

運輸業における数理計画の応用

—乗務員スケジューリングのモデル化と解法—

今 泉 淳

- 1 はじめに
 - 2 乗務員スケジューリングとは
 - 3 乗務員スケジューリングの適用対象
 3. 1 航空
 3. 2 鉄道
 3. 3 バス
 - 4 数理計画問題としての乗務員スケジューリング
 4. 1 集合被覆問題と集合分割問題
 4. 2 二つの定式化の違い
 4. 3 実行可能解を得やすくするための工夫
 4. 4 その他のモデル
 - 5 解法
 5. 1 予め列を用意するアプローチ
 5. 2 必要に応じて列を作るアプローチ
 5. 2. 1 列生成法
 5. 2. 2 列生成法と実行可能解の算出
 5. 3 その他の解法
 - 6 今後の課題
 - 7 おわりに
- 参考文献

1 はじめに

ビジネスの広域化・グローバル化にともない、ロジスティクスの重要性は従来にもまして高まりつつある。ロジスティクスを直接的に担う運輸業界、たとえば航空業界や鉄道業界では、旅客や貨物を問わず、このような競争を勝ち抜くために「商品」としてのより速い移動・輸送手段を可能なかぎり低価格で提供することが求められている。この「商品」に対応するのが時刻表や運行ダイヤに示される「運行便」である。これらは定期的な運行を前提に、出発地や経由地、目的地の間を移動する旅客や貨物の量やそれらの特性を勘案した上で設定されている。

ところで、この時刻表や運行ダイヤにそって実際の運行を行うためには、当然のことながら物的資源である飛行機や車両と、運行業務を担当する人的資源である乗務員をそれぞれの便に充当する必要があることは議論を待たない。

人件費の観点からは乗務員は少なく抑えた上で、できるだけ効率的な運行を行いたい。一方、安全な運行を行う見地から乗務員にはその労働の内容に関して種々の制限があり、これを守りつつ効率の向上を目指すのは容易ではない。このような背景から、日々運行されている航空便や列車の全てに必要な乗務員をもれなく充当する計画を立案するのは、一般に極めて難しい作業である。

このような計画立案は、過去多くの場合は人手に頼ってかなりの時間を要していた。しかし、近年の数理技術やコンピュータ技術の進展にともない、次第に計算機を補助手段とするやり方に移行しつつある。そこで本稿では、乗務員スケジューリングについて、その数理的な問題としての扱いや解法などに関して研究の流れや現況を述べるとともに、その技術的側面に関する将来の方向性について示唆する。

2 乗務員スケジューリングとは

乗務員スケジューリング問題 (*Crew Scheduling Problem*) は、「所与の運行ダイヤ (ダイヤグラム) に対して、費用を最小にするよう、各運行便に乗務員を割り当てる問題」と定義できる。

ダイヤグラムは、運行便の始発地と終着地、およびそれらの出発時刻と到着時刻、さらに運行便が途中で経由する場所があればその経由地とそこへの到着時刻やそこからの出発時刻などを与える。これら運行便には、必ず乗務員が必要である。一般に乗務員は、「乗務員基地」 (*depot* あるいは *crewbases*、以下では単に「基地」と称することがある) に所属している。当然、乗務員は特定の乗務員基地から出発し、一連の乗務を経て最終的にその基地に戻ってくる必要がある。

一方、乗務員に対しては、労働を行う上で守るべき各種の項目が明示されており、その制限内で勤務を行う必要がある。すなわち、乗務員スケジューリングでは、乗務員がどのように運行便を乗り継いでゆくかを定める必要があるが、この乗り継ぎ方が労働上の制約を満たしていなければならない。

一般に、乗り継ぎ方は極めて多く存在し、多数いる乗務員それぞれに対して、どのような乗り継ぎ方をさせれば良いかを定めることは容易ではない。そこで、このような問題を数理計画問題として定式化し、より良いスケジュールを提供しようとするのが、乗務員スケジューリングの目指すところである。

なお、乗務員スケジューリングで乗り継ぎ方を決めるとともに、各乗務員がこれらの乗り継ぎ方をどのような順番で辿るかを定めることも必要となる。鉄道ではこれを交番[47]などと呼び、これ

を決定する問題を乗務割交番作成問題[49]などと称する。一般には *Crew Rostering Problem* などと呼ばれるが、実務的には本稿が対象とする乗務員スケジューリングとならんで重要である。

また乗務員スケジューリング問題は、定式化や問題の構造において配送計画問題 (*Vehicle Routing Problem*, VRP) と類似する。解法やアプローチに関しては、配送計画問題のそれと共通する部分があることを付記しておく。

3 乗務員スケジューリングの適用対象

乗務員スケジューリングの代表的な適用対象としては、航空、鉄道、バスなどが挙げられる。これらは基本的な要素を共有しているものの細部には違いがある。また、各分野内での用語の使い方に、若干のばらつきがあることを付記しておく。

3. 1 航空

航空は、他の輸送手段に比べて長距離を圧倒的に短時間で移動することが可能であると同時に、コストが高いという特徴を持つ。また、航空便を運行するために必要となる安全上の顧慮の度合いが、他の輸送手段に比べて高い。

航空産業における乗務員スケジューリングの歴史は古く、Arabeyre et al.[2]のサーベイなどから分かるように、1960年代後半には数理計画の適用例あったものとみられ、これはその当時すでに諸外国の航空会社にとってこの種の計画の立案が大きな課題であった証拠であると見て良い。

ここで、航空の場合の乗務員スケジューリングの基本的な考え方を、Barnhart et al.[6]にしたがって述べる。

スケジューリングを行う上で考える最小の仕事の単位は *flight leg* (もしくは *flight segment*) であり、出発地と到着地が定まっている単一のフライトのことを指す。この *flight leg* を組み合わせて1日の仕事である *duty period* を作り、この *duty period* を一つもしくは複数組み合わせて乗務員が実際に乗務を行う運行便の順序、すなわち乗り継ぎ方を示す *pairing* を構成する。

この *pairing* を構成する上で、例えば原則的にある便の到着地（空港）と次の便の出発地（空港）が同一でなければならないであるとか、便と便の乗り継ぎの間は一定以上の時間間隔が必要であるなどの自然な制約が存在する以外に、運行の安全確保に差し支えないような乗務を実現するための細かい規則や、会社と乗務員との間の協定などによって規定されるルールが存在している。これらは後述する鉄道やバスの場合も同様である。そして、Barnhart et al.[6]が示すようなコストの構造が与えられ、*pairing* の内容によってその *pairing* の費用が定まる。

航空の特徴として、乗務員に種類がある点が挙げられる。具体的には、操縦室の乗務員か客室乗務員か、および国際線か国内線かなどの区別があり、またこれら乗務員の種類内における階級の違

いがある場合もある。例えばニュージーランド航空の場合、国際線の客室乗務員は4つの階級がある[11]。操縦室の乗務員に関してもやはり階級があり、これらは問題をより複雑にする要因となる。

また、国内線と国際線（あるいは近距離路線か長距離路線か）によっても事情が異なる。Barnhart et al.[6]によれば、国内線の場合はおおむね日を単位にして考えるのに対して、国際線の場合は週単位で考える他、運行便の密度、空港間の便のネットワークの性質、後述する便乗の位置づけなどに違いがある。航空の場合、便乗に関して本来の運行スケジュールに現れない他社の便で移動することを考慮する必要があることも特徴の一つであろう。

3. 2 鉄道

鉄道は、便（列車）の運行が比較的頻繁であるとともに、ある列車の出発地から最終的な到着地までの間に乗務員の交替が可能ないくつかの途中駅がある点が特徴である。このため、列車は始発駅から終着駅の間をより細かい単位に分けて考えることができ、一人の乗務員で担当できるこの最小の仕事単位を「乗務」[50]などと称する。

一般には、ある列車の始発駅から終着駅までが、乗務員が乗り継ぎのために乗り降りすることが許される「乗り継ぎ可能駅」で分割されて複数の乗務となる。これらの乗務に対して乗務員を割り当てることになるが、それぞれの乗務員の乗り継ぎ方のことを「行路」[50]と呼ぶ。航空のケースと同様に鉄道の場合でも各種規則があるが、規則の具体例としてはイタリアの鉄道の事例[14]がある。

Abbink et al.[1]は、鉄道における問題の規模が航空のそれに比べて大きいため数理モデルの適用を阻んできたことと、そのため鉄道に対する数理計画の応用が比較的最近になって行われるようになったことを指摘している。このような歴史的背景もあってか、鉄道に対する研究例は航空に比べて少ない。

また、鉄道における問題のモデルとして、後述する定式化における乗り継ぎ方のコストが「1もしくは2」[14][48]のような、必ずしもなんらかの現実のコストと対応しているわけではないものがあるが、これはこのような歴史的背景と無関係ではないとともに、鉄道におけるコスト算定が航空に比べて緩やかであることを示唆しているとも考えられる。

3. 3 バス

バスは、都市内など近距離の移動手段として主要なものの一つであり、その運行頻度や系統の多さなどが特徴である。また、ピーク時とオフピーク時など時間帯による輸送需要の違いも大きい。

研究としてはFalkner and Ryan[21]やDesrochers and Soumis[18]などがあり基本的な考え方は航

空や鉄道と共通するが、ここでは Desrochers and Soumis[18]の場合を用いて説明する。

まず、バスのスケジュールから、基地から開始し基地に戻る *vehicle block* が定義される。乗務員の交替可能な場所を *relief point* と呼ぶが、*vehicle block* は、*relief point* から次の *relief point* までの *task* (仕事) に分割される。そして、一つもしくは複数の *task* によって *piece of work* を構成し、この *piece of work* を一つもしくは複数集めたものが *workday* である。この *workday* は同一の乗務員によって遂行される。

バスの場合は、車両と乗務員のそれぞれのスケジュールを同時に考えるケースもある [3][23][26][38]。これは、車両のコストに比べて乗務員のコストが高い [3] ことを考慮したものである。

4 数理計画問題としての乗務員スケジューリング

4. 1 集合被覆問題と集合分割問題

定式化の考え方として、大きく分けて集合被覆問題 (*Set Covering Problem*, SCP) と集合分割問題 (*Set Partitioning Problem*, SPP) とに分類できる。

仕事の最小単位 (航空では便 (flight leg)、鉄道では乗務。以下単に「仕事」と呼ぶ) の集合を M 、可能な乗り継ぎ方の集合を N 、 a_{ij} を乗り継ぎ方 j が仕事 i を含むとき 1、さもなければ 0 とし、 $a_j = (a_{1j}, \dots, a_{ij}, \dots, a_{|M|j})^t$ を乗り継ぎ方 j に対応する列ベクトル、 c_j を乗り継ぎ方 j のコストとすれば、乗務員スケジューリング問題は以下のような集合被覆問題として定式化できる。

$$\min z = \sum_{j \in N} c_j x_j \quad (1)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j \in N} a_{ij} x_j \geq 1, \quad \forall i \in M \quad (2)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in N \quad (3)$$

ここで x_j は、乗り継ぎ方 j を選択するとき 1、さもなければ 0 となる 0-1 変数である。

集合被覆問題としての定式化は、付加的な制約を伴うものも視野にいれると、航空に対する Crainic and Rousseau[16]、Lavoie et al.[29]、Wedelin[40][41]、Housos and Elmroth[28]、鉄道に対する Caprara et al.[12][13][14] や今泉ら[48]、Abbink et al.[1]、バスに対する Desrochers and Soumis[18] などがある。

上記の定式化において、制約条件の等号付きの不等号を等号に置き換えれば集合分割問題となることは良く知られる通りである。集合分割問題およびその派生タイプとしての定式化は、航空の

Hoffman and Padberg[27]や Che et al.[15]、バスの Falkner and Ryan[21]、Haase et al.[26]、Yunes et al.[46]などがある。また、Mingozzi et al.[33]が特に対象を限定せず「基本形」と位置づけるモデルは「一定数の乗務員数を使う」という制約を含んでおり、その拡張である Boschetti et al.[10]では複数の乗務員基地ならびに各基地の乗務員数の上限を考慮している。

4. 2 二つの定式化の違い

これら二つの定式化の違いは、ある仕事を「一つ以上の乗り継ぎ方で被覆する」か「厳密に一つの乗り継ぎ方で被覆する」かであるが、これは「便乗」に対する扱いの違いといえる。便乗 (deadhead) とは「乗務員が業務をせず、移動するためだけに便に乗る」ことをいう。航空の国際線などでは、他社の便を使うことも含まれる[4]。

集合被覆問題による定式化はこの便乗を陽に許す定式化である。鉄道では便乗に対する扱いが航空に比べて緩やかなため集合被覆問題としてのモデル化でもさほど不自然ではない[50]とされるが、便乗が少ないのが望ましいことも事実である。また、航空であっても集合被覆問題の定式化を採用する例が過去にあったことは、便乗とそうでない場合のコストが変わらないケースが存在していた、あるいは、仮にコストが違うケースであっても集合被覆問題の解が得られることに計画立案上の実務的な意味での価値があったことを示唆するものと考えられる。

一方、集合分割問題は便乗を許さない定式化として見なすこともできるが、便乗とそうでない場合のコストの違いを考慮するために、便乗を加味した上で定式化における列 (乗り継ぎ方) を作る必要がある場合にも採用される。航空の国際線において毎日運行していない路線では、便乗を適切に選択することで乗務員の運用効率の向上や全体のコストの削減が見込めることから、この便乗の選択が重要である[7]。

4. 3 実行可能解を得やすくするための工夫

これら二つの定式化のうち、実行可能解を得るのは集合被覆問題のほうが容易であるが、便乗に対する制御がされないという弱点がある。そこで Mitra and Darby-Dowman[34]はバスの乗務員スケジューリング問題に対して、集合被覆問題と集合分割問題の折衷案的な一般化集合分割問題 (Generalized Set Partitioning Problem, GSPP) としての定式化を示した。

$$(\text{GSPP}) \min z = \sum_{j \in N} c_j x_j + \sum_{j \in M} w_i^u u_i + \sum_{i \in M} w_i^o o_i \quad (4)$$

$$\text{s.t. } \sum_{j \in N} a_{ij} x_j + u_i - o_i = 1, \quad \forall i \in M \quad (5)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in N \quad (6)$$

$$u_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in M \quad (7)$$

$$o_i \geq 0, \text{ integer}, \quad \forall i \in M \quad (8)$$

ここで、 u_i は仕事 i が被覆されなかったならば 1、さもなければ 0、 o_i は仕事 i に対する超過被覆数であり、それぞれ w_i^u, w_i^o というペナルティが科せられる。Graves et al.[25]が *Elastic Embedded Set Partitioning Problem* と呼んでいる定式化も基本的な考え方はこれと同一である。

4. 4 その他のモデル

問題をネットワーク表現するものとして、Beasley and Cao[8][9]のモデルがある。これは、 N 個の仕事に対して、ノード 0 を基地からの出発、ノード $N+1$ を基地への帰還、それ以外のノードを仕事に対応づけ、仕事 i の直後に仕事 j を行える場合に枝 (i, j) を張る有向グラフを考え、ノード 0 とノード $N+1$ 以外の各ノードを、最小の費用で一回ずつ被覆するよう（その意味で集合分割問題としての定式化に近い） K 本（ K は乗務員数）のノード 0 からノード $N+1$ へのパス（乗り継ぎ方）をみつける問題としてとらえている。このようなネットワーク表現は、後述する列生成法の列生成子問題でも用いられる一般的なものとして位置付けられる。

これ以外のネットワークによる問題の表現は、航空の客室乗務員の場合を扱う Yan and Tu[44]などがある他、非線形の整数多品種流問題としての定式化[17]もある。

5 解法

集合被覆問題でも集合分割問題でも、乗り継ぎ方、すなわち列とそれに対するコストを与える必要がある。その方法としては、i) 予め列を用意してそれらの列のみに限定して問題を解く、ii) 必要に応じて列を作る、の二つに分けられる。

以下では、列を与える方法の観点から解法に関して述べるとともに、その他の解法に関しても言及する。

5. 1 予め列を用意するアプローチ

乗り継ぎ方が満たすべき規則の定義があれば、乗り継ぎ方を生成するのは難しいことではない。たとえば Caprara et al.[14]のように、乗り継ぎ方を列挙して生成するのが簡単な方法である。集合

被覆問題や集合分割問題の列が予め用意されている場合は、分枝限定法やその他の近似解法（たとえば Caprara et al.[13]、Wedelin[40][41]）を用いることで、スケジュールを作ることができる。

しかし、乗り継ぎ方の数は極めて多い。たとえば鉄道の場合で乗り継ぎ方の数が100万程度になり得る[48]ことが報告されており、列数が多過ぎると解くのに手間がかかったり良い解を得にくくなる。そこで、規則やルール上は許されるものの各種評価項目の値が悪かったり非現実的な乗り継ぎ方を排除するなどの工夫[48]が必要となる。

その一方、乗り継ぎ方を過度に削減すると、全ての可能な乗り継ぎ方を列として含む本来の問題からの解離が大きくなるため、これらのバランスをどう保つかが課題となる。

5. 2 必要に応じて列を作るアプローチ

5. 2. 1 列生成法

乗務員スケジューリングに限定せず、大規模な数理計画問題に対して必要に応じて列を生成する方法として、線形計画問題に対するダンツィク・ウルフの分解原理が有名である。この方法は、線形計画問題を解く過程において部分問題を順次解きながら必要な列を生成するもので、この方法を整数計画問題の緩和問題を解くために使う、さらには分枝限定法に取り込む考え方がある。

一般の整数計画問題を前提にした列生成法の基本的な考え方は、i) 元の問題を等価な「整数計画主問題」 (*Integer Programming Master Problem*, IPM) に再定式化する、ii) 整数計画主問題の線形緩和問題である「線形計画主問題」 (*Linear Programming Master Problem*, LPM) を考える、iii) 線形計画主問題の一部の列を持つ「限定線形計画主問題」 (*Restricted Linear Programming Master Problem*, RLPM) を考える、iv) 限定線形計画主問題を単体法で解きその最適解が線形計画主問題の最適解かどうかを判定し、最適解で無い限り最適性の判定によって生成される列を限定線形計画主問題に加えて新たな限定線形計画主問題を解く、というプロセスからなる[42]。これらによって再定式化された問題の線形緩和問題の最適解、すなわち整数計画主問題の下界値を得る。

整数実行可能解を得るためには、これを基点に、なんらかの実行可能解の生成のためのヒューリスティックを用いたり、分枝限定法に列を生成するメカニズムを組み込んだ分枝価格法[5]を用いるなどの方法がある。

乗務員スケジューリング問題の場合は列が乗り継ぎ方に対応し、限定線形計画主問題の最適解が線形計画主問題の最適解になっているかどうかの判定は、ある時点での限定線形計画主問題の解に対応する双対変数によって定まる列生成子問題を解くことに帰着する。この列生成子問題は、乗り継ぎ方が守るべき各種制約が存在し、各仕事に対応する双対変数が各ノードに付与されているネットワーク上で、乗り継ぎ方に対応する列の被約費用を最小化するようなパスを見つける資源制約つ

きの最短路問題 (*Shortest Path Problem with Resource Constraints*) [19]に帰着できる。この列生成子問題は、一般に動的計画法を用いて最適化する。

事前に列挙する方法に対する列生成法の最大のメリットは、問題の全ての列を列挙することなしに厳密な意味での下界値が得られる点であろう。もちろん、線形計画主問題が最適に解けても、それが整数解でないかぎり本来解きたい問題に対する答にはならず、別途整数実行可能解を探す必要がある。しかし、線形計画主問題の最適解は、元の問題に対して厳密な意味で下界になっているので、実行可能解の評価に用いることができる。

5. 2. 2 列生成法と実行可能解の算出

列生成法の枠組を使うものとしては、分枝価格法に進むかどうかで分類できる。

■ヒューリスティック解法 線形計画主問題の最適解が得られるまでに、かなりの本数の列が生成される。それらが整数解においても採択される可能性が高い列を含むものと期待し、これらを元に整数実行可能解を得る考え方がある。その代表例として、航空の Lavoie et al.[29]、鉄道の小川ら[51]などがある。なお、Lavoie et al.[29]は、線形緩和問題を解くだけで整数解が得られる場合があることを報告している。

このアプローチは予め列を用意する方法の代替法ともみなせるが、もちろん Barnhart et al.[5]が指摘するようにそれらの列のみを使うのでは不十分であり、元の問題の最適解を与えるかどうかの保証はない。しかし、分枝価格法の実装が決して容易ではないことや、下界値による解の評価が行えることを考え併せると、元の問題の最適解が得られなくても良い場合の簡便法としては有力である。

■分枝価格法 元の問題の最適解を得るためには、列生成法を分枝限定法に組み込んだ分枝価格法 (*branch-and-price*) を用いる必要がある。適用の代表例としては Desrochers and Soumis[18]や、Haase et al.[26]、Yan and Chang[43]がある。

分枝価格法を実現する上でポイントになるのは、分枝の方法と分枝に伴い必要となるいくつかの修正である。

分枝の方法は、Ryan and Foster[36]が集合分割問題に対して、列生成によらない一般の分枝限定法での方法として提案した「制約分枝」(*constraint branch*) を、乗務員スケジューリング問題に対する分枝価格法に特化させた *branch-on-follow-on* [6] が有名である。

branch-on-follow-on を採用した場合の分枝価格法の子問題では、当然その分枝の内容を反映している必要があるが、これを反映すべきなのは、一つは列生成子問題であり、もう一つは主問題である[6]。

5. 3 その他の解法

Che et al.[15]の解法は、多数生成した列からなる問題を線形緩和して解くことを繰り返して「良い列」を選んだ上で、これらからなる問題からヒューリスティック解法により整数解を得ている。これは狭義の列生成法とは若干異なるものの、類似の方法の一つと見なせよう。また、Mingozzi et al.[33]の解法では列を逐次作り出しており、このことからこの解法が広義の列生成法に属していると考えられることもできる。

乗務員スケジューリングに対するメタ解法の適用は、遺伝的アルゴリズムと局所探索法を組み合わせた Levine[30]、Simulated Evolution法による片岡と駒谷[54]、遺伝的アルゴリズムによる Ozdemir and Mohan[35]などがあるが、乗務員スケジューリングの領域全体から見れば少数派である。

6 今後の課題

三十年以上もの間これだけ多くの乗務員スケジューリングに対する研究が発表されてきたのは、どこの国の運輸業にも共通する問題であるからといえる。それと同時に、計算機の技術や数理技術の進歩にともない、問題解決に対する要求水準が漸次上がっていることも背景にあると考えられる。さらに、これら問題は定式化を見る限りそれぞれ極めて似通っているが、問題の細部やデータに依存するインスタンスの違いが、決定的な解法の登場を阻んでいるとも考えられる。

乗務員スケジューリングの根幹は、当然ながら最適化を中心とする数理技術にある。計算機の高速化・大容量化によって、実用的な計算時間で良好な解が得られる領域に達しているとはいえ、上記のような背景を考えると、より高速かつ高精度な解法に対する要求が絶えることはないであろう。

さらに、これらの解法の開発は、実務的な計画立案の手順において解法（最適化）がどのような役割を果たすべきか、あるいはその限界がどこにあるかを踏まえて行うべきであると考えられる。

それは、富井[53]が鉄道に関して述べているように、制約や前提条件の明確化が容易でないという問題があるとともに、竹田ら[52]がやはり鉄道のケースにおいて示唆しているように、厳密な最適解を得ることは必ずしも重要ではなく、必ず充足すべき制約を満足している解を得たならば、解の修正や制約条件の変更などを人間が行うことで最終的な計画を作るような方法が実際には採られているからである。

加えて、実務的な問題には、満足することが望ましいが例外も許されるような制約や、定式化における制約条件では表現しきれないが加味したいような条件が存在することが多い。これは、定式化を行う上で直面する問題として常に付きまとうことであろう。

このような背景を考えると、例えば計画立案者が計算機と対話的に逐次その要望を反映させながらスケジュールを修正・構築してやり方が有望であると考えられるが、そこでは「人間の希望を反

映できるメカニズムを備えている」「最適化を高速に行える」ことが重要となる。

また、この種の計画立案では熟練した計画担当者の知識や経験も捨てがたい。その意味で、エキスパートシステムのように人間の知識や技術を集約したシステムを用いる方向もありえるが、それと同時に、問題の組合せ的な側面の強さも無視し得ず、知識などの集約によって解決できるとも限らない。Housos and Elmroth[28]は、人間の方法を再現するのではなく問題のサイズを小さくするために人間の知識を使うべきであると指摘しており、解法やシステム構築の上での一つの指針として参考にすべきであろう。

7 おわりに

本稿では、乗務員スケジューリングに対する様々な研究に関して概観してきたが、この問題は実務と極めて結び付きが強いことが明瞭である。現実の問題がしばしばそうであるように、この問題も様々な条件を考慮する必要がある。このようなケースにおいて全ての条件を表現しようとする問題が複雑になり過ぎ解くことが困難になる恐れがある。その意味で、解法を踏まえたモデリングが重要であることはいうまでもない。

このような中で必要となってくることは、人間と計算機のそれぞれがどのように役割を分担すべきかを明確にする、あるいは数理技術が人間の意思決定をどのような形で支援できるかを考えることであろう。むろん、数理技術のみで解決できることが理想ではあるものの、実世界の問題が必ずしも数学の問題として厳密に表現できるかどうかは保証の限りではない。これを踏まえると、人間にとって何を支援してもらうことが望ましいのかに応じて、それを補う方向や方法が求められると考える。

(本研究は、東洋大学平成17年度海外特別研究の成果の一部である。)

参考文献

- [1] E. Abbink, M. Fischetti, L. Kroon, G. Timmer, and M. Vromans. Reinventing crew scheduling at Netherlands railways. *Interfaces*, Vol. 35, No. 5, pp. 393–401, 2005.
- [2] J.P. Arabeyre, J. Fearnley, F.C. Steiger, and W. Teather. The airline crew scheduling problem: A survey. *Transportation Science*, Vol. 3, pp. 140–168, 1969.
- [3] M. Ball, L. Bodin, and R. Dial. A matching based heuristic for scheduling mass transit crew and vehicles. *Transportation Science*, Vol. 17, pp. 4–31, 1983.
- [4] C. Barnhart, L. Hatay, and E.L. Johnson. Deadhead selection for the long-haul crew pairing problem. *Operations Research*, Vol. 43, No. 3, pp. 491–499, 1995.
- [5] C. Barnhart, E.L. Johnson, G.L. Nemhauser, M.W.P. Savelsbergh, and P.H. Vance. Branch-and-price: Column

- generation for solving huge integer programs. *Operations Research*, Vol. 46, No. 3, pp. 316–329, 1998.
- [6] C. Barnhart, E.L. Johnson, G.L. Nemhauser, and P.H. Vance. Crew scheduling. In R.W. Hall, editor, *Handbook of Transportation Science*, pp. 493–521. Kluwer, 1999.
- [7] C. Barnhart and R.G. Shenoi. An approximate model and solution approach for the long-haul crew pairing problem. *Transportaion Science*, Vol. 32, No. 4, pp. 221–231, 1998.
- [8] J. E. Beasley and B. Cao. A dynamic programming based algorithm for the crew scheduling problem. *Computers and Operations Research*, Vol. 25, No. 7/8, pp. 567–582, 1998.
- [9] J.E. Beasley and B. Cao. A tree search algorithm for the crew scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, Vol. 94, No. 3, pp. 517–526, 1996.
- [10] M.A. Boschetti, A. Mingozzi, and S. Ricciardelli. An exact algorithm for simplified multiple depot crew scheduling problem. *Annals of Operations Research*, Vol. 127, pp. 177–201, 2004.
- [11] E. R. Butchers, P. R. Day, A.P. Goldie, S. Miller, J.A. Meyer, D.M. Ryan, A.C. Scott, and C.A. Wallance. Optimized crew scheduling at Air New Zealand. *Interfaces*, Vol. 31, No. 1, pp. 30–56, 2001.
- [12] A. Caprara, M. Fischetti, P.L. Guida, P. Toth, and D. Vigo. Solution of large-scale railway crew planning problems: the Italian experience. In N. H. M. Wilson, editor, *Computer-Aided Transit Scheduling*, Vol. 471 of Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, pp. 1–18. Springer, 1997.
- [13] A. Caprara, M. Fischetti, and P. Toth. A heuristic method for the set covering problem. *Operations Research*, Vol. 47, No. 5, pp. 730–743, 1999.
- [14] A. Caprara, M. Monaci, and P. Toth. A global method for crew planning in railway applications. In S. Voß and J. R. Daduna, editors, *Computer-Aided Scheduling of Public Transport*, Vol. 505 of Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, pp. 17–36. Springer, 2001.
- [15] H.D. Chu, E. Gelman, and E.L. Johnson. Solving large scale crew scheduling problems. *European Journal of Operational Research*, pp. 260–268, 1997.
- [16] T.G. Crainic and J.-M. Rousseau. The column generation principle and the airline crew scheduling problem. *INFOR*, Vol. 25, No. 2, pp. 136–151, 1987.
- [17] G. Desaulniers, J. Desrosiers, Y. Dumas, S. Marc, B. Rioux, M.M. Solomon, and F. Soumis. Crew pairing at Air France. *European Journal of Operational Research*, Vol. 97, pp. 245–259, 1997.
- [18] M. Desrochers and F. Soumis. A column generation approach to the urban transit crew scheduling problem. *Transportation Science*, Vol. 23, No. 1, pp. 1–13, 1989.
- [19] J. Desrosiers, Y. Dumas, M. Solomon, and F. Soumis. Time constrained routing and scheduling. In M.O. Ball, T.L. Magnanti, C.L. Monma, and G.L. Nemhauser, editors, *Network Routing*, Handbooks in Operations Research and Management Science, chapter 2. North-Holland, 1995.
- [20] J. Desrosiers, A. Lasry, D. McInnis, M.M. Solomon, and F. Soumis. Air transat uses ALTITUDE to manage its aircraft routing, crew pairing, and work assignment. *Interfaces*, Vol. 30, No. 2, pp. 41–53, 2000.
- [21] J.C. Falker and D.M. Ryan. A bus crew scheduling system using a set partitioning model. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, Vol. 4, pp. 39–56, 1987.
- [22] D.B.C. Faneyte, F.C.R. Spieksma, and G.J. Woeginger. A branch-and-price algorithm for a hierarchical crew scheduling problem. *Naval Research Logistics*, Vol. 49, pp. 743–759, 2002.

- [23] M. Fischetti, A. Lodi, S. Martello, and P. Toth. A polyhedral approach to simplified crew scheduling and vehicle scheduling problems. *Management Science*, Vol. 47, No. 6, pp. 833–850, 2001.
- [24] R. Freling, R. Lentink, and A.P.M. Wagelmans. A decision support system for crew planning in passenger transportation using flexible branch-and-price algorithm. *Annals of Operations Research*, Vol. 127, pp. 203–222, 2004.
- [25] G.W. Graves, R.D. McBride, I. Gershkoff, D. Anderson, and D. Mahidhara. Flight crew scheduling. *Management Science*, Vol. 39, No. 6, pp. 736–745, 1993.
- [26] K. Haase, G. Desaulniers, and J. Desrosiers. Simultaneous vehicle and crew scheduling in urban mass transit systems. *Transportation Science*, Vol. 35, No. 3, pp. 286–303, 2001.
- [27] K.L. Hoffman and M. Padberg. Solving airline crew scheduling problems by branch-and-cut. *Management Science*, Vol. 39, pp. 657–682, 1993.
- [28] E. Housos and T. Elmroth. Automatic optimization of subproblems in scheduling airline crews. *Interfaces*, Vol. 27, No. 5, pp. 68–77, 1997.
- [29] S. Lavoie, M. Minoux, and E. Odier. A new approach for crew pairing problems by column generation with and application to air transportation. *European Journal of Operational Research*, Vol. 35, pp. 45–58, 1988.
- [30] D. Levine. Application of a hybrid genetic algorithm to airline crew scheduling. *Computers and Operational Research*, Vol. 23, No. 6, pp. 547–558, 1996.
- [31] A. Makri and D. Klabjan. A new pricing scheme for airline crew scheduling. *INFORMS Journal on Computing*, Vol. 16, No. 1, pp. 56–67, 2004.
- [32] K.R. Martin. *Large Scale Linear and Integer Optimization: A Unified Approach*. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [33] A. Mingozzi, M.A. Boschetti, S. Ricciardelli, and L. Bianco. A set partitioning approach to the crew scheduling problem. *Operations Research*, Vol. 47, No. 6, pp. 873–888, 1999.
- [34] G. Mitra and K. Darby-Dowman. Cru-Sched - a computer base bus crew scheduling system using integer programming. In J. M. Rousseau, editor, *Computer Scheduling of Public Transport 2*, pp. 223–232. North-Holland, 1985.
- [35] H.T. Ozdemir and C.K. Mohan. Flight graph based genetic algorithm for crew scheduling problem in airlines. *Information Science*, Vol. 133, pp. 165–173, 2001.
- [36] D. Ryan and B.A. Foster. An integer programming approach to scheduling. In A. Wren, editor, *Computer Scheduling of Public Transport Urban Passenger Vehicle and Crew Scheduling*, pp. 269–280. North-Holland, 1981.
- [37] D.M. Ryan and J.C. Falkner. On the integer properties of scheduling set partitioning models. *European Journal of Operational Research*, Vol. 35, pp. 442–456, 1988.
- [38] C. Valouxis and E. Housos. Combined bus and driver scheduling. *Computers and Operations Research*, Vol. 29, pp. 243–259, 2002.
- [39] P. Wark, J. Holt, M. Rönnqvist, and D. Ryan. Aircrew schedule generation using repeated matching. *European Journal of Operational Research*, Vol. 102, pp. 21–35, 1997.
- [40] D. Wedelin. An algorithm for large scale 0-1 integer programming with application to airline crew scheduling. *Annals of Operations Research*, Vol. 57, pp. 283–301, 1995.
- [41] D. Wedelin. The design of a 0-1 integer optimizer and its application in the Carmen system. *European Journal of Operational Research*, Vol. 87, pp. 722–730, 1995.

- [42] L.A. Wolsey. *Integer Programming*. Wiley, 1998.
- [43] S. Yan and J-C. Chang. Airline cockpit crew scheduling. *European Journal of Operational Research*, Vol. 136, No. 3, pp. 501–511, 2002.
- [44] S. Yan and Y.-P. Tu. A network model for airline cabin crew scheduling. *European Journal of Operational Research*, Vol. 140, pp. 531–540, 2002.
- [45] S. Yan, T.-T. Tung, and Y.-P. Tu. Optimal construction of airline individual crew pairings. *Computers and Operations Research*, Vol. 29, pp. 341–363, 2002.
- [46] T.H. Yunes, A.V. Moura, and C.C. de Souza. A hybrid column generation approaches for urban transit crew management problems. *Transportation Science*, Vol. 39, No. 2, pp. 273–288, 2005.
- [47] 富井規雄 (編). 鉄道システムへのいざない. 共立出版, 2001.
- [48] 今泉淳, 鷺見亮, 斎藤秀和, 森戸晋, 富井規雄, 福村直登. 鉄道乗務員運用計画へのバックトラック法による行路候補列挙と集合被覆問題の近似解法. 最適化:モデリングとアルゴリズム17, pp. 172–179. 統計数理研究所, 2004.
- [49] (財)鉄道総合技術研究所運転システム研究室. 鉄道のスケジューリングアルゴリズム. NTS, 2005.
- [50] 今泉淳, 福村直登, 森戸晋. 鉄道クルースケジューリングに対する数理計画アプローチ:モデル化と最適化の観点から. スケジューリング・シンポジウム2004 講演論文集, 2004.
- [51] 小川健一, 今泉淳, 森戸晋, 福村直登. 鉄道の多拠点乗務員運用問題に対する列生成アプローチ. 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2004年春季研究発表会 アブストラクト集. 日本オペレーションズ・リサーチ学会, 2004.
- [52] 竹田真也, 一階良知, 片岡健司, 薦田憲久. 状態選択法と条件緩和探索法による知識型乗務員運用計画方式. 電学論 C, Vol. 119, No. 11, pp. 1377–1382, 1999.
- [53] 富井規雄. 鉄道スケジューリングアルゴリズム-現状と今後の課題-. オペレーションズ・リサーチ, Vol. 49, No. 1, pp. 33–39, 2004.
- [54] 片岡健司, 駒谷喜代俊. Simulated Evolution 法を用いた乗務員運用計画作成手法. 電学論 D, Vol. 117, No. 7, pp. 808–814, 1997.

(2006年 9月25日受理)