

生産スケジューリング問題に対する解法の 体系的整理の試み

今 泉 淳

1. はじめに
2. スケジューリング問題と過去のスケジューリング研究に対するサーベイ
 - 2.1 スケジューリング問題
 - 2.2 スケジューリング問題に対する解法の従来の分類例
 - 2.3 従来の流れの整理
3. コンポーネントによる解法の分解
 - 3.1 コンポーネントの概念
 - 3.2 コンポーネントの分類
4. コンポーネントによる解法の具体的説明
 - 4.1 分枝限定法
 - 4.2 メタ解法
 - 4.2.1 シミュレーティッド・アニーリング法
 - 4.2.2 タブーサーチ法
 - 4.2.3 遺伝的アルゴリズム
 - 4.3 装置産業における生産システムに対するスケジューリング
 - 4.4 鉄鋼業における生産システムに対するスケジューリング
 - 4.5 部分工程と代替経路を有するジョブショップに対するスケジューリング
 - 4.6 鉄道車両部品工場に対するスケジューリング
 - 4.7 鋳造ラインに対するスケジューリング
5. 考察
 - 5.1 コンポーネント分解による利点
 - 5.2 未解決な点
6. おわりに

1. はじめに

近年の製造業が置かれている環境は、市場における競争の激化や顧客の要求の多様化など、極めて厳しいものとなっている。生産スケジューリング (production scheduling) はそのような状況下において、市場の要望に可能な限り対応すべく日夜生産現場で行われている、製造業における根幹的営みであり、ますますその重要性が増している。このような状況を反映し、近年従来にもまして

スケジューリングに関する様々な研究が行われており、日本国内においても活発な研究発表がなされている^{[1][2][3][4][5]}。それらにおいては、種々の問題に対する解決が試みられ、様々な結果が報告されている。

このようにスケジューリング問題の多様化に対応して研究が広範囲に渡り様々な解法が提案される一方で、これらを体系的に整理することが、未解決な問題に対処する上で必要となっている。

本研究では、スケジューリング問題に対する解法を構成する基本概念である「コンポーネント」を定義し、解法から「コンポーネント」を抽出することによって、これらの解法を横断的に整理する枠組を提案する。

2. スケジューリング問題と過去のスケジューリング研究に対するサーベイ

2.1 スケジューリング問題

生産システムの運営では、様々なレベルの管理や運用政策が必要となるが、中でも短期的な側面からの日々の統制では、スケジューリングが最も重要な概念となる。

「スケジューリング」という営みを端的に述べれば、「与えられた仕事を、その満たすべき条件を守りつつ、生産システムの諸資源に割り付けること」とまとめることができる。ここでいう「仕事」とは、なんらかの生産要求に対応する「ジョブ」であり、「資源」とは例えば加工機械や治工具、作業者、その他ジョブを処理するために必要な「リソース」である。

上で言う「満たすべき条件」とは、一般に制約条件などと呼ばれるが、それは、

- 対象としている生産システムがどのような性質を持っているか
- 理論的問題か現実的問題か

などに大きく依存する。

すなわち、生産する製品が異れば、それを生産するシステム側の設備や生産方法が異なることは当然であり、それに対応する「数理的な問題」、すなわち現実を何らかの形にモデル化した問題の制約条件はその生産システムの特徴を反映したものとなり、極論すれば「現場の数だけ問題がある」と言い換えることができる。

同時に、理論的問題か現実的問題かにも大きく依存する。上記の「どのような生産システムか」という視点は、生産現場の形態を意識したものであるが、他方モデル化のプロセスで、現実の問題の詳細をどこまで残してモデル化するかによって、数理モデルとしての問題の条件の多様性や複雑性が異ってくる。たとえ現場のスケジューリング問題を扱うにせよ、「問題を解く」ためのモデル化で何らかの要素の省略が伴わざるを得ず、現場の問題の条件全てを反映して直接的に解決することは非常に困難が伴う。

その一方で、モデル化のプロセスにおいて各システムに特有な要素を可能な限り排除し、元の問題を極度に簡素化し、一般化を指向した問題群が存在する。すなわちそれらが、オペレーションズ・リサーチの組合せ最適化分野で研究対象となっているスケジューリング問題、具体的には、1機械問題、並列機械問題、フローショップ問題、ジョブショップ問題などであり^{[10][39]}、これらに対して膨大な数の研究が存在する。現実が存在しているシステムに比べて極度に簡素化されたこの種の問題は、実際の現場の問題の直接的解決のためというよりも、むしろ解法の理論的あるいは基礎的研究の対象として位置付けられる。

2.2 スケジューリング問題に対する解法の従来の分類例

このようなスケジューリング問題に対しては様々なアプローチがあり、その分類法も多様である。分類例の一つとして、黒田^[42]は、取り組みの観点から、

- OR（オペレーションズ・リサーチ）的アプローチ
- AI（人工知能）的アプローチ
- マンマシンシステム・アプローチ

に分類している。特に、OR的アプローチとAI的アプローチは、スケジューリングに対する代表的アプローチとして位置付けることができ、本稿では黒田^[42]の分類に則って、これら二つについて簡単に説明する。

OR的アプローチ

黒田^[42]によれば、ORのアプローチは「生産スケジューリング研究の端緒を開き、今日までその発展を支える大きな役割を果たして来た」と位置付けられる。

ORにおけるスケジューリング研究は膨大な数にのぼり、本稿で説明するまでもない。研究の幅としては、理論的モデルに対する研究から現実的なシステムに対する問題解決まで、ありとあらゆる研究が存在する。

その中でも最も端的な研究は先に述べた組合せ最適化におけるスケジューリング問題であり、ジョブショップスケジューリング問題は、過去25年に渡って最適に解けなかったFisher and Thompsonの 10×10 （10ジョブ10機械）問題^[24]がCarlier and Pinson^[12]によって最適に解かれたことや同様のベンチマーク問題の最良解が更新されることが話題になるなど、組合せ最適化問題においても最も難しい領域に属する^{[8][23]}。

総じて、組合せ最適化の視点からのスケジューリング問題に対する教科書的な書物（Conway et al.^[13]、Baker^[7]、French^[14]、Pinedo^[26]、Brucker^[10]他多数）や概論的な論文は多数あり、数多くの具体

的な問題に対する研究や知見の蓄積がなされている。

一方で、純粋な組合せ最適化問題としての理論的側面を追求しすぎたため、数理モデルに対する解法は存在するものの、実際にそれが役に立っているのか分からないという現状も指摘されている^[44]。このような現実に対しては、例えばMaccarthy^[22]のように、研究の現況と現場のスケジューリング問題のギャップを指摘し、研究のあり方や方向性に対し示唆を与えるものもある。

AI的アプローチ

黒田^[42]によれば、AI（人工知能）的アプローチは「人間が持っている特定の問題領域に関する知識をシステムに与え、それを用いて問題解決を自動的あるいは半自動的に行う方法」である。同時に、「ORが数学的枠組内での最適化」を指向するのに対して、AIは「目的達成指向」的とも指摘している。目的を達成するための専門家の知識、換言すればヒューリスティクスを知識ベースとして保存し、これを用いて専門家と同じ判断を与えるのがエキスパートシステムであり^[41]、エキスパートシステムは人工知能分野で最も広く実用化されているものの一つである。

AI関係のサーベイとしては、Atabakhsh^[6]、宮下^{[36][37]}がある。

2.3 従来の流れの整理

このような現状に対して、スケジューリング問題や解法、理論に対する様々なサーベイが存在する。先に挙げた黒田^[42]の他にも、Graves^[17]、Rodammer et al.^[28]、Buxey^[11]、Parunak^[25]、藤本^[48]、木瀬^[51]、茨木^[93]などがある。これらは、ある枠組からのスケジューリング問題、あるいは解法の分類が主である。また、スケジューリング問題の記号的分類法としては、Graham^[16]の表記が有名である。

しかし現実的には、Grahamによるスケジューリング問題の分類法ではカバーできない程、現状の生産スケジューリング問題は多様化し、さらに実用的な分類やスケジューリングの解法の特徴に応じた分類の提案^[50]もあるが、これで問題や解法を完全にカバーできるとは限らないことが往々にしてある。

このような現状には、以下のような背景があると考えられる。

問題の定義の複雑化 理論的問題は定義が比較的に簡単だが、現実を背景に持つ問題や現場の問題は定義そのものが複雑であり、Grahamの分類法のような記号による表現には限界がある。

複合的要素を持つ解法の存在 問題の複雑化や大規模化によって、かならずしも単一の解法の枠組だけを用いるのではなく、ある部分に関しては何らかの解法、別の部分は他の解法、あるいはハイブリッド的に手法と手法を組合せて構成される解法の存在が、単純に「○○解法」と言い切れなくしている。

取り組みの観点の違いによって生じる根底的思想の相違 同一問題を扱うにせよ、取り組みの観点の間には前述のような本来の思想の違いがある。また、例えばORの枠内にも厳密解法、ヒューリスティック解法、メタ解法などがあり、それぞれに特徴がある。

このように、問題や解法を従来の枠組によって分類することは、

- 現場の問題解決にどのような解法を用いれば良いのかよく分からない
- 研究者間の情報交換の際の障害になる

などの問題が生じると考えられる。

ある定義された問題に対する考え方として色々なアプローチがあるにせよ、それらを単に取り組み方の観点の名前や解法の名前だけで表記するのは、得策であるとは言えない。また、OR的アプローチにせよAI的アプローチにせよ、問題によって定義される解空間（後述）の探索を指向しているとみなすことができ、その探索の過程における探索を進めるための方策に違いがあるとも考えることもできる。つまり、探索という要素は共通であるものの、それを具体的に動かすための周囲の状況の違いと解釈することができ、その周囲の状況こそが解法それぞれの違い、さらには取り組み方の違いとみなすことができる。そこで本研究では、解法を横断的に分類する視点を与えることを考える。

3. コンポーネントによる解法の分解

3.1 コンポーネントの概念

スケジューリング問題は、次のように定義できる。

目的の尺度を良くするように、所与の資源に対して、与えられた仕事の時間的な割り当てを決定すること

ここでいう仕事とは注文や製品であり、一般的にはジョブとよばれるものであり、資源とは加工機械や工具などを指す。

このようにして定義される問題は、スケジュールが満たさなければいけない制約条件、その値を可能な限り良くしたい評価尺度を規定し、制約条件によってスケジュール全体の集合である解空間が定められる。

スケジューリング問題とは、この解空間からなるべく良い解、すなわちスケジュールを得ることと解釈できるが、良いスケジュールを得るには色々な解法や手法がある。ここでは解法や手法を、「問題における何らかの対象に対する操作の組合せ、あるいは有機的な結合」と定義づける。

そして、各解法において操作がどのように行われるかを明らかにするために、操作には様々な種類があるという前提を置いた上で、「要素の操作」の抽出を行う。要素の操作とは、解法を構成する

操作の単位であり、これをコンポーネントと呼ぶ。

本研究では、スケジューリング問題の解法はコンポーネントによって構成され、どのようなコンポーネントを選んで組み合わせるかの違いによって解法の違いが生じるととらえる。このような視点から解法間の見通しの悪さを排除し、解法の再利用、つまり過去の研究で明らかになった知見をその対象の問題の特徴とともに整理分類することが、コンポーネント分解を行う一つの意図である。

また、ある与えられた問題に対してどのようなコンポーネントを組み合わせれば良いかに関する知見を過去の研究から実証的に得て、スケジューリング問題に対するアプローチの方向性を示唆する枠組を構築することも念頭に置いている。

3.2 コンポーネントの分類

コンポーネントとは、問題、解（スケジュール）、解空間などを対象とする操作であり、ある操作によって、対象に何らかの影響を与える。ここでは、対象が何であるかに応じて以下のような分類にしたがって操作を説明する。

操作は、大きく分けて以下の4つに分類される。

問題に対する操作 問題そのものを対象にする。実質的に解空間に対する操作になる場合もあるが、概念的には分けて考える。

解空間に対する操作 解空間を対象にする。

解に対する操作 実行可能、実行不可能を問わず、解（以下、スケジュールと同義語として用いる）や部分的な解を直接的な対象にする。

その他の操作 上記以外の操作。

以下では、これら4つの操作の詳細な分類を行う。

a) 問題に対する操作

問題の分解 元の問題を小さな部分問題に分ける。分解されて生成された問題は、それぞれ並列的な関係となる。元の問題の条件を何らかの形で変える（無視する、緩和する）ことなく、複数の小さな問題に分けることができる場合、それぞれの問題を最適に解きそれを再び組み合わせて全体の解にすることで最適性を保てる。それに対して、問題を緩和したり条件を無視して分けた場合、それぞれの問題を厳密に解いて最適解を得てそれを組み合わせても、全体の最適解になるとは限らないのみならず、実行可能性も保証されない。

問題の置き換え 問題の条件の一部を緩和・無視することで、あるいは元の問題の条件を一切変更すること無く観点を変えることなどによって、別の新たな問題に変換すること。線形計画問題

の双対化などはこれに属する。

問題の局所化 問題のある部分だけを取り上げ、それらのみを決定対象とする。局所化された問題以外の部分の変数が固定されているかされていないかは、ここでは問わない。

b) 解空間に対する操作

解空間の分割 解空間をいくつかの領域に分ける。ある特定の変数に着目した場合、その取り得る値によって領域が特定される。

解空間の限定 問題の分割によって特定された部分的な領域のうち、ある特定の領域のみを以後の対象とする、あるいはある特定の領域を以後対象としないこと。

c) 解に対する操作

解の修正 現在手元にある解（実行可能であるか実行不可能であるかはここでは問わない）に何らかの部分的な変更を行い、別の解を作り出す。たとえば、局所探索法におけるある解の近傍は、与えられた解に対する修正方法によって定義される解集合であり、実際に近傍のうちの一つの解に乗り移るのは、解の修正を行っている（と同時に、なんらかの選択を行っている）と考えられる。

解の優先的選択 複数存在している解（実行可能か実行不可能か、完全な解か部分解かは問わない）から、何らかの基準によって一つの解を選び出すこと。

解の確率的選択 複数存在している解（実行可能であるか実行不可能であるかはここでは問わない）の中から、確率にしたがって解を選択する。たとえば、シミュレーティッド・アニーリング法における改悪の場合の近傍への移行や遺伝的アルゴリズムにおける交叉の際の解の選び出しは、解の確率的選択に相当する。

解の品質の推定 実行不可能解あるいは部分解から、それをもとにして生成される実行可能解の評価尺度がどのような値になるかを予測すること。

解の模擬的構築 ある与えられた方法によって、解を生成すること。構築のためのメカニズムを与える必要がある。

d) その他の操作

知識や情報の獲得・活用 スケジューリングを反復的に繰り返し、その中から「良い」と考えられる解（スケジュール）、あるいは解を構成するための知見を見出すこと。また、それら知見を何らかの形で活用すること。それら知見の抽出は、人間が行っても、あるいは機械的行っても

良い。これによって獲得された知識は、他の操作を行う際に用いられる。

人間との対話 解法の一部を人間が担当する。たとえば、多目的最適化問題における代用価値トレードオフ (surrogate worth trade off) 法^[31]における対話的手法は、このコンポーネントを用いているとみなせる。

これら操作を具体的に実現する方法は、解法それぞれによって異なる。

4. コンポーネントによる解法の具体的説明

本節では、実際の解法や過去の研究が提案する方法論について、本研究が提案するコンポーネントによる説明を試みる。ここでは、コンポーネントの具体的なイメージを与えることを助ける意味で、問題の対象を限定しない汎用解法として捉えることが可能な解法に関する説明をまず行い、ついで特定の問題を対象に開発されたスケジューリング解法を取り上げることにする。

4.1 分枝限定法

分枝限定法 (branch-and-bound method) とは、NP完全問題に代表される難しい問題に適用される計算原理である^[32]。ORにおける理論的スケジューリング問題に対しては、まずこの方法の適用が試みられていると言っても過言ではない。

基本的な考え方は、ある与えられた問題を小さな問題へ分割しながら解くのを繰り返すことで、元の問題を解くのと等価なことを実現するメカニズムである。具体的には、問題（ここでは最小化問題を想定する）の定義によって与えられる変数の採り得る値について、それらの値をそれぞれ具体的に与えることによって、ある一部の変数が決定された子問題を生成する。ここで言う変数の採り得る値とは、0-1計画問題であれば0か1か、フローショップスケジューリング問題であればある時点で割り付け可能な全ての残りジョブなどであり、それを具体的に決めることで、それら選択可能な変数の値の個数分だけの子問題が生成される。ここで解空間からこの一連の動きを見れば、変数をそれが採り得る特定な値それぞれに固定することは解空間の分割をしていることに他ならず、問題側から見れば問題の局所化を行っていることになる。

変数の値を固定してゆく度に段階的に問題の規模が小さくなっていくが、その過程で出現する各子問題では、ある一部条件を緩和してそれを解くことで得られる下界値による一種の解の品質の推定を行う。ここで、元の問題の条件を満足する解が既に存在していたらその中で最も目的関数値の良い解の値を上界値といい、下界値が上界値以上ならば、その下界値を持つ子問題はそれ以上変数の値を固定する操作を続けることに意味が無いので、それら問題が対象とする解空間に着目する必

要はなく、解空間の限定がなされる。このような手順は、子問題が無くなった時点で終了する。

これが、分枝限定法の基本的な構造であり、これ以上の細かい部分は実際の解法の実装において決定されるべき事項であると考えられる。例えばその一つとして、子問題の選択方法がある。

一部の変数が固定された問題はこの過程中には複数存在するが、それらのどれから選んで上記のような操作をするかは、分枝限定法において一つの戦略となる。その一つの「下界値優先探索」は、下界値の小さな子問題から上記の操作を行う戦略であり、これは解の優先的選択を行っていると考えられる。

このように、分枝限定法は列挙法を骨格とし、解空間の分割と限定を効率良く繰り返し、様々なコンポーネントをバランス良く組み合わせることで、最適解が算出されることを保証する解法であると言える。ただし、一般的には、下界値の導出方法とその手間が鍵を握っており、また解全てを列挙するわけではないとは言え、現実的には計算に非常に時間を要するという欠点がある。

4.2 メタ解法

メタ解法とは、組合せ最適化問題を解くためのヒューリスティックを有機的に結合させたものであり、従来の近似解法を超えた枠組として注目を浴びている^[34]。

一般に分枝限定法は、厳密な最適解を目指すため、計算に非常に多くの時間を要することがしばしばある。一方で、比較的良好な解を実用的な時間内で求めることが必要な場合には、分枝限定法が適しているとは言いがたい。また、小規模な問題では分枝限定法が適用できても、問題の大規模化によって、やはり計算時間が非常にかかることが多い。そこで問題に応じた様々な近似解法が提案されているが、メタ解法は問題に依存しない、近似解法の枠組であると言える。

メタ解法には、局所探索法、シミュレーティッド・アニーリング法、タブーサーチ法、遺伝的アルゴリズムなどがあるが、ここではシミュレーティッド・アニーリング法、タブーサーチ法、遺伝的アルゴリズムを採りあげて説明する。

4.2.1 シミュレーティッド・アニーリング法

シミュレーティッド・アニーリング法 (Simulated Annealing 法、以下 SA 法) は、局所探索法に確率的な要因を加えたものと解釈することができる。

一般にメタ解法では、近傍の定義が必須である。近傍 N は、実行可能解の集合 F を与えたとき、

$$N: F \rightarrow 2^F$$

と定義される^[34]。具体的には、ある解からその一部の変数の値の変更によって生成される解の集合であり、本稿で言うところの解の修正に相当する。近傍構造は解の修正の「メカニズム」であり、

アルゴリズムの設計者が決定する。

局所探索法は、与えられた解の近傍の中から目的関数の値が改善する解を選択するという手順を、目的関数の改善が行われなくなるまで繰り返し行うものである。この方法の場合、その場その場の解の改善方向に進んでいくため、解空間に谷が一つしか無い場合には大域的最適解にたどり着くことができるが、多くの問題ではそうとは限らないので、局所最適解に陥り計算が終了してしまう。

SA法はこの欠点に対して修正を施したものであり、近傍に移る際に、解の改悪であっても確率によってその解に移るかどうかを決定する。これが、**解の確率的選択**である。

4.2.2 タブーサーチ法

タブーサーチ法 (Tabu search法、以下TS法) は、比較的最近登場したメタ解法の枠組の一つである^[15]。

近傍の考え方はSA法と同様であり、**解の修正**を繰り返すのが基本だが、TS法の原型には確率的な要素は一切存在しない。TS法は、近傍から禁断リストを除いたうちの最も良い解に移行する。禁断リストには、過去に探索した解そのものや解の移行の際の痕跡を記録し、同じような解の移行が起こるのを一定期間禁止する。近傍内の解の中からは改悪量が最小な移行を選択するため、SA法と違い**解の優先的選択**を行っていることになる。

4.2.3 遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm)^{[48][49]}は、生物の進化過程に理論的背景をおく枠組である。

その骨子は、異なる実行可能解をある定められた個数だけ保持し、それら解から「交叉」や「突然変異」といった手続きによってまた新たな解 (子孫) を作りだし、「淘汰」によって解を選別し、それを次世代とすることを繰り返して、最終的に良質な解を得る。

その意味で、交叉や突然変異は一種の**解の修正**であると考えられるが、そこには確率が介在しているため、**解の確率的選択**との組合せであると言える。交叉と突然変異も一種の近傍と捉えることができ^[34]、その意味でシミュレーティッド・アニーリング法と同じコンポーネントから構成されているともいえるが、実際に解の修正のメカニズム、すなわち近傍の考え方や、複数の解を保持しながらアルゴリズムが進行する点が異っている。

4.3 装置産業における生産システムに対するスケジューリング^{[43][19]}

これら研究が対象としている問題は装置産業の実例に基づくものであり、ハイブリッドフローショップの一種とみなすことができるが、理論研究におけるハイブリッドフローショップ、例えば

Rajendran and Chaudhuri^[27]やBrah and Hunsucker^[8]などと比べてはるかに条件が多く、複雑な問題である。具体的には、

- 計画期間31日（1ヶ月）の毎日について、第1工程が24台機械、第2工程が29台機械のそれぞれが加工すべきジョブを決定する必要がある
- 第1工程の加工品が、第2工程の複数の加工品に分岐する
- 第1工程も第2工程とも、加工にはジョブに依存する治具を要することから、段取りを必要とする
- 複数の評価尺度を有している

などの特徴があり、これを一つの数理的問題（例えば混合0-1計画問題）として定式化して直接的に解くことは、変数や制約式の多さから考えて、現在の計算機のテクノロジーではまず不可能である。したがって、これを克服するための様々な工夫が必要となる。

これら研究のアプローチの骨子は、全体の問題を階層構造を持つように区切ることによって実用上許容できる精度の（それら区切られた問題の）解が得られる程度まで小さくした上で、階層構造にしたがって、上部の問題の解（決定項目の一部分を仮に決めたもの）を下部の問題の入力とする、というものである。具体的には、「バッチサイズ決定問題」では、各ジョブの候補機械における仮の加工量を決定し、同時に段取り回数の下限値を得た上で、「スケジューリング問題」では、その下限を悪化させない前提で、在庫を抑えつつ仮の加工量を可能な限り計画期間内で加工するようなスケジュールを生成する。

階層構造を持つような切り分けは一見「問題の分解」に見えるが、全体の問題は元々そのように切り分けても良いような構造を有しているわけではなく、またラグランジュ緩和のような目的関数にペナルティがかかるような緩和を行っているわけでもない。このアプローチでは、階層構造の上部に位置するバッチサイズ決定問題の解が、階層構造の下部に位置するスケジューリング問題に対する入力となっていることから、問題や解に先行関係あるいは依存関係がある。これは、決定項目のうちの中からある種類の変数を抜きだして先に決めて、その結果を受けて残りの項目を決めているに他ならない。

すなわち、全体のある部分にのみ着目する問題の局所化を行い、その結果を受け入れて、それに基づいて残りの問題の部分に対する決定を行っている。これにより大幅に計算時間を削減しているが、陰に解空間の限定に相当する操作が行われ、着目すべきスケジュールの候補を絞り込んでいると解釈できる。

細かく見ると、区切られた個々の問題では種々の技法やコンポーネントを要因として含む。簡単に述べれば、バッチサイズ決定問題は混合0-1整数計画問題として定式化し、分枝限定法によって

最適解、ないしは準最適解を得ている。分枝限定法は4.1節で説明をしたので詳細は避けるが、これから研究では厳密な最適解をスケジューリング問題に対する入力にしなければならない必然性は無いので、解法が分枝限定法であろうがなかろうが本質的に影響は無い。したがって、この部分に対するコンポーネントの抽出は重要ではない。

むしろこれら研究のアプローチの新規性はスケジューリング問題にあり、ここでも種々の技法やコンポーネントを含んでおり、それが統合された形でスケジュール生成手順が構築されている。しかし、全体の枠組であるところの「階層構造」に比べてその比重は低くなるので、これ以上のコンポーネントの抽出は行わない。

4.4 鉄鋼業における生産システムに対するスケジューリング^[35]

鉄鋼業においては、様々なタイプの組合せ最適化的問題が存在するが、その中のスケジューリング問題、とりわけ「圧延・精整操業計画問題」に対するアプローチを取り上げる。

この問題の特徴を簡単に列挙すれば、

- 処理するジョブ数が約3万に及ぶ大規模なジョブショップである
- 複数の評価尺度を持っている
- 制約の厳しい特定の工程（圧延工程）の順序がまず決められるため、後から決定する他の工程のスケジューリングがより重要になる

などがあり、この問題も組合せ最適化問題として直接的に解くことがほとんど不可能である。そこでこの研究ではヒューリスティックなアプローチを採っている。

その骨子は、1) 圧延工程と精整工程に問題を分離する（問題の局所化）、2) 圧延工程からスケジューリングを実施する（解空間の限定）ことである。すなわち、問題を工程で分けてしまうこと、また圧延工程のスケジュールに依存した精整工程のスケジュールにしか着目しないことから、それによって自動的に対象となる解の範囲が限定されることになる。精整工程では、event to event方式によるシミュレーションを行っており、その際のロットの選択や設備の選択に、評価尺度の重みづけ和の値を用いた解の模範的構築を併用している。

文献^{[43][19]}と同様、問題の大規模化に対しては、問題の分解や問題の局所化が有効なアプローチであると言えるが、問題の性質や構造に応じてどのような局所化を図れば良いかの見極めが、一種の名人芸的技術に頼らざるを得ない側面がある。また、全体の最適化を行えない場合には、本アプローチのように一部ディスパッチングルールを用いたシミュレーションを併用するなどの方策が考えられるが、どこの部分に最適化を施せば良いかについて、問題の構造や諸条件に応じて適切に選択することが肝要であると考えられる。

4.5 部分工程と代替経路を有するジョブショップに対するスケジューリング^[47]

この研究は、Luh et al.^[21]、Luh et al.^[20]、Hoitomt et al.^[18]の一連の研究の流れを組むアプローチを採っており、その概論は、Wang et al.^[29]にある。

これら研究の問題は、一貫して納期遅れを評価尺度としているのがその特徴である。これは、従来の理論研究が対象としているモデルのほとんどが総所要時間などジョブの稼働率関連尺度に集中していたことに対する反省と位置付けられる。問題のこの性質が、逆に各ジョブ間の機械における競合に関する制約を無視する緩和をしたときに、問題がジョブ毎に分解できるという特徴を生み出している。

具体的には、日単位のスケジューリングを行うことを考え、各ジョブの納期遅れの総和を最小化するように、問題を整数計画問題として定式化する。その定式化における機械の使用に関する制約、すなわち「ある日におけるある機械は高々その能力までの個数のジョブしか処理できない」という制約を、ラグランジュ緩和する。緩和した問題はジョブ毎の子問題に分解でき、機械における他のジョブとの競合は、「機械の使用料」という経済的解釈が可能なパラメータであるラグランジュ乗数を介して、評価尺度に対するペナルティとして表現される。最終的な子問題は、自分以外のジョブは存在せず、機械で加工を受ける際はその機械のその日の機械使用料を払い、納期遅れと機械使用料の総和を最小化するという問題に帰着する。これは、問題の分解に相当する。

子問題は元の問題に比べてはるかに規模が小さいため最適解を容易に得ることができるが、同時にこれらから元の問題の下界値を得ることができ、解の品質の推定を行える。さらに、ラグランジュ双対問題を解き、緩和問題の答えに基づき実行可能解をヒューリスティックに生成し上界値を得るが、これは緩和問題の解に基づきそれを解の修正によって実行可能スケジュールに直していると解釈できる。このような手順を繰り返し、双対ギャップがある大きさ以下になったならば、あるいは一定の反復回数の後に、手順を終了させる。

この方法の特徴は、実行可能スケジュールを得つつ、最適値の下界値も算出しているため、最終的に得られた上界値を評価することができる点にある。ただし、本アプローチの枠組は、上界値の生成方法までは規定しておらず、緩和問題の情報に基づく実行可能解がどの程度の精度を示すかは元の問題の構造などに依存すると考えられる。村上 et al.^[38]の扱う問題は、Luh 等の一連のアプローチの直接的適用では精度の良いスケジュールを得るのが難しい例である。

4.6 鉄道車両部品工場に対するスケジューリング^[45]

4.5節でも触れたように、理論的スケジューリングの問題では、工期最小化（総所要時間最小化）が伝統的な評価尺度であったが、現実の生産システム、殊に個別受注生産では納期の遵守が重要で

ある。にもかかわらず理論研究がこれを放置していたのは、一つには問題に解く上での良い構造や性質を見出すことができないという理由があると考えられる。

井上と冬木^[45]は、個別受注生産のスケジューリング問題に対して、シミュレーションを用いている。シミュレーションを用いる研究は、専らスケジューリングの結果が良くなるような優先規則の発見を目指すものが多く、本研究もその流れを組むが、納期重視を考える上では限界があることを指摘し、バックワードとフォワードのシミュレーションを組み合わせたハイブリッド型のシミュレーションを骨格とするスケジューリングアプローチを提案している。

このアプローチで中心的枠組になるのは、言うまでもなく解の模範的構築である。バックワードシミュレーションは納期を重視するが、モデルそのものは粗いものを用いている。これは、バックワードシミュレーションがこの枠組内においては「近似」の一つであり、そこから得られた情報を元にフォワードシミュレーションを行うことを念頭に置いているからである。その意味で、バックワードシミュレーションの役割は問題の置き換えによって知識や情報の獲得を行い、それに基づいて詳細なシミュレーションを行っている（知識や情報の活用）と解釈できる。

4.7 鋳造ラインに対するスケジューリング^[40]

モーター用部品の鋳造ラインに対するスケジューリング実例であり、納期遅れと段取り回数が評価尺度である。すなわち、各ジョブの納期を守るためには納期順に処理すれば良いが、段取り回数が多くなることは避けたいが故に、そのバランスをいかに保つかが課題となる。

問題となるのは型（砂型）同士の組み合わせ方であり、納期と材質を考慮した評価値を基準に、現時点の最後に割り付けられている型との整合性を考慮した値を減じ、この値に基づいて解の優先的選択を行う（ここでは、ジョブを選択することになる）。このような各ジョブの評価付けは、一種の知識体系をロジック化したものと位置付けられる。本解法そのものは、知識や情報を獲得するようなプロセスは含んでいないものの、従来の経験や知識を加味した上で評価値の計算方法を与えていると考えられ、解の優先的選択を行う上での基準が知識や情報の獲得・活用を前提としているものと見なせる。井上と冬木^[45]の知識や情報の扱いとの違いは、井上と冬木が手順によって情報を得ることを指向しているのに対して、成松 et al.^[40]は、既に蓄積されている知識や経験を評価値算出式に凝縮させている点である。

5. 考察

5.1 コンポーネント分解による利点

前節で行った、具体的な解法に対するコンポーネントによる分解は、以下のような利点を生み出

すと考えられる。

解法の違いを統一的な枠組で比較できるようになった ある解法の問題に対する取り組み方の視点によって説明するのは違い、解法がどのような要素を持ち、他の解法と何が似ていて何が違うのかを、ある一定の基準によって記述することが可能となった。

総合的な解法の説明が容易になった スケジューリング解法には、様々な汎用解法あるいはそのエッセンスを組み合わせたようなもの、あるいは、既に存在している解法の枠組では説明ができないような解法が存在する。例えば、今泉 et al.^[43]、Imaizumi et al.^[19]は、「解法」という意味では、分枝限定法を用いている部分もあり、機械毎に分解して順序づけを行っている部分もある。これは、解法の側面から見た場合は一言では説明できない複合的なものとなるが、解法・手順の各部に関して「何に対する操作を行っているのか」の説明や解釈を行うことで、解法の構造を浮き彫りにすることが可能となった。

5.2 未解決な点

前節で述べた利点がある反面、以下のような点に対しては未解決な側面を残したと考えられる。

コンポーネントの分類の粒度によっては、解法上の区別がつかない 現段階のコンポーネントの定義では、場合によっては複数の解法の区別がつかないような場合がありえる（例えば、シミュレーティッド・アニーリング法と遺伝的アルゴリズムはこの例）。これは、現段階におけるコンポーネントの粒度、あるいはふるいの目の細かさに起因するものと考えられる。コンポーネントの細分化を更に進めれば、いかなる解法の違いでも表現できるようになると考えられるが、細分化を更に進めることに利点があるかを勘案する必要がある。

コンポーネントの重みの評価が客観的にできるかどうか 解法を構成する複数のコンポーネントに関して、どれが中心的役割を演じているか、重みをもっているかは、解法によって異っている。現在は、コンポーネントの抽出を行っただけで、解法における役割や相互関係に関しては言及できない。

コンポーネント間の関係に関してなんら分析をしていない コンポーネント間には、ある種の必然的関係を有するものが存在すると考えられる。例えば、ある問題に対する操作を行った場合、必然的（陰的）に解空間に対する操作が行われる場合があり得る。これは、コンポーネント間に一定の関係があることを示唆している。

6. おわりに

本研究では、生産スケジューリング問題に対する解法を整理するための一方法を提案した。この

ような視点から解法を分類することによって、個々の解法の特徴を一定の表現方法によって記述することが可能となった。

前節の未解決な課題に加えて、将来的な課題としては以下のようなことが考えられる。

コンポーネントの分類に関する検証 現在列挙したコンポーネントだけで解法の説明が可能かどうかの検証を行い、コンポーネントの詳細度として適当かどうかを確認する。また、本稿で挙げた以外の様々な研究や解法を、本枠組で分類、説明可能かを検証する。

問題の性質とコンポーネントの組合せの関係 最終的には、問題の性質に対応した解法が何であるかを本枠組によって説明することを指向する。すなわち、問題の本質的な難しさを明らかにした上で、それに対してどのような対策（コンポーネント）を用意すれば良いかという問に対する答えを提供したい。そのためには、解法のコンポーネントによる表現のみならず、問題やモデルに対する分類や説明を必要とするものと考えられる。

今後は、上記の点を解決した上で、問題やモデルの一般化や統一的な表現と融合し、スケジューリング問題やモデル化と解法の間を一定の枠組で記述し、過去の研究の整理やそれら研究の再利用に役立てることを目指す。

参考文献

- [1] 生産スケジューリング・シンポジウム'93講演論文集。日本機械学会, 1993.
- [2] 生産スケジューリング・シンポジウム'94講演論文集。日本オペレーションズ・リサーチ学会, 1994.
- [3] 生産スケジューリング・シンポジウム'95講演論文集。システム制御情報学会, 1995.
- [4] 生産スケジューリング・シンポジウム'96講演論文集。日本経営工学会, 1996.
- [5] 生産スケジューリング・シンポジウム'97講演論文集。人工知能学会, 1997.
- [6] H. Atabakhsh. A survey of constraint based scheduling systems using an artificial intelligence approach. *Artificial Mechanics in Engineering*, Vol.6, No.2, pp.58-73, 1991.
- [7] K.R. Baker. *Introduction to Sequencing and Scheduling*. Wiley, 1974.
- [8] J. Blazewicz, W. Domschke, and E. Pesch. The job shop scheduling problem: conventional and new solution techniques. *Eur. J. Opnl. Res.*, Vol.93, pp.1-33, 1996.
- [9] S.A. Brah and J.L. Hunsucker. Branch and bound algorithm for the flow shop with multiple processors. *Eur. J. Opnl. Res.*, Vol.51, pp.88-99, 1991.
- [10] P. Brucker. *Scheduling Algorithms*. Springer-Verlag, 1995.
- [11] G. Buxey. Production scheduling: Practice and theory. *Eur. J. Opnl. Res.*, Vol.39, pp.17-31, 1989.
- [12] J. Carlier and E. Pinson. An algorithm for solving the job-shop problem. *Mgmt. Sci.*, Vol.35, No.2, pp.164-176, 1989.
- [13] R.W. Conway, W.L. Maxwell, and L.W. Miller. *Theory of Scheduling*. Addison-Wesley, 1967.
- [14] S. French. *Sequencing and Scheduling: an Introduction to the Mathematics of the job-shop*.

- Horwood, 1982.
- [15] F. Glover. Tabu search-part I. *ORSA J. Comp.*, Vol.1, No.3, 1989.
 - [16] R.L. Graham, E.L. Lawler, J.K. Lenstra, and A.H.G. Rinnooy Kan. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey. *Annals of Discrete Mathematics*, Vol.5, pp.287-326, 1979.
 - [17] S.C. Graves. A review of production scheduling. *Opns. Res.*, Vol.29, No.4, pp.646-675, 1981.
 - [18] D.J. Hoitomt, P.B. Luh, and K.R. Pattipati. A practical approach to job-shop scheduling problems. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.9, No.1, pp.1-13, Feb. 1993.
 - [19] J. Imaizumi, Y. Yamakoshi, M. Murakami, and S. Morito. Production planning of two-stage parallel machine flow shop: batching and scheduling. In *The 14th International Conference on Production Research*, Osaka, 1997.
 - [20] P.B. Luh and D.J. Hoitomt. Scheduling of manufacturing systems using the lagrangian relaxation technique. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.38, No.7, pp.1066-1079, 1993.
 - [21] P.B. Luh, D.J. Hoitomt, and K.R. Pattipati. Scheduling generation and reconfiguration for parallel machines. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.6, No.6, pp.687-696, Dec. 1990.
 - [22] B.L. Maccarthy and J. Liu. Addressing the gap in scheduling research: a review of optimization and heuristic methods in production scheduling. *Int. J. Prod. Res.*, Vol.31, No.1, pp.59-79, 1993.
 - [23] P. Martin and D.B. Shmoys. A new approach to computing optimal schedules for the job-shop scheduling problem. In W.H. Cunningham, S.T. McCormick, and M. Queyranne, editors, *Integer programming and combinatorial optimization*, pp.389-403. Springer-Verlag, Berlin, 1996.
 - [24] J.F. Muth and G.L. Thompson. *Industrial Scheduling*. Prentice-Hall, 1963.
 - [25] H.V.D. Parunak. Characterizing the manufacturing scheduling problem. *J. Manufacturing System*, Vol.10, No.3, pp.241-259, 1991.
 - [26] M. Pinedo. *Scheduling*. Prentice-Hall, 1995.
 - [27] C. Rajendran and D. Chaudhuri. A multi-stage parallel-processor flowshop problem with minimum flowtime. *Eur. J. Opnl. Res.*, Vol.57, pp.111-122, 1992.
 - [28] K. Rodammer, F.A. and Preston White JR. A recent survey of production scheduling. *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol.18, No.6, pp.841-851, 1988.
 - [29] J. Wang, P.B. Luh, X. Zhao, and J. Wang. An optimization-based algorithm for job shop scheduling. *SADHANA*, Vol.22, No.2, pp.241-256, 1997.
 - [30] S.H. Zanakis, J.R. Evans, and A.A. Vazacopoulos. Heuristic method and applications: A categorized survey. *Eur. J. Opnl. Res.*, Vol.43, pp.88-110, 1989.
 - [31] 伊理正夫, 今野浩 (編). 数理計画法の応用〈理論編〉, 講座・数理計画法, 第10巻. 産業図書, 1986.
 - [32] 茨木俊秀. 組合せ最適化, 分枝限定法を中心として, 講座・数理計画法, 第8巻. 産業図書, 1983.
 - [33] 茨木俊秀. スケジューリングの理論. システム/制御/情報, Vol.41, No.3, pp.100-105, 1997.
 - [34] 久保幹雄. メタヒューリスティックス. 室田一雄 (編), 離散構造とアルゴリズムⅣ, pp.171-230. 日本応用数理学会, 近代科学社, 1995.
 - [35] 中川義之. 鉄鋼業における離散事象システムの最適化. 室田一雄 (編), 離散構造とアルゴリズムⅢ,

- pp.163-204. 日本応用数理学会, 近代科学社, 1994.
- [36]宮下和雄. スケジューリング問題へのアプローチ(1)ー人工知能における課題. 人工知能学会誌, Vol.10, No.6, pp.880-887, 1995.
- [37]宮下和雄. スケジューリング問題へのアプローチ(2)ー知識の内容と獲得. 人工知能学会誌, Vol.11, No.1, pp.41-49, 1996.
- [38]村上元一, 今泉淳, 森戸晋. ジョブの分岐のある2段階複数機械フローショップにおける納期遅れ最小化スケジューリング: ラグランジュ緩和に基づくヒューリスティックアプローチ. 生産スケジューリング・シンポジウム'97, pp.85-90, 東京, 1997.
- [39]今野浩, 鈴木久敏 (編). 整数計画法と組合せ最適化, ORライブラリー, 第7巻. 日科技連, 1982.
- [40]成松克己, 守屋哲朗, 荒木大, 中西秀正. 鋳造スケジューリングシステム. 生産スケジューリング・シンポジウム'96, 名古屋, 1996.
- [41]田中克己, 石井信明. スケジューリングとシミュレーション. 計測自動制御学会, 1997.
- [42]黒田充. 生産スケジューリングの技法ー体系化と状況適合モデル構築の試みー. 経営システム, Vol.5, No.1, pp.5-14, 1995.
- [43]今泉淳, 山越康裕, 村上元一, 森戸晋. 2工程並列機械フローショップにおける生産計画問題, バッチサイズの設定とスケジューリング. 生産スケジューリング・シンポジウム'96, pp.73-78, 名古屋, 1996.
- [44]上野信行, 中川義之, 外嶋成留. 生産スケジューリングは役にたったか. 精密機械工学会誌, Vol.60, No.4, pp.502-507, 1994.
- [45]冬木正彦, 井上一郎. バックワード/フォワード・ハイブリッドシミュレーション法に基づく個別受注生産における納期重視型生産スケジューリング. 日本経営工学会誌, Vol.46, No.2, pp.144-151, 1995.
- [46]藤本英雄. 生産スケジューリングの動向. 計測と制御, Vol.33, No.7, pp.533-540, 1994.
- [47]米田清, P.B. Luh, 永洞孝昭, 長谷川哲夫, L. Gou, 加納敏行, 京屋祐二, Y. Zhang, 辻 誠. Lagrange緩和法による job shop schedulingー技法上の進展. 生産スケジューリング・シンポジウム'96, pp.127-132, 名古屋, 1996.
- [48]北野宏明 (編). 遺伝的アルゴリズム, 産業図書, 1993.
- [49]北野宏明 (編). 遺伝的アルゴリズム 2. 産業図書, 1995.
- [50]木瀬洋. スケジューリングデータベースへの一提言. *J. SICE*, Vol.33, No.7, 1994.
- [51]木瀬洋. 生産スケジューリングの現状と動向. システム/制御/情報, Vol.41, No.3, 1997.
- [52]西岡靖之, 今泉淳. 生産工程のモデル化とスケジューリング解法の関係: 体系的整理法の確立に向けて. 生産スケジューリング・シンポジウム'97, pp.109-114, 東京, 1997.

(1998年1月9日受理)