

最終強度理論による鉄筋コンクリートの最適設計

藤 井 卓*

An Optimum Design of Reinforced Concrete Based on the Ultimate Strength Theory by Takashi Fujii

Synopsis

The optimum design techniques for beams and frames in the field of reinforced concrete structures are briefly reviewed as well as in that of steel structures. Then, an optimum design technique for reinforced concrete structures which are based on the ultimate strength theory is described on the basis of the optimum design technique which has been developed in steel structures. The three sectional shapes, such as singly and doubly reinforced rectangular sections and T-sections are treated under the requirements of the ACI code (ACI Standard 318-63). The linear and nonlinear relationships between ultimate moment and cost per unit length of a member for the particular sections mentioned above are obtained. Several applications of the optimum design technique developed in this paper to design problems of structures, such as a 2-span continuous beam, a simple frame and a 2-bay frame, are demonstrated using the graphical technique for two variables and Simplex method of Linear Programming which is suitable for an electronic computer.

要 旨

本論文は、鉄筋コンクリートおよび鋼構造の分野における最適設計に関する既往の研究を概観し、ついで最終強度理論にもとづいた鉄筋コンクリート構造物の最適設計の一方法について述べたものである。ここに述べた最適設計法では、最終モーメントと単位部材長あたりの費用との関係が必要であるが、この関係をACI規準 (ACI Standard 318-63) にもとづいて、単鉄筋・複鉄筋矩形断面およびT形断面の3種の断面形状について求め、これらの線型および非線型関係の一般式を得た。ついでここに示した最適設計法を、2径間連続ゲタ、単純ラーメンおよび1層2スパン・ラーメンの設計問題に適用して、2変数の場合は図解法を用いて、また3変数以上の場合には電算機の利用に適した線型計画のシンプレックス法を用いて最適解を求める手順を示した。

目 次

まえがき	56
1. 既往の研究	56
2. 最適設計の理論	56
3. 最終モーメントと費用との関係	57
4. 連続ゲタ設計への適用	60

*コンクリート研究室副室長

5. ラーメン設計への適用.....	62
む す び.....	64
参考文献.....	65
付 記.....	66

ま え が き

最適設計の問題は、設計上の諸条件および構造工学の現状などにより、種々の形をとるのが普通である。

通常の設計は、主として構造物の与えられた諸寸法についての解析に関係している。通常の設計手順においては応力やタワミが計算され、それから断面の過不足が修正される。この手順は、構造物の諸寸法を推定するという過程の繰り返しである。そしてこの過程は、その構造物が安全でかつ費用の点で妥当となるまで繰り返し続けられる。しかし、そのようにして求められた構造物が、一般にすべての可能な設計のうちで最も経済的であるとはいえない。

これに反して、構造物の最適設計では断面寸法の推定は不必要である。断面寸法は変数として扱われ、またこれらの変数は荷重のつり合いやその他の構造上の諸条件のもとに、構造物の費用が最小となるように決定される。解析を行なう以前に部材の断面寸法を推定する必要がないから、最適解を与える構造物のモーメントを、直接的に決定することができる。このためには、モーメントと単位部材長あたりの費用との関係を求める必要がある。

本研究の目的は、鋼構造の最小重量設計あるいは最小費用設計の技法にもとづいて、鉄筋コンクリート構造物の最適設計法を求めることである。

1. 既往の研究

鉄筋コンクリート構造物の最適設計法に関する研究は、1945年ころから発表されている。Sawyer²³⁾は、最終強度理論にもとづいて一定幅を有するケタおよびスラブに対して、材料の費用が最小となるように断面寸法を決定する方法を示し、また断面の高さが費用に与える影響について検討した。Rozvany と Hampson²⁴⁾は、コンクリート容積あるいは PC 鋼線量を最小にする最適設計法をプレストレスト・コンクリート板に適用した。Rozvany²⁵⁾は、また最小容積を基準とした鉄筋コンクリートおよびプレストレスト・コンクリート板の最適設計を示している。Traum²⁶⁾は、鉄筋コンクリート・スラブの最小費用設計法を開発した。この方法は、コンクリート・スラブに対して必要な厚さと鉄筋比を直接与える。Brothie⁵⁾は、すでに断面寸法が与えられたプレストレスト・コンクリート・ラーメンに対して、最小費用設計を適用し、

最終強度理論にもとづいて PC 鋼線の最小量を求めた。Norman¹⁹⁾は、最終強度設計法にもとづきコンクリートの費用とその強度との関係を用いて、スラブおよびケタの最適設計を導いた。この方法は、バランスド・デザインを仮定して一定幅を有する断面の有効高を決定するものである。Albouy, Bonnet および Leray¹⁾は、弾性設計法によって T 形断面を有する鉄筋コンクリート連続ゲタの道路橋標準設計として、最適設計のための自動設計プログラムを開発した。Hill¹³⁾は、最終強度設計法にもとづいてまず鉄筋を無視したコンクリートの断面寸法を、費用が最小になるように決定し、ついで最小費用の鉄筋を求めるケタとスラブについての最急降下法を利用した自動最適設計法を提案した。Anderheggen と Thürlimann⁹⁾は、最終強度設計にもとづき線型計画法を用いて最小費用設計法を開発し、鉄筋の最小量を求めるために断面寸法がすでに決まっている鉄筋コンクリート連続ゲタに、この方法を適用した。

上に略述したように、Rozvany, Hampson Brothie, Anderheggen および Thürlimann らは、断面寸法が与えられているという仮定のもとに問題を扱った。明らかに、そうした仮定のもとでの設計は、最も経済的とはいわれない。Norman は、バランスド・デザインを仮定して問題を扱ったが、そうした設計が決して経済設計とならないことが、Sawyer²³⁾によって指摘されている。Albouy, Bonnet および Leray¹⁾によって提案された設計方法では、設計にさきだって最適鉄筋量を推定することは、一般に容易ではない。Hill の方法は、電算機を用いた自動設計に適しているが、最適化の過程において鉄筋が無視されている。Sawyer および Traum²⁶⁾によって開発された方法は、ケタあるいはスラブのような矩形断面にのみ適用されるが、合理的な方法である。

鉄筋コンクリートの最適設計法としては、上に述べたように種々提案されているが、より実用的で適用範囲の広い方法の開発が望まれている。

2. 最適設計の理論

鋼構造においてケタおよびラーメンの最小重量設計法あるいは最小費用設計法と呼ばれる最適設計法に関する研究は今日までに非常に多く発表されている。^{4, 9, 10, 13, 15, 16, 17, 19, 24, 27)}

Heyman¹³⁾は、単位部材長の重量がその部材の全塑性

*番号は、参考文献（アルファベット順）の各項と対応する。

モーメントに比例すると仮定して、Neal と Symonds が最終荷重容量を決定するために開発した不等式法が、ラーメンの最小重量設計に容易に適用されることを示した。同様の仮定のもとに、Foulkes は、最小重量設計が線型計画法の問題にきずることを指摘し、その後の論文で最小重量設計に対する必要かつ十分な条件を確立した。また同様の仮定のもとに、Livesley は、電算機のためのプログラミングについて検討し、最急降下法を用いて最小重量設計の問題を扱った。Prager は、Foulkes の理論を発展させ、単位部材長の重量が全塑性モーメントの n 乗に比例すると仮定した場合を扱った。同様の仮定のもとに、Vargo は、2 径間連続ゲタに対する最小重量設計を研究した。Megarefs と Hodge は、非線型理論にもとづく次式のべき乗数 C が 1 より大きい場合には、数学的困難が解消することを指摘し、 $C=2$ の場合のラーメンについてその適用を示した。

$$W = A \cdot M_p^C \dots\dots\dots(1)$$

ここに W = 重量, M_p = 全塑性モーメント, A および C = 定数である。Bigelow と Gaylord は、単位重量と全塑性モーメントとの非線型関係を部分的に線型化し、軸力の影響および横方向崩壊による全体の不安定をも考慮して、ラーメンの線型計画法による最小重量設計法を開発した。また最近 Toakley は、単位重量と全塑性モーメントとの関係を用いずに動物計画法 (Dynamic Programming) を利用して実際に市場で得られる断面を用いる最小重量設計法を導いている。

構造物の最適設計の基本となる数学的モデルを準備するために、単位部材長の重量あるいは費用をその部材の塑性モーメント容量の関数として表わす必要がある。鋼構造における最適設計の線型理論では、単位部材長の重量あるいは費用は、塑性モーメントに比例する。したがってこの関係は次式で表わされる。

$$GL_i = A + B \cdot M_i \dots\dots\dots(2)$$

ここに A および B は与えられる定数である。任意の構造物の全体重量あるいは全体費用 W は、次の形で与えられる。

$$W = \sum GL_i \cdot L_i = A \cdot \sum L_i + B \cdot \sum M_i \cdot L_i \dots\dots\dots(3)$$

ここに $GL_i = i$ 部材の単位長の重量あるいは費用, $L_i = i$ 部材の長さ, $M_i = i$ 部材の塑性モーメントである。 W を最小にする問題は、結局 $\sum M_i \cdot L_i$ を最小にすることと同じである。線型理論の便利な点は、塑性モーメントの決定が、モーメントと重量あるいは費用との間の特殊な線型関係に無関係なことである。

一方、非線型理論では、塑性モーメントは、単位部材

長の重量あるいは費用のあるべき乗に比例する。したがってモーメントと重量あるいは費用との関係は、一般に次式によって近似される。

$$M_i = A \cdot G_i^C \dots\dots\dots(4)$$

任意の構造物の全体重量あるいは費用は、次式で与えられる。

$$W = \sum GL_i \cdot L_i = (1/A)^{1/C} \cdot \sum M_i^{1/C} \cdot L_i \dots\dots\dots(5)$$

W を最小にする問題は、 $\sum M_i^{1/C} \cdot L_i$ を最小にすることと同じである。(5)式によれば、 W を最小にするにきざってモーメントと重量あるいは費用との関係が求められなければならない。一般に鋼構造用の経済広幅フランジでは、 $C=3/2$ また $(1/A)^{1/C} = 1.2$ として実用上さしつかえない。一方、鉄筋コンクリートの分野では、(2)式および(4)式の定数は今日まで示されていない。

本稿においては、上述の最小重量あるいは最小費用設計の手法を、鉄筋コンクリート構造の最適設計に応用する。

3. 最終モーメントと費用との関係

(1) 仮定および条件

本稿で扱われる問題には、次の仮定および条件を設ける。

- (a) 設計計算は、ACI 規準に従う。
- (b) 単鉄筋と複鉄筋矩形断面および T 形断面を扱う。
- (c) 部材は、曲げのみを受ける。
- (d) 部材は、塑性ヒンジを生ずるのに十分な回転容量を有する。
- (e) 鉄筋の降伏点強度は、40,000 (2,800), 50,000 (3,500) および 60,000 psi (4,200 kg/cm²) とする。
- (f) コンクリートの圧縮強度は、3,000 (210), 4,000 (280), 5,000 (350) および 6,000 psi (420 kg/cm²) とする。
- (g) 矩形断面の幅と T 形断面のウェブ幅は、12 in (31.0 cm) とし、最大有効高は断面の幅の 2.5 倍の 30 in (76.0 cm) とする。
- (h) 骨材の最大寸法は、3/4 in (19 mm) より小さいものとする。

(2) 単鉄筋矩形断面

幅 $b = 12$ in (30.0 cm), 有効高 $d = 3$ in (7.60 cm) から 30 in (76.0 cm) また鉄筋比 $\rho = 0.002$ から最大値を有する単鉄筋矩形断面を扱う。まず初めに、鉄筋の降伏点強度 f_y とコンクリートの圧縮強度 f'_c の一組を選び、ついで

*米国鋼構造協会 (AISC) が示す広翼フランジを有する標準 I 形鋼のうち、同一全塑性モーメントに対して最小単位重量をもつもの。

最大鉄筋比を計算する。鉄筋の重心とコンクリート面との距離 s は、ACI 規準と鉄筋コンクリート設計ハンドブック²⁰⁾の値により決める。

最終モーメント M_U とそれに対応する費用 C_o は、初期値から最大値まで変化する各々の鉄筋比および有効高に対して、次式によって計算される。

$$M_U = \phi \{ b d^2 \rho f_y (1 - 0.59 \rho f_y / f'_c) \} / 12000 \dots (6)$$

$$C_o = b(d+s)C_c / 27 \times 144 + A_s \cdot C_s 490 / 2000 \times 144 + \{ b + 2(d+s) \} C_{fb} / 12 \dots (7)$$

ここに ϕ = 容量係数、 C_c = コンクリート単価、 C_s = 鉄筋の単価、 C_{fb} = ケタ用型枠の単価、 A_s = 引張鉄

筋の断面積である。なお材料の単価は、表-1に示している。計算された最終モーメントとそれに対応する費用のマトリクスから、同一最終モーメントを与える断面のうち最小費用をもつものを選び、ついで最終モーメントと単位部材長の費用との関係を示す実験式を求める。図-1は、求めた式の係数、鉄筋の降伏点強度およびコンクリートの圧縮強度の間の関係を示す。

モーメント・費用関係の一般式は、次の形で表わされる。

$$M_U = A(C_o - 0.88)^C \dots (8)$$

$$\text{ここに } A = -0.1263 \times 10^{-10} \cdot f_y^2 + 0.1528 \times 10^{-3} \cdot f_y - 1.3215$$

$$C = 0.6800 \times 10^{-10} \cdot f_y^2 + 0.3298 \times 10^{-6} \cdot f_y + 2.1556$$

(3) 複鉄筋矩形断面

コンクリート断面の寸法は、単鉄筋の場合と同様とする。断面は有効高 8 in (20.0 cm) から 30 in (76.0 cm)、鉄筋比 $P = (\rho - \rho') = 0.008$ から ACI 規準に規定される最大値までを有するものとし、 ρ' と ρ の比 PR は 0.1 キザミに 0.2 から 0.6 まで変化する。

最終モーメントとそれに対応する費用を、鉄筋の降伏点強度とコンクリートの圧縮強度の各々の組合わせに対して、次式によって計算する。

$$M_U = \phi \{ b d^2 P f_y (1 - 0.59 P f_y / f'_c) + b d (d - d') P \cdot PR \cdot f_y / (1 - PR) \} / 12000 \dots (9)$$

$$C_o = b(d+s)C_c / 27 \times 144 + (A_s + A'_s) C_s 490 / 2000 \times 144 + \{ b + 2(d+s) \} C_{fb} / 12 \dots (10)$$

ここに A'_s = 圧縮鉄筋の断面積

計算の手順は、単鉄筋の場合とほぼ同様である。まず初めに ρ'/ρ を考慮して、鉄筋の降伏点強度とコンクリートの圧縮強度の各々の組合わせに対して係数 C を求め、ついでパラメーターとしての ρ'/ρ の各々に対して

表-2 複鉄筋矩形断面のモーメント・費用関係の係数

TABLE 2.-Coefficients for moment-cost relationship of doubly reinforced rectangular section

f_y, ksi	40		50		60	
ρ'/ρ	A	C	A	C	A	C
0.2	3.6993 3.6039	2.0496 2.0599	4.8817 4.8104	2.0536 2.0599	4.3578 6.0338	2.1951 2.0599
0.3	3.7152 3.2243	2.0059 2.0599	4.2324 4.4163	2.0770 2.0599	4.2945 5.6652	2.1710 2.0599
0.4	3.0347 2.8060	2.0313 2.0599	4.7081 3.9154	1.9908 2.0599	6.4637 5.0302	1.9650 2.0599

$M_U = A(C_o - 0.88)^C$. Top values for the same ρ'/ρ show the individual values of C_s and bottom shows that of the average of C_s .

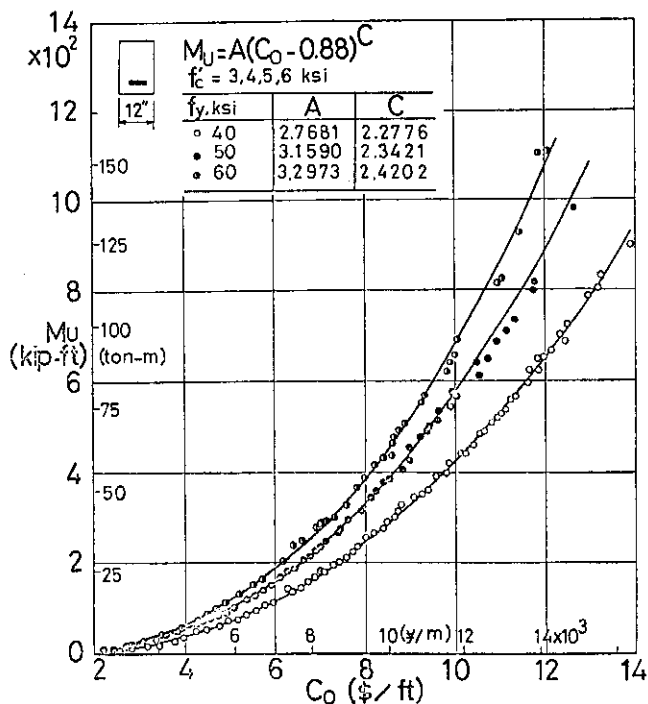


FIG. 1.-Ultimate moment vs. cost per unit length

図-1 最終モーメントと単位部材長の費用との関係

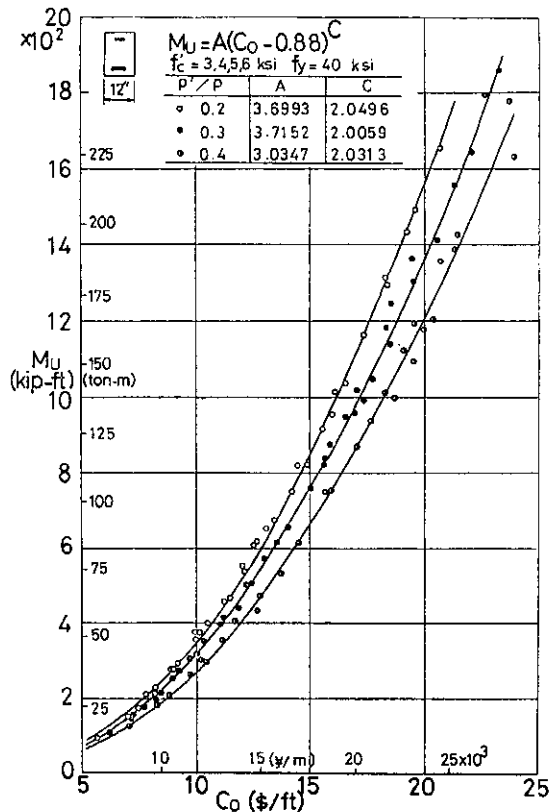


FIG. 2.-Ultimate moment vs. cost per unit length
図-2 最終モーメントと単位部材長の費用との関係

係数Aを求める。最終モーメントと費用との関係を、表-2および図-2に示す。

最終モーメントと費用との関係を示す一般式は、次の形で表わされる。

$$M_u = A(C_o - 0.88)^C \quad (11)$$

ここに $A = \{-5.650(p'/p)^2 + 2.875p'/p + 0.8660\} f_y$
 $\cdot 10^{-4} + 21.60(p'/p)^2 - 14.88p'/p + 0.8530$

$$C = 2.0599$$

(4) T形断面

フランジ厚 $t = 3$ in (8.0cm) から 1 in (2.5cm) キザミに 8 in (20.0cm) まで、ウェブ幅 $b' = 12$ in (31.0cm)、鉄筋比 $P = (p_w - p_f) = 0.0005$ から最大値までの断面を、次の条件のもとに扱う。

$$t/d \leq 0.3 \quad (12)$$

$$b = 16t + b' \quad (13)$$

ここに b = フランジ幅したがって有効高の初期値は、上の条件(12)によりフランジ厚の各々の値に対して異なった値となる。すなわち、3, 4, 5, 6, 7, 8 in (8.0, 10.0, 13.0, 15.0, 18.0, 20.0cm) の各々のフランジ厚に対して、有効高の初期値は、各々 10, 13, 16, 20, 26 in (25.0, 33.0, 41.0, 51.0, 66.0cm) となる。条件(13)は、ACI規

準による。

最終モーメントと対応する費用は、鉄筋の降伏点強度およびコンクリートの圧縮強度の各々の組合わせに対して、次式によって計算する。

$$M_u = \{b'd^2 P f_y (1 - 0.59 f_y / f'_c) + A_f \cdot f_y (d - t/2)\} / 12000 \quad (14)$$

$$C_o = \{b(d+s) + 16t^2\} C_c / 27 \times 144 + A_f \cdot C_s 490 / 2000 \times 144 + \{2(d+s-t) + 6\} C_{fb} / 12 + t \cdot C_{fs} 4 / 3 \quad (15)$$

ここに $A_f = 0.85(b-b') t f'_c / f_y$, C_{fs} = スラブ用型枠の単価。

最終モーメントと費用との関係は、次式を満足すると仮定する。

$$M_u = C \cdot C_o + A \quad (16)$$

(16)式の係数を、表-3に示す。またモーメント・費用関係の一般式は次式で表わされる。

表-3 T形断面のモーメント・費用関係の係数
TABLE 3.-Coefficients for moment-cost relationship of T-section

t in	f_y ksi	f'_c ksi	C	A	t in	f_y ksi	f'_c ksi	C	A
3	40	3	164	2100	6	40	3	336	9740
	4	4				4	4		10900
	5	5				5	5		11950
	6	6				6	6		13200
	50	3	204	2450		50	3	414	10750
	4	4				4	4		11920
4	5	5			7	5	5		13200
	6	6				6	6		14350
	60	3	240	2680		60	3	450	10800
	4	4				4	4		11800
	5	5				5	5		12700
	6	6				6	6		13700
5	40	3	250	4300	8	40	3	341	11700
	4	4		4900		4	4		13230
	5	5		5250		5	5		14910
	6	6		5450		6	6		16600
	50	3	269	4040		50	3	500	16500
	4	4		4330		4	4		18400
6	5	5		4730	5	5	5		20300
	6	6		5000		6	6		22500
	60	3	312	4450		60	3	545	16390
	4	4		4690		4	4		17900
	5	5		5060		5	5		19600
	6	6		5480		6	6		21600
7	40	3	279	6270	6	40	3	329	13000
	4	4		6980		4	4		14900
	5	5		7700		5	5		16700
	6	6		8520		6	6		18500
	50	3	333	6750		50	3	425	15600
	4	4		7600		4	4		17600
8	5	5		8130	5	5	5		19400
	6	6		8780		6	6		21300
	60	3	363	6710		60	3	459	15200
	4	4		7320		4	4		16700
	5	5		7980		5	5		18400
	6	6		8740		6	6		19700

$$M_u = C \cdot C_o - A$$

$$M_u = C \cdot C_o - (D \cdot f'_c + E) \quad (17)$$

$$\text{ここに } C = CG \cdot f_y^2 + CH \cdot f_y + CI$$

$$D = DG \cdot f_y^2 + CH \cdot f_y + DI$$

$$E = EG \cdot f_y^2 + EH \cdot f_y + EI$$

$t = 3, 4, 5$ in (8.0, 10.0, 13.0cm) に対して、

$$CG = -0.1999999 \times 10^{-6} t^2 + 0.1549999 \times 10^{-5} t$$

$$\begin{aligned}
& -0.2869998 \times 10^{-5} \\
CH &= 0.2090000 \times 10^{-1}t^2 - 0.1619999 \times 10^0t \\
& + 0.3036996 \times 10^0 \\
CI &= -0.5445000 \times 10^3t^2 + 0.4285500 \times 10^4t \\
& - 0.7992000 \times 10^4 \\
DG &= -0.1624999 \times 10^{-9}t^2 + 0.1627499 \times 10^{-8}t \\
& - 0.3419999 \times 10^{-8} \\
DH &= 0.1632499 \times 10^{-4}t^2 - 0.1650749 \times 10^{-3}t \\
& + 0.3483002 \times 10^{-3} \\
DI &= -0.4250002 \times 10^7t^2 + 0.4623001 \times 10^7t \\
& - 0.1004400 \times 10^7 \\
EG &= -0.5124999 \times 10^{-5}t^2 + 0.3837499 \times 10^{-4}t \\
& - 0.6959996 \times 10^{-4} \\
EH &= 0.5352497 \times 10^3t^2 - 0.4019247 \times 10^4t \\
& + 0.7329479 \times 10^4 \\
EI &= -0.1328000 \times 10^5t^2 + 0.1009200 \times 10^6t \\
& - 0.1837400 \times 10^6 \\
t &= 6, 7, 8, \text{ in } (15.0, 18.0, 20.0\text{cm}) \text{ に対して,} \\
CG &= 0.3100000 \times 10^{-6}t^2 - 0.4389999 \times 10^{-5}t \\
& + 0.1496999 \times 10^{-4} \\
CH &= -0.3509992 \times 10^{-1}t^2 + 0.4967989 \times 10^0t \\
& - 0.1690496 \times 10^0 \\
CI &= 0.8995000 \times 10^3t^2 - 0.1273250 \times 10^3t \\
& + 0.4361700 \times 10^3 \\
DG &= 0.1287500 \times 10^{-8}t^2 - 0.1816250 \times 10^{-7}t \\
& + 0.6114999 \times 10^{-7}
\end{aligned}$$

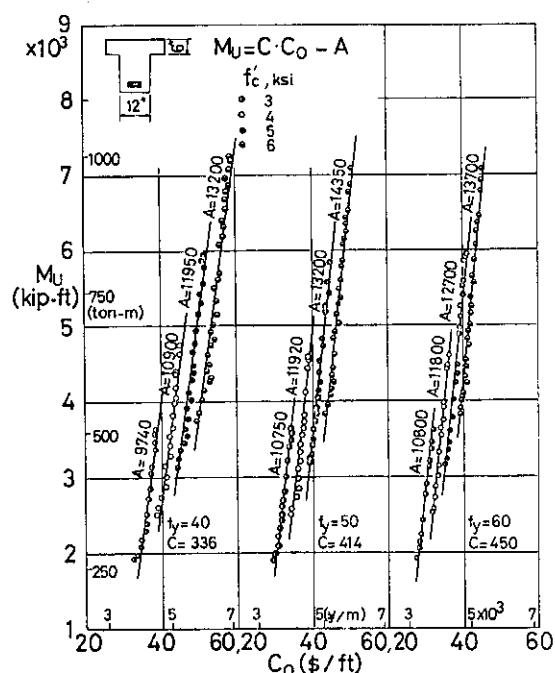


FIG. 3. Ultimate moment vs. cost per unit length

図-3 最終モーメントと単位部材長の費用との関係

$$\begin{aligned}
DH &= -0.1466998 \times 10^{-3}t^2 + 0.2063497 \times 10^{-2}t \\
& - 0.6961193 \times 10^{-2} \\
DI &= 0.3670000 \times 10t^2 - 0.5119998 \times 10^2t \\
& + 0.1730399 \times 10^3 \\
EG &= 0.1124999 \times 10^{-4}t^2 - 0.1624499 \times 10^{-3}t \\
& + 0.5692495 \times 10^{-3} \\
EH &= -0.1219749 \times 10t^2 + 0.1761423 \times 10^2t \\
& - 0.6164886 \times 10^2 \\
EI &= 0.3094000 \times 10^5t^2 - 0.4461800 \times 10^6t \\
& + 0.1565250 \times 10^7
\end{aligned}$$

図-3は、最終モーメントと費用との関係の一例を示す。

4. 連続ゲタ設計への適用

図-4に示す複鉄筋矩形断面を有する2径間連続ゲタを扱う。図-5に示す崩壊機構に対して、次の不等式が求まる。

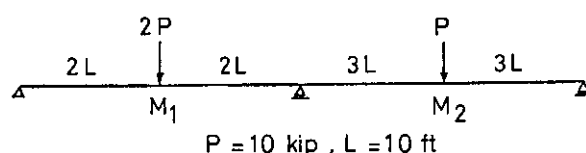


FIG. 4. Continuous beam: design example

図-4 連続ゲタ：設計例

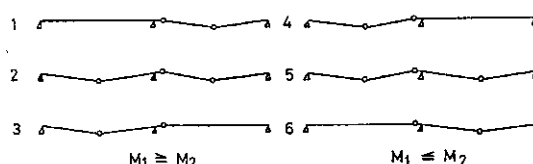


FIG. 5. Collapse mechanisms of continuous beam

図-5 連続ゲタの崩壊機構

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \\ 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 4 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 4 \\ 4 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (18)$$

ここに $m_j = M_j/PL$, $j=1, 2$, M_j は変数としての最終モーメント, (18)式は、この問題における制限式でこれを書く、図-6のようになり、点AまたはBが、最適解を与えるはずである。モーメントと費用の非線型関係にもとづいた場合、目的関数としての費用関数は次式で表わされる。

$$Fc = 4m_1^{0.485} + 6m_2^{0.485} \quad (19)$$

制限式を満たしかつ費用関数を最小にする m_j の値は、

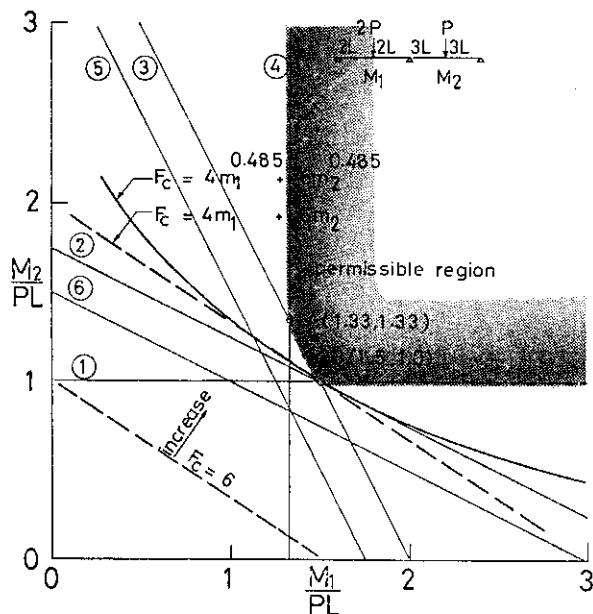


FIG. 6.—Graphical solution of continuous beam
図-6 連続ゲタの図解法

F_c の値を変化することによって図上で得られ、 B 点が最適解を与え $m_1=1.5$, $m_2=1.0$ となる。

一方、最終モーメントと費用との線型関係にもとづいた場合の目的関数は、次式で表わされる。

$$F_c = 4m_1 + 6m_2 \dots\dots\dots (20)$$

0	1	-1
1	2	-3.5
②	1	-4
1	0	-1.333
2	1	-3.5
1	2	-3
1	0	0
0	1	0
4	6	0

(1)

0	1	-1
0.5	(1.5)	-1.5
1	0	0
0.5	-0.5	0.667
1	0	0.5
0.5	1.5	-1
0.5	-0.5	2
0	1	0
2	4	8

(2)

-0.333	0.667	0
0	1	0
1	0	0
0.667	-0.333	0.167
1	0	0.5
0	1	0.5
0.667	-0.333	1.5
-0.333	0.667	1.0
0.667	2.667	12.0

$=m_1$
 $=m_2$
 $=F_c$

(3)

上記のシンプレックス・タブローに対する計算手順は、次のとおりである。

規則1：負の r を持つ $[a]$ の各々に対して、 w_j/a_{ij} を計算する。

規則2： w_j/a_{ij} の最小値を見出し、これをピボットとする。

規則3：同一列の a , I , w をピボットで割り、その値を次の表の同一位置に入れる。

規則4：ピボットのある行の各要素を0にする、すなわち新しい表の a に定数を乗じ、もとの表の要素から引

図-6に示すように、この場合も B 点が最適解を与える。非線型関係にもとづいた結果が、線型関係にもとづいた結果に等しいとは一般にいえないが、相似の断面を用いた場合、線型関係にもとづいた結果は通常の設計において実用上十分である。最終モーメントと費用との関係が線型であれば、問題はより簡単となり線型計画法が適用でき、変数が3個以上の場合をきわめて容易に扱えることとなる。

電算機の応用に適している線型計画法において、最適解を求めるための制限式と目的関数は次式で表わされる。

$$\text{制限式} \dots\dots\dots [a_{ij}] [m_j] + [r_i] \geq 0 \dots\dots (21)$$

$$\text{目的関数} \dots\dots\dots [w_j] [m_j] + [F_c] = 0 \dots\dots (22)$$

ここに a_{ij} , w_j , r_i =定数, F_c =費用関数, シンプレックス・タブローは、次のように表わされる。

$$\left(\begin{array}{c|c} a_{i \times j} & r_{i \times 1} \\ \hline I_{j \times j} & 0 * \\ \hline w_{1 \times j} & 0 * \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{c|c} & \\ \hline & m_{j \times 1} \\ \hline & F_c \end{array} \right)$$

ここに $I_{j \times j}$ =単位マトリクス, *は指標列を示す。この例では(18)式が、制限式であり(20)式が最小にされるべき目的関数となり、この場合のシンプレックス・タブローは次のようになる。

く。

規則5：指標列に0がなくなるまで、規則1から4までを繰り返す。

シンプレックス・タブローに示すように、線型計画法によって求めた最適解は、図解法によって求めた結果と明らかに同一である。 M_1 および M_2 は、それぞれ150・Kip-ft(21.0ton-m)および100 Kip-ft(14.0ton-m)となる。付記に示す断面諸値表から、最適断面は図-7のように得られる。

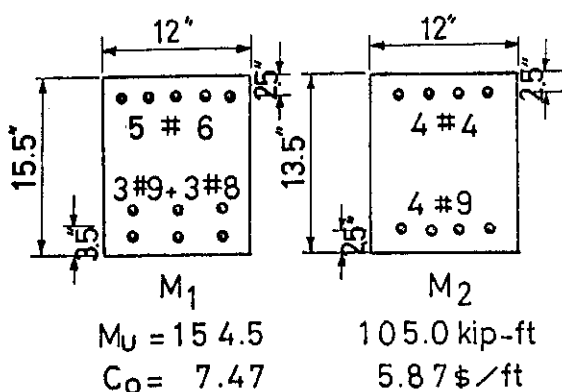


FIG. 7.-Optimum sections for continuous beam
図-7 連続ゲタの最適断面

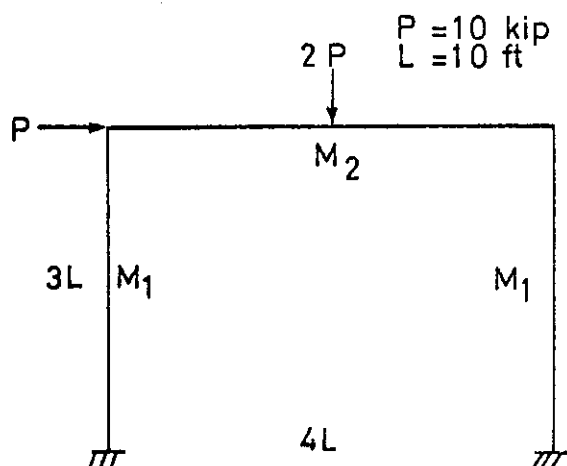


FIG. 8.-Simple frame: design example
図-8 単純ラーメン：設計例

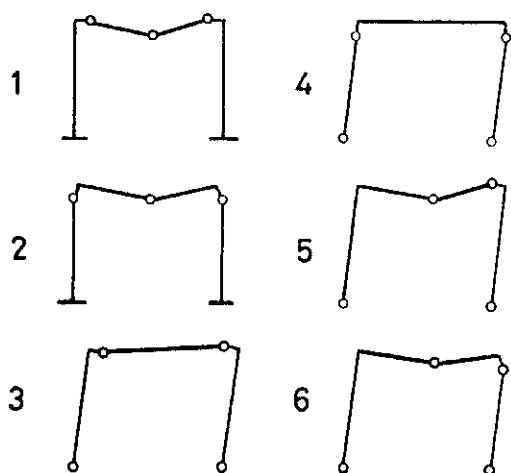


FIG. 9.-Collapse mechanisms of simple frame
図-9 単純ラーメンの崩壊機構

5. ラーメン設計への適用

(1) 単純ラーメン

図-8に示す単純ラーメンを扱う設計条件は、次のとおりである。

断面形状 : 複鉄筋矩形断面
鉄筋の降伏点強度 : $f_y = 40 \text{ Ksi} (2,800 \text{ kg/cm}^2)$
コンクリートの圧縮強度 : $f'_c = 3 \text{ ksi} (210 \text{ kg/cm}^2)$
鉄筋比の比 : $p'/p = 0.2$

崩壊機構は、図-9のようであり、制限式は次の不等式によって表わされる。

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 4 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 1 \\ 1.5 \\ 7 \\ 2 \\ 0.75 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (23)$$

また目的関数は、最終モーメントと費用との非線型関係にもとづいた場合、次式で表わされる。

$$F_c = 6 m_1^{0.483} + 4 m_2^{0.483} \quad \dots\dots\dots (24)$$

図-10に示すように、B点が図解法による最適解を与え、 $m_1 = m_2 = 1.167$ となる。線型関係にもとづいた目的関数も図-10に示しているが、この例では同一の解を与えている。線型計画法による解は、次のシンプレックス・タブローによって示される。

0	1	-1	-0.167	0.333	0.167	
1	1	-2	0.167	0.167	-0.333	
1	1	-1.5	0.167	0.167	0.833	
1	0	-0.75	0.333	-0.167	0.416	
2	④	-7	0	1	0	
4	2	-7	1	0	0	
1	0	0	0.333	-0.167	1.166	$= m_1$
0	1	0	-0.167	0.333	1.166	$= m_2$
6	4	0	1.333	0.333	11.667	$= F_c$

上表より M_1 および M_2 は 116.7 Kip-ft (16.0 ton-m) となる。したがって付記の断面諸値表から最適断面は、図-11のように求められる。

門形のような一層のラーメンでは、大きな曲げモーメントと同時に比較的小さい軸力が作用する。こうした場合、柱断面に対する非対称の配筋が通常は最も経済的となる。断面が引張破壊によって決まり、鉄筋を片側あるいは両側に曲げの中立軸に対して平行に配置し、いずれの側でもすべての鉄筋を、曲げの中立軸から大体同じ距離に配置する場合には、断面の最終強度はACI 標準の示す式によって計算できる。しかし、この例では直接解を試みる。圧縮力 $P = 2.5 \text{ Kip} (1.1 \text{ ton})$ (左側柱)、 $P =$

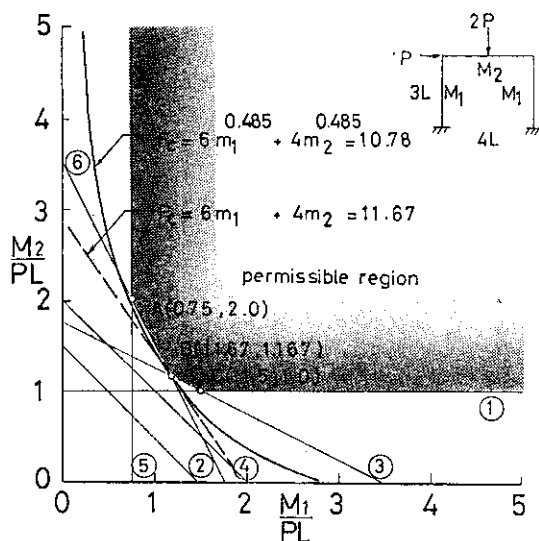


FIG. 10.-Graphical solution for simple frame
図-10 単純ラーメンの図解法

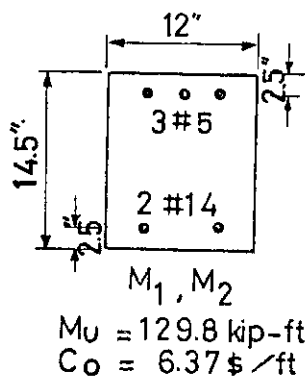


FIG. 11.-Optimum section for simple frame
図-11 単純ラーメンの最適断面

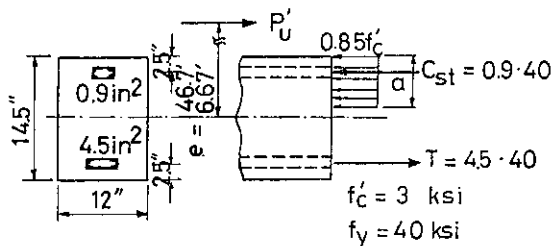


FIG. 12.-Equilibrium of forces for columns of simple frame
図-12 単純ラーメン柱断面の力のつり合い

17.5Kip (8.0ton) (右側柱) および曲げモーメント $M = 116.7 \text{ Kip-ft}$ (16.0ton-m) を受ける断面の平衡は、図-12に示すとおりである。外力と内力の平衡から、次式が求まる。引張鉄筋の重心についてモーメントをとると、

$$\begin{pmatrix} 98.05 \\ 18.09 \end{pmatrix} P'_n = 30.6(14.5 - a/2)a + 342 \dots (25)$$

また内外の軸力のつり合いを考慮して、

$$P'_n = 30.6a - 144 \dots (26)$$

(25), (26)式から

$$a = 4.84 \text{ in (12.0cm)} \text{ 左側柱}$$

$$\text{および } a = 5.62 \text{ in (14.0cm)} \text{ 右側柱}$$

したがって、左側柱に対して

$$P_{tr} = 2.9 \text{ Kip (1.3ton)} >$$

$$P = 2.5 \text{ Kip (1.1ton)} \text{ O.K}$$

$$M_U = 135.4 \text{ Kip-ft (19.0ton-m)} >$$

$$M = 116.7 \text{ Kip-ft (16.0ton-m)} \text{ O.K}$$

右側柱に対して

$$P_{tr} = 19.6 \text{ Kip (9.0ton)} >$$

$$P = 17.5 \text{ Kip (8.0ton)} \text{ O.K}$$

$$M_U = 131.0 \text{ Kip-ft (18.0ton-m)} >$$

$$M = 116.7 \text{ Kip-ft (16.0ton-m)} \text{ O.K}$$

以上の検算から、図-11の最適断面は、柱の軸力を考慮した場合も設計上十分である。軸力のためにより大きい容量が必要であれば、付記に示されている断面諸値表から、より大きい断面を選ぶこととなる。しかし、一般には最終的に引張破壊を起こすよう設計された曲げ部材では、軸圧縮力の存在は、モーメント容量を増加する。

(2) 1層2スパン・ラーメン

変数が3個の例として、図-13に示す1層2スパン・

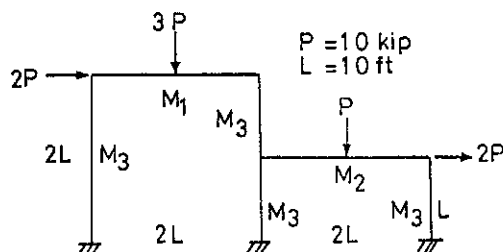


FIG. 13.-2-bay frame : design example

図-13 2スパン・ラーメン：設計例

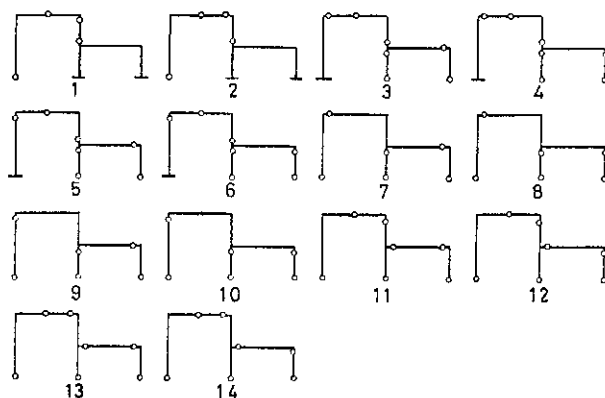


FIG. 14.-Collapse mechanisms of 2-bay frame

図-14 2スパン・ラーメンの崩壊機構

ラーメンを扱う。基本崩壊機構は、通常最終結果を与えないので、この例ではそれらを除きそれらの組合わせ機構のみを考慮する。したがって問題のラーメンに対する線型制限は、図-14に示す崩壊機構にもとづいて、次の不等式によって表わされる。

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 \\ 5 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 6 \\ 1 & 2 & 7 \\ 1 & 0 & 9 \\ 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \\ 2 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 6 \\ 4 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{pmatrix} \geq \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 8 \\ 8 \\ 4 \\ 4 \\ 9 \\ 9 \\ 9 \\ 9 \end{pmatrix} \quad (27)$$

最終モーメントと費用との線型関係にもとづいた場合、目的関数は次式によって表わされる。

$$F_c = 2m_1 + 2m_2 + 4m_3 \quad (28)$$

ここに $m_j = M_j / PL$, $j=1, 2, 3$, したがってシンプレックス・タブローは、次の形になる。

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 6 & -7 \\ 5 & 0 & 3 & -7 \\ 3 & 1 & 4 & -5 \\ 3 & 0 & 5 & -5 \\ 2 & 1 & 5 & -5 \\ 2 & 0 & 6 & -5 \\ 1 & 2 & 7 & -8 \\ 1 & 0 & 9 & -8 \\ 1 & 0 & 4 & -4 \\ 0 & 0 & 5 & -4 \\ 2 & 2 & 5 & -9 \\ 2 & 1 & 6 & -9 \\ 4 & 2 & 3 & -9 \\ 4 & 1 & 4 & -9 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 2 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

この場合の最適解は、 $M_1=108(15.0)$, $M_2=120(17.0)$, $M_3=53.8\text{Kip-ft}(7.0\text{ton-m})$ となる。また設計条件を単純ラーメンの場合と同様とし、軸力の影響を無視すればこの例に対する最適断面は、図-15に示すように求まるが、前に示したように、軸力の影響をも考慮することができる。

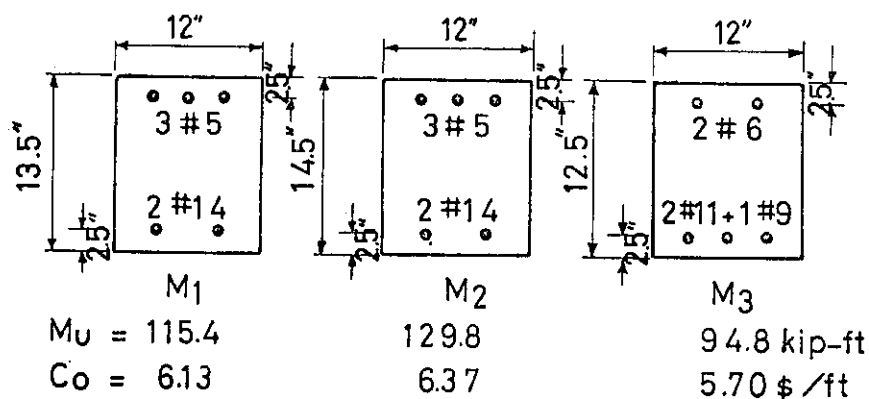


FIG. 15.-Optimum sections for 2-bay frame

図-15 2スパン・ラーメンの最適断面

むすび

ここに述べた鉄筋コンクリート構造の最適設計法は、主として最終曲げ強度に着目し構造物全体の塑性挙動の平衡条件を制限式として最適解を得ているが、制限式としてさらに最終せん断強度、付着・定着およびその他の設計に影響を与える要素を付加することができると思われる。この場合、付加的要素をすべて包含した費用関数を求めなければならないのはもちろんである。

したがって、本方法による最適解は、最も経済的な設

計の方向を示す指標として利用することができ、実際の設計においては得られた最適設計を実状に応じて補正するのが妥当であり、また最適解が最終設計にどの程度近いかわかることができる。また単鉄筋・複鉄筋矩形およびT形断面を有する鉄筋コンクリート部材について、最終モーメント・費用関係を示す一般式およびいくつかの図を示したが、このモーメント・費用関係は、構造物全体の塑性挙動を考慮しない通常の部材断面の最終強度設計においても、経済比較を目的として簡単に利用できる。

最適化の手法としてここでは線型計画のシンプレックス法を用いたが、傾斜投影法、動的計画法などを応用して、鉄筋コンクリート構造物に対するより一般的な最適設計法の開発が望まれる。

本論文は、科学技術庁の在外研究員としての筆者の研究¹⁾をもとにしたものである。本研究の遂行を支援して下さい科学技術庁、北海道開発庁、北海道開発局、同土木試験所および直接御指導いただいた C. Berwanger 教授に深甚なる謝意を表する。

参 考 文 献

1. Albouy, J., Bonnet, A. and Leray, J., "Automatic Design of Highway Bridges by Electronic Computer", Computer Application in Concrete Design and Technology, ACI Publication SP-16, 1967, pp. 97-108.
2. Anderheggen, E. and Thürlimann, B., "Optimum Design Using Linear Programming", Publication of International Association of Bridge and Structural Engineering, vol. 26, 1966, pp. 555-571.
3. Baker, J. F., Horne, M. R. and Heyman, J., "The Steel Skeleton", vol. II, Cambridge Univ. Press, New York, 1956.
4. Bigelow, R. H. and Gaylord, E. H., "Minimum Weight of Plastically Designed Steel Frames", University of Illinois, Engineering Experiment Station-Bulletin 485, 1966.
5. Brothie, J. F., "Direct Design of Framed Structures", Journal of Structural Division, ASCE, vol. 90, No. ST6, Dec., 1964, Part 1, Paper 4182, pp. 243-257.
6. "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI318-63)", American Concrete Institute, Detroit, 1963.
7. "Construction Pricing and Scheduling Manual", F. W. Dodge Company, New York, 1968.
8. Ficken, F. A., "The Simplex Method of Linear Programming", Holt, Rinehart and Winston, 1961.
9. Foulkes, J., "Minimum Weight Design and the Theory of Plastic Collapse", Quarterly Applied Mathematics, vol. 10, 1953, pp. 347-358.
10. Foulkes, J., "Minimum Weight Design of structural Frames", Proceedings of Royal Society of London, Series A, vol. 223, 1954, pp. 482-494.
11. Fujii, T., "Application of Minimum Weight Design Technique to Reinforced Concrete", report presented to Univ. of Ottawa, at Ottawa, Ont., Canada, in 1969, in partial fulfilment of the requirements for the degree of Master of Applied Science.
12. Garvin, W. W., "Introduction to Linear Programming", McGraw Hill, New York, 1960.
13. Heyman, J., "Plastic Design of Beams and Plane Frames for Minimum Material Consumption", Quarterly of Applied Mathematics, vol. 8, 1951, pp. 378-381.
14. Hill, L. A. Jr., "Automated Optimum Cost Design of Building Girders", Computer Applications in Concrete Design and Technology, ACI Publication, SP-16, 1967, pp. 121-137.
15. Hodge, P. G. Jr., "Plastic Analysis of Structures", McGraw Hill, New York, 1959.
16. Livesley, R. K., "The Automatic Design of Structural Frames", Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, vol. 9, 1956, pp. 257-278.
17. Megarefs, G. J. and Hodge, P. G. Jr., "Method for Plastic Design of Frames", Journal of Structural Division, ASCE, vol. 89, No. ST1, Feb., 1963, Part 1, Paper 3421, pp. 197-214.
18. Norman, D. G., "Economic Aspects in the Design of Some Reinforced Concrete Structural Members", Journal of ACI, vol. 61, No. 4, Apr., 1964, pp. 419-440.
19. Prager, W., "Minimum-weight Design of a Portal Frame", Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 82, No. EM4, Oct., 1956, Paper 1073, pp. 1-10.
20. "Reinforced Concrete Design Handbook", SP-3, American Concrete Institute, Detroit, 1965.
21. Rozvany, G. I. N. and Hampson, A. J. K., "Optimum Design of Prestressed Plates", Journal of ACI, vol. 60, No. 8, Aug., 1963, pp. 1065-1082.
22. Rozvany, G. I. N., "Rational Approach to Plate Design", Journal of ACI, vol. 63, No. 10, Oct., 1966, pp. 1077-1094.
23. Sawyer, H. A., "Economy and Concrete Beams",

*University of Ottawa, Dept. of Civil Engrg., Ottawa, Canada

Journal of ACI, vol. 23, No. 9, May, 1952, pp. 773-784.

24. Toakley, A. R., "Optimum Design Using Available Sections", Journal of Structural Division, ASCE, vol. 94, No. ST5, May, 1968, Paper 5960, pp. 1219-1241.
25. Traum, E., "Economical Design of Reinforced Concrete Slabs Using Ultimate Strength Theory", Journal of ACI, vol. 50, No. 6, June, 1963, pp. 763-774.
26. "Ultimate Strength Design Handbook", American Concrete Institute, Detroit, 1964.
27. Vargo, L. G., "Nonlinear Minimum Weight Design of Planar Structures", Journal of the Aeronautical Sciences, vol. 23, No. 10, Oct., 1956, pp. 956-960.
28. Winter, G., et al, "Design of Concrete Structures", McGraw Hill, New York, 1964.

付記 1.-記号

本稿においては、次の記号が用いられた。

A = coefficient;
 $A_f = 0.85(b-b')t \cdot f'_c/f_y$;
 A_s = area of tension reinforcement(sq in);
 A'_s = area of compression reinforcement (sq in);
 a = depth of equivalent rectangular stress block;
 a_{ij} = coefficient;
 B = coefficient;
 b = width of compression face of member(in);
 b' = width of web in T-section(in);
 C, CG, CH, CI = coefficient;
 C_c = unit cost of concrete(\$ per cub yd);
 C_{fb} = unit cost of formwork for beam (\$ per sq ft);
 C_{fs} = unit cost of formwork for slab (\$ per sq ft);
 C_o = cost per unit length of member (\$ per ft);
 C_s = unit cost of reinforcement(\$ per ton);
 D, DG, DH, DI = coefficient;
 d = distance from extreme compression fiber to centroid of tension rein-

forcement (in);

d' = distance from extreme compression fiber to centroid of compression reinforcement(in);

E, EG, EH, EI = coefficient;

F_c = cost equation;

e = eccentricity of axial load;

f'_c = compressive strength of concrete (lb per sq in);

f_y = yield strength of reinforcement (lb per sq in);

G_L = weight or cost per unit length of member(lb per ft);

G_{Li} = weight or cost per unit length of i -th member;

I_{jj} = identity matrix;

L = length of member;

L_i = length of i -th member;

M = bending moment;

M_i = plastic moment of i -th member;

M_j = ultimate moment as variables, $j=1,2, \dots$;

M_p = plastic moment;

M_U = ultimate resisting moment(kip-ft);

$m_j = M_j/PL, j=1, 2, \dots$;

$P = (p-p'), (p_w-p_f)$ or external force;

$PR = p'/p$;

P'_{UV} = axial load capacity;

$P_U = \phi P'_U$;

$p = A_s/bd$;

$p' = A'_s/bd$;

$p_f = A_f/b'd$;

$p_w = A_s/b'd$;

r_t = residual;

s = distance between centroid of tension reinforcement and tension face of concrete(in);

s' = distance between centroid of compression reinforcement and compression face of concrete(in);

t = thickness of flange in T-section (in);

W = weight or cost;

w_j = coefficient; and

ϕ = capacity reduction factor, 0.90 for flexure.

付記Ⅱ-最適断面の諸値表

SINGLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS							
$f_y = 40 \text{ ksi}, f'_c = 3 \text{ ksi}$							
d	3.00	4.00	5.00	6.00	6.00	7.00	7.00
p%	1.80	2.10	2.00	1.80	2.40	2.00	2.50
A _s	0.65	1.01	1.20	1.30	1.73	1.68	2.10
s	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50
M _U	5.01	10.10	15.17	20.02	25.23	29.73	35.43
C _O	2.33	2.71	3.00	3.26	3.45	3.64	3.38
d	8.00	8.00	9.00	9.00	10.00	10.00	11.00
p%	2.10	2.40	2.30	2.60	2.20	2.40	2.40
A _s	2.02	2.30	2.48	2.81	2.64	2.64	3.17
s	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50
M _U	40.39	44.86	54.93	60.31	65.49	70.09	84.81
C _O	4.00	4.13	4.42	4.57	4.71	4.81	5.15
d	11.00	12.00	13.00	14.00	16.00	17.00	20.00
p%	2.60	2.70	2.30	2.70	2.50	2.60	2.40
A _s	3.43	3.89	3.59	4.54	4.80	5.30	5.76
s	2.50	2.50	2.50	2.50	3.50	3.50	3.50
M _U	90.09	110.24	114.61	150.05	185.09	215.18	280.35
C _O	5.27	5.69	5.77	6.40	7.15	7.59	8.43
d	22.00	22.00	23.00	25.00	28.00	30.00	-
p%	2.50	2.60	2.70	2.60	2.70	2.60	-
A _s	6.60	6.86	7.45	7.80	9.07	9.36	-
s	3.50	3.50	3.50	3.50	3.50	3.50	-
M _U	349.93	360.37	404.97	465.35	600.19	670.10	-
C _O	9.23	9.35	9.82	10.40	11.61	12.16	-

DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS							
$f_y = 40 \text{ ksi}, f'_c = 3 \text{ ksi}, p'/p = 0.2$							
d	10.00	11.00	11.00	12.00	15.00	20.00	22.00
p%	2.70	2.40	2.70	2.50	2.50	2.60	2.70
A _s	4.05	3.96	4.45	4.50	5.65	7.80	8.91
A _{s'}	0.81	0.79	0.89	0.90	1.12	1.56	1.78
s	2.50	2.50	2.50	2.50	3.50	3.50	3.50
s'	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50
M _U	94.78	105.00	115.35	129.76	204.86	379.72	474.77
C _O	5.70	5.87	6.13	6.37	7.82	10.05	11.07
d	23.00	24.00	25.00	-	-	-	-
p%	2.70	2.60	2.70	-	-	-	-
A _s	9.31	9.36	10.12	-	-	-	-
A _{s'}	1.86	1.87	2.02	-	-	-	-
s	3.50	3.50	4.50	-	-	-	-
s'	2.50	2.50	2.50	-	-	-	-
M _U	519.55	549.61	615.15	-	-	-	-
C _O	11.50	11.73	12.57	-	-	-	-

DOUBLY REINFORCED RECTANGULAR SECTIONS							
$f_y = 40 \text{ ksi}, f'_c = 3 \text{ ksi}, p'/p = 0.4$							
d	10.00	12.00	13.00	14.00	15.00	15.00	16.00
p%	2.70	2.20	2.30	2.40	2.50	2.60	2.50
A _s	5.40	5.28	5.98	6.72	7.50	7.80	8.00
A _{s'}	2.16	2.11	2.39	2.69	3.00	3.12	3.20
s	3.50	3.50	3.50	3.50	3.50	3.50	3.50
s'	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50
M _U	125.15	154.50	189.96	230.11	275.17	284.52	314.69
C _O	7.13	7.47	8.13	8.80	9.50	9.69	110.03
d	16.00	17.00	18.00	19.00	23.00	24.00	26.00
p%	2.60	2.40	2.60	2.70	2.50	2.70	2.50
A _s	8.32	8.16	9.36	10.26	11.50	12.96	13.00
A _{s'}	3.33	3.26	3.74	4.10	4.60	5.18	5.20
s	3.50	3.50	3.50	4.50	4.50	4.50	4.50
s'	2.50	2.50	2.50	2.50	2.50	3.50	3.50
M _U	325.39	344.54	415.33	479.51	665.37	759.77	839.75
C _O	10.23	10.34	11.31	12.30	13.92	15.05	15.50
d	28.00	-	-	-	-	-	-
p%	2.70	-	-	-	-	-	-
A _s	15.12	-	-	-	-	-	-
A _{s'}	6.05	-	-	-	-	-	-
s	6.00	-	-	-	-	-	-
s'	3.50	-	-	-	-	-	-
M _U	1044.72	-	-	-	-	-	-
C _O	17.57	-	-	-	-	-	-

T-SECTIONS							
$f_y = 40 \text{ ksi}, f'_c = 3 \text{ ksi}, t = 3 \text{ in}$							
d	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	11.00	12.00
p%	0.60	1.10	1.80	2.00	2.20	2.00	2.10
A _s	9.90	10.50	11.34	11.58	11.82	11.82	12.20
s	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50
M _U	254.67	270.26	289.71	294.76	299.58	335.04	380.05
C _O	12.24	12.51	12.89	13.00	13.11	13.32	13.70
d	12.00	13.00	13.00	13.00	14.00	16.00	16.00
p%	2.40	1.90	2.40	2.80	2.60	2.00	2.60
A _s	12.64	12.14	12.92	13.55	13.55	13.02	14.17
s	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	6.00
M _U	390.10	415.03	435.16	449.54	490.18	554.65	589.94
C _O	13.89	13.89	14.24	14.52	14.73	14.91	15.75
d	16.00	19.00	19.00	20.00	21.00	21.00	22.00
p%	2.70	2.10	2.40	2.40	2.60	2.70	2.50
A _s	14.36	13.97	14.65	14.94	15.73	15.98	15.78
s	6.00	4.50	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00
M _U	595.31	709.78	734.97	789.84	865.38	874.64	914.50
C _O	15.83	15.97	16.60	16.94	17.50	17.62	17.74
d	22.00	22.00	22.00	23.00	24.00	25.00	27.00
p%	2.60	2.70	2.80	2.50	2.30	2.40	2.60
A _s	16.04	16.31	16.57	16.08	15.80	16.38	17.60
s	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00
M _U	924.93	935.09	944.98	974.58	1010.29	1085.24	1245.05
C _O	17.85	17.97	18.09	18.08	18.08	18.64	19.61
d	27.00	27.00	28.00	29.00	30.00	-	-
p%	2.70	2.80	2.70	2.50	2.60	-	-
A _s	17.93	18.25	18.25	17.88	18.54	-	-
s	6.00	6.00	6.00	6.00	6.00	-	-
M _U	1260.35	1275.24	1330.00	1365.39	1454.99	-	-
C _O	19.76	19.90	20.11	20.16	20.67	-	-

T-SECTIONS							
$f_y = 40 \text{ ksi}, f'_c = 3 \text{ ksi}, t = 6 \text{ in}$							
d	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00
p%	0.30	0.60	1.00	1.70	1.80	1.90	2.00
A _s	37.44	38.16	39.12	40.80	41.04	41.28	41.52
s	10.50	10.50	10.50	10.50	10.50	10.50	10.50
M _U	1914.90	1955.04	2005.39	2084.78	2095.21	2105.42	2115.40
C _O	33.40	33.72	34.15	34.91	35.01	35.12	35.23
d	20.00	20.00	21.00	21.00	21.00	22.00	22.00
p%	2.10	2.20	1.60	2.00	2.70	1.70	1.90
A _s	41.76	42.00	40.75	41.76	43.52	41.21	41.74
s	10.50	10.50	10.50	10.50	10.50	10.50	10.50
M _U	2125.16	2134.69	2204.92	2250.44	2320.48	2349.63	2374.61
C _O	35.34	35.44	35.10	35.55	36.34	35.51	35.75
d	22.00	23.00	24.00	25.00	25.00	26.00	26.00
p%	2.20	2.20	2.50	2.50	2.80	2.10	2.80
A _s	42.53	42.79	43.92	44.22	45.12	43.27	45.46
s	10.50	10.50	10.50	10.50	10.50	10.50	10.50
M _U	2410.02	2549.65	2729.80	2875.39	2914.75	2960.30	3064.99
C _O	36.10	36.43	37.15	37.50	37.90	37.28	38.26
d	27.00	28.00	28.00	29.00	29.00	29.00	29.00
p%	2.40	2.00	2.80	2.10	2.20	2.30	2.60
A _s	44.50	43.44	46.13	44.03	44.38	44.72	45.77
s	10.50	10.50	10.50	10.50	10.50	10.50	10.50
M _U	3154.77	3229.66	3370.19	3394.92	3414.95	3434.51	3490.33
C _O	38.04	37.78	38.99	38.26	38.41	38.57	39.04
d	29.00	30.00	30.00	30.00	-	-	-
p%	2.80	2.30	2.40	2.50	-	-	-
A _s	46.46	45.00	45.36	45.72	-	-	-
s	10.50	10.50	10.50	10.50	-	-	-
M _U	3525.15	3584.68	3605.10	3625.01	-	-	-
C _O	39.35	38.90	39.07	39.23	-	-	-

(昭和44年12月受理)