

軟弱地盤の地震応答に関する2, 3の考察

井 藤 昭 夫*

目 次

1. まえがき.....	69
2. 表面層の剛性率が直線的に変化する多層地盤の振動.....	69
2-1. 表面層が一層の場合の非減衰強制振動.....	70
2-2. 表面層が多層で粘着性減衰のある場合の振動.....	71
3. 水平方向に半無限に広がる表面層の振動.....	72
3-1. 非減衰強制振動.....	73
3-2. 減衰強制振動.....	73
4. 表面層内の基礎グイの減衰強制振動.....	75
5. あとがき.....	79

1. まえがき

われわれが地盤の地震動を説明するのに通常地震波のP波(粗密波), S波(ねじれ波)による反射, 屈折理論を用いる。最もこの理論のみでは十分とはいえないまでも工学上最も適しているといわれている。

この理論によると地表面での水平振動は主としてS波による重複反射現象により起こるものとする。(上下振動にはP波を用いる。)

そこで橋梁の地震動に対して問題となるのは特にその水平応答であるため、この理論を適用し、変位、速度、加速度応答を求めることが考えられる。

地震学上、遠距離において起きた地震は地殻の不連続面で反射、屈折を繰り返すと説明されている。

地震波の進行路については地震波も光線の場合のように「フェルマの原理」が適用される。

一般に地震波の速度は表面に近いほど小さいから図-1に示すように地表面での地震波はほぼ鉛直下の方向からくることになる。

したがって「フェルマの原理」により地表面付近では地震波の入射角が 0° 、すなわち地震波が不連続面(大気中、または水中)に直角する場合であり、この場合には入射波と同種の反射、屈折波だけができることになる。

またこの理論によると硬いほうの媒質(硬い地盤)か

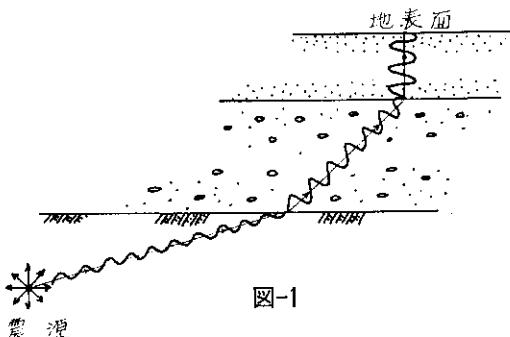


図-1

ら柔らかいほうの媒質(表面層など軟弱地盤)に屈折してゆく波の振幅は入射波の振幅よりも大きくなる。

したがって軟弱地盤上の構造物は硬い地盤上でのものより地震動による変位が大きくなることが予想される。実際泥炭性など軟弱地盤上での構造物が地震動により特に変位が大きく観測、体験されるのはこのような理由によるものと思われる。

本文ではこのS波による重複反射理論をもとに各種の考察を行なったものであり、最後に基本グイの地震応答を求め地表面での変位の増幅率を計算した。

2. 表面層の剛性率が直線的に変化する多層地盤の振動

われわれは通常地盤の水平地震応答を計算するのに、地表面にS波が鉛直に入射する場合を扱う。

*構造研究室副室長

すなわち、地表面付近で地震波の進路は地表面に鉛直に近いから P 波では上下動、 S 波では水平動が優勢であるため多層地盤の水平応答には S 波による重複反射理論が用いられる。

この理論の仮定として多層地盤の各層の中における密度および剛性率一定であり、地盤は各層とも平行で水平方向に無限の広がりがあるとする。

このような仮定が現実に妥当する地盤に対しては有効であると思われるが、密度、剛性率が各層の中において変化している場合の理論はあまりみられない。

ここでは S 波が地表面の鉛直に入射する場合について扱うが、ただ剛性率が各層の中において直線的に変化する場合の水平応答の理論計算を行なう。

2-1. 表面層が一層の場合の非減衰強制振動

これは特に軟弱地盤のように土圧などにより地表面より剛性率が増加していく場合を想定した。

まず簡単な例として表面層が一層であり図-1のような場合を考える。

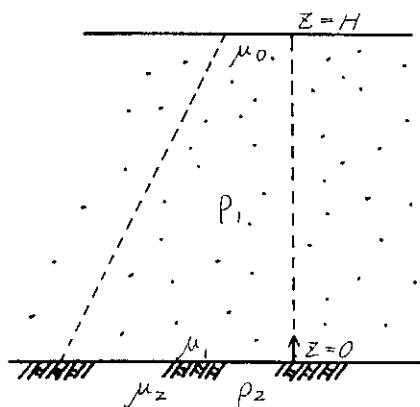


図-2

密度を ρ 、剛性率を μ とすると、弾性波理論によれば表面層および下層の水平振動変位 $U_1(z, t)$ 、 $U_2(z, t)$ は次式で表わされる。

$$\rho_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} = \mu_1 \left(1 - \epsilon z \right) \frac{\partial^2 U_1}{\partial z^2}, \text{ただし } \epsilon = \frac{1}{H} \left(1 - \frac{\mu_0}{\mu_1} \right) \dots (1)$$

$$\rho_2 \frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2} = \mu_2 \frac{\partial^2 U_2}{\partial z^2} \dots (2)$$

(1)式を解くために $1 - \epsilon z = v$ とおくと、(1)式は

$$\rho_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} = \mu_1 \epsilon v^2 \frac{\partial^2 U_1}{\partial z^2} \dots (3)$$

(3)式に $U_1 = F(v) e^{i p t}$ とおいて代入すると $F(v)$ に関する変数係数の微分方程式を得る。ここに t, p は各々時間、入射波の振動数である。

$$\frac{d^2 F(v)}{dv^2} + \frac{a}{v} F(v) = 0 \quad \text{ただし } a = \frac{\rho_1 p^2}{\mu \epsilon^2} \dots (4)$$

(4)式は次の Bessel の微分方程式で $\alpha = \frac{1}{2}$ 、 $\gamma = \frac{1}{2}$ 、 v

= 1 とおいた場合である。

$$F''(v) + \frac{1-2\alpha}{v} F'(v) + \left[\left(\beta r v^{\gamma-1} \right)^2 + \frac{\alpha^2 - n^2 \gamma^2}{v^2} \right] F(v) = 0 \dots (5)$$

(5)式の解は $F(v) = v^\alpha J_n(\beta v^\gamma)$ であるから(4)式の解は次式のようになる。

$$F(v) = C_1 \sqrt{v} J_1(2\sqrt{av}) - C_2 \sqrt{v} N_1(2\sqrt{av}), \quad C_1, C_2 \text{ は境界条件により定まる定数である。} \dots (6)$$

したがって、(1)式の U_1 は次式となる。

$$U_1(z, t) = \sqrt{1-\epsilon z} \left[C_1 J_1 \left\{ 2\sqrt{a(1-\epsilon z)} \right\} + C_2 N_1 \left\{ 2\sqrt{a(1-\epsilon z)} \right\} \right] e^{ipz} \dots (7)$$

なお J_v 、 N_v はそれぞれ v 次の第 1、第 2 種の Bessel 関数を表わす。

そこで波動の反射理論により、表面層中の水平変位を計算する。

今、下層より入射波を U_2 、反射波を \bar{U}_2 すれば

$$U_2 = A_o e^{i(pz-f_2 z)}, \quad \bar{U}_2 = A e^{i(pt+f_2 z)} \dots (8)$$

(8)式で A_o 、 A はそれぞれ入射、反射波の振幅、 $f_2 = \frac{2\pi}{L_2} = \frac{2\pi}{V_2 T}$ である。ここに L_2 、 V_2 、 T はそれぞれ下層での入射波の波長、 S 波の速度、 S 波の周期である。

境界条件として、下層と表面層との境界は完全に密着しているとすると、

$$z = 0 : U_1 = U_2 + \bar{U}_2 \dots (9)$$

$$\mu_1 \frac{\partial U_1}{\partial z} = \mu_2 \frac{\partial (U_2 + \bar{U}_2)}{\partial z} \dots (10)$$

$$z = H : \mu_0 \frac{\partial U_1}{\partial z} = 0 \dots (11)$$

(9)式より

$$C_1 J_1(2\sqrt{a}) + C_2 N_1(2\sqrt{a}) = A_o + A \dots (12)$$

(10)式より

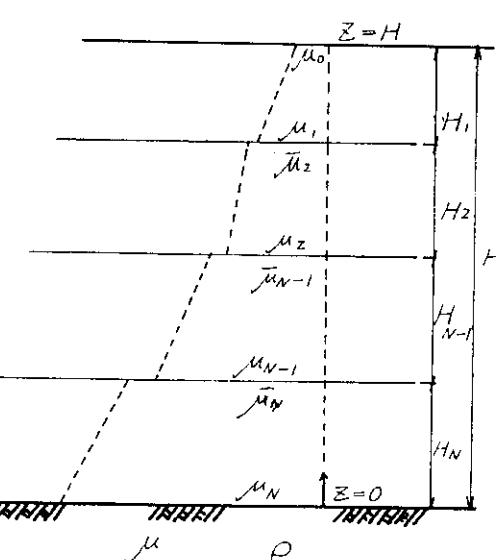


図-3

$$\mu \cdot f_2 i(A_o - A) = e \sqrt{a} \{ C_1 J_o(2\sqrt{a}) + C_2 N_o(2\sqrt{a}) \} \dots \dots \dots \quad (13)$$

(11)式より

$$C_1 J_o\{2\sqrt{a(1-\epsilon H)}\} + C_2 N_o\{2\sqrt{a(1-\epsilon H)}\} = 0. \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

$2\sqrt{a} = Z_o$, $2\sqrt{a(1-\epsilon H)} = Z_H$ とおければ(12), (13)式より

$$2 A_o = -\frac{\epsilon \sqrt{a} \mu_1 i}{\mu_2 f_2} \left\{ J_o(Z_o) - \frac{J_o(Z_H) N_o(Z_o)}{N_o(Z_H)} \right\} C_1 + \left\{ J_1(Z_o) - \frac{J_o(Z_H) N_1(Z_o)}{N_o(Z_H)} \right\} C_2 \dots \quad (15)$$

したがって(14), (15)式より C_1 , C_2 は定まる。

$$C_1 = \frac{2 A_o}{\varphi_1 \left(1 + \frac{K^2 \varphi_2^2}{\varphi_1^2} \right)}, \quad C_2 = - \frac{2 A_o}{\varphi_1 \left(1 + \frac{K^2 \varphi_2^2}{\varphi_1^2} \right)} + \frac{J_o(Z_H)}{N_o(Z_H)}. \quad (16)$$

(10式で) $K = \frac{\rho_1 V_1}{\rho_2 V_2}$, $\varphi_1 = J_1(Z_0) - \frac{J_o(Z_H)N_1(Z_0)}{N_o(Z_H)}$, $\varphi_2 = J_o(Z_0) - \frac{J_o(Z_H)N_0(Z_0)}{N_o(Z_H)}$, である。

ゆえに $U_1(Z, t)$ は、 $2\sqrt{a(1-\epsilon Z)} = Zz$ と書けば、次式となる。

$$U_1(Z_1, t) = 2A_0 \sqrt{\frac{1-\epsilon Z}{\varphi_1^2 + K^2 \varphi_2^2}} \left\{ J_1(Z_Z) - \frac{J_0(Z_Z)}{N_0(Z_Z)} N_1(Z_Z) \right\} \cos(pt + \theta), \text{ ここで } \tan\theta = \frac{K\varphi_2}{\varphi_1} \text{ である。} \dots \quad (17)$$

2-2. 表面層が多層で粘着性減衰のある場合の振動

一般に2-1で述べたように入射波は1個のsin波ではなく数個のsin波の合成されたものと考え、かつ表面層が多層であるとする

今、入射波の数を n 、表面層の数を N とし、 r 番目の層での密度、上、下層の剛性率、減衰係数、水平変位をそれぞれ ρ_r 、 $\bar{\mu}_r$ 、 μ_r 、 ξ_r 、 U_r とすれば r 番目の層での振動方程式は次式となる。

$$\rho_r \frac{\partial^2 U_r}{\partial t^2} = \left\{ \mu_r (1 - \epsilon_r Z) + \xi_r \frac{\partial}{\partial t} \right\} \frac{\alpha^2 U_r}{\partial Z^2}, \quad \text{ただし } \epsilon_r = \frac{1}{H_r} \left(1 - \frac{\mu_r}{\mu_t} \right) \text{である。} \quad (18)$$

(18)式の解を $U_r(z) = \sum_n F_{n,r}(z) e^{ip_n t}$ と表わす。なお P_n は n 番目の入射波の振動数である。……………(19)

(19)式を(18)式に代入すると、

$$\rho_r - \sum_n p_n^2 F_{n,r}(z) e^{ip_n t} = \mu_r(1 - \varepsilon_r z) \sum_n \frac{\partial^2 F_{n,r}(z)}{\partial z^2} e^{ip_n t} + i \xi_r \sum_n p_n \frac{\partial^2 F_{n,r}(z)}{\partial z^2} e^{ip_n t} \dots \quad (20)$$

$r = 1, 2, 3, \dots, N$

$n = 1, 2, 3, \dots$

(20)式より

$$F_{n,r}(z) = D_{n,r}(z) \sqrt{1 - \varepsilon_r z} [C_{n,2N-1} J_1\{2\sqrt{D_{n,r}(z)} a_{n,r}(1 - \varepsilon_r z)\} + C_{n,2N} N_1\{2\sqrt{D_{n,r}(z)} a_{n,r}(1 - \varepsilon_r z)\}] \dots \dots \dots (2)$$

$$(2) \text{式で } D_{n,r}(z) = \sqrt{-\frac{1}{2} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \frac{\xi_n^2 p_n^2}{\mu_r^2 (1 - \epsilon_r z)^2}} \right\}}, \quad a_{n,r} = \frac{\rho_r p_n^2}{\mu_r^2 \xi_r^2}$$

また定数 $C_{n,2N-1}, C_{n,2N}$ は境界条件より求まる。

境界条件； U , \bar{U} をそれぞれ入射反射波とすれば、

$$Z=0 \quad U_N = U + \bar{U}, \quad U = \sum A_n e^{i(pnt - fnz)}, \quad \bar{U} = \sum A_n e^{i(pt + fz)}$$

$$\mu_N \frac{\partial U_N}{\partial Z} = \mu \frac{\partial (U + \bar{U})}{\partial Z}$$

$$Z = H_N \quad U_N = U_{N-1}$$

$$\bar{\mu}_N \frac{\partial U_N}{\partial Z} = \mu_{N-1} \frac{\partial U_{N-1}}{\partial Z}$$

$$Z = H \quad \mu_0 \frac{\partial U_1}{\partial Z} = 0$$

(2) 式より

$$\sum_n F_{n,N}(o) e^{ipn} = \sum_n D_{n,N}(o) [C_{n,2N-1} J_1(2\sqrt{D_{n,N}(o)} a_{n,N}) + C_{n,2N} N_0 \{2\sqrt{D_{n,N}(o)} a_{n,N}\}] e^{ipn} = \sum_n (A_{nN} e^{ipn} + \bar{A}_{nN} e^{-ipn})$$

$$\mu_{N,N} \sum_n \sqrt{D_{n,N}(o) a_{n,N}} [C_{n,2N-1} J_1(2\sqrt{D_{n,N}(o)} a_{n,N}) + C_{n,2N} N_0 \{2\sqrt{D_{n,N}(o)} a_{n,N}\}] e^{ipn} = \mu_N \sum_n f_n(\bar{A}_o - A_o) e^{ipn}$$

$$\sum_n D_{n,N}(H_N) \sqrt{1 - \epsilon_N H_N} [C_{n,2N-1} J_1(2\sqrt{D_{n,N}(H_N)} a_{n,N}) + C_{n,2N} N_0 \{2\sqrt{D_{n,N}(H_N)} a_{n,N}\}] e^{ipn} = \sum_n D_{n,N-1}(H_{N-1}) \sqrt{1 - \epsilon_{N-1} H_{N-1}} [C_{n,2N-3} J_1(2\sqrt{D_{n,N-1}(H_{N-1})} a_{n,N-1}) + C_{n,2N-2} N_0 \{2\sqrt{D_{n,N-1}(H_{N-1})} a_{n,N-1}\}] e^{ipn}$$

$$= \sum_n D_{n,N-1}(H_{N-1}) \sqrt{1 - \epsilon_{N-1} H_{N-1}} [C_{n,2N-3} J_1(2\sqrt{D_{n,N-1}(H_{N-1})} a_{n,N-1}) + C_{n,2N-2} N_0 \{2\sqrt{D_{n,N-1}(H_{N-1})} a_{n,N-1}\}] e^{ipn}$$

$$= \mu_{N-1} \sum_n \sqrt{D_{n,N-1}(H_N) a_{n,N-1}} (1 - \epsilon_N H_N) [C_{n,2N-3} J_1(2\sqrt{D_{n,N-1}(H_N)} a_{n,N-1}) + C_{n,2N-2} N_0 \{2\sqrt{D_{n,N-1}(H_N)} a_{n,N-1}\}] e^{ipn}$$

$$\sum_n [C_{n,1} J_1(2\sqrt{D_{n,1}} (H) a_{n,1}) (1 - \epsilon_1 H)] + C_{n,2} N_1 \{2\sqrt{D_{n,1}} (H) a_{n,1} (1 - \epsilon_1 H)\} = 0$$

したがって、上式より入射波の個数 n が定まり地盤の層数 N が定まるとき定数 $C_{n,2N-1}, C_{n,2N-3}, \dots, C_{n,3}, C_{n,2N-2}, \dots, C_{n,2}$ が定ることになる。

(数値計算・算例)

表面層が 2 層で剛性率がおのおの直線的に変化する場合と一定の場合について比較した。
なお減衰力は無視した。

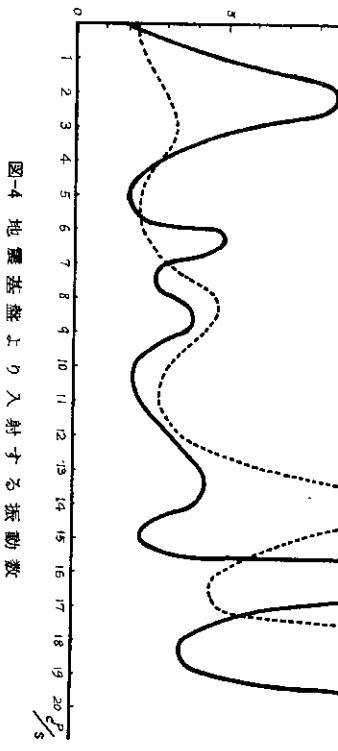
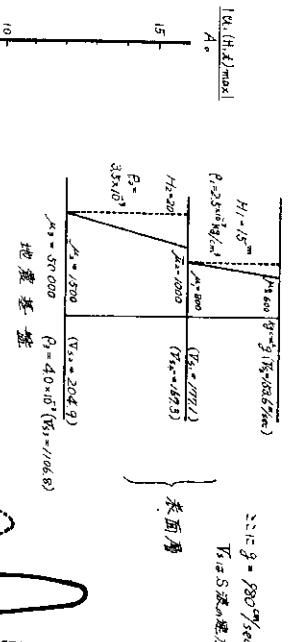


図-4 地震基盤より入射する振動数

3. 水平方向に半無限に広がる表面層の振動

今までには表面層が水平方向に無限に広がる場合の振動であつたが、図-5に示すような半無限の表面層の振動について考える。

このような境界条件のもとでは $x = \infty$ において入射波および応答変位は 0 と仮定し、 $x = 0$ 付近の応答に対して考察するものである。

なお表面層の ρ , μ を一定, 表面層の厚さを H , S 波の速度を表面層, 基盤で V_1 , V_2 とする.

3-1. 非減衰強制振動

表面層を半無限の 1 本の棒と考え各点において変位 $v_i(x_i)$ が強制される振動について考える。

変位 U_0 を強制される棒の振動の微分方程式は次式で与えられる

境界条件; $x = 0$ で $U = 0$, また $x = \infty$ で $U = \frac{\partial U}{\partial x} = 0$

x が0から ∞ の間について論ずるのであるからFourier sin, cos 変換を利用する方が便利であるので、(3.1) の両辺をFourier sin 変換する。

今、 $U(x,t)$ のFourier sin 変換を $U_s(w,t)$ とすれば

$$\text{したがって, } \int_0^\infty \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \sin wx dx = \left| \frac{\partial U}{\partial x} \sin w x \right|_0^\infty - w \int_0^\infty \frac{\partial U}{\partial x} \cos wx dx = -w^2$$

$$\int_0^\infty U \sin w dx = -w^2 \sqrt{\frac{\pi}{2}} U_s(w, t) \int_0^\infty \sin w dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\partial^2 U_s(w, t)}{\partial t^2}$$

$$\therefore \frac{\partial^2 U_s(w, t)}{\partial t^2} + w^2 V_1^2 U_s(w, t) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \frac{\partial^2 U_0(x, t)}{\partial t^2} \sin w dx \quad \dots \dots \dots (3.3)$$

$$\therefore U_s(w,t) = A \sin w V_1 t + B \cos w V_1 t - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w V_1} \int_0^{\infty} \frac{\partial^2 U_0(x,t)}{\partial t^2} \sin w x dx \int_0^t \sin w V_1(t-\tau) d\tau \dots \dots \dots (3.4)$$

$$(3.4) \text{ で } t = 0, \ U_s(w, t) = 0, \ \frac{\partial U_s(w, t)}{\partial t} = 0 \quad \therefore A = B = 0$$

$$\therefore U(x,t) = -\frac{2}{\pi V_1} \int_0^{\infty} \left[\frac{1}{w} \int_0^{\infty} \frac{\partial^2 U_0(x,t)}{\partial t^2} \sin w x dx \int_0^t \sin w V_1(t-\tau) d\tau \right] \sin w x dx \quad \dots \dots \dots (3.5)$$

ゆえに(3. 5)式により外力としての $\frac{\partial^2 U_0}{\partial t^2}(x, t)$ を与えることにより相対変位を求めることができる。

この $U(x, t)$ を基盤に作用させ後述する $U(x, t)$ を求める。

$$\int_0^\infty \frac{\partial^2 U_0(x,t)}{\partial t^2} \sin wx dx = -A_0 p^2 \int_0^\infty e^{-\mu x} \sin wx dx = -A_0 p^2 \frac{w}{\mu^2 + w^2} \cos pt \dots \quad (3.6)$$

(3. 6)式を(3. 5)式に代入すると、

$$U(x,t) = \frac{2A_0 p^2}{\pi V_1} \int_0^t \left\{ \cos p\tau \int_0^\infty \frac{\sin w V_1(t-\tau) \sin wx}{w^2 + u^2} dw \right\} d\tau \dots \dots \dots \quad (3.7)$$

(3.7)式で w に関する積分は複素積分として求められる。

$$\int_0^\infty \frac{\sin \omega V_1(t-\tau) \sin \omega x}{\omega^2 - \mu^2} = -\frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{\cos \omega \{V_1(t-\tau) + x\} - \cos \omega \{V_1(t-\tau) - x\}}{\omega^2 + \mu^2} dw \dots \dots \dots (3.7)$$

(3. 7)式で $x = \infty$

$$\int_0^\infty \frac{e^{iW\{V_1(t-\tau)+x\}}}{(w-\mu i)(w+\mu i)} dw = \pi i \lim_{z \rightarrow \mu i} \frac{(z-\mu i)e^{iz\{V_1(t-\tau)+x\}}}{(z+\mu i)(z-\mu i)} = \frac{\pi}{2\mu} e^{-\mu\{V_1(t-\tau)+x\}} \quad (3.8)$$

ゆえに $U(x, t)$ は

$$\therefore U(x,t) = -\frac{A_0 e^{-\mu x}}{2 \left\{ 1 + \left(\frac{\mu V_1}{p} \right)^2 \right\}} \left(\cos p t + \frac{p}{\mu V_1} \sin p t - e^{-\mu V_1 t} \right) \dots \dots \dots \quad (3.9)$$

3-2. 減衰強制振動

表層を減衰係数 δ を持つ粘弾性体とすれば、変位 $U_1(x, t)$ を強制される振動の微分方程式は次式となる。ここでも 3-1 と同様に Fourier sin 変換を行なう。境界条件は 3-1 と同様とする。

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = V^2 + 2\zeta \cdot \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U_0}{\partial t^2} \dots \quad (3.10)$$

(3.10)式で減衰に関する項については、

$$2\xi \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \sin wx dx = 2\xi \left| \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial U}{\partial x} \sin wx \right|_0^\infty - 2w\xi \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial U}{\partial x} \cos wx dx = -2w^2\xi$$

$$\int_0^\infty \frac{\partial U}{\partial t} \sin wx dx = -2\sqrt{\frac{\pi}{2}} \xi w^2 \frac{\partial U_s(w, t)}{\partial t}$$

$$\therefore \frac{\partial^2 U_s(w, t)}{\partial t^2} + 2\xi w^2 \frac{\partial U_s(w, t)}{\partial t} + V_1^2 w^2 U_s(w, t) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \frac{\partial^2 U_0(x, t)}{\partial t^2} \sin wx dx \quad \dots \dots \dots (3.11)$$

$$\therefore U_s(w, t) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^t \left\{ \int_0^\infty \frac{\partial^2 U_0(x, t)}{\partial t^2} \sin wx dx \right\} \frac{e^{-\xi w^2(t-\tau)}}{wV_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\xi}{V_1}\right)^2 w^2}}$$

$$\times \sin wV_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\xi}{V_1}\right)^2 w^2(t-\tau)} d\tau \quad \dots \dots \dots (3.12)$$

$$\therefore U(w, t) = -\frac{2}{\pi V_1} \int_0^\infty \left[\int_0^t \left\{ \int_0^\infty \frac{\partial^2 U_0(x, t)}{\partial t^2} \sin wx dx \right\} \frac{e^{-\xi w^2(t-\tau)}}{w \sqrt{1 - \left(\frac{\xi}{V_1}\right)^2 w^2}} \right.$$

$$\left. \sin wV_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\xi}{V_1}\right)^2 w^2} \right] \sin wxdw \quad \dots \dots \dots (3.13)$$

3-1と同様に $U_0(x, t) = A_0 e^{-\mu x} \cos pt$ とすれば、(3.13)式は、

$$U(x, t) = \frac{2A_0 p^2}{\pi V_1} \int_0^t \left\{ \cos pt \int_0^\infty \frac{e^{-\xi w^2(t-\tau)}}{(w^2 + \mu^2) \sqrt{1 - \left(\frac{\xi}{V_1}\right)^2 w^2}} \right.$$

$$\left. \times \sin wV_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\xi}{V_1}\right)^2 w^2(t-\tau)} \sin wx dw \right\} d\tau \quad \dots \dots \dots (3.14)$$

(3.14)式の w に関する積分は複雑になるため、 $(K/V_1)^2 w^2 \approx 0$ とすれば、結局次式となる。

$$U(x, t) = \frac{2A_0 p}{\pi V_1} \int_0^t \left\{ \cos pt \int_0^\infty \frac{e^{-\xi w^2(t-\tau)}}{w^2 + \mu^2} \sin wV_1(t-\tau) \sin wx dw \right\} d\tau \quad \dots \dots \dots (3.15)$$

(3.15)式は(3.8)同様な方法で容易に求められる。

$$U(x, t) = \frac{2A_0 p}{\pi V_1} \int_0^t \left\{ \cos pt \cdot \left(-\frac{\pi i}{2} \right) \lim_{z \rightarrow \mu i} \frac{(z - \mu i) e^{-\xi z^2(t-\tau)} e^{iz(V_1 t - V_1 e + x)}}{(z - \mu i)(z + \mu i)} \right\} d\tau$$

$$= -\frac{2A_0 p^2}{2\mu V_1} e^{-\mu x - \mu(V_1 - \xi\mu)t} \int_0^t e^{\mu(V_1 - \xi\mu)\tau} \cos pt d\tau$$

$$\therefore U(x, t) = -\frac{A_0 e^{-\mu x}}{2} \cdot \frac{(1-h)}{1 + (1-h)^2 \left(\frac{\mu V_1}{p}\right)^2} \left\{ \cos pt + \frac{p}{\mu V_1(1-h)} \sin pt - e^{-\mu V_1(1-h)t} \right\} \quad \dots \dots \dots (3.16)$$

ここで $h = \frac{\xi\mu}{V_1}$ である。

そこでこの $U(x, t)$ を基盤上の強制振動変位とすれば表面層を下端を固定、上端を自由とするセン断の振動の問題となり z 方向の変位 $U(z, t)$ を求めることができる。

したがって境界条件として、 $z = 0, U = 0$ 、また $z = H, \frac{\partial U}{\partial z} = 0$ となる。

この振動の微分方程式は(3.10)式で x を z に変えたものとなる。

$$\frac{\partial^2 U(z, t)}{\partial t^2} = \left(V_1^2 + 2\xi \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^2 U(z, t)}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 U_0(z, t)}{\partial z^2} \quad \frac{\partial^2 U_0(z, t)}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 U_0(x, t)}{\partial x^2} \quad \dots \dots \dots (3.17)$$

この運動における基準座標の運動を $q_n(t)$ と表わし X_n をセン断ハリの正規関数とすれば $U(z, t)$ は、

$$U(z, t) = \sum_n q_n(t) X_n \quad n \text{ は振動次数} \quad \dots \dots \dots (3.18)$$

上記の境界条件を満足する X_n は次式の方程式を満足する。

$$-p_n^2 X_n = V_1^2 \frac{d^2 X_n}{dz^2}, \quad X_n = A \sin \frac{n\pi z}{2H} \quad \dots \dots \dots (3.19)$$

(3.18)式を(3.17)式に代入すれば

$$\sum_n \frac{\partial^2 q_n(t)}{\partial t^2} = V_1^2 \sum_n q_n(t) \frac{\partial^2 X_n}{\partial z^2} - 2\xi \sum_n \frac{\partial q_n(t)}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 X_n}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} \quad (3.20)$$

(3.20)式に X_1, X_2, \dots, X_n をそれぞれ順次両辺に乘じ、 z に関して 0 から H まで積分すると正規関数の直交性を考慮すれば結局次式となる。

$$\frac{\partial^2 q_n(t)}{\partial t^2} + 2\xi p_n^2 \frac{\partial q_n(t)}{\partial t} + p_n^2 q_n(t) = - \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} \frac{\int_0^H X_n dz}{\int_0^H X_n^2 dz} \quad (3.21)$$

ゆえに、

$$U(z, t) = - \sum_n \frac{X_n \int_0^H X_n dz}{\int_0^H X_n^2 dz} \frac{1}{p_n \sqrt{1 - \xi^2 p_n^2}} \int_0^t \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} e^{-\xi p_n^2 (t-\tau)} \sin p_n \sqrt{1 - \xi^2 p_n^2} (t-\tau) d\tau \quad (3.22)$$

したがって $X_n = A \sin \frac{n\pi z}{2H}$, $\frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2}$ に(3.16)式を代入すれば方向の水平変位が求まる。

4. 表面層内の基礎グイの減衰強制振動

地震波により振動する表面層の中にある基礎グイの応答を考察する。

ここでは地盤の振動により変位が基礎グイに強制される外力として扱うものとする。尚表面層は多層とすると複雑になるため一層とする。

ここでは基礎グイの水平振動について考察するのであるが、その振動性状は基礎グイの断面値 EI および kGA (k は断面形状係数, G はセン断弾性係数) に左右される。したがって $EI \rightarrow \infty$ とすればセン断振動となり, $G \rightarrow \infty$ とすれば曲げ振動となる。

橋脚に関する振動性状を論ずる場合、基礎グイを持つ橋脚については曲げによる変位がセン断による変位より大きいと考えられるため、変位強制される曲げ振動を解析すれば大勢を把握出来るものと考えられる。今地震波による基盤の変位を y_0 、表面層の変位を y_1 、表面層の反力係数を K 、基礎グイの振動による固体粘性係数を ξ とすれば、基礎グイの変位 y は次の振動方程式を満たす。なお表面層、クイの単位質量をそれぞれ \bar{A}_r/g , A_r/g とする。

$$\left(\frac{\bar{A}_r}{g} + \frac{A_r}{g} \right) \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} + 2\xi I \frac{\partial}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} + Ky = - \frac{\bar{A}_r}{g} \cdot \frac{\partial^2 y_0}{\partial t^2} - \frac{\bar{A}_r}{g} \cdot \frac{\partial^2 y_0}{\partial t^2} + K(y_1 - y_0) \quad (3.1)$$

この運動における基準座標の運動を $Q(t)$ とし、正規関数を $Y_n(t)$ とすれば、 y は次式で表わすことが出来る。

$$y(z, t) = y_{1(z)} Q(t) + y_{2(z)} Q'(t) + \dots \quad (3.2)$$

(3.2)を(3.1)に代入すれば、

$$\begin{aligned} \frac{\bar{A}_r}{g} \left(1 + \frac{\bar{A}_r}{A_r} \right) Y_1 \frac{\partial^2 Q_1}{\partial t^2} + Y_2 \frac{\partial^2 Q_2}{\partial t^2} + \dots + EI \left(Q_1 \frac{\partial^4 Y_1}{\partial z^4} + Q_2 \frac{\partial^4 Y_2}{\partial z^4} + \dots \right) + 2\xi I \left(\frac{\partial Q_1}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 Y_1}{\partial z^2} + \frac{\partial Q_2}{\partial t} \cdot \frac{\partial^2 Y_2}{\partial z^2} + \dots \right) \\ + K(Q_1 Y_1 + Q_2 Y_2 + \dots) = - \frac{\bar{A}_r}{g} \frac{\partial^2 y_0}{\partial t^2} - \frac{\bar{A}_r}{g} \frac{\partial^2 y_0}{\partial t^2} + K(y_1 - y_0) \end{aligned} \quad (3.3)$$

一方正規関数 Y_n は次式を満足する。

$$p_n^2 Y_n - \frac{EIg}{A_r} \cdot \frac{\partial^4 Y_n}{\partial z^4} = 0, \quad p_n \text{は } n \text{ 次の固有円振動数である。} \quad (3.4)$$

(3.4)式を(3.3)式に代入し、かつ正規関数の直交性を考慮の上クイ全長にわたって積分すれば、

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 Q_n}{\partial t^2} \int_0^H Y_n^2 dz + \frac{p_n^2 Q_n}{\alpha} \int_0^H Y_n^2 dz + 2\xi p_n^2 \frac{\partial Q_n}{\partial t} \int_0^H Y_n^2 dz + \frac{Kg}{A_r} Q_n \int_0^H Y_n^2 dz \\ = - \left[\frac{\partial^2 y_0}{\partial t^2} - \frac{Kg}{A_r \alpha} (y_1 - y_0) \right] \int_0^H Y_n dz \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\therefore \frac{\partial^2 Q_n}{\partial t^2} + 2 \frac{\xi p_n^2}{\alpha E} \frac{\partial Q_n}{\partial t} + \left(p_n^2 + \frac{Kg}{A_r} \right) Q_n = - \left[\frac{\partial^2 y_0}{\partial t^2} - \frac{Kg}{A_r \alpha} (y_1 - y_0) \right] \int_0^T Y_n dz, \quad \text{ただし } \alpha = 1 + \frac{\bar{A}_r}{A_r} \quad (3.6)$$

$$\therefore Q_n = e^{-\frac{\xi p_n^2}{\alpha E} t} \left\{ C_1 \cos \omega_n \sqrt{1 - \left(\frac{\xi p_n^2}{\alpha E} \right)^2} + C_2 \sin \omega_n \sqrt{1 - \left(\frac{\xi p_n^2}{\alpha E} \right)^2} \right\}$$

$$\begin{aligned} & - \frac{\int_0^T Y_n dz}{\int_0^T Y_n^2 dz} \int_0^t \left[\frac{\partial^2 y_0}{\partial t^2} - \frac{Kg}{A_r \alpha} (y_1 - y_0) \right] e^{-\frac{\xi p_n^2 (t-\tau)}{\alpha E}} \sin \omega_n \sqrt{1 - \left(\frac{\xi p_n^2}{\alpha E} \right)^2} (t-\tau) d\tau \dots \quad (3.7) \\ & \text{ただし } \omega_n^2 = p_n^2 + \frac{Kg}{A_r} \text{ である。} \end{aligned}$$

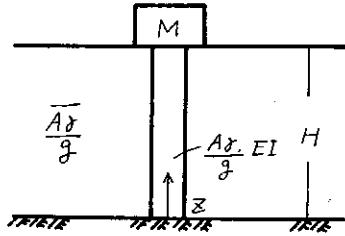


図-6

(3. 7)式で第1項は時間と共に減少する。したがって $y(z, t)$ は(3. 7)式を(3. 2)式に代入すれば、

$$y(z, t) = - \sum_n \frac{Y_n \int Y_n dz}{a_n \sqrt{1 - \left(\frac{\xi p_n^2}{\alpha E}\right)^2} \int_0^H Y_n^2 dz} \int_0^t \left\{ \frac{\partial^2 y_0}{\partial t^2} - \frac{Kg}{A\gamma\alpha} (y_1 - y_0) \right\} e^{-\frac{\xi p_n^2}{\alpha E}(t-\tau)} \sin a_n \sqrt{1 - \left(\frac{\xi p_n^2}{\alpha E}\right)^2} (t-\tau) d\tau \quad (3. 8)$$

(3. 8)式により基礎グイの境界条件および強度変位 y_0, y_1 が定まれば応答 $y(z, t)$ が求まる。

(計算例)

(1) 強制変位 $y_0 = A_0 e^{ip_0 t}, y_1 = F(z) e^{ip_0 t}$, ここに A_0, A は各々地震波の入射, 反射波の振幅,

$$\text{境界条件} \begin{cases} z=0, Y_n=0, \frac{\partial^2 Y_n}{\partial z^2}=0 \\ z=H, \frac{\partial Y_n}{\partial z}=0, \frac{\partial^3 Y_n}{\partial z^3}=-\frac{MP^2}{EI} Y_n, \text{として } \int_0^H Y_n dz, \int_0^H Y_n^2 dz \end{cases}$$

計算する。

正規関係は(3. 4)式より得られる。

$$Y_n(z) = C_1(\cos \beta_n z + \cosh \beta_n z) + C_2(\cos \beta_n z - \cosh \beta_n z) + C_3(\sin \beta_n z + \sinh \beta_n z) + C_4(\sin \beta_n z - \sinh \beta_n z) \quad (3. 9)$$

(3. 9)式に上記の境界条件を入れると $Y_n(z)$ は次式となる。

$$Y_n(z) = (\cosh \beta_n H + \mu \sinh \beta_n H) \sin \beta_n z + (\cos \beta_n H - \mu \sin \beta_n H) \sinh \beta_n z \quad (3. 10)$$

(3. 10)式で μ は, $\mu_n = \frac{MP^2}{\beta_n^2 EI} = \frac{MP^2 H^3}{\lambda_n^2 EI}$ である。ただし $\lambda_n = \beta_n H, P$ は作用する振動の円振動数である。

$$\therefore \int_0^H Y_n(z) dz = \frac{H}{\lambda_n} (\cosh \lambda_n + \mu \sinh \lambda_n) (1 - \cos \lambda_n) - \frac{H}{\lambda_n} (\cos \lambda_n - \mu \sin \lambda_n) (1 - \cosh \lambda_n) \quad (3. 11)$$

一方 $\int_0^H Y_n^2(z) dz$ は次式より境界条件のみから求められる。

$$4\beta_n^4 \int_0^H Y_n^2(z) dz = \left| 3Y_n \frac{d^3 Y_n}{\partial z^3} + \beta_n^4 z Y_n^2 - 2z \frac{\partial Y_n}{\partial z} \cdot \frac{\partial^3 Y_n}{\partial z^3} - \frac{\partial Y_n}{\partial z} \cdot \frac{\partial^2 Y_n}{\partial z^2} + z \left(\frac{\partial^2 Y_n}{\partial z^2} \right)^2 \right|_0^H \quad (3. 12)$$

$$\therefore 4\beta_n^4 \int_0^H Y_n^2(z) dz = -3\mu \frac{\lambda_n^3}{H^3} Y_n^2(H) + \frac{\lambda_n^4}{H^3} Y_n^2(H) + H \left(\frac{\partial^2 Y_n}{\partial z^2} \right)_H^2$$

$$\therefore \int_0^H Y_n^2(z) dz = \frac{H}{4} \cos^2 h \lambda_n \left\{ \left(1 + \cos 2 \lambda_n \right) \left(1 - \frac{3\mu_n}{\lambda_n} \right) + \left(1 + \mu \tanh \lambda_n \right) \sin \lambda_n - \left(\cos \lambda_n - \mu \sin \lambda_n \right) \tanh \lambda_n \right. \\ \left. - \left(\cos \lambda_n - \mu \sin \lambda_n \right) \tanh \lambda_n \right\} \quad (3. 13)$$

したがって (3. 10), (3. 11), (3. 13)式より z に関する項を $S_n(z)$ とすれば、

$$S_n(z) = \frac{4}{\lambda_n} \cdot \frac{(\cos \lambda_n - \mu \sin \lambda_n)(1 - \operatorname{sech} \lambda_n) + (1 - \cos \lambda_n)(1 + \mu \tanh \lambda_n)}{\left(1 + \cos 2 \lambda_n \right) \left(1 - \frac{3\mu_n}{\lambda_n} \right) + \left\{ \left(1 + \mu \tanh \lambda_n \right) \sin \lambda_n - \cos \lambda_n - \left(\cos \lambda_n - \mu \sin \lambda_n \right) \tanh \lambda_n \right\}^2} \\ \cdot \left\{ \left(1 + \mu \tanh \lambda_n \right) \sin \beta_n z + \left(\cos \lambda_n - \mu \sin \lambda_n \right) \operatorname{sech} \lambda_n \cdot \sinh \beta_n z \right\} \quad (3. 14)$$

一方(3. 8)式の τ に関する積分を $T_n(z, t)$ とすれば、

$$T_n(z, t) = \int_0^t \left\{ \frac{\partial^2 y_0}{\partial t^2} - \frac{Kg}{A\gamma\alpha} (y_1 - y_0) \right\} e^{-\frac{\xi p_n^2}{\alpha E}(t-\tau)} \sin a_n \sqrt{1 - \left(\frac{\xi p_n^2}{\alpha E}\right)^2} (t-\tau) d\tau, \\ \text{ここで } a_n = \frac{\lambda_n^2}{2\pi H^2} \sqrt{\frac{EIg}{Ar}} \sqrt{1 + \frac{KH^4}{EI\lambda_n^4}} \text{ (c/s)} \quad (3. 15)$$

$y_0 = A_0 e^{ip_0 t} = A_0 \cos(pt + \theta_0), y_1 = F(z) e^{ip_0 t} = f(z) \cos(pt + \theta_0)$ としてこれらを (3. 15)式に代入すれば次式となる。

$$T_n(z, t) = -P^2 \left[A_0 - \frac{Kg}{P^2 A\gamma\alpha} \{ A_0 - f(z) \} \right] \int_0^t z^{-h_n p_n(t-\tau)} \cos(pt + \theta_0) \sin p_n d(t-\tau) d\tau \\ \text{ここで } h_n = \frac{\xi p_n}{\alpha E}, p_{nd} = a_n \sqrt{1 - h_n^2} \text{ である。} \quad (3. 16)$$

$$T_n(z, t) = -\frac{P^2}{2p_{nd}} \left[A_0 - \frac{Kg}{P^2 A\gamma\alpha} \{ A_0 - f(z) \} \right] \cdot \frac{h_n p_n}{h_n^2 p_n^2 + (p_{nd} - p)^2} \left[\sin p t - e^{-h_n p_n t} \sin p_n d t \right. \\ \left. + \frac{p_{nd} - p}{h_n p_n} (\cos p t - e^{-h_n p_n t} \cos p_n d t) - \frac{h_n^2 p_n^2 + (p_{nd} - p)^2}{h_n^2 p_n^2 + (p_{nd} + p)^2} \left(\sin p t + e^{-h_n p_n t} \sin p_n d t \right) \right. \\ \left. - \frac{p_{nd} + p}{h_n p_n} (\cos p t - e^{-h_n p_n t} \cos p_n d t) \right] \quad (3. 17)$$

$$T_n(z, t) = -\left(\frac{pp_n}{p_{nd}^2}\right)^2 \frac{\left[A_0 - \frac{Kg}{P^2 A \gamma \alpha} \{A_0 - f(z)\}\right] \sqrt{\left(1 - \frac{P^2}{P_n^2}\right)^2 + \left(\frac{2h_n p}{p_n}\right)^2}}{\left\{\left(1 - \frac{P}{p_{nd}}\right)^2 + \left(\frac{h_n p_n}{p_{nd}}\right)^2\right\} \left\{\left(1 + \frac{P}{p_{nd}}\right)^2 + \left(\frac{h_n p_n}{p_{nd}}\right)^2\right\}} \\ \times \left[\cos(pt + \theta_0 + \theta_1) - \left(\frac{p_n}{p_{nd}}\right) \frac{e}{\sqrt{\left(1 - \frac{p^2}{p_n^2}\right)^2 + \left(\frac{2h_n p}{p_n}\right)^2}} \cdot \cos(p_{nd}t + \theta_0 + \theta_2) \right] \quad \dots \dots \dots (3.18)$$

(3.18)式で θ_0 は地表層の条件および地震波の性状により定まる常数である。

又 θ_1, θ_2 は次式で表わされる。

$$\tan \theta_1 = 2h \frac{\left(\frac{p}{p_n}\right)}{1 - \left(\frac{p}{p_n}\right)^2}, \quad \tan \theta_2 = \left(\frac{p_n}{p_{nd}}\right) \frac{1 + \left(\frac{p}{p_n}\right)^2}{1 - \left(\frac{p}{p_n}\right)^2} \quad \dots \dots \dots (3.19)$$

したがって(3.14), (3.18)式を(3.8)式に代入すれば $y(z, t)$ が求まる。

$$\therefore y(z, t) = \sum_n S_n(z) T_n(z, t) \quad \dots \dots \dots (3.20)$$

なお $\beta_n H = \lambda_n$ は次の振動方程式より求まる。

$$\mu_n = \frac{2 \cos \lambda_n \cdot \cosh \lambda_n}{\sin \lambda_n \cdot \cosh \lambda_n - \cos \lambda_n \cdot \sinh \lambda_n} \quad \dots \dots \dots (3.21)$$

今地震波の振動数を p , 基盤および地表層の密度, S 波の速度をそれぞれ ρ_2, ρ_1, V_2, V_1 とすれば, $z=0$ および $z=H$ の振幅を $A_0, f(H)$ とし, 位相を θ_0 とすれば,

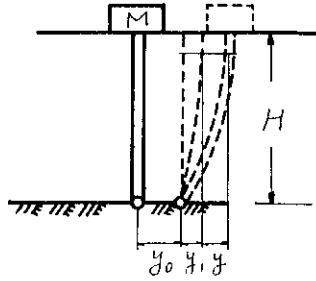


図-7

$$f(H) = \frac{2 A_0}{\sqrt{\cos^2 \frac{p}{V_1} H + \left(\frac{V_1 \rho_1}{V_2 \rho_2}\right)^2 \sin^2 \frac{p}{V_1} H}}, \quad \theta_0 = -\tan^{-1} \frac{\left(\frac{V_1 \rho_1}{V_2 \rho_2}\right) \sin \frac{p}{V_1} H}{\cos \frac{p}{V_1} H} \quad \dots \dots \dots (3.22)$$

ここに A_0 は入射波の振幅である。

$z=H$ における絶対最大変位と A_0 との比は(3.20)式より求まるが(3.18)式で第2項目は過渡振動を表わすものであり, これは時間の経過と共に消滅する。したがって

$$\frac{|y(H, t)_{max}|}{A_0} = \frac{1}{A_0} \sum_n S_n(H) \left(\frac{pp_n}{p_{nd}^2} \right)^2 \frac{\left| \left(1 + \frac{Kg}{P^2 A \gamma \alpha}\right) \cos \frac{PH}{V_1} - \frac{2Kg}{P^2 A \gamma \alpha} f(H) \right| \sqrt{\left(1 - \frac{p^2}{p_n^2}\right)^2 + \left(\frac{2h_n p}{p_n}\right)^2}}{\left\{\left(1 - \frac{p}{p_{nd}}\right)^2 + \left(\frac{h_n p_n}{p_{nd}}\right)^2\right\} \left\{\left(1 + \frac{p}{p_{nd}}\right)^2 + \left(\frac{2h_n p_n}{p_{nd}}\right)^2\right\}} \quad \dots \dots \dots (3.23)$$

$$\frac{|y(H, t)_{max}|}{A_0} = \left| \left(1 - \frac{Kg}{P^2 A \gamma \alpha}\right) + \frac{Kg f(H)}{P^2 A \gamma \alpha A_0} \right| \\ \times \sum_n S_n(H) \cdot \frac{\left(\frac{pp_n}{p_{nd}^2}\right)^2 \sqrt{\left(1 - \frac{p^2}{p_n^2}\right)^2 + \left(\frac{2h_n p_n}{p_n}\right)^2}}{\left\{\left(1 - \frac{p}{p_{nd}}\right)^2 + \left(\frac{h_n p_n}{p_{nd}}\right)^2\right\} \left\{\left(1 + \frac{p}{p_{nd}}\right)^2 + \left(\frac{2h_n p_n}{p_{nd}}\right)^2\right\}} \quad \dots \dots \dots (3.24)$$

(数値計算例)

クイ上に載荷重のない場合, すなわち $\mu_n = 0$ とする。クイの断面形状として, $EI = 9.7 \times 10^{10} \text{kg/cm}^2$, Virtual Mass を考慮したクイの単位重量 $A\gamma = 28.80 \text{kg/cm}$, クイの径(鋼管クイ)50.8cm, 地盤反力係数 $K = 2.36 \text{kg/cm}^2$, とした。また $\bar{A}\gamma/A\gamma = 1/2$, $(V_1 \rho_1/V_2 \rho_2)_2 = (1/2)_2$, とし, $V_1 = 250, 500, 750, 1000 \text{m/sec}$ に対する振幅の増幅率を外力の振動

数0, 1, 2, ……9 c/sについて求めた。減衰力については無視した。

なお図-8はクイおよび表面層の深さ $H=30\text{m}$, 図-9は $H=50\text{m}$ について計算したものである。

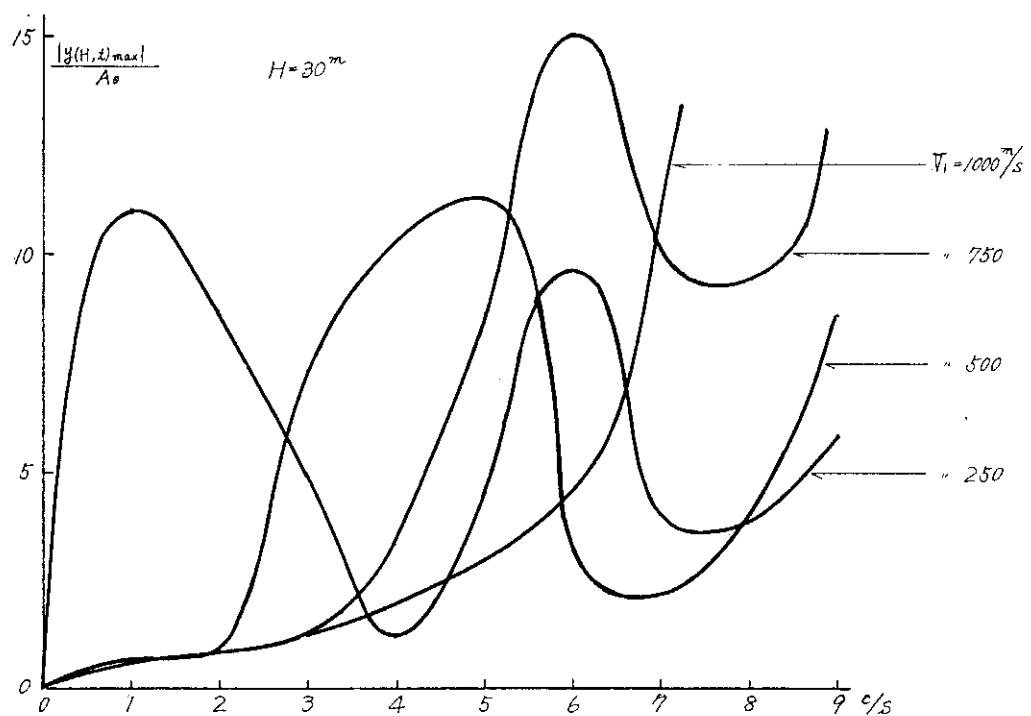


図-8

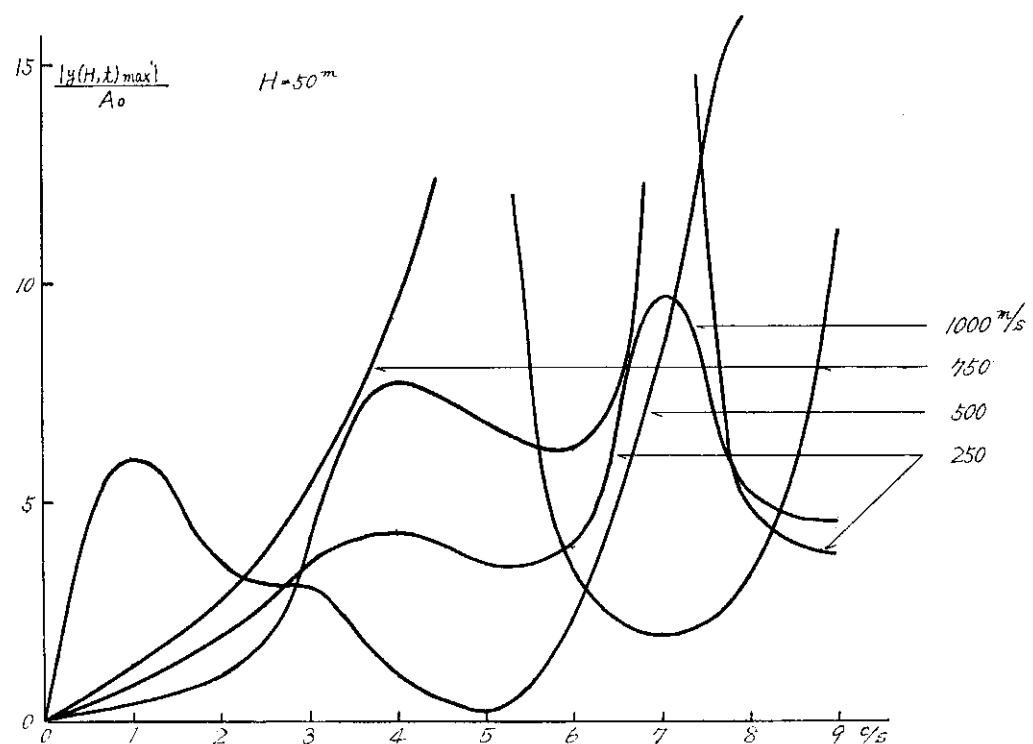


図-9

5. あとがき

本文では S 波の重複反射理論による表面層の地震応答について現在あまり発表されていない事柄を考察した。まず表面層の剛性率がかく表面層で一定ではなく地表より直線的に増加する場合について計算しこれと剛性率が一定の場合につき計算したものと対比すると一例として図-4のようになる。

これより明らかなとうり地表層の剛性率の変化による振幅の増幅率に及ぼす影響が大きく、かつ振動数特性も大きく異なることが見られる。

したがって増幅率を求める場合には剛性率の変化状態を綿密に調査した上算出しなければならないと考えられる。

また地表層中にある基礎グイの地表応答の計算をすると、結局増幅率は一例として図-8,9に見られるようにクイ自身の振動数特性にあまり関係なく主として地表層自身の応答として表われるようである。ただクイの固有

振動数（ここでは第1次固有振動数が約 10.2c/s ）付近の振動数に対しては、もちろん大きく応答するがそれ以外の振動（ここでは固有振動数以外の振動数のみについて考察した）に対して地表層のインピーダンスと深さおよび地震基盤の S 波の速度に左右されることがわかる。

なおここでは考察しなかった表面波の応答に及ぼす影響など今後研究し、これら理論解を確認するため種々の実験を行ない、また減衰係数などの測定をし減衰振動を論ずる予定である。

参考文献

- 金井 清、小堀鐸二、蛭田捨太郎 建築学大系11.
中村左衛門太郎 地震学
日本建築学会、土木学会、土質工学会、地震学会共催
日本地震シンポジウム講演集
(1966)
(昭和44年12月受理)