

2 次流を考慮した 2 次元モデルによる河床変動計算

清水 康行* 西本 直史**

(平成 3 年 10 月 受理)

目 次

1. はじめに	2
2. 基礎式および計算方法	2
2.1 2 次元浅水流方程式	2
2.2 河床変動計算方法	3
(1) 既往の計算方法 ¹⁾	3
1) 河床近傍の流速の算定	3
2) 流下方向の流砂量(s_0 軸方向流砂量)	3
3) 横断方向の流砂量(n 軸方向流砂量)	3
4) 流砂の連続式	3
5) 差分式および計算手順	3
(2) 2 次流を流線上で評価する場合	3
1) 河床近傍の流速の算定	4
2) 流線の曲率半径の算定	5
3) 流線方向の流砂量(s 軸方向流砂量)	6
4) 流線と直交する方向の流砂量(n 軸方向流砂量)	6
5) s - n 系流砂量の s - n 系への変換	6
6) 流砂の連続式	6
7) 差分式および計算手順	6
(i) 流線の曲率半径 r_s	6
(ii) 流線に関する座標 s - n 系の流砂量	7
(iii) 流砂量の変換	7
(iv) 流砂の連続式	7
(v) 河床変動計算の手順	7
(vi) 河床が陸地化した場合の計算方法	8
3. 河床変動計算(再現計算)	8
3.1 計算対象の実験の概要	8
3.2 再現計算	9
(1) 再現計算結果	10
① ケース 1	10
② ケース 2	10
③ ケース 3	13
④ ケース 4	15
(2) 最大洗掘深, 洗掘個所の比較	15
(3) 主流線の曲率変化	16
(4) 河床形状の比較	17

*河川研究室副室長 **財 北海道河川防災研究センター

4. おわりに	18
参考文献	18
巻末資料	19

1. はじめに

従来、河床変動計算といえば1次元河床変動計算を意味し、河床低下の予測やその対策工の評価あるいは大規模な河道掘削などにより河道条件が変化する場合の河床高変化と、これによる影響の予測といった河川計画上重要な目的において多く実施されてきている。

河川における移動床の現象の予測としては、上記の縦断的な予測だけではなく、湾曲部や砂州の局所洗掘、水制の効果といった局所的、かつ2次元の河床変動予測も河川の維持・管理上重要である。治水はもとより、近年では河川環境整備の進捗とともに、河川の維持・管理に対して、より高い精度の予測が求められるようになってきている。

このような必要性に対して、2次元浅水流モデルや3次元流れのモデルによる河床変動予測手法が開発され、その手法の妥当性が検証されてきている¹⁾。なかでも2次元浅水流モデルによる河床変動計算は、現在の計算機性能の水準からみて実用的であり、実河川の河床変動を容易に予測できる手法として期待されるところである。

しかし、主流と2次流の相互作用といった3次元的な現象を水深方法に積分したモデルに取込む必要上、そのモデル化が計算精度に大きく影響する。清水¹⁾によると、2次元浅水流モデルによる河床変動計算は、主に以下の問題を有するとされている。

①蛇行河川における深掘れ位置の平面形状に対する位相差が、必ずしも正確に再現されない。

②水制などの横断構造物を含む計算において、特に構造物周辺における局所的な再現性が悪い。

そこで、本研究は蛇行水路を対象とし、2次元浅水流モデルを用いた河床変動計算による洗掘深、洗掘位置、全体的な河床形状の予測精度の向上を目的として、特に2次流の評価に着目して実施したものである。

検証の対象は、Colombiniら²⁾の実験結果のうちのひとつであるが、既往の方法および2次流の評価を改良した方法により再現計算を実施するとともに、二重フーリエ解析などによりその河床形状の再現性を考察した。

2. 基礎式および計算方法

2.1 2次元浅水流方程式

図 2-1 に示す座標系において S_0 軸, n 軸方向の運動

方程式は (2-1), (2-2) 式, 連続式は (2-3) 式に示すとおりである¹⁾。

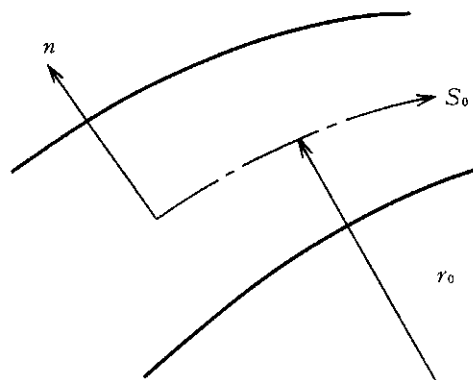


図 2-1 座標系の定義

$$u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} - \frac{\tau_s}{\rho h} + 2 \frac{\partial}{\partial s} \left(\epsilon \frac{\partial u}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(\epsilon \frac{\partial u}{\partial n} \right) \quad (2-1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial v}{\partial n} - \frac{u^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} - \frac{\tau_n}{\rho h} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\epsilon \frac{\partial v}{\partial s} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial n} \left(\epsilon \frac{\partial v}{\partial n} \right) \quad (2-2)$$

$$\frac{\partial(uh)}{\partial s} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rvh)}{\partial n} = 0 \quad (2-3)$$

ここで, s_0 , n は流下方向, 横断方向距離, u , v は s_0 , n 方向の水深平均流速, h は水深, p は圧力, ρ は流体の密度, r は計算格子の半径, r_0 は s_0 軸上の曲率半径で $ds = ds_0 r / r_0$ である。

τ_s , τ_n は, s_0 , n 方向の河床せん断力で (2-4) 式で表わされる。また, ϵ は渦動粘性係数である。

$$\frac{\tau_s}{\rho h} = \frac{C_f}{h} u \sqrt{u^2 + v^2} \quad (2-4a)$$

$$\frac{\tau_n}{\rho h} = \frac{C_f}{h} v \sqrt{u^2 + v^2} \quad (2-4b)$$

上式, C_f に対数型抵抗則を用いると, (2-5) 式のように表わされる。

$$C_f = \frac{1}{(6.0 + 2.5 \ln(h/k_s))^2} \quad (2-5)$$

ここで, k_s は相当粗度である。なお, 本研究では平坦

河床を対象としているので、 $k_s=2.5d^{(3)}$ (d :河床平均粒径)である。

ϵ は渦動粘性係数であり、(2-6)式で表わされる。

$$\epsilon = \frac{\chi}{6} u_* h \quad (2-6)$$

ただし、 χ はカルマン定数 ($=0.4$)、 u_* は摩擦速度である。これら、2次元浅水方程式から u 、 v 、 p を求めるわけであるが、方程式の差分化および計算手順については文献 1) を参照されたい。

2.2 河床変動計算方法

(1) 既往の計算方法¹⁾

1) 河床近傍の流速の算定

前節の2次元浅水方程式から得られる流速 u 、 v は水深方向の平均値であるが、これを用いて流砂量の方向を示す河床近傍の流速を算定する必要がある。

そこで、河床近傍の流速として、Engelund⁴⁾と同様に(2-7)、(2-8)式で算定することとする。

$$u_b = \gamma u \quad (2-7)$$

$$v_b = \gamma v \quad (2-8)$$

ただし、 $\gamma = 3(1-\beta)/(3-\beta)$ 、 $\beta = 3/(\varphi_0 \chi + 1)$ 、 φ_0 は流速係数 ($=u/u_*$) である。

さらに、流路が蛇行流路の場合には、らせん流を考慮する必要がある、らせん流に起因する河床近傍の横断方向の流速成分 v_b' を(2-9)式で与える。

$$v_b' = -N_* \frac{h}{\gamma} u_b \quad (2-9)$$

ただし、 N_* はEngelund⁴⁾と同様に7とする。

2) 流下方向の流砂量 (s_0 軸方向流砂量)

流下方向の流砂量は、(2-10)式で示す Meyer-Peter-Müller⁵⁾ の式を用いる。

$$\frac{q_{bs}}{\sqrt{s_r g d^3}} = 8(\tau_*' - \tau_{*c})^{3/2} \quad (2-10)$$

ただし、 q_{bs} は流下方向の単位幅当たりの流砂量、 s_r は河床材料の水中比重 ($=1.65$)、 d は河床材料の粒径 ($=0.76\text{mm}$)、 τ_* は無次元掃流力、 τ_*' は無次元有効掃流力であり、平坦床 (小規模河床波のない河床) を対象とするため $\tau_*' = \tau_*$ である。 τ_{*c} は無次元限界掃流力であり、岩垣の式⁶⁾によると $d=0.76\text{mm}$ に対し $\tau_{*c}=0.035$ を得る。

3) 横断方向の流砂量 (n 軸方向流砂量)

横断方向の流砂量は、河床横断斜面の効果を考慮した長谷川⁷⁾による(2-11)式で求める。

$$q_{bn} = q_{bs} \left(\frac{v_b + v_b'}{u_b} - \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_R \tau_*}} \frac{\partial z}{\partial n} \right) \quad (2-11)$$

ただし、 q_{bn} は横断方向の単位幅当たりの流砂量 (右岸から左岸へ向かうものを正とする)、 $\mu_s (=0.45)$ および

$\mu_K (=1.0)$ はそれぞれ河床材料の静止および動摩擦係数、 z は河床高である。

4) 流砂の連続式

2次元の流砂の連続式は、(2-12)式で表わされる。

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{\partial q_{bs}}{\partial s} + \frac{\partial q_{bn}}{\partial n} \right) = 0 \quad (2-12)$$

ただし、 t は時間、 λ は河床材料の空隙率 ($=0.4$) である。

5) 差分式および計算手順

流砂量 q_{bs} および q_{bn} の計算点を、図 2-2 に示すよう

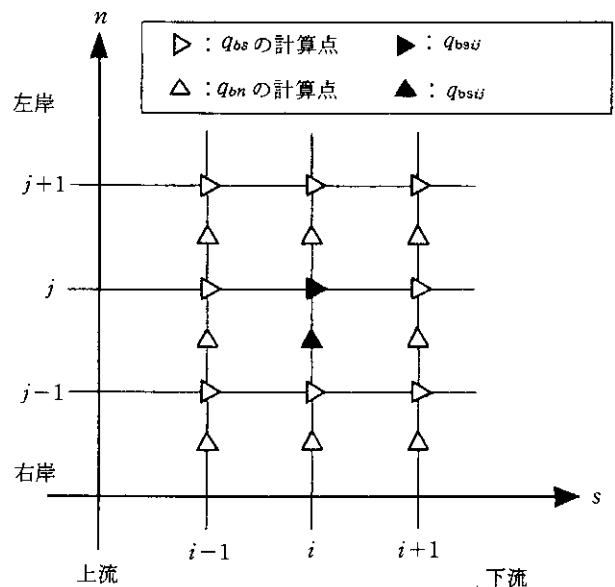


図 2-2 q_{bs} 、 q_{bn} の計算点

に配置する。

流砂の連続式(2-12)式の差分は、 q_{bs} はS軸方向に対して後退差分、 q_{bn} はn軸に対して中央差分、 Δt は時間tに関して前進差分で行うこととし、(2-13)式で与える。

$$\frac{z_{ij}(t+\Delta t) - z_{ij}(t)}{\Delta t} + \frac{1}{1-\lambda} \left[\frac{q_{bsij} - q_{bsi-j}}{\Delta s_{ij}} + \frac{q_{bnij+1} - q_{bnij}}{(\Delta n_{i,j+1} + \Delta n_{ij})/2} \right] = 0 \quad (2-13)$$

河床変動計算の手順は、図 2-3 に示すとおりである。

(2) 2次元流を流線上で評価する場合

図2-4は、(1)で述べた既往の計算方法で実施した計算例であり、初期状態 (河床高が横断方向に変化しない状態) および最終状態 (河床がほぼ平衡に達した状態) での流速ベクトル図である。これらより、初期の流れは流路に沿った一様な流れであるのに対し、最終状態の流れは、河床変動の結果湾曲部外岸で流水の集中を生じるため、流路の形状とは異なった流れとなっていることがわ

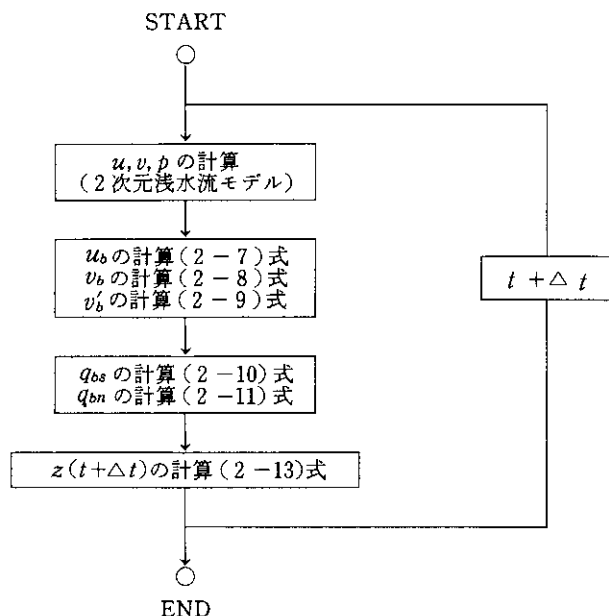


図 2-3 2次元河床変動計算フロー

かる。このような流路と流れの平面形状の違いは、実河川や移動床実験の水深の浅い流れでよく見受けられる。

平面形状の違いは、2次元浅水流方程式(2-1)

～(2-3)式においてすでに考慮されているものであるが、蛇行水路において重要な性質であるらせん流の評価に、この影響は考慮されていないためと考えられる。

すなわち、既往の計算方法ではらせん流に起因する河床近傍の横断方向流速成分 v'_b (2-9式) の算定に際し、 r に流路の曲率半径を用いていたが、流れの平面形状は必ずしもこの曲率半径どおりでないことである。極端な場合を想定すると、例えば、緩やかな湾曲部で流水が直線的に流れ、その後強い水衝部を伴って流向を変えるような場合、らせん流は水衝部直上下流で強く生じ、このらせん流を流路の曲率半径で評価することは困難である。

したがって、本計算方法では流路の曲がりではなく、流水の曲がり(すなわち、流線)に着目してらせん流を評価するとともに、流下方向および横断方向の流砂をそれぞれ主流方向およびこれと直交方向の流砂として評価することとした。

1) 河床近傍の流速の算定

本計算方法では、図2-5に示すように主流方向とこれと直角の方向の流れ(v'_b)を対象とするので、主流方向については、先と同様に(2-14)式で算定することとする。主流方向とこれに直交する方向からなる座標系で定

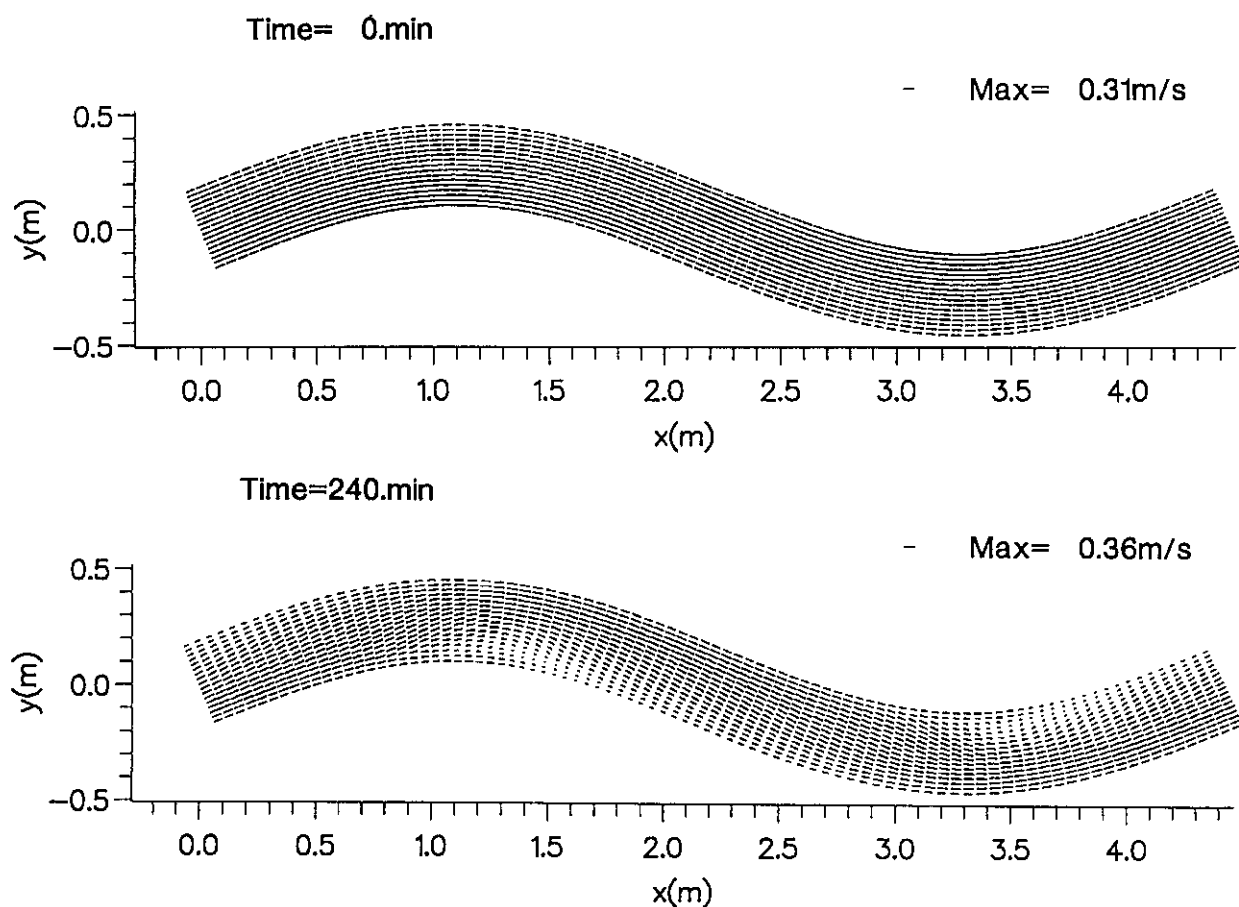


図 2-4 流速分布計算結果(ケース1)

注) u, v は $s-n$ 系における流速である。

$$\frac{1}{r_s} = -\frac{\partial \theta'_s}{\partial \bar{s}} + \frac{1}{r_{so}} \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}} \quad (2-16)'$$

(2-16)' 式右辺第 1 項については、 θ'_s が (2-18) 式のように表現できるため、結局 (2-19) 式で与えられる。

$$\theta'_s = \tan^{-1}\left(\frac{v}{u}\right) = \tan^{-1}(T) \quad (2-18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta'_s}{\partial \bar{s}} &= \frac{\partial \theta'_s}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial \bar{s}} = \frac{\partial}{\partial T} (\tan^{-1}(T)) \frac{\partial T}{\partial \bar{s}} \\ &= \frac{1}{T^2 + 1} \frac{\partial T}{\partial \bar{s}} = \frac{u^2}{u^2 + v^2} \frac{\partial}{\partial \bar{s}} \left(\frac{v}{u} \right) \\ &= \frac{u^2}{u^2 + v^2} \left(\frac{\partial}{\partial \bar{s}} \frac{\partial s}{\partial \bar{s}} + \frac{\partial}{\partial n} \frac{\partial n}{\partial \bar{s}} \right) \left(\frac{v}{u} \right) \\ &= \frac{u^2}{u^2 + v^2} \left\{ \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}} \frac{\partial}{\partial \bar{s}} \left(\frac{v}{u} \right) + \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{v}{u} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{(u^2 + v^2)^{3/2}} \left\{ u \left(u \frac{\partial v}{\partial \bar{s}} - v \frac{\partial u}{\partial \bar{s}} \right) + v \left(u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2-19)$$

したがって、流線の曲率は (2-16)', (2-19) 式により求めることができる。

3) 流線方向の流砂量 ($\bar{s}$ 軸方向流砂量)

本計算は、流線に着目した方法であるので流線方向、すなわち主流方向の流砂量を算定する必要がある。

この流砂量の算定には、Meyer-Peter-Müller⁵⁾ による (2-20) 式を用いることとする。

$$\frac{q_{bs}}{\sqrt{sgd^3}} = 8(\bar{\tau}_* + \tau_{*c})^{3/2} \quad (2-20)$$

ただし、 $\bar{\tau}_* (= \tau_*)$ の算定には主流速を用いる必要がある。

4) 流線と直交する方向の流砂量 ($\hat{n}$ 軸方向流砂量)

本計算は、流線に着目した方法であるので、この方向の底面流速はらせん流によるものだけとなる。したがって、この方向の流砂量は (2-11) 式を修正した (2-21) 式で与えられる。

$$q_{bs} = q_{bs} \left(\frac{\bar{v}_b}{V_b} - \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_R \bar{\tau}_*}} \frac{\partial z}{\partial \hat{n}} \right) \quad (2-21)$$

ここで右辺第 2 項の $2Z/\partial \hat{n}$ は、(2-22) 式で与えられる。

$$\frac{\partial z}{\partial \hat{n}} = \frac{\partial z}{\partial n} \frac{\partial n}{\partial \hat{n}} + \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial \hat{n}} = \frac{\partial z}{\partial n} \left(\frac{u}{V} \right) - \frac{\partial z}{\partial s} \left(\frac{v}{V} \right) \quad (2-22)$$

5) $\bar{s}-\hat{n}$ 系流砂量の $s-n$ 系への変換

河床変動計算は、初期に設定した座標 $s-n$ 系で行われるため、流線方向に関する座標 $\bar{s}-\hat{n}$ 系で求めた流砂量を変換する必要があるが生ずる。

この変換は、(2-23)、(2-24) 式で与えられる。

$$\begin{aligned} s \text{ 軸方向流砂量 } q_{bs} &= q_{bs} \frac{\partial \bar{s}}{\partial s} + q_{b\hat{n}} \frac{\partial \bar{s}}{\partial \hat{n}} \\ &= q_{bs} \frac{u}{V} - q_{b\hat{n}} \frac{v}{V} \end{aligned} \quad (2-23)$$

$$\begin{aligned} n \text{ 軸方向流砂量 } q_{bn} &= q_{bs} \frac{\partial n}{\partial \bar{s}} + q_{b\hat{n}} \frac{\partial n}{\partial \hat{n}} \\ &= q_{bs} \frac{v}{V} - q_{b\hat{n}} \frac{u}{V} \end{aligned} \quad (2-24)$$

これらの流砂量を用いて、河床変動計算を行う。

6) 流砂の連続式

流砂量は 5) 項で述べたように、初期に設定した座標 $s-n$ 系での値に変換されるので、 $s-n$ 系での連続式 (2-12) 式を用いて河床変動計算を行うこととなる。

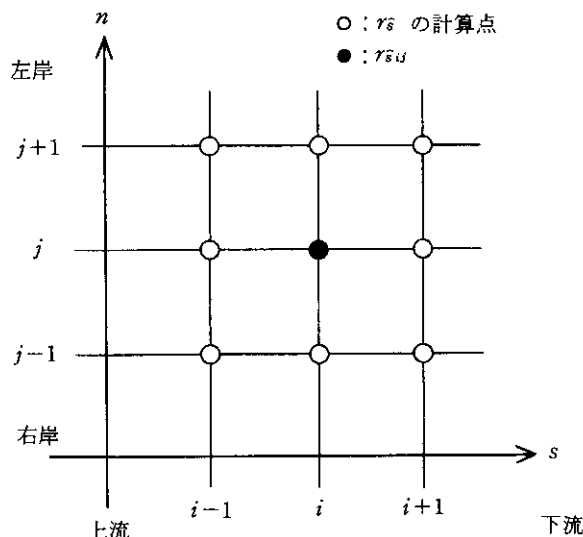


図 2-8 流線の曲率半径の計算点

7) 差分式および計算手順

(i) 流線の曲率半径 r_s

流線の曲率半径 (2-16)', (2-19) 式の計算点を図 2-8 に示すように配置する。

この場合、(2-16)' 式は次のように表わされる。

$$\frac{1}{r_{s,ij}} = -\left(\frac{\partial \theta'_s}{\partial \bar{s}} \right)_{ij} + \frac{1}{r_{so,ij}} \frac{U_{Gij}}{V_{Gij}} \quad (2-25)$$

$$U_{Gij} = (u_{i+1,j} + u_{i,j})/2 \quad (2-26)$$

$$G : \text{grid} \quad v_{Gij} = (v_{i,j+1} + v_{i,j})/2 \quad (2-27)$$

$$V_{Gij} = \sqrt{(u_{Gij})^2 + (v_{Gij})^2} \quad (2-28)$$

ただし、 $r_{so,ij}$ は S 軸の曲率半径である。また、添字 G はグリッド上の値であることを示す。この算定方法および u, v などの計算点については、文献 1) を参照されたい。

(2-25) 式右辺第 1 項を表わす (2-19) 式の各項を、

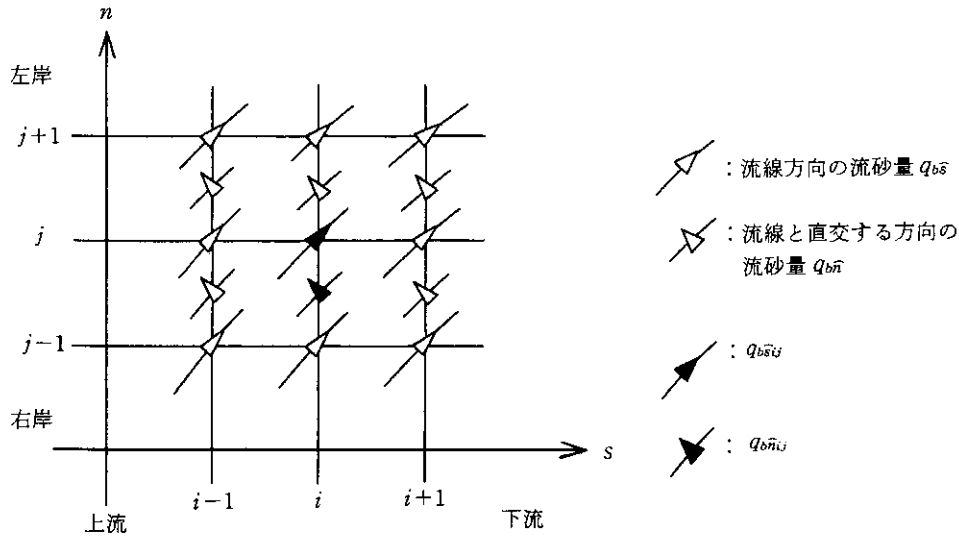


図 2-9 q_{bs} , q_{bn} の計算点

以下に示すように差分化する。

$$\frac{\partial \theta'_s}{\partial s} = \frac{1}{V^3} \left\{ u \left(u \frac{\partial v}{\partial s} - v \frac{\partial u}{\partial s} \right) + v \left(u \frac{\partial v}{\partial n} - v \frac{\partial u}{\partial n} \right) \right\} \quad (2-19) \text{再}$$

① $u \frac{\partial v}{\partial s}$ (風上差分)

$$\left(u \frac{\partial v}{\partial s} \right)_{ij} = u_{Gij} \frac{v_{Gij} - v_{Gij-1}}{\Delta s_{ij}} \quad (u_{Gij} \geq 0) \quad (2-29a)$$

$$\left(u \frac{\partial v}{\partial s} \right)_{ij} = u_{Gij} \frac{v_{Gij+1} - v_{Gij}}{\Delta s_{i+1j}} \quad (u_{Gij} < 0) \quad (2-29b)$$

② $v \frac{\partial u}{\partial s}$ (中央差分)

$$\left(v \frac{\partial u}{\partial s} \right)_{ij} = v_{Gij} \frac{u_{i+1j} - u_{ij}}{(\Delta s_{i+1j} + \Delta s_{ij})/2} \quad (2-30)$$

③ $u \frac{\partial v}{\partial n}$ (中央差分)

$$\left(u \frac{\partial v}{\partial n} \right)_{ij} = u_{Gij} \frac{v_{ij+1} - v_{ij}}{(\Delta n_{ij+1} + \Delta n_{ij})/2} \quad (2-31)$$

④ $v \frac{\partial u}{\partial n}$ (風上差分)

$$\left(v \frac{\partial u}{\partial n} \right)_{ij} = v_{Gij} \frac{u_{Gij} - u_{Gij-1}}{\Delta n_{ij}} \quad (v_{Gij} \geq 0) \quad (2-32a)$$

$$\left(v \frac{\partial u}{\partial n} \right)_{ij} = v_{Gij} \frac{u_{Gij+1} - u_{Gij}}{\Delta n_{i+1j}} \quad (v_{Gij} < 0) \quad (2-32b)$$

(ii) 流線に関する座標 $\bar{s}-\bar{n}$ 系の流砂量

q_{bs} , q_{bn} の計算点は、図 2-9 に示すとおりである。

らせん流による底面流速(2-15)式については、(2-33)式に示す方法で求める。

$$\left(\frac{\bar{v}_b}{\bar{V}_b} \right)_i = -N_* \frac{(h_{ij} + h_{ij-1})/2}{(r\bar{s}_{ij} + r\bar{s}_{ij-1})/2} \quad (2-33)$$

また、流線と直交する方向の河床斜面(2-22)式については、(2-34)式に示す方法で求める。

$$\left(\frac{\partial z}{\partial \bar{n}} \right)_i = \frac{z_{ij} - z_{ij-1}}{\Delta n_{ij}} \cdot \frac{u_{Mij}}{\sqrt{(u_{Mij})^2 + (v_{ij})^2}} - \frac{z'_{i+1j} - z'_{ij}}{\Delta s'_{ij}} \cdot \frac{v_{ij}}{\sqrt{(u_{Mij})^2 + (v_{ij})^2}} \quad (2-34)$$

$$u_{Mij} = (u_{i+1j} + u_{ij} + u_{i+1j-1} + u_{ij-1})/4 \quad (2-35)$$

$$z'_{ij} = (z_{ij} + z_{i-1j} + z_{ij-1} + z_{i-1j-1})/4 \quad (2-36)$$

$$\Delta s'_{ij} = (\Delta s_{i+1j} + \Delta s_{ij} + \Delta s_{i+1j-1} + \Delta s_{ij-1})/4 \quad (2-37)$$

(iii) 流砂量の変換

初期設定の座標 $s-n$ 系における流砂量の計算点は、(1)既往の計算方法の図 2-2 に示したとおりである。

流線に関する座標 $\bar{s}-\bar{n}$ 系からの流砂量の変換(2-23)式、(2-24)式については、それぞれ(2-38)、(2-39)式に示す方法で求める。

$$q_{bsij} = q_{bsij} \cdot \frac{u_{Gij}}{\sqrt{(u_{Gij})^2 + (v_{Gij})^2}} - \frac{q_{bnij+1} + q_{bnij}}{2} \cdot \frac{v_{Gij}}{\sqrt{(u_{Gij})^2 + (v_{Gij})^2}} \quad (2-38)$$

$$q_{bnij} = \frac{q_{bsij} + q_{bsij-1}}{2} \cdot \frac{v_{ij}}{\sqrt{(u_{Mij})^2 + (v_{ij})^2}} + q_{bnij} \cdot \frac{u_{Mij}}{\sqrt{(u_{Mij})^2 + (v_{ij})^2}} \quad (2-39)$$

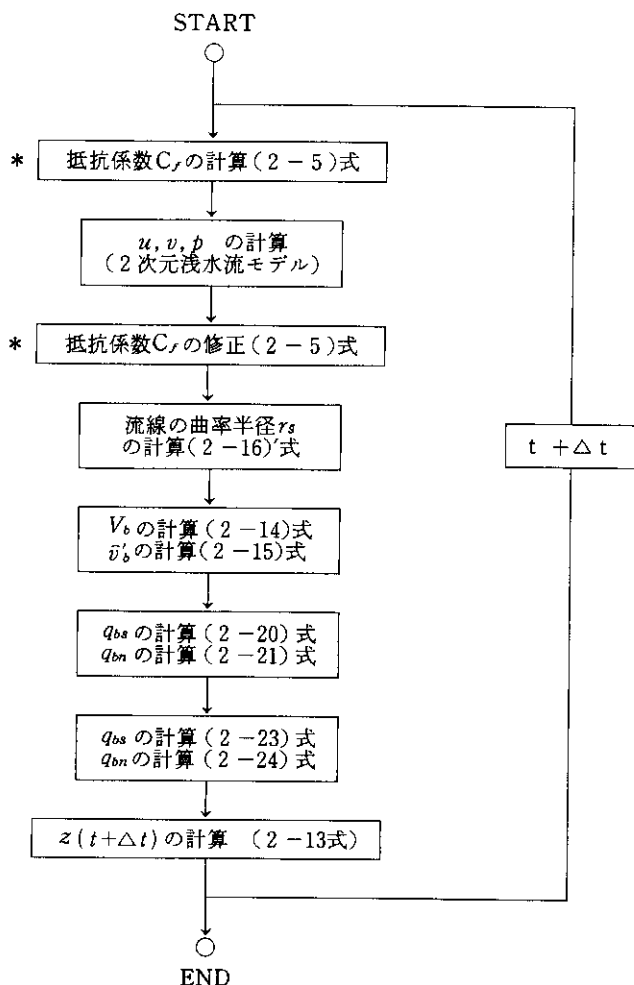
(iv) 流砂の連続式

(1)の既往の計算方法で述べた方法、(2-13)式と同じである。

(v) 河床変動計算の手順

抵抗係数 C_r の算定は、計算の収束性の保持を目的として、 u , v , p の計算前に行い、 u , v , p の収束計算中には行わない。ただし、 u , v , p の計算後に C_r の修正を行う。

また、本計算方法では曲率半径 r_s の算定にあたり、前



注) * は必要に応じて計算することを示す。

図 2-10 2次元河床変動計算フロー

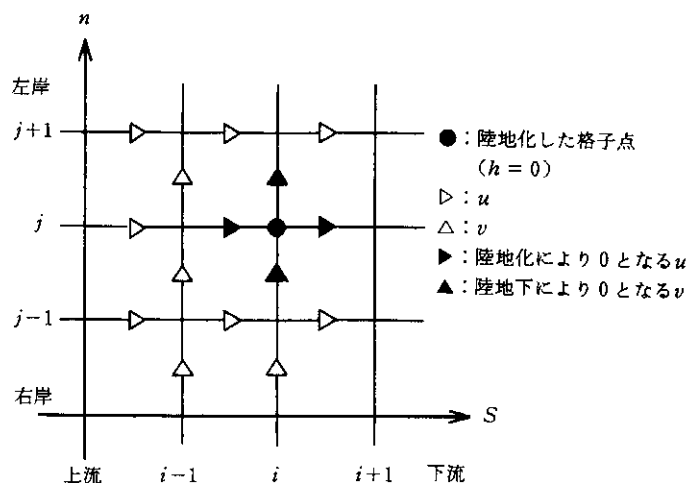


図 2-11 河床が陸地化した場合の u, v

後左右の格子の r_s も考慮した平滑化を1回行っている。

(vi) 河床が陸地化した場合の計算方法

本計算では、湾曲部外岸の深掘れの進行に伴い、内岸の堆積部の一部の河床が陸地化するため、これの対処が

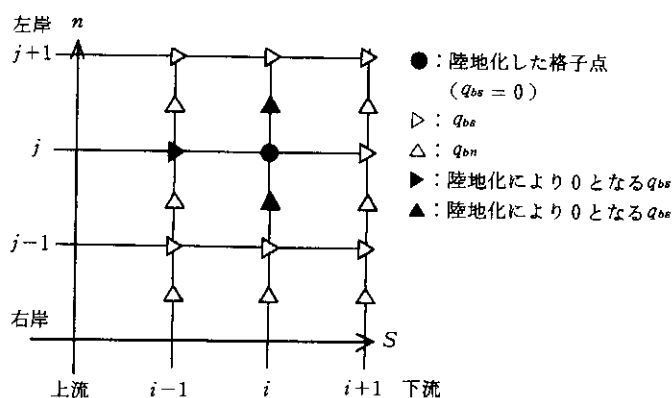


図 2-12 河床が陸地化した場合の q_{bs} , q_{bn} , q_{bs} , q_{bn}

必要となった。

まず、水面計算においては陸地化した格子点を囲む u, v を0とした(図2-11)。

陸地化した地点 (i, j) の河床変動高は定義されないため、流砂の連続性を満たす必要上、陸地化した格子点の河床変動に関する量を0とした(図2-12)。

ここで問題となるのは、 (i, j) 点の陸地化により q_{bsi-1j} が0となったために $(i-1, j)$ 点が陸地化しやすくなることである。これには、 u_{ij} の計算点と q_{bsij} の計算点が $\Delta S_{ij}/2$ ずれていることも関係していることもある。

そこで、本計算では以下に示す方法を用いることとした。

- (i, j) 点では陸地化しても、流線方向流砂量 q_{bsi-1j} は0とならない。
- これにより、 $(i-1, j)$ 点から流出する流砂量 q_{bsi-1j} を大きく評価できる。
- ただし、 q_{bsi-1j} は0とする。

このような方法以外では、水深が小さくなった個所の流水抵抗を適切に与えることにより、陸地化の伝播を緩和する方法がある。

また、河床変動計算実行時の偶発的な陸地化を回避するため、河床変動スケールを小さくした計算が必要である。本計算の場合、 Δt 時間内の河床変動高を0.1mm(ちなみに、 $d=0.76\text{mm}$)で抑えている。このとき、 Δt は 10°sec のオーダーとなる。しかし、急激な抵抗変化の生ずる場合には 10^{-1}sec のオーダーとなることもある。

なお、陸地化した地点で左右の地点の水位から水位の回復を行うことは、収束性の問題から行われていない。

3. 河床変動計算(再現計算)

3.1 計算対象の実験の概要

表 3-1 は, Marco Colombini²⁾ による蛇行水路実験 W25Q14 の条件である。この水路の平面形状は, 図 3-1 に示す sine curve である。

実験では, 初期河床を平坦として通水し, 河床が平衡状態に達した後に停水し, 河床高の測定が行われている。

表 3-1 W25Q14 実験条件

水路幅	B (cm)	35
蛇行長	L_x (cm)	440
振 幅	a_y (cm)	28
河床材料平均粒径	d (cm)	0.076 (一様砂)
平均河床勾配	I_b	0.006
流 量	Q (ℓ/s)	1.39
通水時間	(分)	240

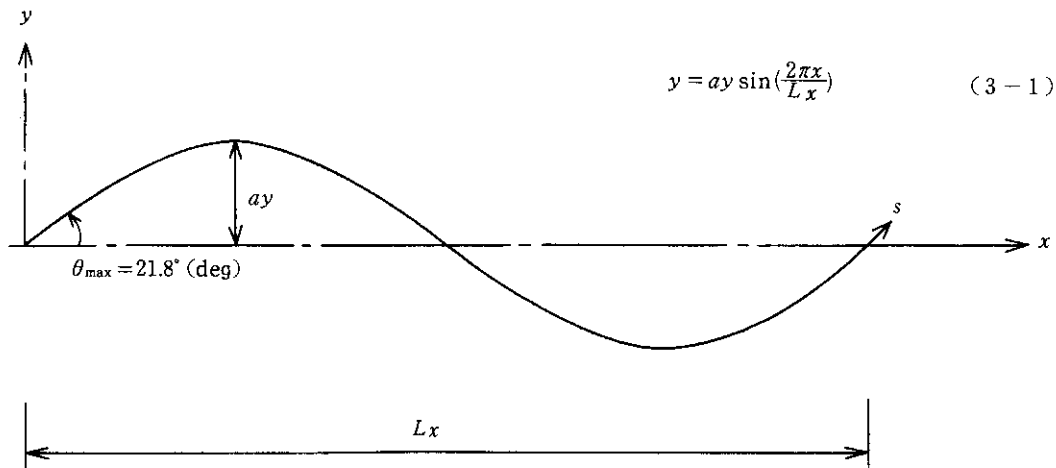


図 3-1 W25 Q14実験水路

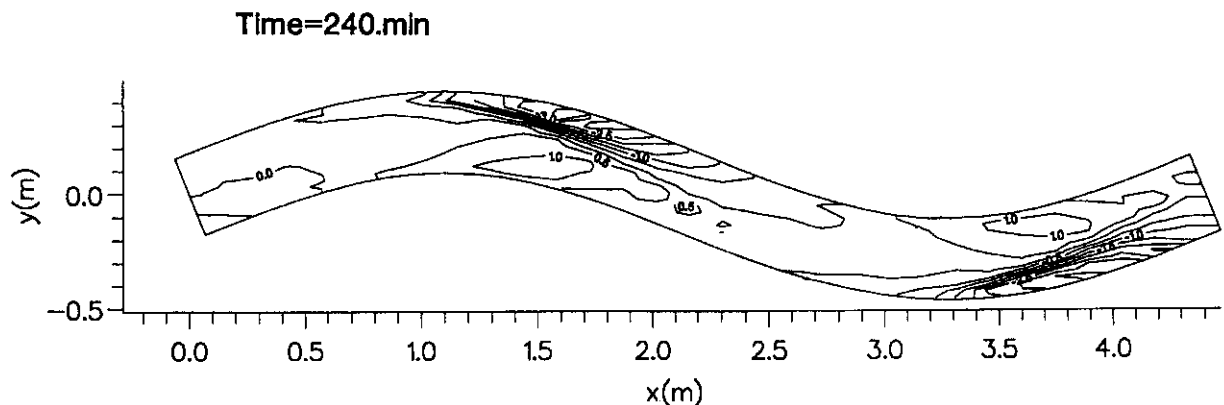


図 3-2 河床変動量実測値

表 3-2 計算ケース

ケース	2次流の評価方法	流水抵抗の算定方法
1.	既往の方法(2-9)式	対数型抵抗則(2-5)式の h に平均水深 h_m を与える
2.	流線上で求める方法(2-15)式	同 上
3.	同 上	(2-5)式の h にその地点の水深 h_{ij} を与える
4.	同 上	$h > h_s$ であれば h_o を $h \leq h_s$ であれば h_{ij} を(2-5)式に与える

ここで、水深の小さい流れを適切に評価しようとするのは、以下の理由によるものである。

- ・計算対象は、平均水深1.4cm($B/h=25$)の薄い流れであり、湾曲部内岸ではその水深は相当粗度 ks 程度となる。そこで流水抵抗を水路全体で一定とすると、湾曲部内岸の浅い流れでも相当な流速が生じ、外岸

表 3-3 平均水深の計算値 (単位: cm)

経過時間 (hr.)	ケース 1	ケース 2	ケース 3	ケース 4
0	1.34	1.34	1.34	1.34
1	1.36	1.39	1.40	1.38
2	1.35	1.39	1.39	1.39
3	1.35	1.38	1.39	1.39
4	1.35	1.38	1.38	1.39

部への流水の集中を緩和させてしまうため

- ・州の一部が陸地化した場合、その上流への伝播を抑えるため、

計算実行中の平均水深は表 3-3 に示すようであり、実験値 $hm=1.40\text{cm}$ にはほぼ等しいため、 $ks=2.5d$ は妥当である。また、表 3-2 に示した流水抵抗の算定方法は、平均水深にはあまり影響していないといえる。

再現計算は、 S 方向に88分割($\Delta s \approx 5.2\text{cm}$)、 n 方向に16分割($\Delta n \approx 2.2\text{cm}$)の格子網において実施された(ちなみに、実測値は S 方向32分割、 n 方向32分割である)。

なお、計算に用いる N_* 等諸定数については、すべてのケースで同一としている。

(1) 再現計算結果

4 ケースの計算では、陸地化した州が上流に伝播する場合(ケース 2)を除いて、実験と同じく 3~4hr、後にはほぼ平衡状態に達している。ここでは、最終状態として 4 hr 後のものを用いる。

① ケース 1

図 3-3 は、計算開始時点と最終状態の流速ベクトルを示したものである。これにより最終状態では湾曲部内岸で流れが遅くなり、外岸側に流水がやや集中することがわかる。

図 3-4 は、計算および実測の最終河床形状を比較したものである。これより、以下のことがわかる。

- ・全体的に河床形状の位相がずれている(計算値が実測値に対して、上流側に30~50cm ずれている)。
- ・洗掘深が小さすぎる。

② ケース 2

図 3-5 は、流速ベクトルを示したものである。これ

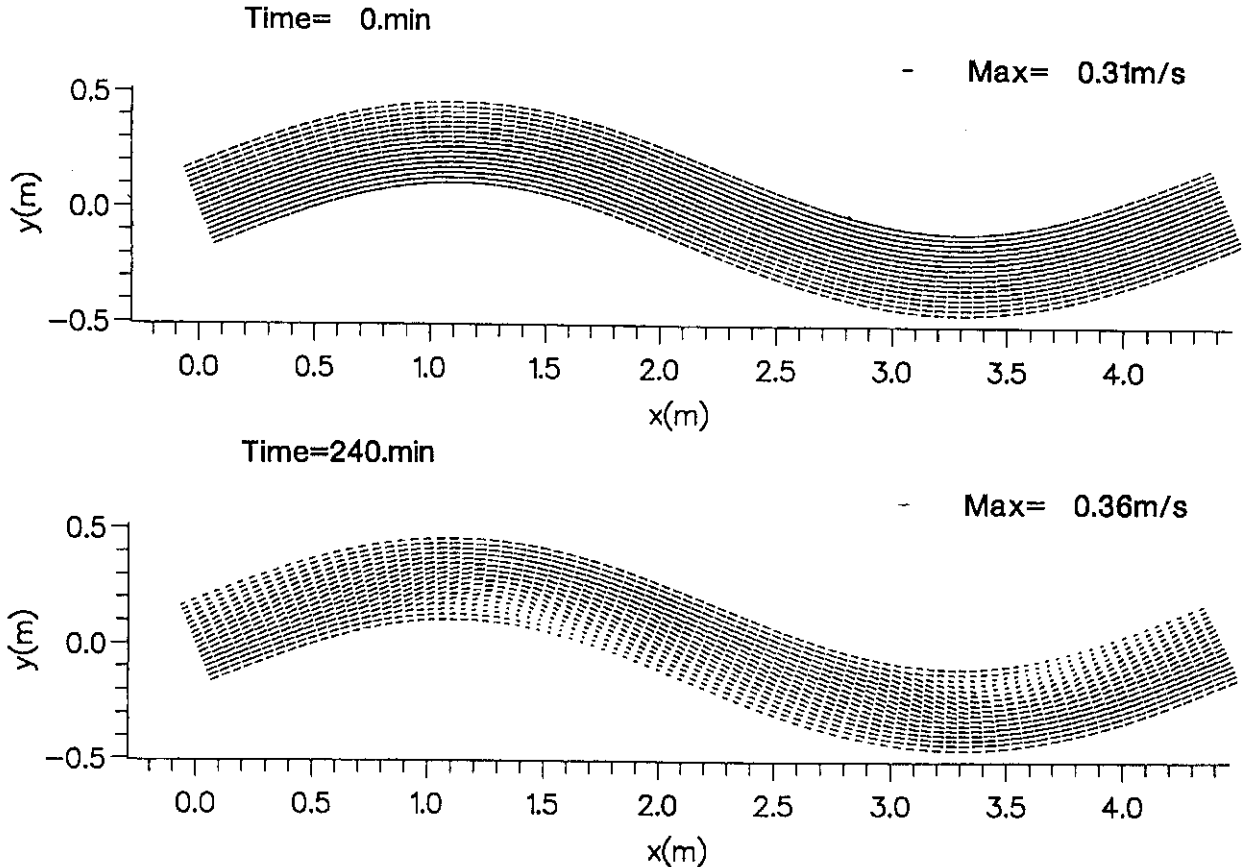


図 3-3 流速ベクトル計算結果(ケース1)

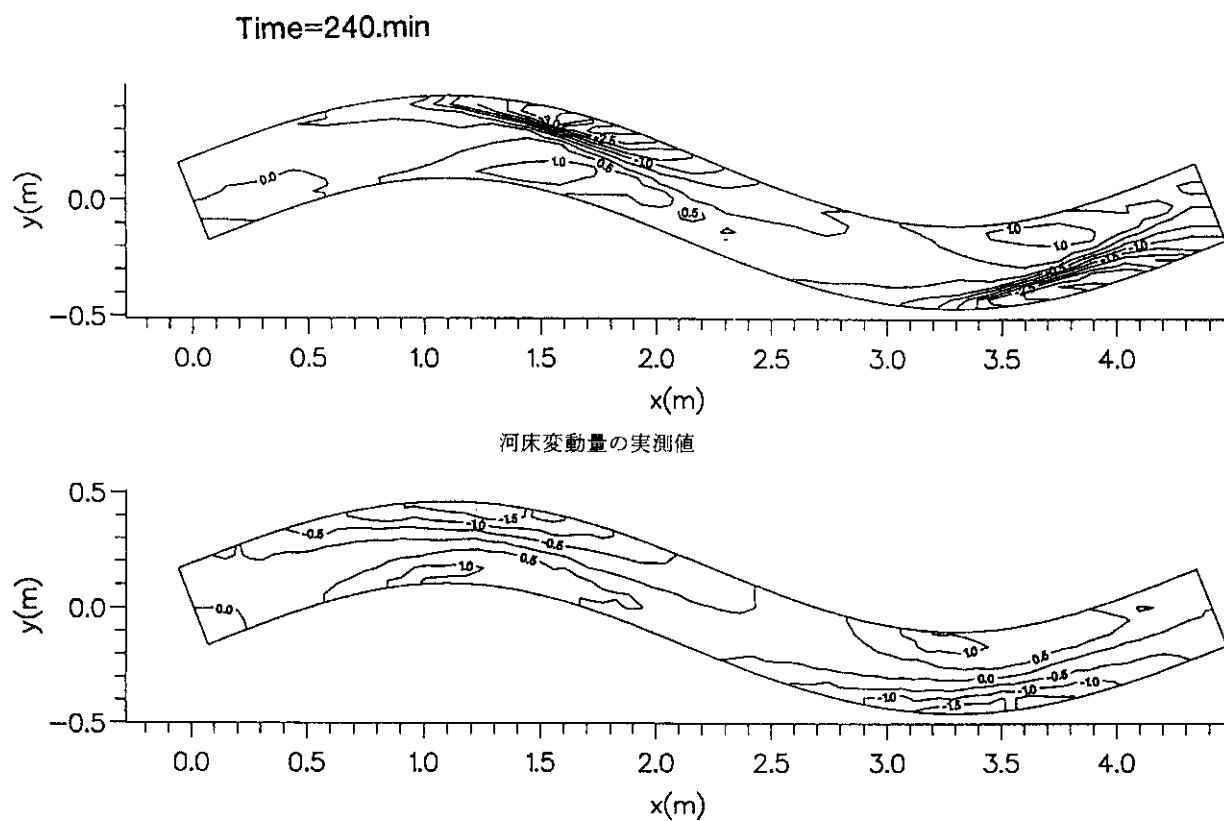


図 3-4 河床変動量の計算結果 (ケース1)

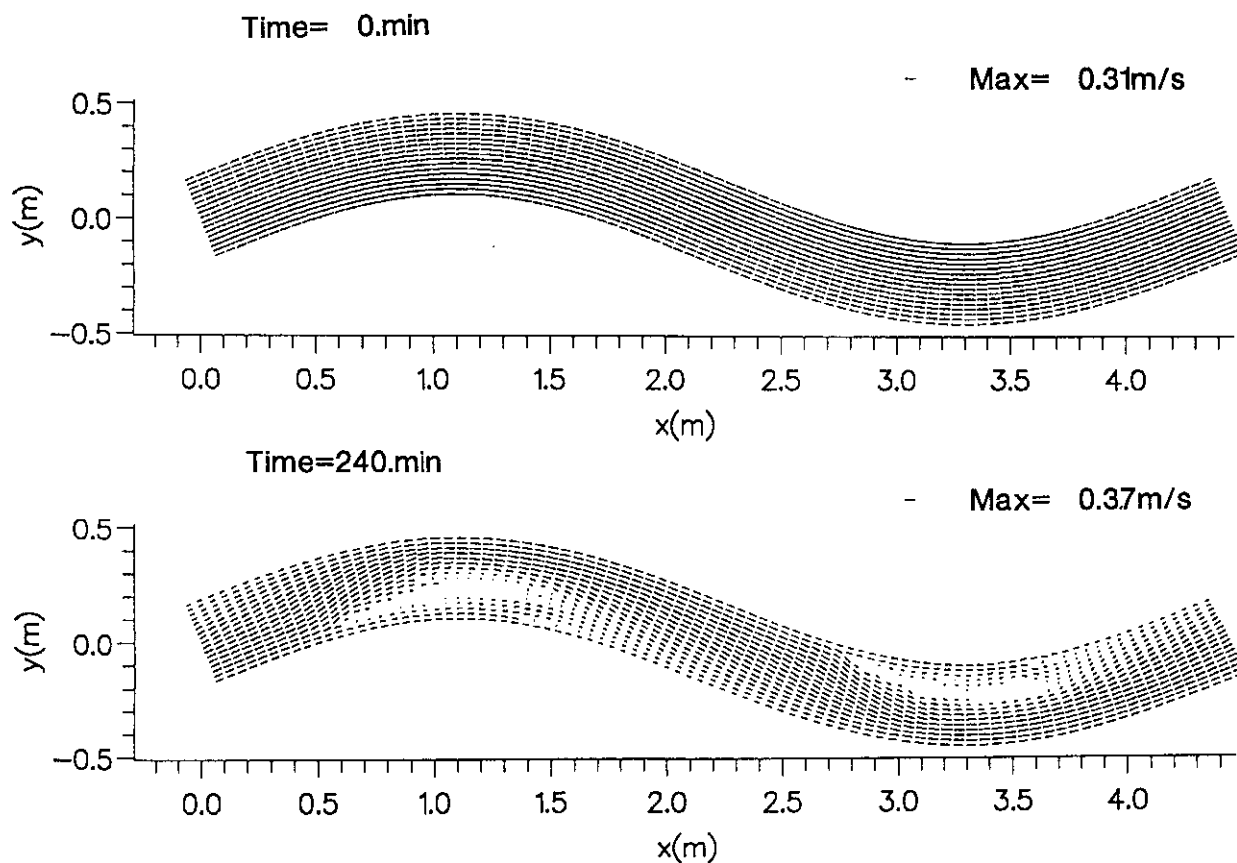


図 3-5 流速ベクトル計算結果 (ケース2)

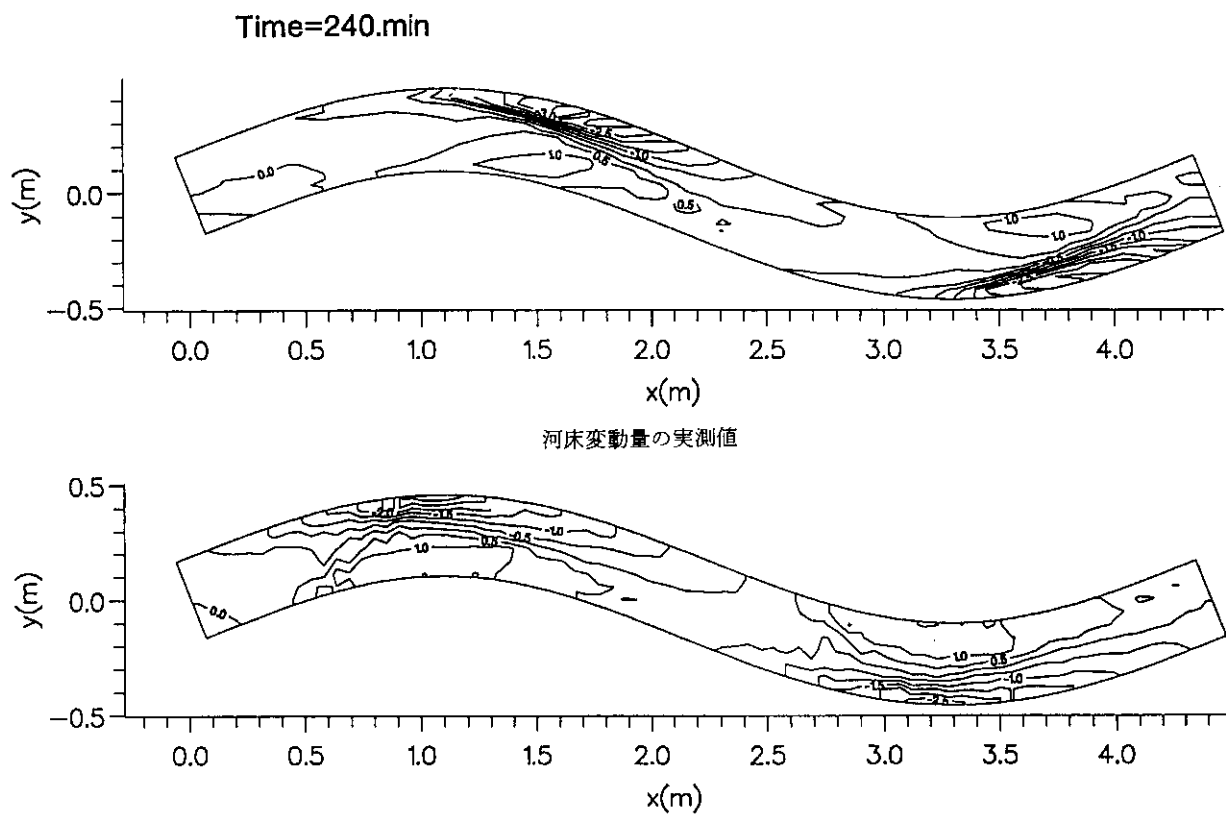


図 3-6 河床変動量の計算結果 (ケース2)

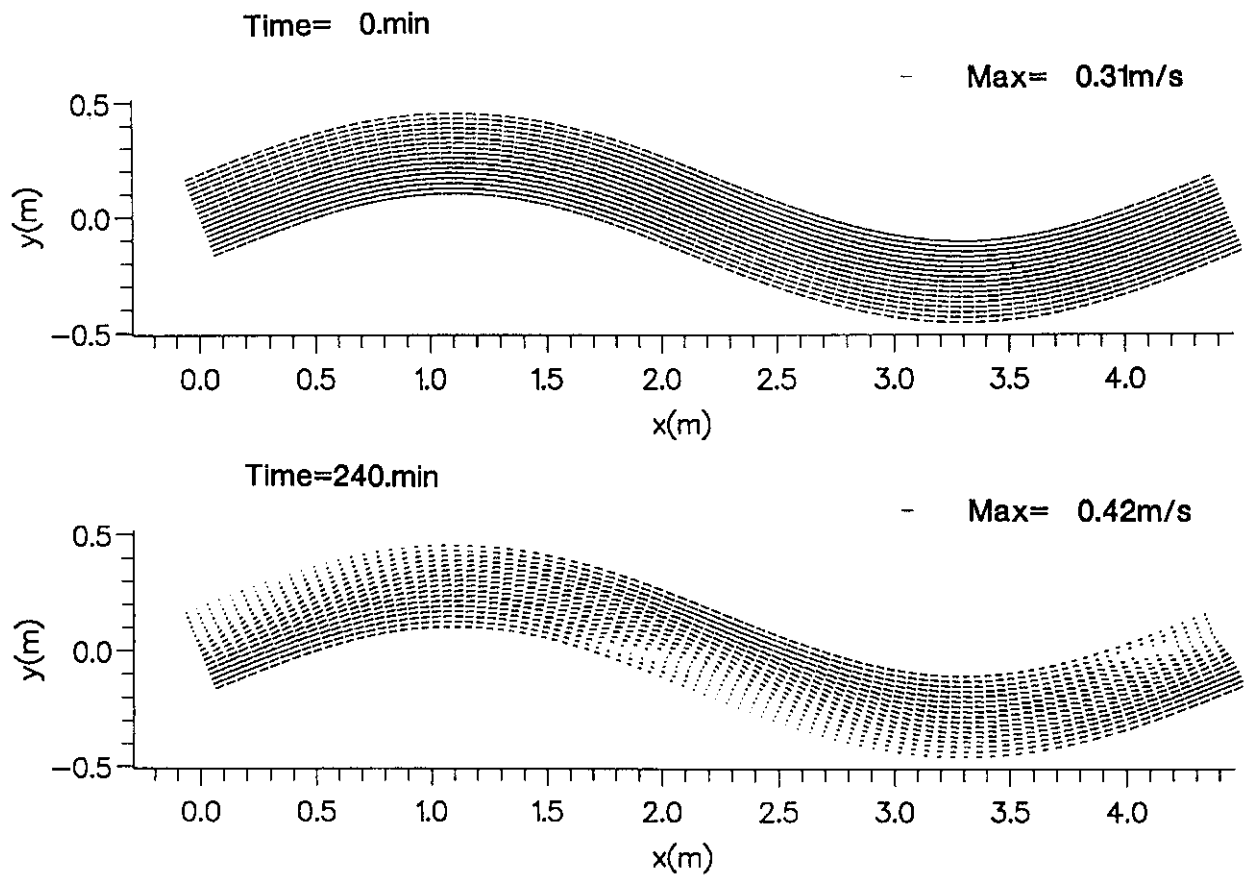


図 3-7 流速ベクトル計算結果 (ケース3)

より、最終状態では湾曲部内岸の広い範囲にわたって細長く陸地化していることがわかる。これに伴い、外岸では流水の集中が生じている。

図3-6は、最終河床状を比較したものである。この図および巻末に付した1hrごとの流速ベクトル図および河床コンター図より、以下のことがわかる。

- ・最終状態では全体的に河床形状が50cm程度上流にずれている。
- ・1hr.経過時点ではこのようなずれはなく、むしろ実測値とよく合っていた。しかし、時間の経過とともに砂州の陸地化が上流に伝播し、その結果としてこのようなずれを生じたものと考えられる。
- ・最大洗掘深はほぼ合っている。

砂州の陸地化は、洗掘深の増大に伴って生じたものであるが、その上流への伝播は以下の理由で生じたと考えられる。

- ・流水抵抗が水路全体にわたって一定としたために、湾曲部内岸の砂州上の流速を過大に評価し、流砂量が大きくなった。
- ・その結果、陸地化した地点の直上流の地点に多くの砂が供給され、陸地化しやすくなった。

以上の考察から、本計算のように水深の小さい流れを対象とする場合、砂州上の流れを適切に評価するこ

とが計算精度の向上につながると予想された。

そこで、流水抵抗を若干工夫して再度計算を行うこととした。

③ケース3

蛇行水路の移動床実験における横断面の流速分布は、芦田・江頭ら⁹⁾により示され、深掘れ部の鉛直方向流速分布は、らせん流による影響で底面付近で最大となり、対数型分布からずれるとしている。

上記のような問題はあるが、ここでは局所的な水理量 h による流水抵抗の変化を表現する目的で、対数型抵抗則(2-5)式を用い、その水深 h には各地点の h を用いることとした。

図3-7は、流速ベクトルを示したものである。これより、最終状態ではケース2に比べて整然とした流れとなっているが、流速の遅い部分がかなり下流側で生じていることがわかる。

図3-8は、最終河床形状を比較したものである。この図および巻末付図より、以下のことがわかる。

- ・全体的に河床形状が、実測値に対し下流側にずれている。このずれはケース1、2と逆である。
- ・洗掘深が小さすぎる。
- ・砂州の陸地化は、2hr.経過時点で生じているが、その上流への伝播はないようである。

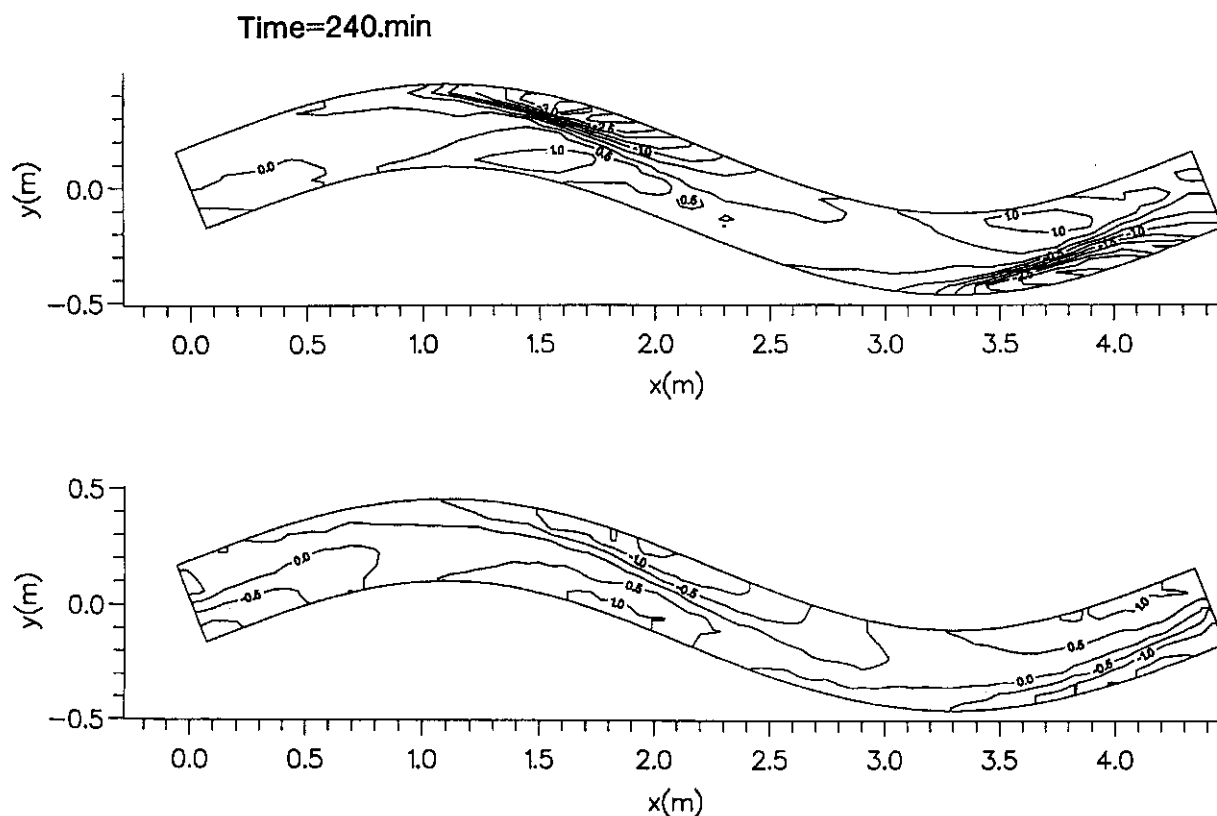


図 3-8 河床変動量の計算結果(ケース3)

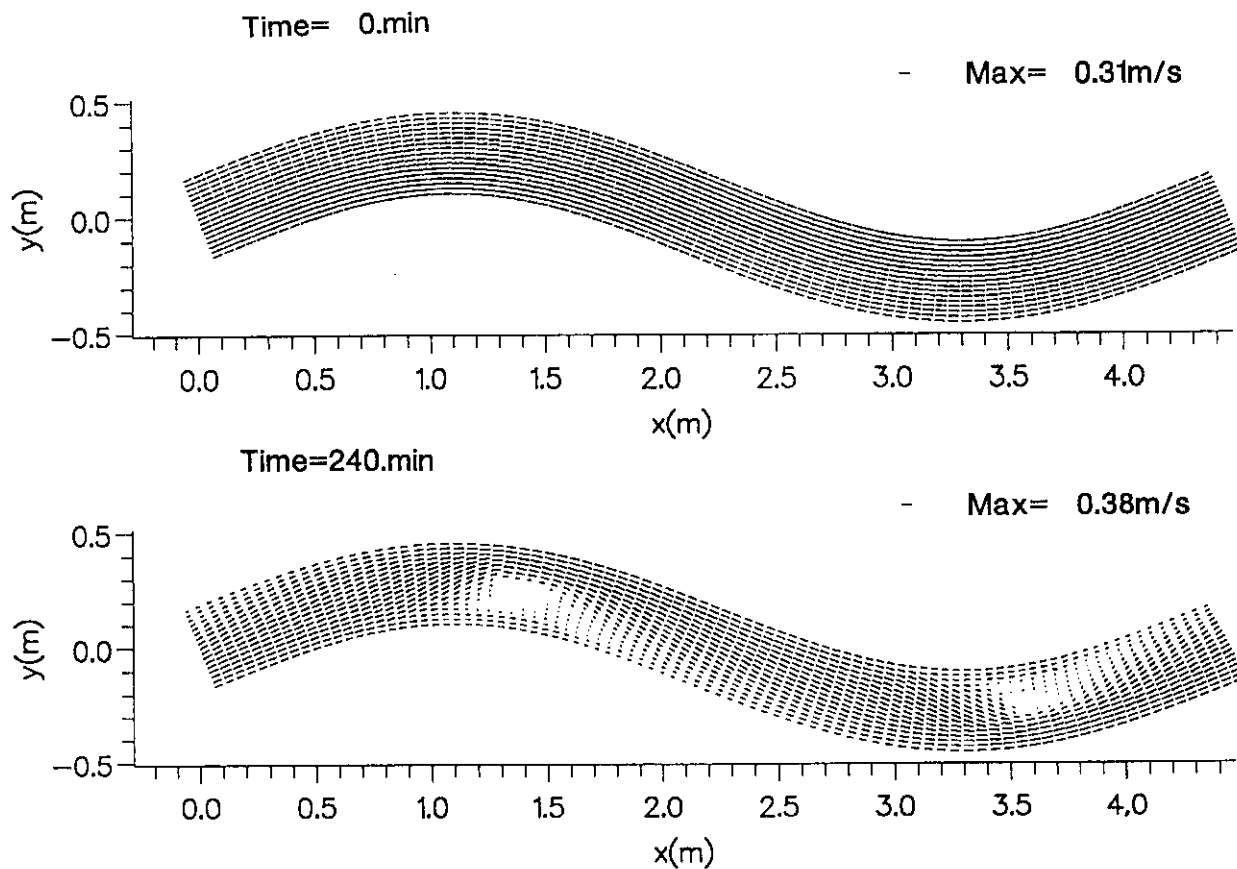


図 3-9 流速ベクトル計算結果 (ケース4)

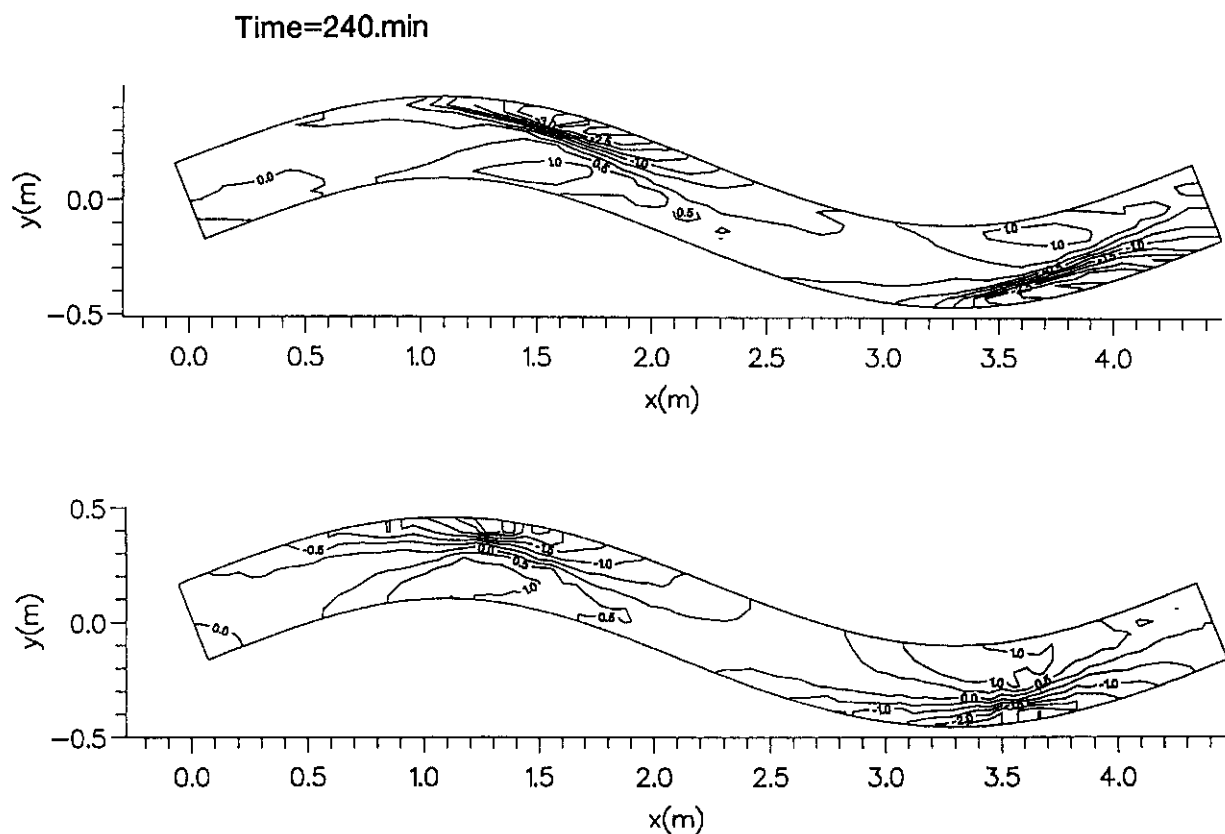


図 3-10 河床変動量の計算結果 (ケース4)

以上より、このケースでは砂州の陸地化の上流への伝播の問題は解決されたと考えられるが、主流部の流水抵抗を小さく評価したために河床変動スケールが小さくなり、洗掘深をうまく表現できない問題が生じた。ただし、主流部の流水抵抗を小さく評価した結果、流水の慣性が効いてきて洗掘箇所が下流側にずれるという敏感で重要な性質を見いだしたことに意味があると考えられる。

④ケース4

ケース3の結果より、ケース2における陸地化の伝播の問題を解決するためには、水深の小さい個所についての流水抵抗を適切に評価すればよいことが示された。

そこで、相当粗度 k_s より小さい水深についてのみ、その地点の水深による流水抵抗(2-5)式を用いることとし、その他の地点の流水抵抗には平均水深による(2-5)式を用いることとした。

図3-9は、流速ベクトルを示したものである。この図と巻末付図より、時間の進行とともに陸地化する箇所が増えているが、ケース2のような上流への伝播は認められないことがわかる。また最終状態では、陸地化に伴う外岸での流水の集中が生じていることがわかる。

図3-10は、最終河床形状を比較したものであるが、全体的な河床形状は若干の位相差はあるが、ほぼ一致している。また、最大洗掘深もほぼ一致している。

巻末に付した流速ベクトル図と河床コンター図について、砂州の陸地化の進行に着目して河床形状の変化をみると、陸地化箇所の増加とともに、洗掘深が増大していくことがわかる。

(2) 最大洗掘深、洗掘箇所の比較

図3-11、図3-12は、それぞれ最大洗掘深 η 、最大洗掘箇所の湾曲頂部からの距離 δ (下流方向に+)について、実測値と計算値の比較を行ったものである。

これらの図よりケース4の結果が最も実測値に近く、かつよく適合していることがわかる。ただ、最大洗掘部の位相は若干ずれているが、主流部の流水抵抗の与え方

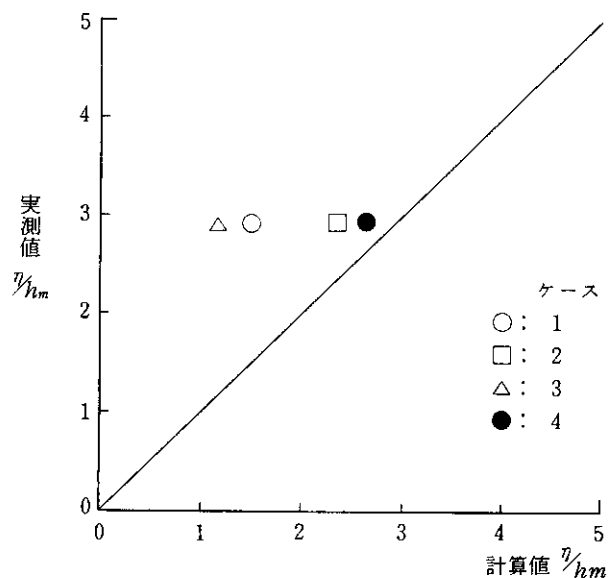


図 3-11 最大洗掘箇所の比較

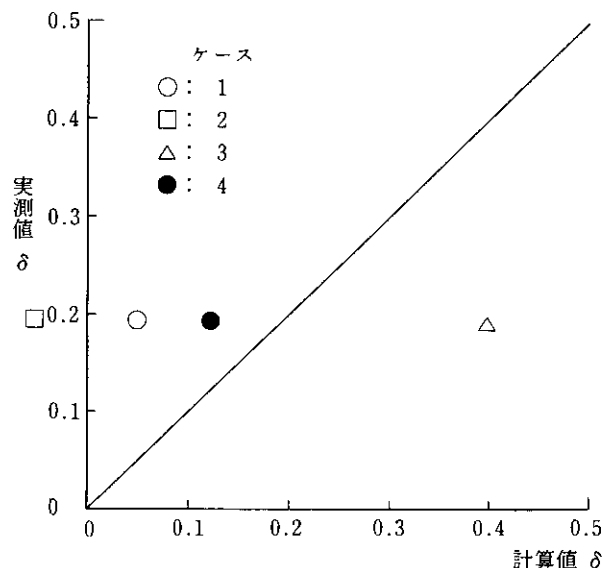


図 3-12 最大洗掘箇所の比較

でこの位相が敏感に変化することが、ケース3の例から十分に予想される。

図3-13、図3-14は、それぞれ波高 H_b (最高河床高と最深河床高の差)、最大水深 D (水深の最大値)について、

表 3-4 実験および計算結果

ケース	最大洗掘深 η/h_m	最大洗掘箇所の湾曲頂部からの距離 $\delta = \Delta x / (L_x/2)$	波 高 H_b/h_m	最大水深 D/h_m
実測値	2.91	0.19	3.90	4.06
1	1.48	0.05	2.38	2.48
2	2.39	-0.05	3.54	3.34
3	1.16	0.40	2.10	2.16
4	2.64	0.12	3.61	3.61

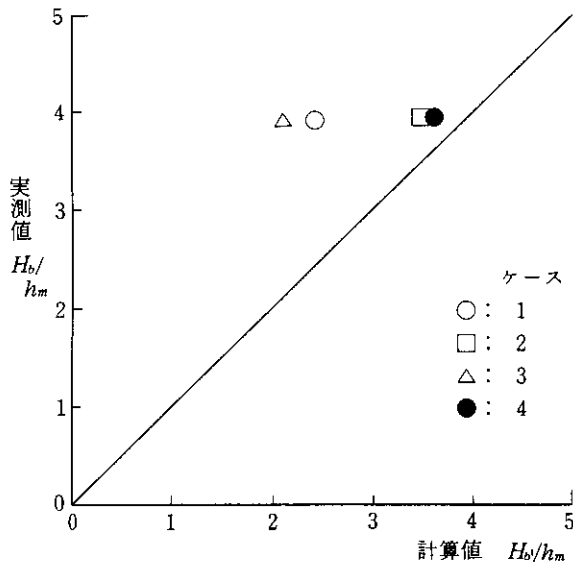


図 3-13 波高の比較

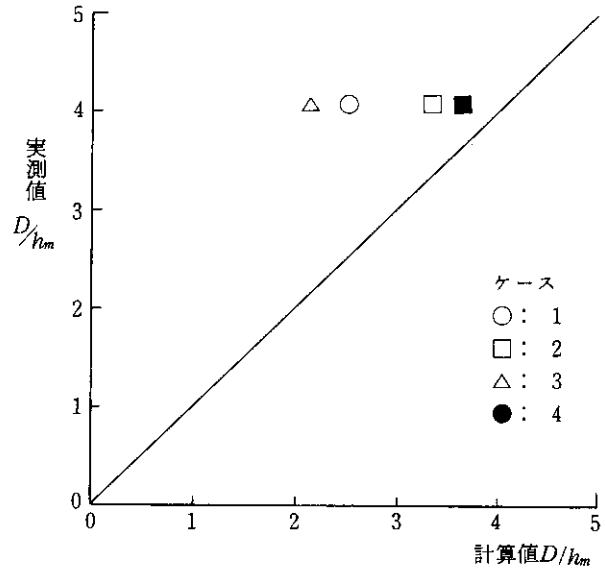


図 3-14 最大水深の比較

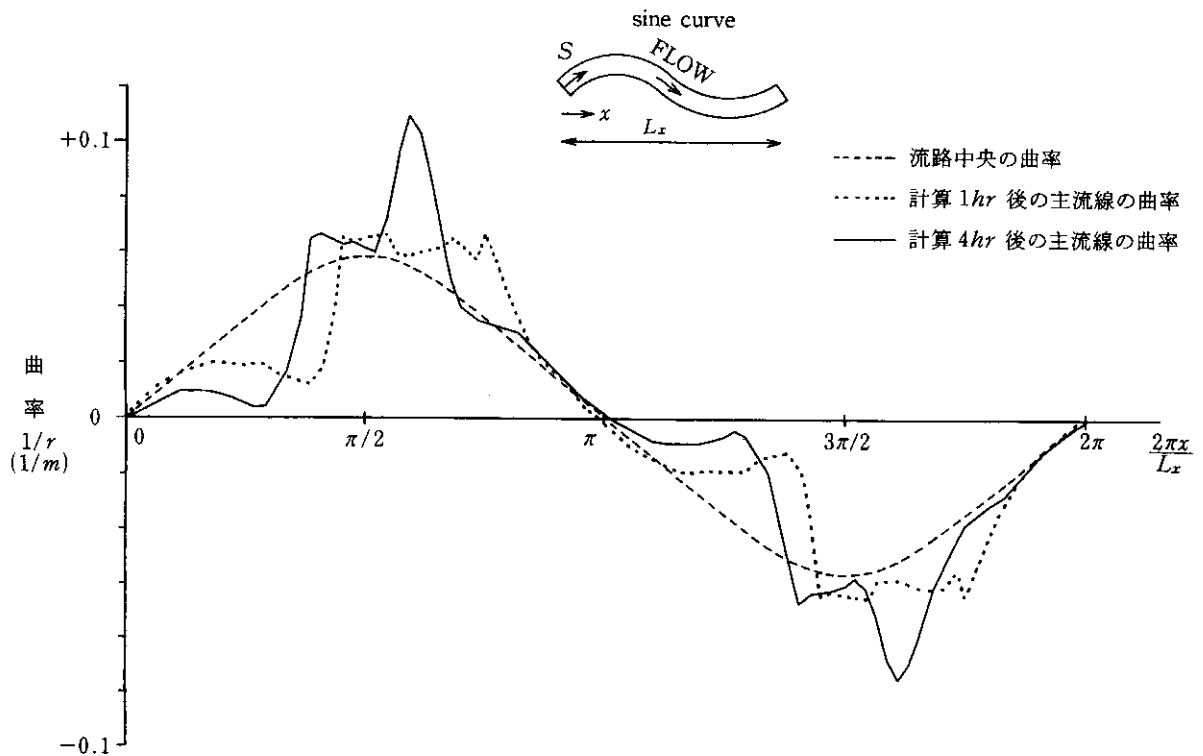


図 3-15 主流線の曲率

実測値と計算値の比較を行ったものである。これらについても先の最大洗掘深 η と同様の傾向であり、ケース 4 の結果は実測値とよく適合していることがわかる。

以上より、2 次流を流線上で評価する計算(ケース 4)は、既往の計算方法(ケース 1)より高い精度で再現しうる事が Marco Colombini²⁾ らの実験の薄い流れについて検証されたといえよう。

(3) 主流線の曲率変化

図 3-15 は、ケース 4 の主流線の曲率を縦断的に示した

ものである。これより以下のことがわかる。

- ・計算時間の経過とともに湾曲頂部直下流部において曲率が増加し、最終状態では明瞭なピークを示している。
- ・ピーク値は、流路の曲率の約 2 倍となっている。これは、らせん流による底面流速がピーク地点において、流路の曲率を用いた場合のその 2 倍程度となることを意味する。
- ・このピーク値付近では、図 3-9 に示したように陸地

化した砂州のために流水幅は、水路幅の半分程度となっている。このことは、主流線の曲率を流水幅で無次元化して評価すれば、1hr.後の主流線の曲率分布とはほぼ同様の形状となることを意味する。

- また、内岸側での砂州の陸地化が主流線の曲率の増大の要因となっていることが、1hr.後の曲率分布(陸地化していない)からわかる。

(4) 河床形状の比較

計算値の全体的な河床形状を評価する目的で、長谷川⁷⁾による2重フーリエ解析を実施し、実測値との比較を行った。

2重フーリエ解析は、河床形状が(3-2)式で示されるとしたときの振幅 $\tilde{\alpha}_{ij}$ を求め、これが卓越する周波数成分を求めるという一種のスペクトル解析である。

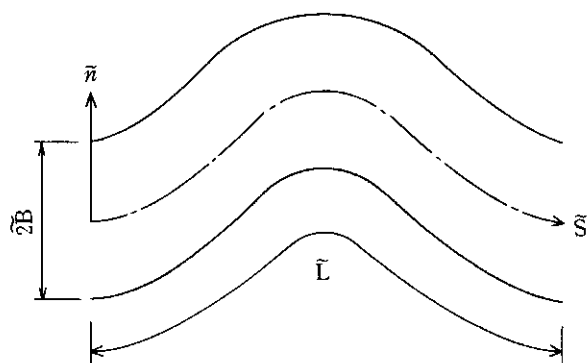


図 3-16 2重フーリエ解析記号定義図

$$\tilde{\eta} = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 \tilde{\alpha}_{ij} \sin\left(i \frac{2\pi}{2B} \tilde{\eta} - \frac{\pi}{2} \delta_{ie}\right) \cos\left(j \frac{2\pi}{L} (\tilde{s} - \tilde{\sigma}_u)\right) \quad (3-2)$$

ここで、 $\tilde{\eta}$ は平均河床面から河床形状の変位(深掘れ側を正とする)であり、 i, j はそれぞれ基本周期を $2B$ (水

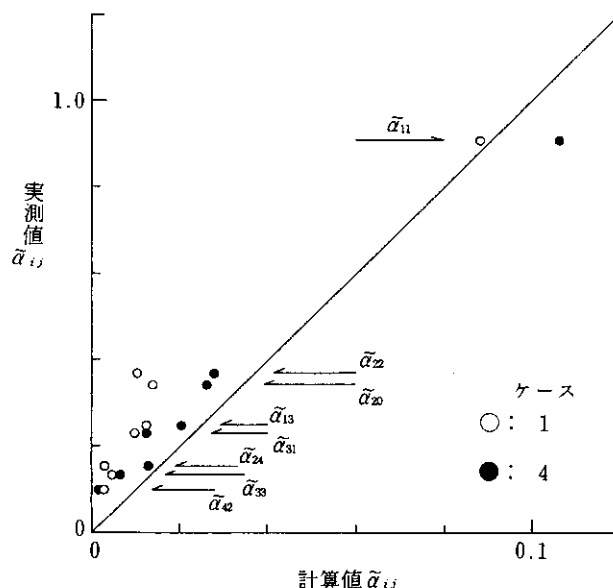


図 3-17 振幅 $\tilde{\alpha}_{ij}$ の比較

路幅の2倍)および L (波長)とした $\tilde{\eta}$ 軸および $\tilde{s}$ 軸方向の波の波数であり、 $\tilde{\alpha}_{ij}$ は波数 (i, j) の波の振幅および位相である。また、 $\delta_{ie} = \{1 + (-1)^i\}/2$ である。記号の説明を図3-16に示す。

図3-17は、2重フーリエ解析から得た卓越振幅 $\tilde{\alpha}_{ij}$ (平均水深で無次元化されている)の比較をケース1、4について行ったものである。

これより、ケース4では実測値とよく一致することがわかる。一方、ケース1については、大きく卓越する $\tilde{\alpha}_{11}$ については良好な一致をみせるが、深掘れが十分に再現できていないため、これ以外の主要な振幅の再現性が悪い。

図3-17より、2次流を流線上で評価する方法(ケース4)による計算は、河床形状の全体的な特徴をも再現しうることが明らかとなった。

表 3-5 二重フーリエ解析による卓越波の振幅

$\tilde{\alpha}_{ij}$	実測値	ケース 1	ケース 2	ケース 3	ケース 4	ケース 5
α_{11}	0.908	0.883	1.130	0.796	1.064	0.933
α_{22}	0.371	0.104	0.196	0.101	0.279	0.188
α_{20}	-0.344	-0.141	-0.200	-0.152	-0.263	-0.206
α_{13}	0.248	0.125	0.211	0.124	0.203	0.181
α_{31}	0.232	0.097	0.107	0.147	0.124	0.117
α_{24}	0.154	0.029	0.110	0.036	0.130	0.076
α_{33}	0.135	0.045	0.083	0.070	0.064	0.046
α_{42}	0.101	0.027	0.047	0.018	0.013	0.020
α_{44}	0.096	0.010	0.062	0.012	0.043	0.037
α_{02}	0.081	0.035	0.052	0.114	0.078	0.089

実測値の $\bar{\alpha}_{ij}$ は、長谷川による蛇行実験⁷⁾の ME-1 での $\bar{\alpha}_{ij}$ と似たものとなっている。

さらに、河床形状の全体的な再現性を定量的に評価する目的で、長谷川⁷⁾による再現率を求めた。この再現率は、

表 3-6 再現率 (単位: %)

ケース	位相差を考慮しない再現率	位相差を考慮した再現率
1	30.8	55.3
2	9.2	60.7
3	41.4	50.8
4	30.3	67.1

(3-3) 式で定義される。

$$\text{再現率}(\%) = \left[1 - \frac{1}{S_{\bar{\eta}}} \sqrt{\sum_{k,m} (\bar{\eta}_{km} - \bar{\eta}'_{km})^2 / N} \right] \times 100 \quad (3-3)$$

ここに、 $\bar{\eta}_{km}$: 実測値、 $\bar{\eta}'_{km}$: 計算値、 $S_{\bar{\eta}}$: η_{km} から得られる標準偏差、 N : データ個数である。

表 3-6 は、再現率を示したものであるが、最大洗掘個所の位相差を考慮した再現率についても示してある。

これより、最大洗掘個所の位相差を考慮した場合には、ケース 4 で高い再現率を示すが、考慮しない場合には再現率は低くむしろケース 3 の方が高い再現率を示している。

4. おわりに

本報告は、蛇行水路における洗掘深、洗掘位置および全体的な河床形状の予測精度の向上を目的とし、2次元浅水流モデルによる2次流を流線上で評価する河床変動計算手法について述べたものである。

従来の2次流の評価は、初期に設定した水路形状に基づいて行われていたが(ケース1)、本計算のように蛇行水路の薄い流れを対象とする場合、河床変動の進行とともに水路の平面形状と流れの平面形状がかなり異なっていくため、従来の評価方法では不十分となる。このような河床変動の進行とともに流れの平面形状が変化する場合には、本来的に流れの形状に関して2次流を評価する必要がある。そこで、流れの形状を示すものとして流線に着目し、2次流を流線上で評価したのである。

また、計算の対象が薄い流れで場合によっては一部陸地化する流れであるため、水深に応じた流水抵抗を用いる必要があり、特に湾曲部内岸の砂州上の流水抵抗の算定に留意した(ケース4)。

その結果、本報告で提案する方法による計算結果(ケース4)は次のようになった。

- ①最大洗掘深、洗掘個所などは、実測値とほぼ等しく、従来の方法による結果(ケース1)と比べてかなり

精度が高くなっている。

- ②最終状態(4hr.後)の主流線の曲率は、洗掘部において流路の曲率の約2倍となる。これには、内岸側の砂州の陸地化により流水幅が水路幅の半分程度となったことが要因としてあげられる。

- ③そこで、砂州の陸地化と洗掘深に着目すると、計算時間の経過に従い、砂州の陸地化の進行とともに洗掘深が増大する状況を示している。

- ④河床形状について二重フーリエ解析を行い、その卓越波の振幅を比較した結果、実測値のそれとほぼ等しいことが明らかとなった。

- ⑤全体的な河床形状の再現率を求めた結果、最大洗掘深の位相差を考慮すると67.1%と高い再現率を得た。

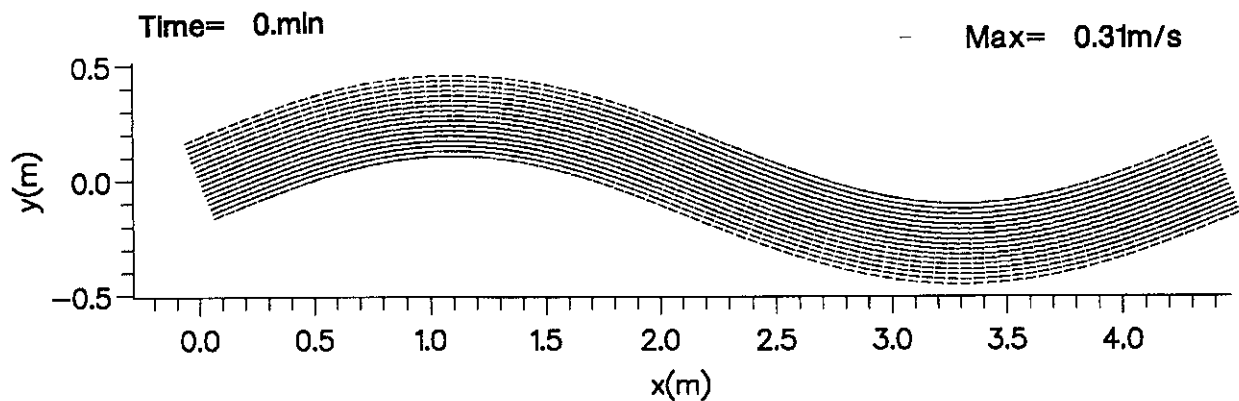
以上の結果により、本報告で提案する方法(ケース4)は、高い精度の再現性を有することが明らかとなった。今後、水深の大きい流れや直線河道に水制を置いた流れを対象として研究を進めていきたいと考えている。

参 考 文 献

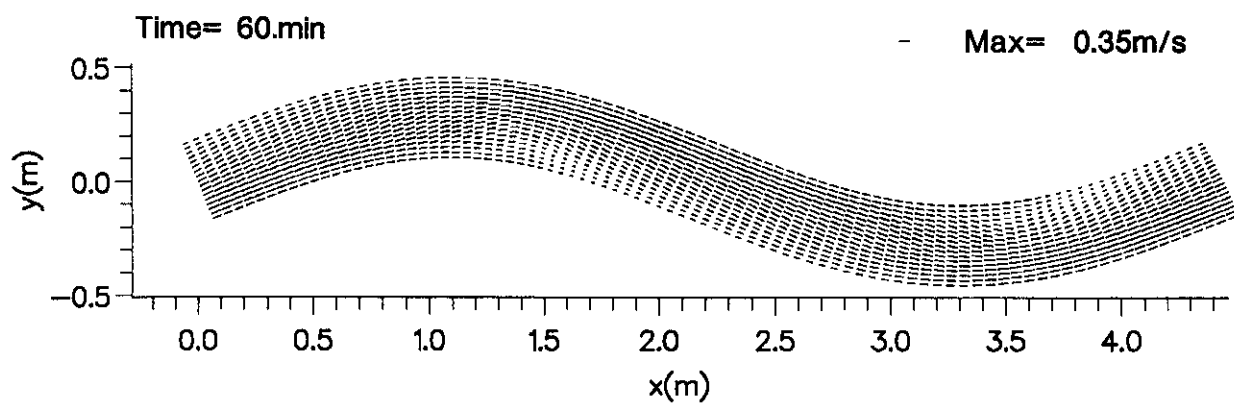
- 1) 清水康行：沖積河川における流れと河床変動の予測手法に関する研究，北海道大学学位論文，PP. 1—197，1990.
- 2) Marco Colonbini・Marco Tubino・Peter Whiting：Topographic expression of bars in meandering channels, Third international workshop on gravel-bed rivers, PP. 1-20, 1990.
- 3) Engelund, F: Hydraulic resistance of alluvial streams, Journal of Hydraulic Division, ASCE, HY2, March, PP. 318-326, 1966.
- 4) Engelund, F: Flow and Bed Topography in Channel Bends, Journal of Hydraulic Division, ASCE, Vol. 100, HY11, PP. 1631—1648, 1974.
- 5) Meyer-Peter, E. and Müller, R.: Formulas for bed load transport, Proc. 2nd IAHR Meeting, Stockholm, 1948.
- 6) 土木学会編：水理公式集 河川編，PP. 201, 1971.
- 7) 長谷川和義：沖積蛇行の平面および河床形状と流れに関する水理学的研究，北海道大学学位論文，PP. 1—184, 1983.
- 8) 黒木幹男，岸 力，中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究，土木学会論文報告，第342号，PP. 87—96, 1984.
- 9) 芦田和男，江頭進治，足立幸郎：蛇行水路における河床変動に関する研究，京大防災研年報，第31号 B-2, 1988.

巻 末 資 料

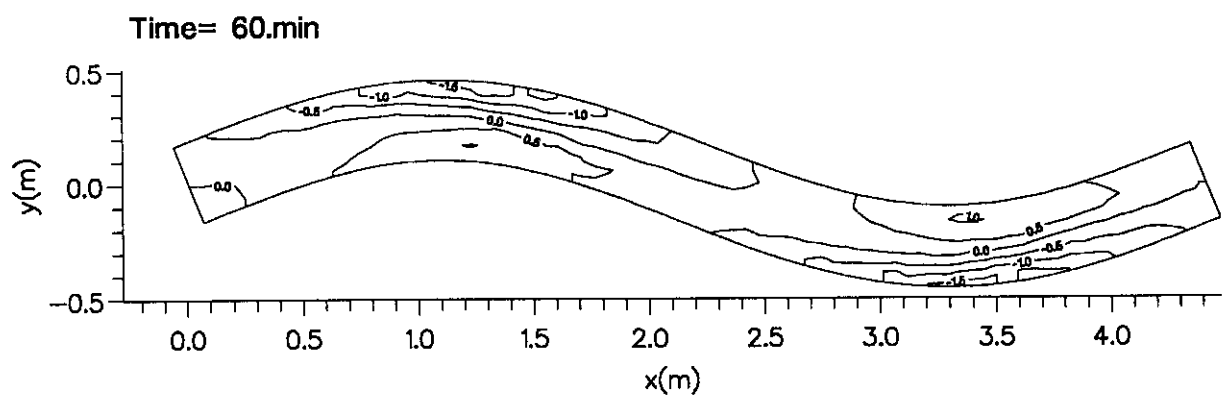
ケース 1 の流速ベクトル図	
河床コンター図 (1hr, ピッチ)	20
ケース 2 の流速ベクトル図	
河床コンター図 (1hr, ピッチ)	22
ケース 3 の流速ベクトル図	
河床コンター図 (1hr, ピッチ)	24
ケース 4 の流速ベクトル図	
河床コンター図 (1hr, ピッチ)	26



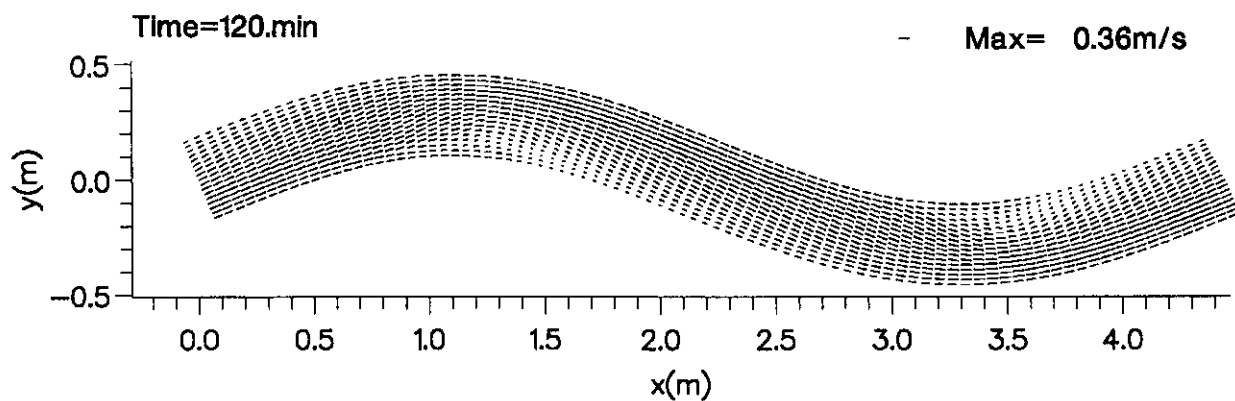
流速ベクトル計算結果 (ケース1)



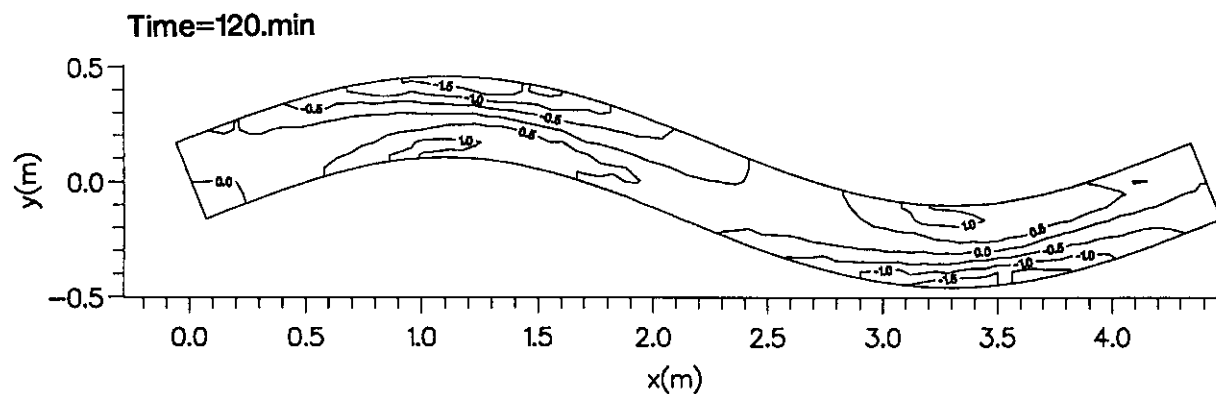
流速ベクトル計算結果 (ケース1)



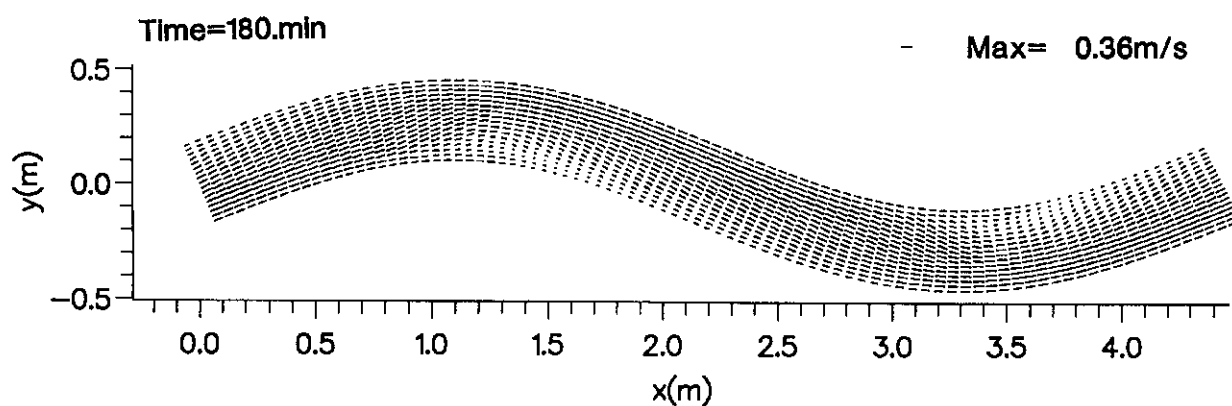
河床変動量の計算結果 (ケース1)



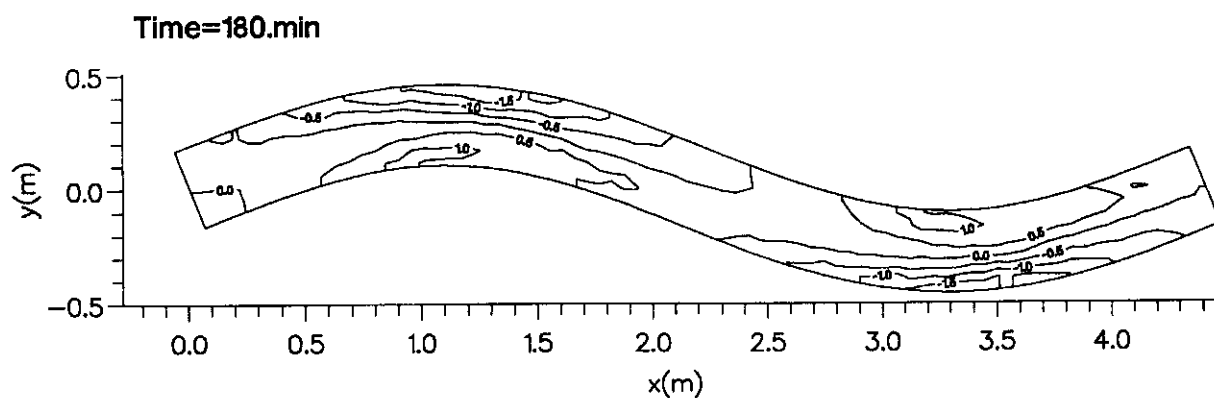
流速ベクトル計算結果 (ケース1)



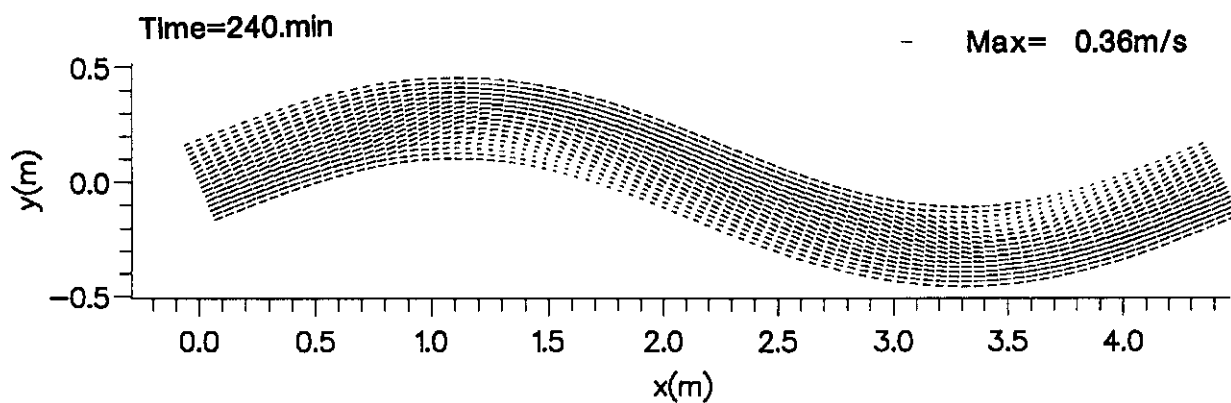
河床変動量の計算結果 (ケース1)



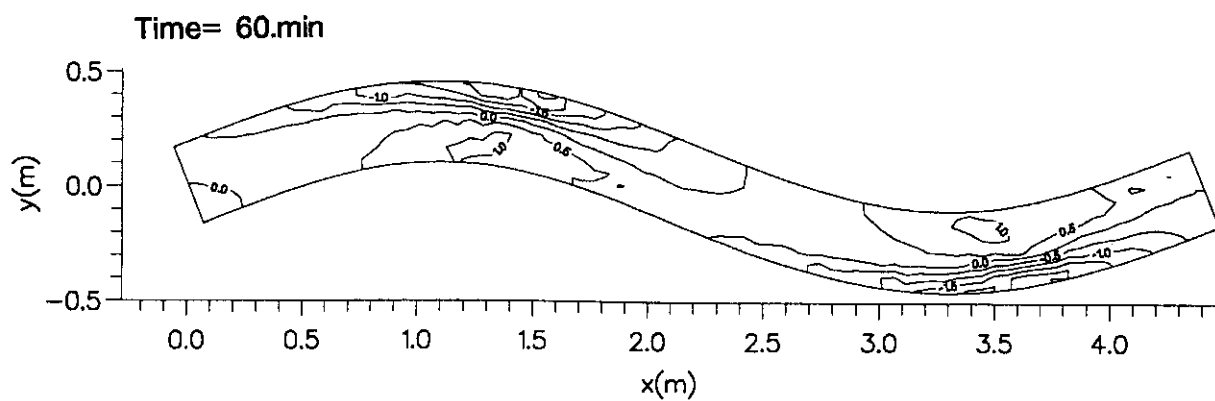
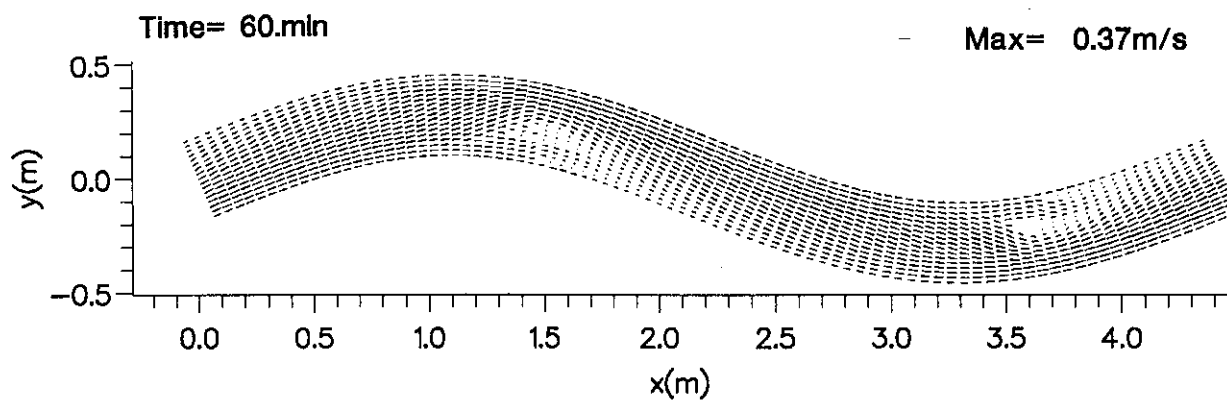
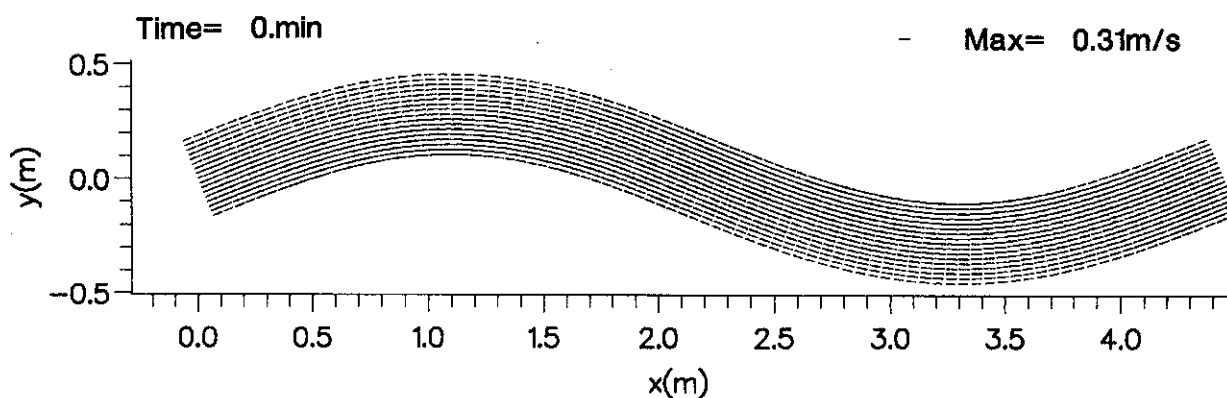
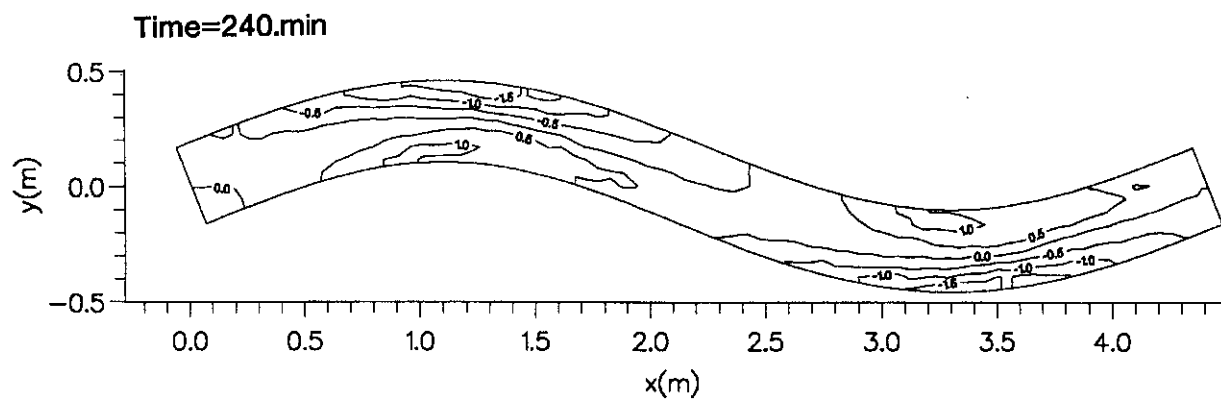
流速ベクトル計算結果 (ケース1)

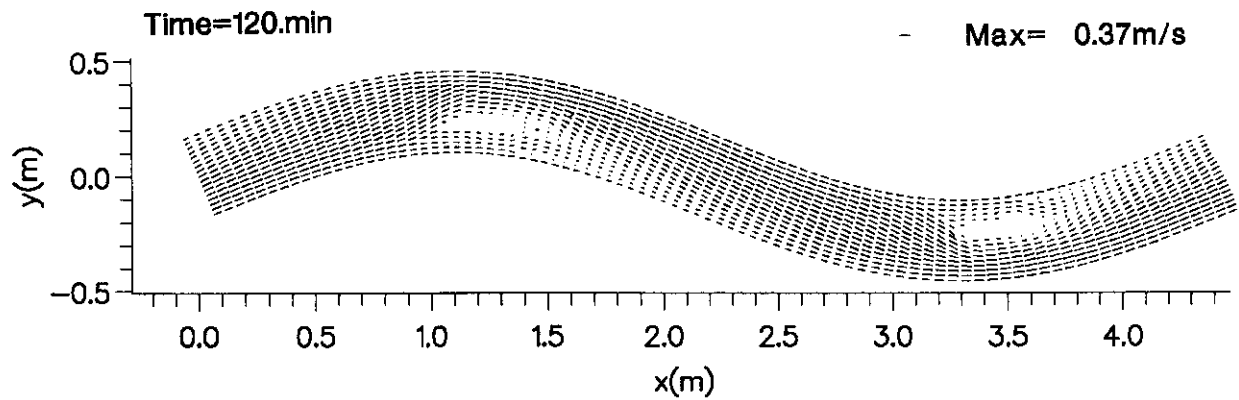


河床変動量の計算結果 (ケース1)

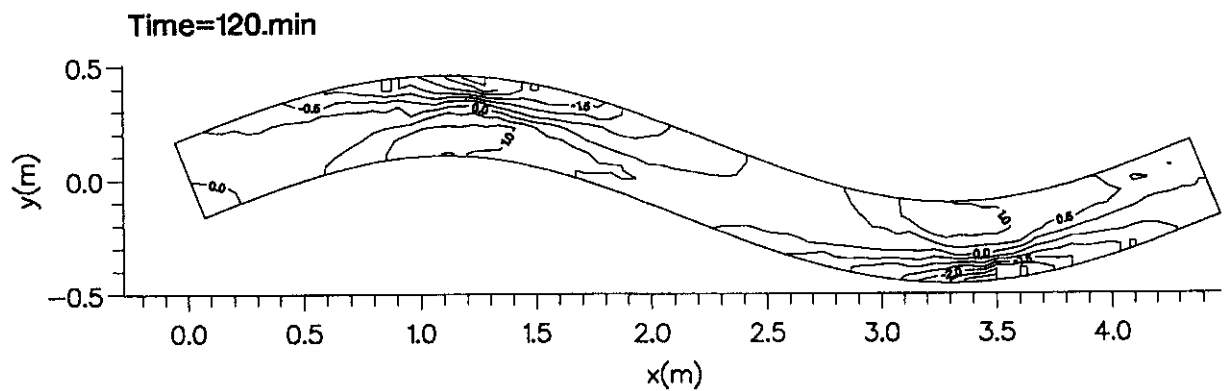


流速ベクトル計算結果 (ケース1)

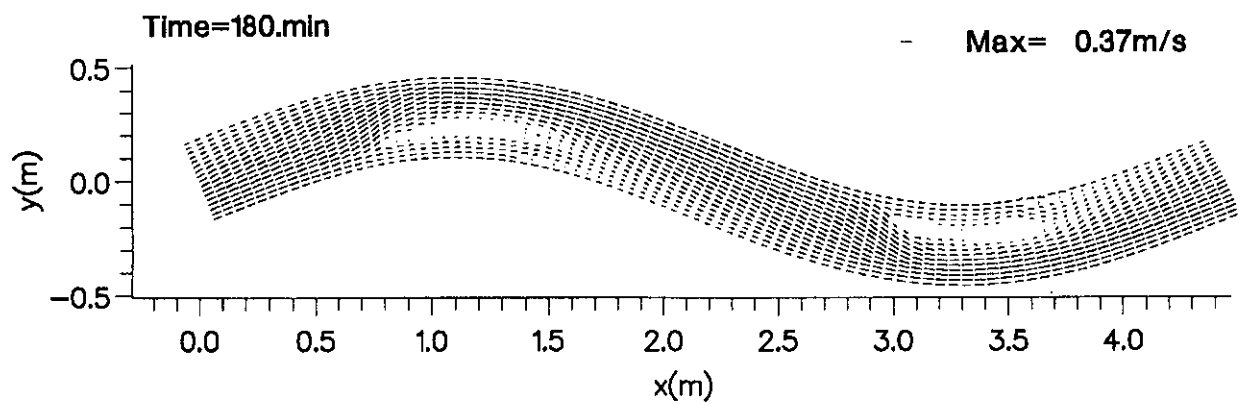




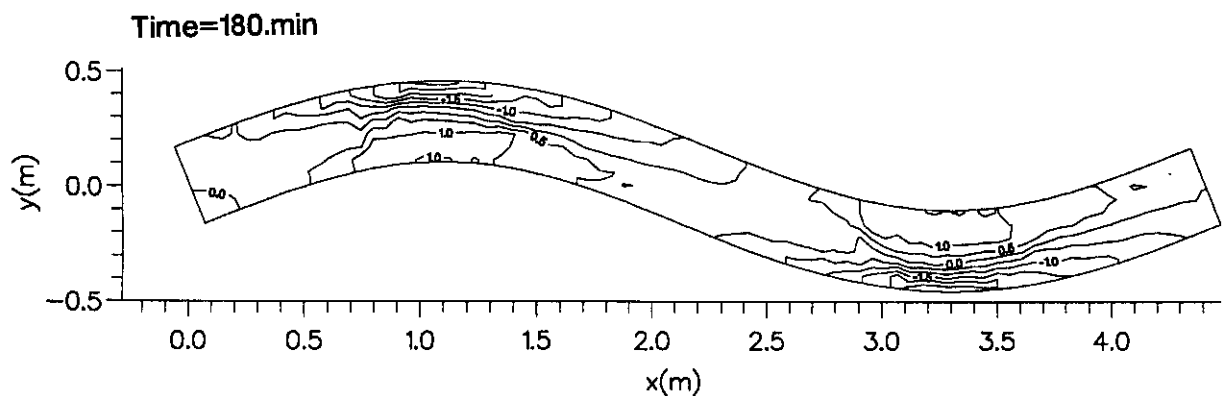
流速ベクトル計算結果 (ケース2)



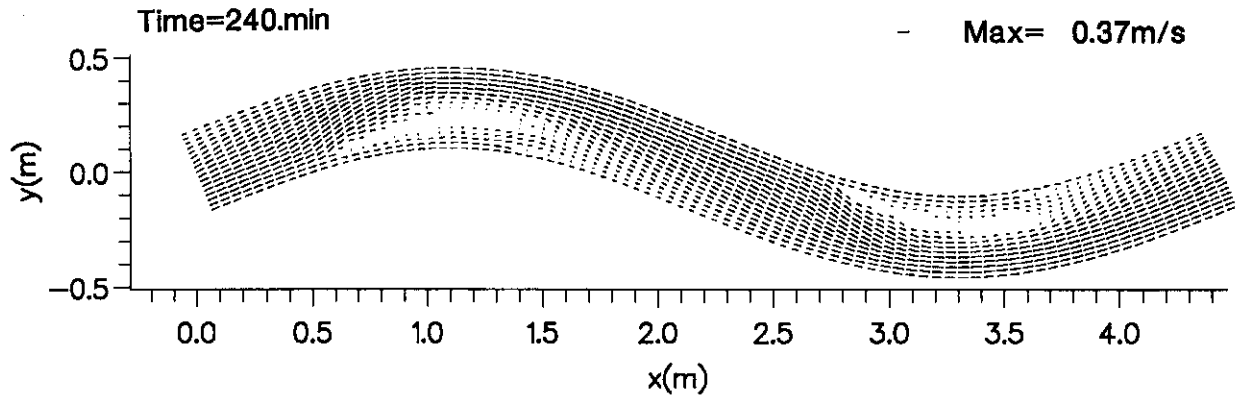
河床変動量の計算結果 (ケース2)



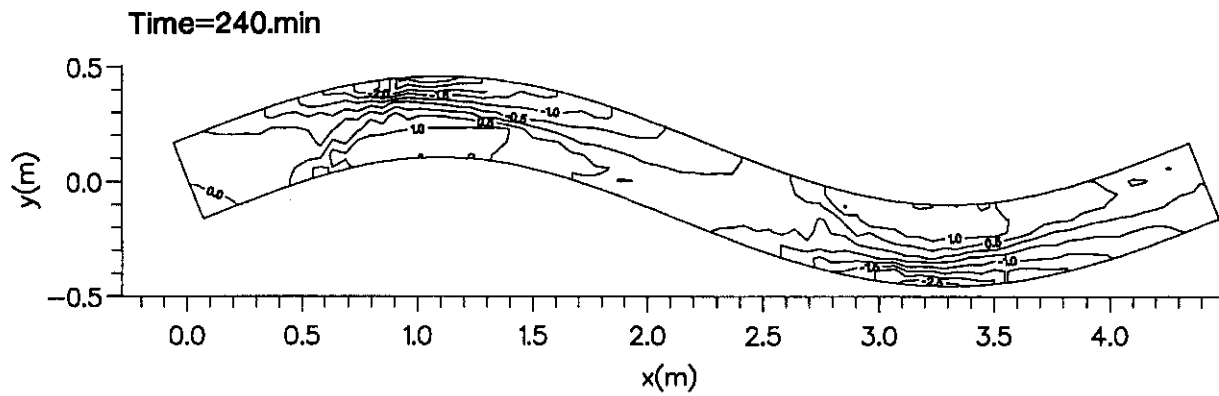
流速ベクトル計算結果 (ケース2)



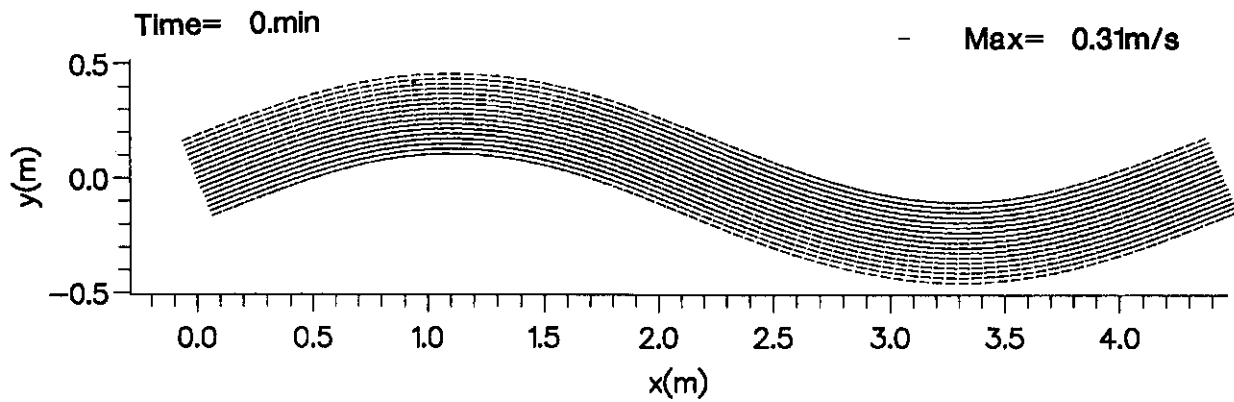
河床変動量の計算結果 (ケース2)



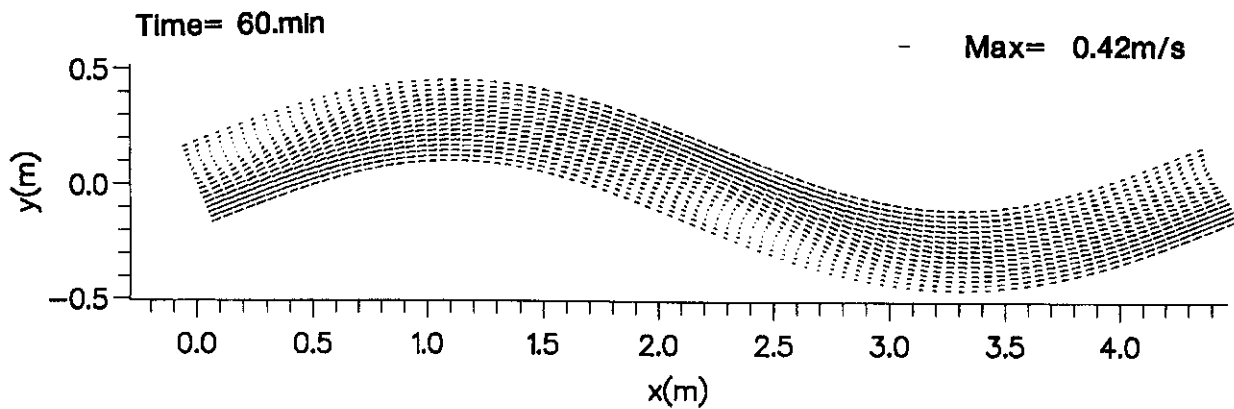
流速ベクトル計算結果 (ケース2)



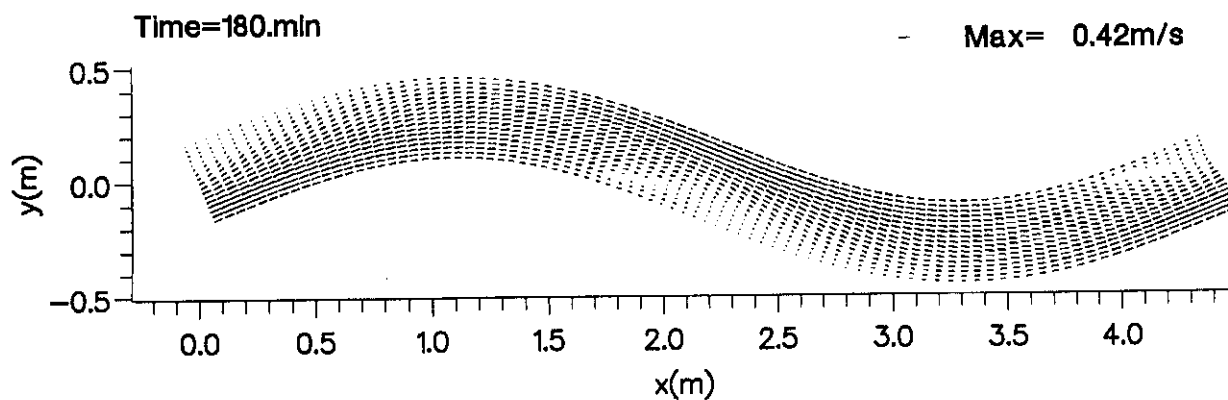
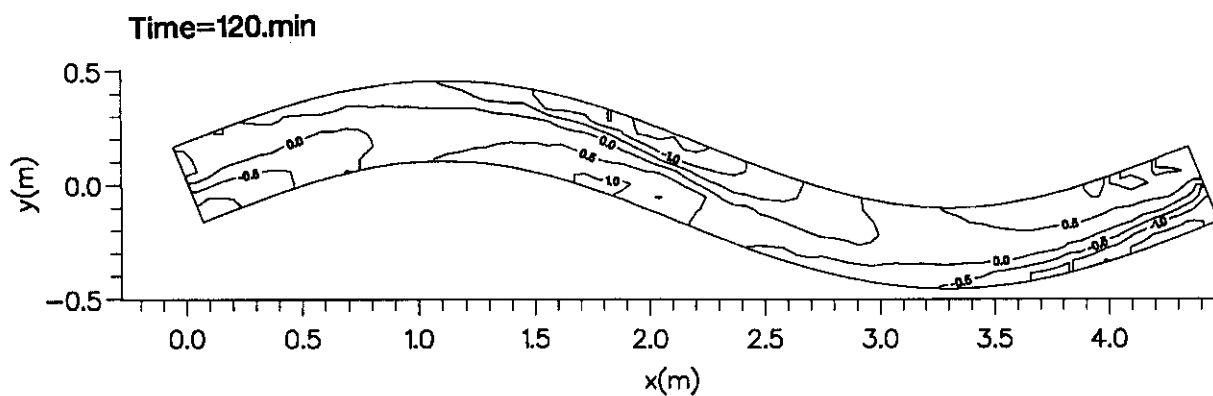
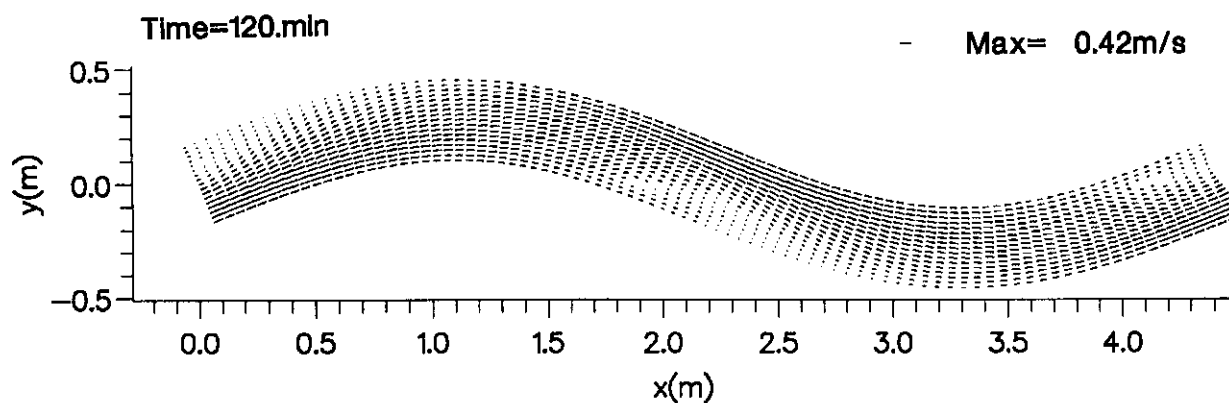
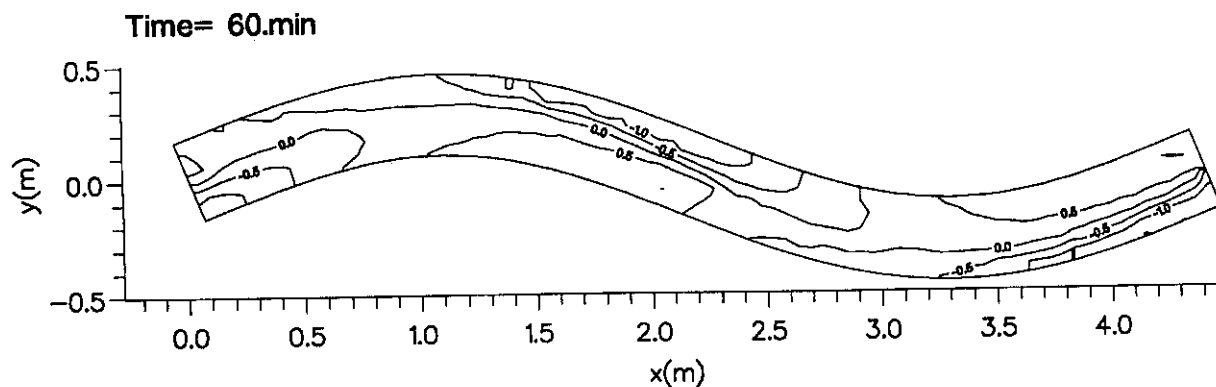
河床変動量の計算結果 (ケース2)

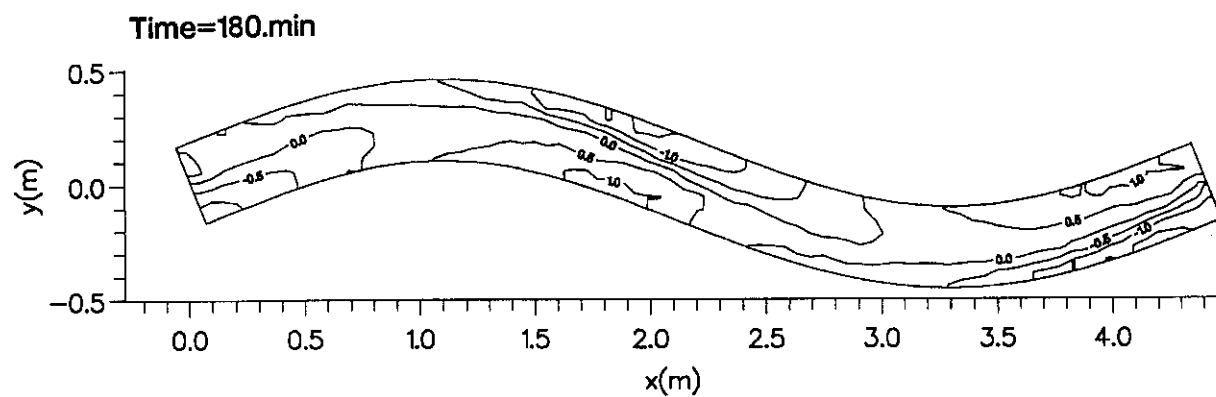


流速ベクトル計算結果 (ケース3)

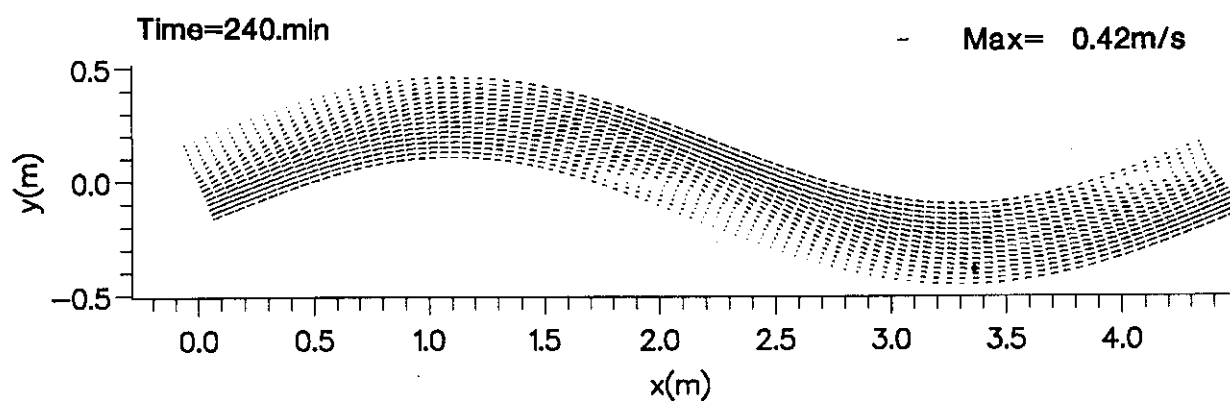


流速ベクトル計算結果 (ケース3)

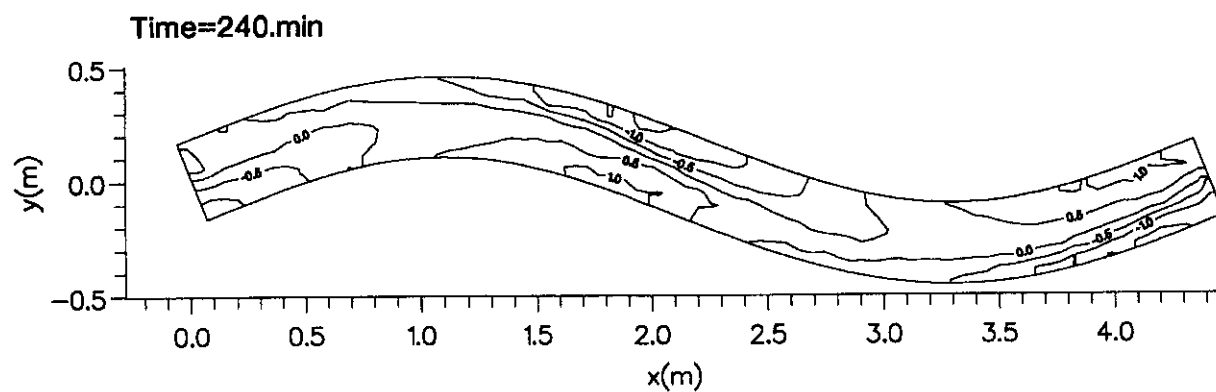




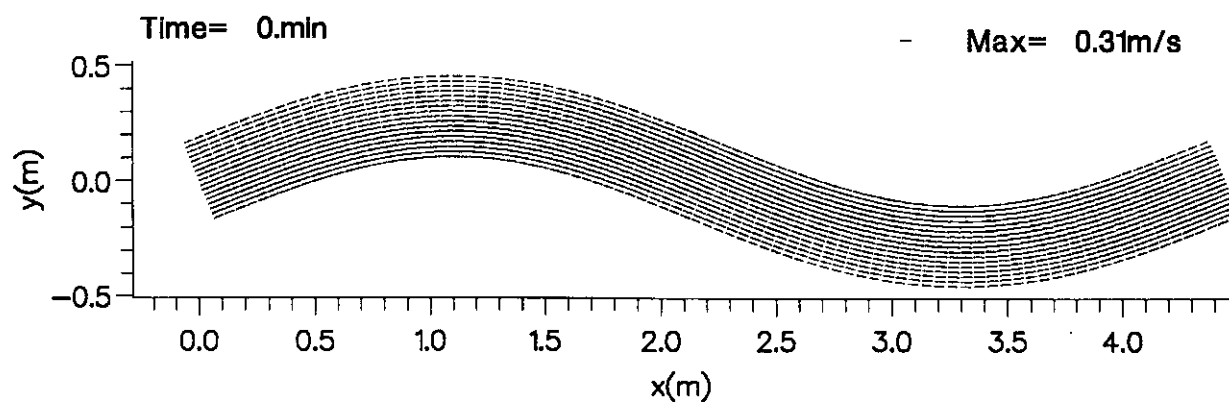
河床変動量の計算結果 (ケース3)



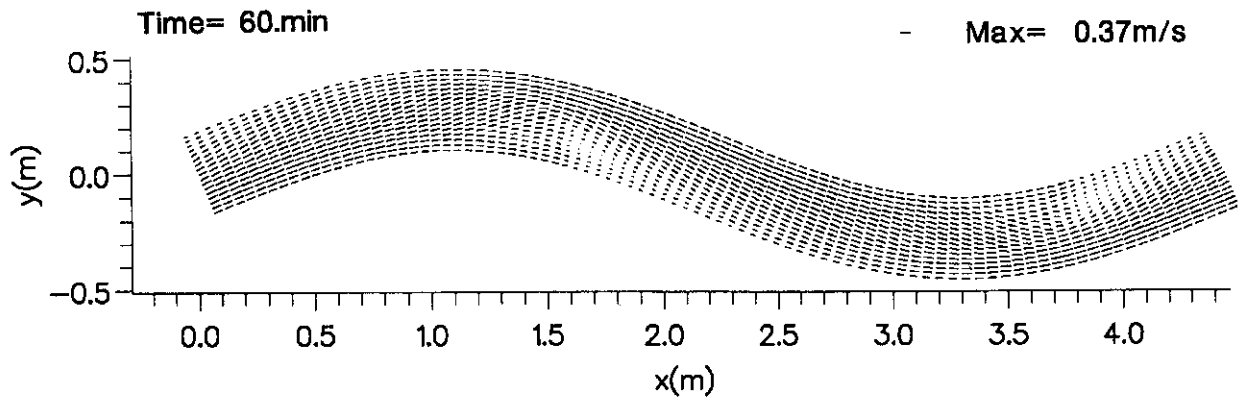
流速ベクトル計算結果 (ケース3)



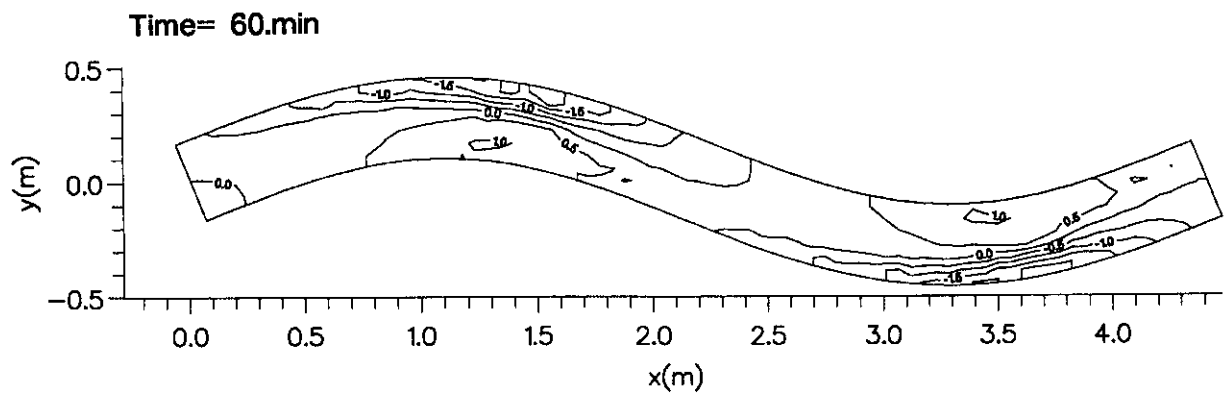
河床変動量の計算結果 (ケース3)



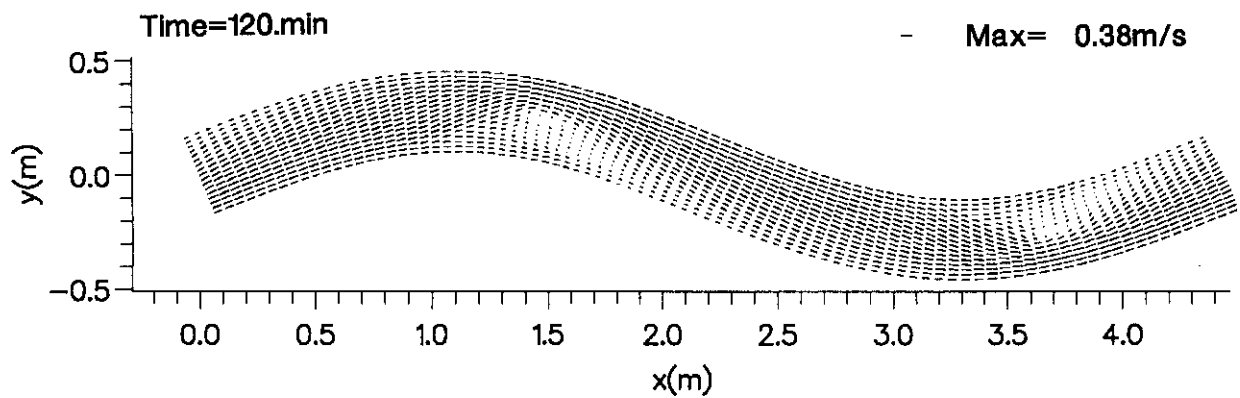
流速ベクトル計算結果 (ケース4)



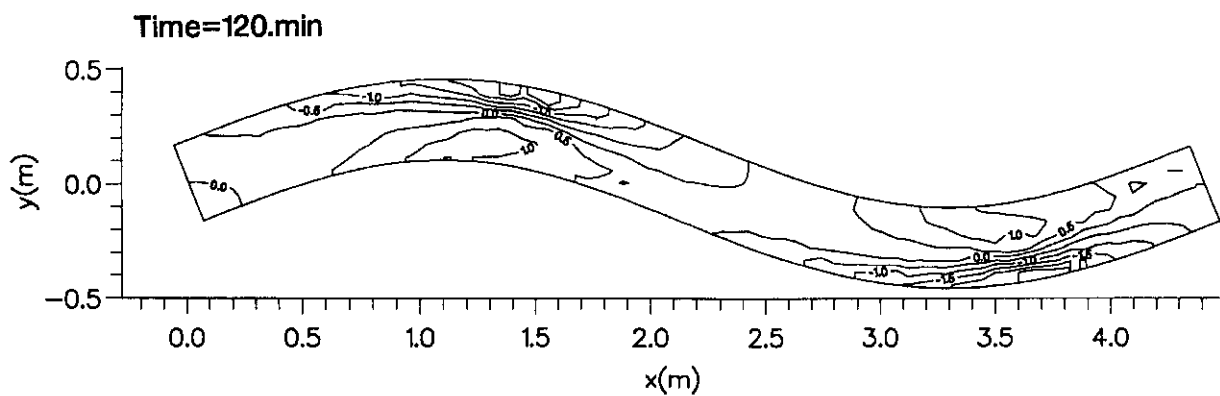
流速ベクトル計算結果 (ケース4)



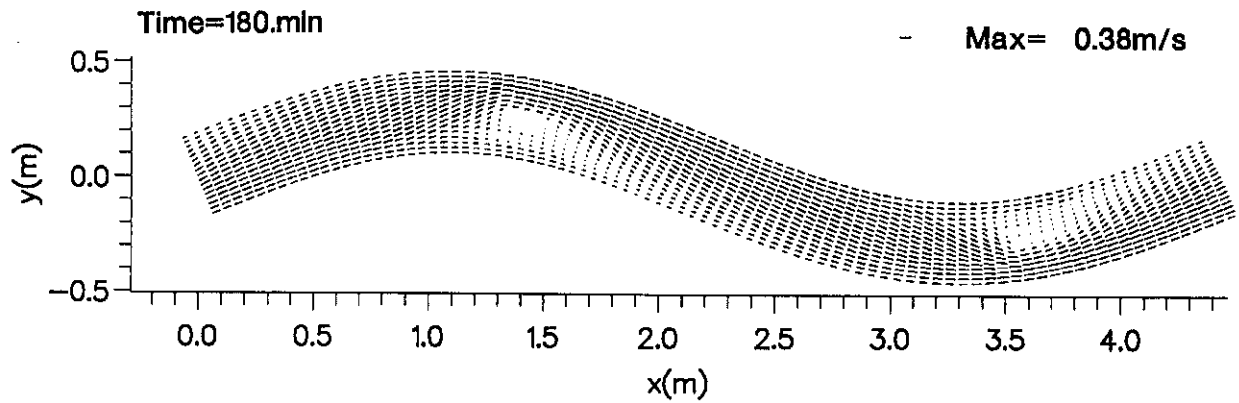
河床変動量の計算結果 (ケース4)



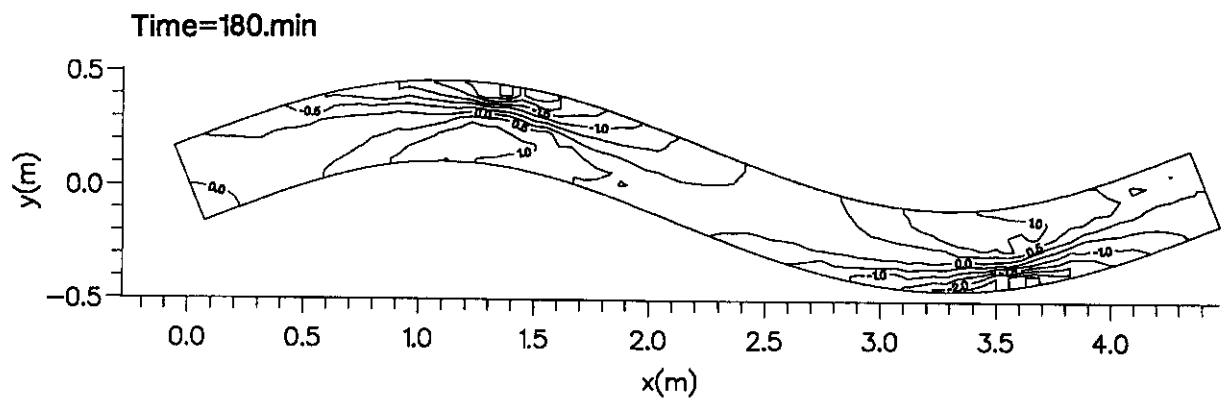
流速ベクトル計算結果 (ケース4)



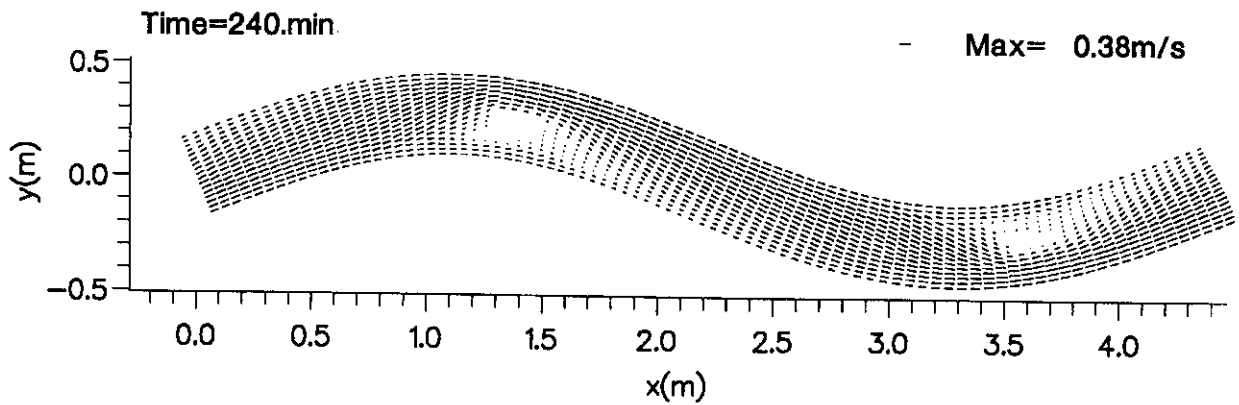
河床変動量の計算結果 (ケース4)



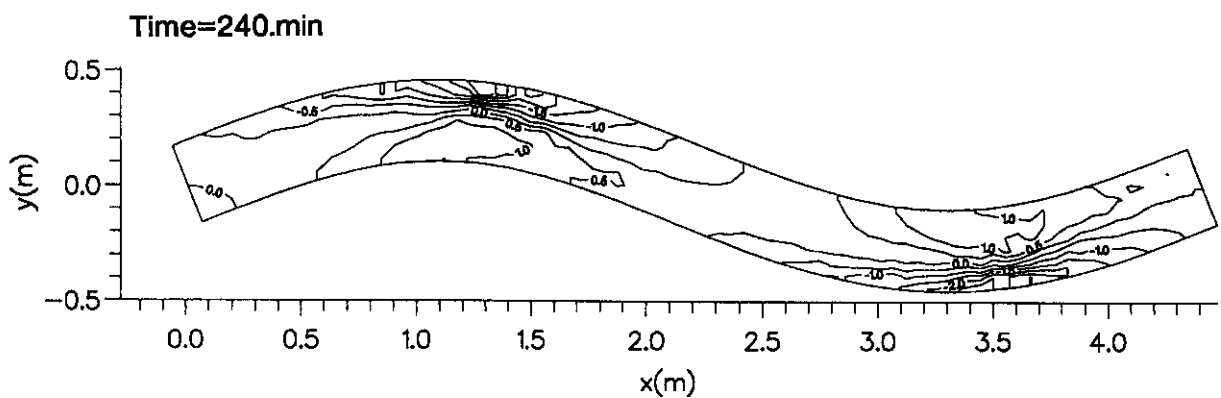
流速ベクトル計算結果 (ケース4)



河床変動量の計算結果 (ケース4)



流速ベクトル計算結果 (ケース4)



河床変動量の計算結果 (ケース4)