いるのが適当と思われる。図-14 にピーク固有周期の比較的短い加速度レスポンス群を示す。(減衰定数 0.05, 地震波最大加速度 0.33 g)



注) h = 減衰定数

図-15

第-5

		減衰定数	Housner の平均ス ベクトル	土木研究所 の平均スベ クトル	釧路地震 のスペク トル
弦方 直地 角震	1次振動	0.011	0.123	0.180	0.044
	2次振動	0.011	0.212	0.285	0.115
	3次振動	0.011	0.515	0.600	0.509
弦地 方 向震	1次振動	0.011	0.143	0.203	0.061
	2次振動	0.023	0.229	0.338	0.155
	3次振動	0.023	0.326	0.473	0.419

一方この橋の 1 次および 2 次固有振動周期は比較的長く、かつこの周期に対する応答が設計に支配的となる。これより図-14 の釧路、埼玉の加速度レスポンスは、長周期に対する応答値が非常に低くなり、危険側に入る恐れがあるので、結局図-15 に示すような El Centro, Taft などを平均した Housner の平均加速度応答スペクトルを用いることにした。表 5 に釧路、建設省土木研究所平均、Housner 平均を用いた場合の 1~3 次振動に対応する加速度を示した。なお減衰定数は前述の実測の減衰係数より求めた。

(3) 最大加速度の計算

最大加速度の計算は、1 自由度の振動系の重ね合わせになるので、計算式の上からは(6)式のようにになるが、これでは実際の現象に比し著しく大きく見積り過ぎるので、2 乗和の平方格をとって(7)の形で表わし、さらに固有振動周期が 0.1 sec 未満の振動系の影響は少なくなるので省略するものとする。

r 質点の最大加速度 $\max \ddot{y}_r$

$$\max \ddot{y}_r = g \sum_{j=1}^i \left| u_{rj} \cdot \mu_j \cdot S_A(T_j, h_j) \cdot \frac{1}{g} \right| \dots\dots\dots (6)$$

$$\max \ddot{y}_r = g \sqrt{\sum_{j=1}^i \left\{ u_{rj} \cdot \mu_j \cdot S_A(T_j, h_j) \cdot \frac{1}{g} \right\}^2} \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{ここで } \mu_j = \frac{\sum_{r=1}^r m_r u_{rj}}{\sum_{r=1}^r m_r u_{rj}^2}$$

r = 質点の数および番号

j = 固有振動周期が 0.1 sec 以上の振動系の数および番号

m_r = r 質点の質量

u_{rj} = 第 j 次固有振動の r 質点の振動曲線の変位比 (図-9 参照)

$S_A(T_j, h_j)$ = 図-14 の T_j, h_j に対する応答加速度

T_j = 第 j 次固有振動周期

h_j = 減衰定数

また(7)式は g を乗じているので $\sqrt{\quad}$ は結局震度を表

表-6-1 弦直方向地震

	$g u_{rj}\mu_j S_A(T_j, h_j) \frac{1}{g} $			$g\sum_1^3 \mu $	$g\sqrt{\sum_1^3 \{\mu\}^2}$
次数	1 次	2 次	3 次		
μ	0.5139	0.6309	0.0366		
質点 1	0.0632g	0.1338g	0.0189g	0.2159g	0.1491g
質点 2	0.0916g	0.0845g	0.0119g	0.1880g	0.1251g
質点 3	0.1478g	0.0484g	0.0051g	0.2013g	0.1556g

表-6-2 弦方向地震

	$ u_{rj}\mu_j S_A(T_j, h_j) \frac{1}{g} $			$g\sum_1^3 \mu $	$g\sqrt{\sum_1^3 \{\mu\}^2}$
次数	1 次	2 次	3 次		
μ	0.3348	-0.5524	-0.2749		
質点 1	0.1158g	0.1264g	0.1052g	0.3474g	0.2011g
質点 2	0.1425g	0.0177g	0.0426g	0.2028g	0.1498g
質点 3	0.1499g	0.0035g	0.0199g	0.1733g	0.1512g

わすことになる。第1橋脚上を質点1, 第2橋脚上を質点2, 第3橋脚上を質点3として, この計算結果を表6に示した。

(4) 一つの質点が最大震度のときのその他の質点の震度

(3)で求められる震度は, 各質点の最大震度であるから当然同時に起きるものではない。したがって一つの質点が最大震度のときのその他の質点の震度は, 最大となる点の変位の方向が同じ向きとなるように第1次~第 j 次の振動曲線を重ね合わせて求めるものとする。この計算式は次のように表わされる。

r 質点が最大震度のときの i 質点の震度 k_i

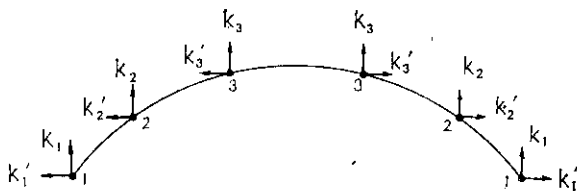


図 16-1 弦直角方向に地震力が働くときの震度

	質点 1 の震度が最大	質点 2 の震度が最大	質点 3 の震度が最大
k_1	0.1491	0.1491	-0.0517
k_2	0.1251	0.1251	0.0049
k_3	0.1045	0.0943	0.1556
k_1'	-0.0876	-0.0452	0.1156
k_2'	-0.0347	-0.0477	0.0616
k_3'	-0.0031	-0.0031	0.0014

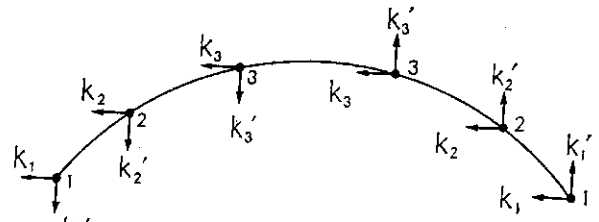


図-16-2 弦方向に地震力が働くときの震度

	質点 1 の震度が最大	質点 2 の震度が最大	質点 3 の震度が最大
R_1	0.2011	0.1370	0.0947
R_2	0.1176	0.1498	0.0822
R_3	0.1512	0.1265	0.1512
R_1'	-0.1622	0.0110	0.0848
R_2'	0.0751	-0.0648	0.0751
R_3'	0.0200	0.1148	-0.1148

$$k_i = \sum_{j=1}^3 \left\{ u_{ij} \cdot \mu_j \cdot S_A(T_j, h_j) \cdot \frac{1}{g} \right\}$$

ただし k_i は(3)で計算した i 点の最大震度を超過することがあるので, このときは i 点の最大震度でおさえるものとする。図 16 にこの計算結果を示した。

(5) 橋体各部の地震による断面力の計算

(3), (4)により弦方向, 弦直角方向の震度がわかるので荷重として図 3 の質点にこの点の重量に震度を乗じた水平方向力を作用させればよいわけで, 結局 1, (3) のような荷重系に分解され, 1, (4) の構造解析の結果を利用して橋体各部の断面力が求められる。表 7 に地震力が働くときの不静定力 (図-5 参照) を, 表 8 に橋脚の各位置における曲げモーメントを示した。表-8にはまた震度法によって計算した曲げモーメントも示し, 動的解析によるものと比較した。

表-7

X	弦直角方に地震		弦方向に地震	
	質点 1 が最大	質点 2 が最大	質点 1 が最大	質点 2 が最大
X_1'	51.89	53.77	22.75	34.91
X_2'	- 9.91	- 8.56	2.29	- 0.17
$X_3'^{-m}$	-102.81	-97.06	60.92	45.67
X_4'	33.48	32.02	-60.26	- 56.07
X_5'	42.69	41.38	11.09	17.90
X_6'	6.11	5.50	2.78	8.78
$X_7'^{-m}$	300.79	273.41	-38.22	-195.69
X_8'	4.11	11.79	-47.04	- 45.76

(X_n の種類と方向は図 5 参照)

表-8

	柱の 頭より 離 (m)	弦直角方向に地震		方 向	最 大 の 質 点	弦 方 向 に 地 震		方 向	最 大 の 質 点
		動 的 解 析 ($t-m$)	震 度 法 ($t-m$)			動 的 解 析 ($t-m$)	震 度 法 ($t-m$)		
第 1 橋 脚	18.0	1,082.2	1,171.8	弦 直 角	質 最 点 1 が 大	1,562.4	1,171.8	弦 平 行	質 最 点 1 が 大
	12.0	737.7	781.2			1,050.3	781.2		
	6.0	393.3	390.6			538.3	390.6		
第 2 橋 脚	23.0	1,356.7	1,529.5	弦 直 角	質 最 点 2 が 大	1,543.5	1,529.5	弦 平 行	質 最 点 2 が 大
	15.1	887.5	1,030.8			1,048.2	1,030.8		
	8.0	419.4	532.0			552.8	532.0		
第 3 橋 脚	27.8	1,487.6	1,748.6	法 線	質 最 点 1 が 大	1,335.2	1,748.6	弦 平 行	質 最 点 1 が 大
	18.8	1,103.4	1,182.5			900.4	1,182.5		
	9.9	723.4	622.7			470.4	622.7		

5 考 察

固有振動周期の計算値と実測値(図-12参照)を比較すると、対称振動では1次はほとんど一致し、2次で4%、3次で10%位の誤差を生じている。また逆対称振動では1次はほとんど一致し、2次で14%位の誤差を生じている。これらの誤差は(1)の計算上の仮定の他に実橋の縦断勾配の影響を無視したことによるわけであるが、計算上の仮定は(i)質点系を6点としたこと(ii)橋脚軸まわりの回転を自由としたこと(iii)ケタのセン断中心および中立軸を支承の位置まで下げたことである。このうち(i)は文献2)で計算誤差はあまり大きくないことが確かめられている点、(ii)は計算上の誤差が対称振動ではプラス側に、逆対称振動ではマイナス側になっている点から見て(i)、(ii)の仮定は大きな誤差の原因とは考えられない。また縦断勾配の影響は対称振動では少ないはずであるが実際はこの場合でも2次振動以下で誤差がかなり出ていることからこれが原因とも考えられない。したがって(iii)の原因が大きいものと考えられる。ここで(iii)の問題を正確に行なう場合は1(4)(ii)の計算で Δ_{12} 、 Δ_{21} が0とならないので計算が相当煩雑となる。

計算誤差の動的解析の結果に与える影響を考えると、最終的な地震力は1次、2次、3次振動の重ね合わせになるのでこの誤差がこのままでくるわけではない。またこの計算では弦直角方向地震の場合の2次以下が計算より実際のほうが固有振動周期が短くなるので震度は計算値より大きくなり、弦方向地震の場合は2次の固有振動周期が長くなるので震度は計算値より小さくなる。ことになる最終的には表-6、8に示すように第1橋脚、第2橋脚は弦方地震のときが設計断面力となるのでこの場合は安全側に、第3橋脚は弦直角方向地震のときが設計

断面力となるのでこの場合は危険側になる。弦直角方向地震のとき、設計断面力に影響の大きい2次振動は4%程度の誤差であるから危険の度合は割に少なくなる。

またケタの断面値と固有振動周期の関係について考察すると、図-10より逆対称振動の場合断面値の誤差は固有振動周期にほとんど影響がなく、対称振動ではねじり抵抗モーメントを大きく、かつ水平軸まわり、垂直軸まわりの断面次モーメントを少なく見込んだ場合には相当な誤差を生ずる。全般的にねじり抵抗モーメントを大きく見積ると誤差が大きく出るようである。ただしこれは特定の半径、支間割の場合であるから一般的であるとは限らない。

次に架設地点の地震の大きさの判定と応答スペクトルの適用について考察すると、地震力の大きさは震央からの距離と地盤の固有振動周期が大きな影響を与える。従来の震度法でも地震力の大きさはある程度地域、地質の特性を考慮しているが、既往の大地震をもとにして考えると震度法で定めたものより条件によっては大きな差が生ずるので注意が必要である。次に地震応答スペクトルは、地盤の固有振動周期によってピークの位置が極端に違ってくるので適用を誤ると非常に違った結果を与える。したがって地盤の特性に良く適合したスペクトル図を用いることが肝要である。

終わりに橋脚に作用する地震による曲げモーメントを震度法による場合と比較し曲げモーメントを考察してみる。この場合の震度法による曲げモーメントの計算は橋脚を単独な構造とし、連続曲線ケタの支点反力に地盤の震度を乗じて力を計算した値である。表-6では震度は $\sqrt{\sum_{i=1}^3 \dots}$ になるが震度法では全部0.153となる。これより動的解析による震度は第2橋脚、第3橋脚では大体

地盤と同じ位になるが、第1橋脚では30%以上大きく
なっている。また表8の曲げモーメントは、第1橋脚で
は動的解析の結果が30%位多くなり、第2橋脚では大
体同じ、第3橋脚では逆に15%位少なくなっている。
ただこの橋の橋脚は全部同じ位のバネ定数をもっている
ので一般的な場合の曲げモーメントの分布は少し変わる
かも知れないが、傾向としてはこの計算結果のようにな
るものと予想される。

む す び

5径間連続曲線ケタの水平振動を質点系の振動として
計算し地震応答スペクトルとモーダルアナリシスによっ
て、動的解析を行なったが、以下簡条的にこの結論なら
びに問題点をまとめてみる。

(1) 固有振動周期および振動曲線の計算に際しては計
算を簡単にするためいくつかの仮定を設け、この計算値
と実橋の振動実験の測定値と比較した。この結果対称振
動、逆対称振動とも1次固有振動周期はよく一致したが
2次以下で誤差が出てきた。これは計算でケタのセン断
中心および中立軸を支承位置まで下げた仮定が原因のよ
うである。このところを正確に行なうとすれば計算がか
なり煩雑となる。

(2) (1)での誤差がこの橋の動的解析の結果に与える影
響は、弦方向地震で決る第1、第2橋脚では安全側にな
り、弦直角方向地震で決る第3橋脚ではやや危険側にな
る。

(3) ケタの平均断面の計算は、ある程度の誤差が出て
くるので、ケタの水平、垂直軸まわりの断面2次モーメ
ント、ねじり抵抗モーメントの誤差が固有振動周期に及
ぼす影響を調べた。この結果ねじり抵抗モーメントが大
きい場合が最も大きい影響を与えることがわかった。

(4) 架設地点の地震力の判定と、地震応答スペクトル
の適用について、その地点の地域および地盤の特性を十
分考慮しないと過大に安全な設計や危険な設計になる可
能性がある。

(5) 橋脚の曲げモーメントを従来行なわれてきた震度
法による結果と比較した結果、震度法では最端部の橋脚
がかなり危険側になることがわかった。

終わりにこの計算に際し、終止助言を戴いた北海道大
学工学部構造力学研究室、酒井忠明教授、芳村仁助教授
に、また現場実験に際して御協力を戴いた札幌開発建設
部定山溪道路改良事業所の各位に深甚なる謝意を表しま
す。

参 考 文 献

- 1) 酒井 忠明：「構造物の振動論」1964年
- 2) 酒井 忠明他2名：「5径間連続曲線桁橋の近似的
振動解析の計算例」土木学会北海道支部技術資
料第23号、1967年2月
- 3) H. H. Fickel：「Analysis of Curved Girders」AS
CE, ST 7, 1959年
- 4) 小高 昭夫：「耐震構造の総合研究〔I〕」1966年
- 5) 武藤 清：「構造物の動的解析」耐震設計シリー
ズ4 1966年
- 6) 高田 孝信他2名：「橋梁の耐震設計に関する研究
〔I〕」土木研究所報告128号の1 1964年
- 7) G. H. Housner：「Behavior of Structures During
Earthquakes」ASCE, EM 4, 1959年
- 8) 金井 清：「地震動の振動特性に関する実験式」
日本地震工学シンポジウム 1966年
- 9) 土木学会：「土木技術者のための振動便覧」土木学
会 1966年

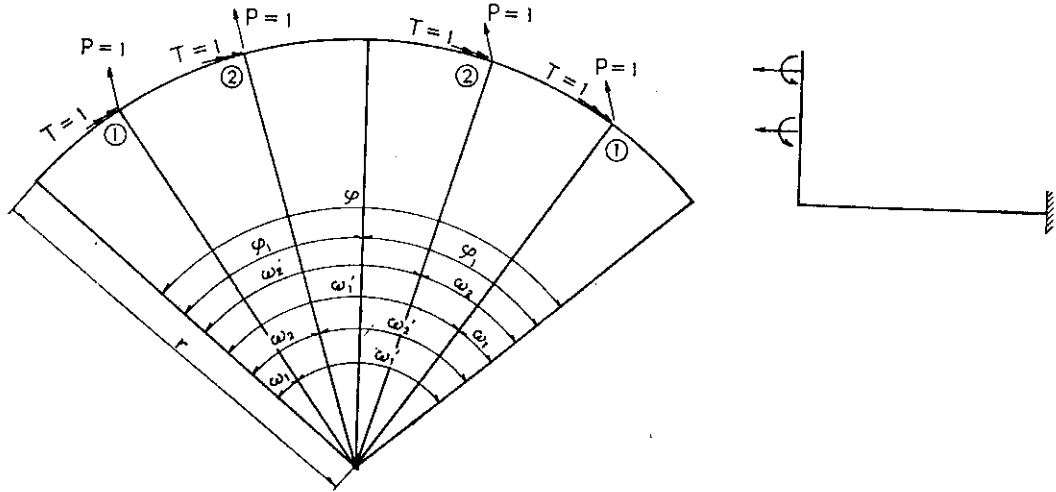
(参 考)

フレキシブルな橋脚に支えられた曲線単純ゲタのたわみおよびねじり角の公式

(ただしこの公式はゲタのみのたわみおよびねじりにつ

いてで、橋脚に関するものは本文 1, (4), (5) に示すゲタ端のモーメント Y_2 を利用して求められる。またゲタ端が接線方向に伸縮が可能な場合、不可能な場合いずれもこの式が適用できる。)

対称荷重の場合



参 考 図 ①

y_{pij} = ① 点に $P=1$ が作用するときの①点のたわみ
 y_{tij} = ① 点に $T=1$ が作用するときの①点のたわみ
 θ_{pij} = ① 点に $P=1$ が作用するときの①点のねじり角
 θ_{tij} = ① 点に $T=1$ が作用するときの①点のねじり角
 y および θ は図の矢印方向を正とする。

I_h ゲタの水平軸に関する断面 2 次モーメント

J ゲタのねじり抵抗モーメント

$$A_1 = - \frac{(\sin w_1 + \sin w_1')}{\sin \varphi}$$

$$A_2 = - \frac{2 \sin w_1 \sin \varphi_1}{\sin \varphi}$$

$$A_3 = - \frac{(\sin w_2 + \sin w_2')}{\sin \varphi}$$

$$A_4 = - \frac{2 \sin w_2 \sin \varphi_1}{\sin \varphi}$$

$$y_{p11}^{(1)} = \frac{r^3}{EI_h} \left\{ \frac{A_1^2}{2} (w_1 - \sin w_1 \cos w_1) - A_2^2 \left\{ \frac{1}{4} \sin 2(w_1 - \varphi_1) + \frac{1}{2} (w_1 - \varphi_1) \right\} \right\}$$

$$y_{p11}^{(2)} = \frac{r^3}{GJ} \left\{ - \frac{A_1^2}{2} (w_1 + \sin w_1 \cos w_1) + 2 A_1 \sin w_1 + w_1 \right\}$$

$$y_{p11}^{(3)} = \frac{r^3 A_2^2}{GJ} \left\{ \frac{1}{4} \sin 2(w_1 - \varphi_1) - \frac{1}{2} (w_1 - \varphi_1) \right\}$$

$$y_{p11} = y_{p11}^{(1)} + y_{p11}^{(2)} + y_{p11}^{(3)}$$

$$y_{t11}^{(1)} = \frac{y_{p11}^{(1)}}{r}$$

$$y_{t11}^{(2)} = \frac{r^2 A_1}{GJ} \left\{ \frac{A_1}{2} (w_1 + \sin w_1 \cos w_1) + \sin w_1 \right\}$$

$$y_{t11}^{(3)} = \frac{y_{p11}^{(3)}}{r}$$

$$y_{t11} = y_{t11}^{(1)} + y_{t11}^{(2)} + y_{t11}^{(3)}$$

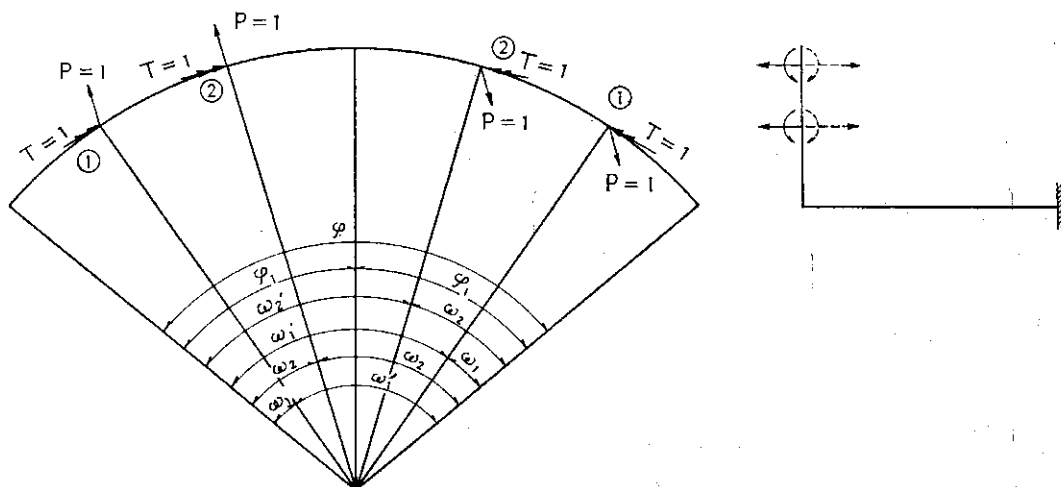
$$y_{p12}^{(1)} = \frac{r^3}{EI_h} \left\{ \frac{A_1 A_3}{2} (w_1 - \sin w_1 \cos w_1) + \frac{A_2 A_3}{2} \left[(w_2 - w_1) \sin \varphi_1 - \frac{1}{2} \{ \cos(2w_2 - \varphi_1) - \cos(2w_1 - \varphi_1) \} \right] - A_2 A_4 \left\{ \frac{1}{4} \sin 2(w_2 - \varphi_1) + \frac{1}{2} (w_2 - \varphi_1) \right\} \right\}$$

$$\begin{aligned}
y_{p12}^{(2)} &= \frac{r^3}{GJ} \left\{ \frac{A_1 A_3}{2} (w_1 + \sin w_1 \cos w_1) + (A_1 + A_3) \sin w_1 + w_1 \right\} \\
y_{p12}^{(3)} &= \frac{r^3 A_2}{2GJ} \left[A_3 \left\{ \frac{1}{2} \cos(2w_2 - \varphi_1) - \frac{1}{2} \cos(2w_1 - \varphi_1) + (w_2 - w_1) \sin \varphi_1 \right\} - 2 \cos(w_1 - \varphi_1) + 2 \cos(w_2 - \varphi_1) \right] \\
y_{p12}^{(4)} &= \frac{r^3 A_2 A_4}{GJ} \left\{ \frac{1}{4} \sin 2(w_2 - \varphi_1) - \frac{1}{2} (w_2 - \varphi_1) \right\} \\
y_{p12} &= y_{p12}^{(1)} + y_{p12}^{(2)} + y_{p12}^{(3)} + y_{p12}^{(4)} \\
y_{t12}^{(1)} &= \frac{y_{p11}^{(1)}}{r} \\
y_{t12}^{(2)} &= \frac{r^2 A_3}{GJ} \left\{ \frac{A_1}{2} (w_1 + \sin w_1 \cos w_1) + \sin w_1 \right\} \\
y_{t12}^{(3)} &= \frac{r^2 A_2 A_3}{GJ} \left\{ \frac{1}{2} \cos(2w_2 - \varphi_1) - \frac{1}{2} \cos(2w_1 - \varphi_1) + (w_2 - w_1) \sin \varphi_1 \right\} \\
y_{t12}^{(4)} &= \frac{y_{p12}^{(4)}}{r} \\
y_{t12} &= y_{t12}^{(1)} + y_{t12}^{(2)} + y_{t12}^{(3)} + y_{t12}^{(4)} \\
\theta_{t11}^{(1)} &= \frac{y_{p11}^{(1)}}{r^2} \\
\theta_{t11}^{(2)} &= \frac{r A_1^2}{2GJ} (w_1 + \sin w_1 \cos w_1) \\
\theta_{t11}^{(3)} &= \frac{y_{p11}^{(3)}}{r^2} \\
\theta_{t11} &= \theta_{t11}^{(1)} + \theta_{t11}^{(2)} + \theta_{t11}^{(3)} \\
\theta_{p12}^{(1)} &= \frac{y_{p12}^{(1)}}{r} \\
\theta_{p12}^{(2)} &= \frac{r^2 A_1}{GJ} \left\{ \frac{A_3}{2} (w_1 + \sin w_1 \cos w_1) + \sin w_1 \right\} \\
\theta_{p12}^{(3)} &= \frac{y_{p12}^{(3)}}{r} \\
\theta_{p12}^{(4)} &= \frac{y_{p12}^{(4)}}{r} \\
\theta_{p12} &= \theta_{p12}^{(1)} + \theta_{p12}^{(2)} + \theta_{p12}^{(3)} + \theta_{p12}^{(4)} \\
\theta_{t12}^{(1)} &= \frac{y_{p12}^{(1)}}{r^2} \\
\theta_{t12}^{(2)} &= \frac{r A_1 A_3}{2GJ} (w_1 + \sin w_1 \cos w_1) \\
\theta_{t12}^{(3)} &= \frac{y_{t12}^{(3)}}{r} \\
\theta_{t12}^{(4)} &= \frac{y_{t12}^{(4)}}{r} \\
\theta_{t12} &= \theta_{t12}^{(1)} + \theta_{t12}^{(2)} + \theta_{t12}^{(3)} + \theta_{t12}^{(4)}
\end{aligned}$$

y_{p22} , y_{t22} , θ_{t22} は y_{p11} , y_{t11} , θ_{t11} で w_1 を w_2 に, A_1 を A_3 に, A_2 を A_4 に変えるとよい。

また $y_{p21} = y_{p12}$, $\theta_{p21} = y_{t12}$, $\theta_{p11} = y_{t11}$, $\theta_{p22} = y_{t22}$, $y_{t21} = \theta_{p12}$, $\theta_{t21} = \theta_{t12}$ である。

逆対称荷重の場合



参考図 ②

y_{pij} = ①点に $P=1$ が作用するときの①点のたわみ

y_{tij} = ①点に $T=1$ が作用するときの①点のたわみ

θ_{pij} = ①点に $P=1$ が作用するときの①点のねじり角

θ_{tij} = ①点に $T=1$ が作用するときの①点のねじり角

y および θ は図の矢印方向を正とする

h_k , J は対称荷重の場合と同じ, h_1 は橋脚の高さ, I_1 は橋脚の断面 2 次モーメント

$$A_1 = -\frac{2\sin w_1 \cos \varphi_1}{\sin \varphi}$$

$$A_2 = \frac{\sin w_1 - \sin w_1'}{\sin \varphi}$$

$$B_2 = \frac{w_1' - w_1}{\varphi} + \frac{2K}{1+2K} \left(\frac{\sin w_1' - \sin w_1}{\sin \varphi} + \frac{w_1 - w_1'}{\varphi} \right)$$

$$A_3 = A_1$$

$$B_3 = \frac{2w_1}{\varphi} + \frac{2K}{1+2K} \left(\frac{\sin w_1 - \sin w_1'}{\sin \varphi} + \frac{w_1' - w_1}{\varphi} \right)$$

$$A_4 = A_2$$

$$B_4 = B_2$$

$$C_4 = \frac{2K}{1+2K} \left(\frac{\sin w_1' - \sin w_1}{\sin \varphi} \right)$$

$$A_5 = A_1$$

$$B_5 = B_3$$

$$C_5 = -C_4$$

$$A_6 = \frac{\sin w_1 \cos \varphi_1 (\sin w_2 - \sin w_2')}{\sin^2 \varphi}$$

$$A_7 = \frac{2\sin w_1 \sin w_2 \cos^2 \varphi_1}{\sin^2 \varphi}$$

$$A_8 = \frac{\sin w_2 - \sin w_2'}{\sin \varphi}$$

$$B_8 = \frac{w_2' - w_2}{\varphi} + \frac{2K}{1+2K} \left(\frac{\sin w_2' - \sin w_2}{\sin \varphi} + \frac{w_2 - w_2'}{\varphi} \right)$$

$$C_8 = \frac{2K}{1+2K} \left(\frac{\sin w_2' - \sin w_2}{\sin \varphi} \right)$$

$$A_9 = -\frac{2\sin w_2 \cos \varphi_1}{\sin \varphi}$$

$$B_9 = \frac{2w_2}{\varphi} + \frac{2K}{1+2K} \left(\frac{\sin w_2 - \sin w_2'}{\sin \varphi} + \frac{w_2' - w_2}{\varphi} \right)$$

$$A_{10} = A_8$$

$$B_{10} = B_8$$

$$C_{10} = C_8$$

$$A_{11} = A_9$$

$$B_{11} = B_9$$

$$C_{11} = -C_8$$

$$K = \frac{GJ}{r\varphi} \frac{h_1}{EI_1}$$

$$y_{p11}^{(1)} = \frac{r^3}{EI_h} \left[\frac{1}{2\sin^2\varphi} (\sin w_1 - \sin w_1')^2 (w_1 - \sin w_1 \cos w_1) + A_1^2 \left\{ \frac{1}{4} \sin 2(w_1 - \varphi_1) - \frac{1}{2} (w_1 - \varphi_1) \right\} \right]$$

$$y_{p11}^{(2)} = \frac{r^3}{GJ} \left\{ \frac{A_2^2}{2} (w_1 + \sin w_1 \cos w_1) + 2A_2 B_2 \sin w_1 + B_2^2 w_1 \right\}$$

$$y_{p11}^{(3)} = \frac{r^3}{GJ} \left[B_3^2 (\varphi_1 - w_1) - A_3^2 \left\{ \frac{1}{4} \sin 2(w_1 - \varphi_1) + \frac{1}{2} (w_1 - \varphi_1) \right\} - 2A_3 B_3 \sin(w_1 - \varphi_1) \right]$$

$$y_{p11} = y_{p11}^{(1)} + y_{p11}^{(2)} + y_{p11}^{(3)}$$

$$y_{i11}^{(1)} = \frac{y_{p11}^{(1)}}{r}$$

$$y_{i11}^{(2)} = \frac{r^2}{GJ} \left\{ \frac{A_4^2}{2} (w_1 + \sin w_1 \cos w_1) + A_4 (B_4 + C_4) \sin w_1 + B_4 C_4 w_1 \right\}$$

$$y_{i11}^{(3)} = \frac{r^2}{GJ} \left[-A_5 (B_5 + C_5) \sin(w_1 - \varphi_1) - A_5^2 \left\{ \frac{1}{4} \sin 2(w_1 - \varphi_1) + \frac{1}{2} (w_1 - \varphi_1) \right\} + C_5 B_5 (\varphi_1 - w_1) \right]$$

$$y_{i11} = y_{i11}^{(1)} + y_{i11}^{(2)} + y_{i11}^{(3)}$$

$$y_{p12}^{(1)} = \frac{r^3}{EI_h} \left\{ \frac{1}{2\sin^2\varphi} (\sin w_1 - \sin w_1') (\sin w_2 - \sin w_2') (w_1 - \sin w_1 \cos w_1) \right\}$$

$$y_{p12}^{(2)} = \frac{r^3}{EI_h} A_6 \left[(w_2 - w_1) \cos \varphi_1 - \frac{1}{2} \sin(2w_2 - \varphi_1) + \frac{1}{2} \sin(2w_1 - \varphi_1) \right]$$

$$y_{p12}^{(3)} = \frac{r^3}{EI_h} A_7 \left[(\varphi_1 - w_2) - \frac{1}{2} \sin 2(\varphi_1 - w_2) \right]$$

$$y_{p12}^{(4)} = \frac{r^3}{GJ} \left\{ \frac{A_2 A_8}{2} (w_1 + \sin w_1 \cos w_1) + (A_2 B_8 + A_8 B_2) \sin w_1 + B_2 B_8 w_1 \right\}$$

$$y_{p12}^{(5)} = \frac{-r^3}{GJ} \left[\frac{A_5 A_8}{2} \left\{ \frac{1}{2} \sin(2w_2 - \varphi_1) - \frac{1}{2} \sin(2w_1 - \varphi_1) + (w_2 - w_1) \cos \varphi_1 \right\} + A_5 A_8 \{ \sin(w_2 - \varphi_1) - \sin(w_1 - \varphi_1) \} \right. \\ \left. + A_8 B_5 (\sin w_2 - \sin w_1) + B_5 B_8 (w_2 - w_1) \right]$$

$$y_{p12}^{(6)} = \frac{r^3}{GJ} \left[\frac{-A_5 A_9}{2} \left\{ \frac{1}{2} \sin 2(w_2 - \varphi_1) + (w_2 - \varphi_1) \right\} - (A_5 B_9 + A_9 B_5) \sin(w_2 - \varphi_1) + B_5 B_9 (\varphi_1 - w_2) \right]$$

$$y_{p12} = y_{p12}^{(1)} + y_{p12}^{(2)} + y_{p12}^{(3)} + y_{p12}^{(4)} + y_{p12}^{(5)} + y_{p12}^{(6)}$$

$$y_{i12}^{(1)} = \frac{y_{p12}^{(1)} + y_{p12}^{(2)} + y_{p12}^{(3)}}{r^1}$$

$$y_{i12}^{(2)} = \frac{r^2}{GJ} \left[\frac{A_2 A_{10}}{2} \{ w_1 + \sin w_1 \cos w_1 \} + (A_{10} B_2 + A_2 C_{10}) \sin w_1 + B_2 C_{10} w_1 \right]$$

$$y_{i12}^{(3)} = \frac{-r^2}{GJ} \left[\frac{A_5 A_{10}}{2} \left\{ \frac{1}{2} \sin(2w_2 - \varphi_1) - \frac{1}{2} \sin(2w_2 - \varphi_1) + (w_2 - w_1) \cos \varphi_1 \right\} + A_5 C_{10} \{ \sin(w_2 - \varphi_1) - \sin(w_1 - \varphi_1) \} \right. \\ \left. + A_{10} B_5 (\sin w_2 - \sin w_1) + B_5 C_{10} (w_2 - w_1) \right]$$

$$y_{i12}^{(4)} = \frac{r^2}{GJ} \left[\frac{-A_5 A_{11}}{2} \left\{ \frac{1}{2} \sin 2(w_2 - \varphi_1) + (w_2 - \varphi_1) \right\} - (A_5 C_{11} + A_{11} B_5) \sin(w_2 - \varphi_1) + B_5 C_{11} (\varphi_1 - w_2) \right]$$

$$y_{i12} = y_{i12}^{(1)} + y_{i12}^{(2)} + y_{i12}^{(3)} + y_{i12}^{(4)}$$

$$\theta_{i11}^{(1)} = \frac{y_{p11}^{(1)}}{r^2}$$

$$\theta_{i11}^{(2)} = \frac{r}{GJ} \left\{ \frac{1}{2} A_4^2 (w_1 + \sin w_1 \cos w_1) + 2A_4 C_4 \sin w_1 + C_4^2 w_1 \right\}$$

$$\theta_{i11}^{(3)} = \frac{r}{GJ} \left[C_5^2 (\varphi_1 - w_1) - A_5^2 \left\{ \frac{1}{4} \sin 2(w_1 - \varphi) + \frac{1}{2} (w_1 - \varphi_1) \right\} - 2A_5 C_5 \sin(w_1 - \varphi_1) \right]$$

$$\theta_{i11} = \theta_{i11}^{(1)} + \theta_{i11}^{(2)} + \theta_{i11}^{(3)}$$

$$\theta_{p12}^{(1)} = \frac{y_{p12}^{(1)} + y_{p12}^{(2)} + y_{p12}^{(3)}}{r}$$

$$\theta_{p12}^{(2)} = \frac{r^2}{GJ} \left\{ \frac{A_4 A_8}{2} (w_1 + \sin w_1 \cos w_1) + (A_4 B_8 + A_8 C_4) \sin w_1 + B_8 C_4 w_1 \right\}$$

$$\theta_{p12}^3 = \frac{-r^2}{GJ} \left[\frac{A_5 A_8}{2} \left\{ \frac{1}{2} \sin(2w_2 - \varphi_1) - \frac{1}{2} \sin(2w_1 - \varphi_1) + (w_2 - w_1) \cos \varphi_1 \right\} + A_5 B_8 \{ \sin(w_2 - \varphi_1) - \sin(w_1 - \varphi_1) \} \right. \\ \left. + A_8 C_5 (\sin w_2 - \sin w_1) + C_5 B_8 (w_2 - w_1) \right]$$

$$\theta_{p12}^4 = \frac{r^2}{GJ} \left[\frac{-A_5 A_9}{2} \left\{ \frac{1}{2} \sin 2(w_2 - \varphi_1) + (w_2 - \varphi_1) \right\} - (A_5 B_9 + A_9 C_5) \sin(w_2 - \varphi_1) + C_5 B_9 (\varphi_1 - w_2) \right]$$

$$\theta_{p12} = \theta_{p12}^1 + \theta_{p12}^2 + \theta_{p12}^3 + \theta_{p12}^4$$

$$\theta_{t12}^1 = \frac{y_{p12}^1 + y_{p12}^2 + y_{p12}^3}{r^2}$$

$$\theta_{t12}^2 = \frac{r}{GJ} \left[\frac{A_4 A_{10}}{2} (w_1 + \sin w_1 \cos w_1) + (A_4 C_{10} + A_{10} C_4) \sin w_1 + C_{10} C_4 w_1 \right]$$

$$\theta_{t12}^3 = \frac{-r}{GJ} \left[\frac{A_5 A_{10}}{2} \left\{ \frac{1}{2} \sin(2w_2 - \varphi_1) - \frac{1}{2} \sin(2w_1 - \varphi_1) + (w_2 - w_1) \cos \varphi_1 \right\} + A_5 A_{10} \{ \sin(w_2 - \varphi_1) - \sin(w_1 - \varphi_1) \} \right. \\ \left. + A_{10} C_5 (\sin w_2 - \sin w_1) + C_5 C_{10} (w_2 - w_1) \right]$$

$$\theta_{t12}^4 = \frac{r}{GJ} \left[\frac{-A_5 A_{11}}{2} \left\{ \frac{1}{2} \sin 2(w_2 - \varphi_1) + (w_2 - \varphi_1) \right\} - (A_5 C_{11} + A_{11} C_5) \sin(w_2 - \varphi_1) + C_5 C_{11} (\varphi_1 - w_2) \right]$$

$$\theta_{t12} = \theta_{t12}^1 + \theta_{t12}^2 + \theta_{t12}^3 + \theta_{t12}^4$$

y_{p22} , y_{t22} , θ_{t22} は y_{p11} , y_{t11} , θ_{t11} で w_1 を w_2 に A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A_5 を A_9 , A_8 , A_9 , A_8 , A_9 に, B_2 , B_3 , B_4 , B_5 を B_8 , B_9 , B_8 , B_9 に, C_4 , C_5 を C_8 , C_{11} に変えたとよい。

また $y_{p21} = y_{p12}$, $\theta_{p21} = y_{t12}$, $\theta_{p11} = y_{t11}$, $\theta_{p22} = y_{t22}$, $y_{t21} = \theta_{p21}$, $\theta_{t12} = \theta_{t12}$ である。