

積層ゴムの大変形マクロモデル

A Macroscopic Model for Predicting the Large-Deformation Behaviors of Laminated Rubber Bearings

飯 塚 真 巨

1. はじめに

大きな水平変形下における積層ゴムの挙動は、低圧縮軸力では水平剛性がハードニングし、高圧縮軸力では水平剛性の低下や荷重低下が生じる。また、大変形域では大きく沈み込み、最後は荷重支持機能の喪失に至る。設計レベルを大きく超える地震動に対する免震建物の挙動を把握するためには、積層ゴムのこのような複雑な挙動を簡単に表現できるモデルがあると都合が良い。この目的から、本論では積層ゴムの大変形マクロモデルを提案する。提案モデルは Koh 等が提案した力学モデル¹⁾を大変形域まで適用できるように拡張したもので、筆者は過去このモデルを用いて一定軸力下での定式化を行った²⁾。本論では、文献2の内容に加えて、変動軸力も扱えるように、より一般化した形での定式化を行い、その解析例を示す。

II. マクロモデル

1. 剛性方程式

Fig. 1 に Koh 等が提案した力学モデルを示す。モデルの構成式の誘導に際し、Koh 等は微小変形と線形ばねの仮定を設けたが、ここでは有限変形とばねの非線形特性を導入して定式化する。このモデルの変形の幾何学的関係および力の釣り合いは次の関係で表される。

$$\delta_v = l(1 - \cos\theta) + \delta_s \sin\theta \quad (1)$$

$$\delta_h = l \sin\theta + \delta_s \cos\theta \quad (2)$$

$$M = P\delta_h + Q(l - \delta_v) \quad (3)$$

$$Q_s = P \sin\theta + Q \cos\theta \quad (4)$$

ここで、 δ_v 、 δ_h 、 P 、 Q はそれぞれ鉛直変形、水平変形、鉛直力、水平力で、積層ゴム上下端面間相対変形、端面に作用する力を表す。 θ 、 M は回転ばねの回転角とモーメントで、積層ゴムの曲げ変形だけを取り出したときの部材角、両端面に作用するモーメントの和を表す。 δ_s 、 Q_s はせん断ばねのせん断変形とせん断力で、 $\theta=0$ の場合には水平変形と水平力に一致する。 l は剛体要素の長さで、積層ゴム上下端面間距離を表す。(1)~(4)式を微分し、 M を P と θ の関数、 Q_s を δ_s の関数とすれば、下式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta\delta_s \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \Delta\delta_v \\ \Delta\delta_h \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{Bmatrix} = [T_F]^T [T] [K'] [T] \begin{Bmatrix} \Delta\delta_v \\ \Delta\delta_h \end{Bmatrix} \quad (6)$$

ここで、

$$[T] = \frac{1}{\delta_s} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ -(l - \delta_v) & \delta_h \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$[K'] = \begin{bmatrix} \partial M / \partial \theta + Q \delta_h - P(l - \delta_v) & Q \sin\theta - P \cos\theta \\ Q \sin\theta - P \cos\theta & dQ_s / d\delta_s \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$[T_F] = \left(1 - \frac{\cos\theta}{\delta_s} \frac{\partial M}{\partial P} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\sin\theta}{\delta_s} \frac{\partial M}{\partial P} & 1 - \frac{\cos\theta}{\delta_s} \frac{\partial M}{\partial P} \end{bmatrix} \quad (9)$$

今回は M を P の関数でもあるとしたことで、文献2で定式化した剛性方程式に行列 T_F が新たに追加されている。これによって変動軸力が扱えるようになっている。

2. ばね特性

ばね特性は文献2に詳述されているので、ここでは結果を記す。

回転ばねの $M - \theta$ 関係には、線形域では $M = K_R \theta$ (K_R : 弾性剛性)を用い、降伏以後は下式を設定した。

$$\frac{M}{M_y} = 4 - \frac{3}{\left\{ 1 + \frac{r}{3} \left(\frac{\theta}{\theta_y} - 1 \right) \right\}^{1/r}} \quad (10)$$

ここで、 M_y は降伏モーメント、 θ_y は降伏回転角、 r は定数である。なお、 M_y は P と P_y (純引張り時降伏荷重) の関数である。

せん断ばねの $Q_s - \delta_s$ 関係にはハードニングの性状が表現できるように次の関数を設定した。

$$Q_s = GA \left\{ 1 + s_1 (\delta_s / h)^{s_2} \right\} (\delta_s / h) \quad (11)$$

ここで、 G はゴムのせん断弾性係数、 A は積層断面積、 h はゴム層の総厚、 s_1 、 s_2 は定数である。

定数 r 、 s_1 、 s_2 は積層ゴムの加力実験結果から同定される。

III. 一定鉛直荷重による検証実験

モデルの妥当性を検証するために、実験と比較する。実験は、直径 $D=20\text{cm}$ 、1次形状係数 $S_1=20$ 、2次形状係数 $S_2=7, 4, 2$ の3つの形状の天然ゴム系積層ゴムに、一定鉛直力4水準 ($\sigma = P/A = 0, 4.90, 9.81, 19.61\text{MPa}$) を与えて水平加力したものである。ここでは $S_2=4$ の $\sigma=4.90, 19.61\text{MPa}$ の計算結果を一例として示す。解析用の形状データには試験体の諸寸法を、材料データにはゴム材料の設計用弾性係数を、 P_y には純引張り試験から評価した値を用いた。ばねの非線形特性を定める3つの定数 r 、 s_1 、 s_2 については、まず実験で得られた $\sigma=0$ の $Q - \delta_h$ 曲線の包絡線をトレースするように

s_1, s_2 を定め、次に鉛直力を作用させた実験の $Q-\delta_h$ 曲線の包絡線をトレースするように r を定めた。計算は、 P と δ_h を既知として与え、 Q と δ_s を求めた。公称せん断応力 ($\tau=Q/A$) - 公称せん断ひずみ ($\gamma=\delta_h/h$) 曲線および公称軸ひずみ ($\varepsilon=\delta_s/h$) - γ 曲線を実験と計算と比較して Fig. 2 に示す。ばねの非線形特性を定める r, s_1, s_2 を鉛直力に依らない定数としているにも拘わらず、鉛直力の大きさを問わず計算は実験と良く一致している。また、本モデルにより、低軸力下における水平剛性のハードニング、高軸力下における水平剛性の低下や荷重低下、沈み込み変形が急増 (座屈) する現象が表現できることもわかる。

IV. 変動鉛直荷重の計算例

変動鉛直力下での計算の妥当性を検討するために、①地震時上下応答を模擬したケース、②バックアップ用支持台座に着座した時を模擬したケースの2ケースを考えた。ここでは①のケースを示す。計算には前章で示した $S_2=4$ の試験体を用い、Fig. 3 左上図に示される σ と γ を与条件とした。

計算結果を一定鉛直力下での結果 ($\sigma=9.81, 19.61, 29.42\text{MPa}$) と比較して Fig. 3 に示す。図より、鉛直力が変動しても一定でも、両者で σ と γ が同じであれば、得られる解 τ, ε も両者で一致している。ここではばね特性を非線形弾性としているので、一定鉛直力と一致したこの結果は、変動鉛直力の計算が正しいことを示している。なお、この計算例では γ が大きくなるほど τ, ε の変動幅が増大し、鉛直剛性が低下するなど、変動鉛直力としての特徴的な挙動が表現されている。

V. まとめ

ここで提案した積層ゴムの大変形マクロモデルに関して、以下のことが確認された。

- 小変形から大変形に至るまでの水平・鉛直挙動が予測でき、積層ゴムの大変形挙動の特徴、すなわち低軸力下における水平剛性のハードニング、高軸力下における水平剛性の低下や荷重低下、座屈現象が表現できる。
- 本モデルの計算結果は、一定鉛直力下での実験結果とよく一致し、モデルの妥当性が示された。

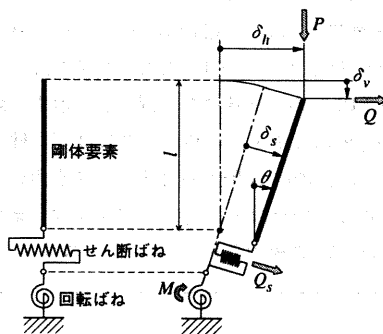


Fig.1 Koh-Kelly Model

- 一定鉛直力下での実験結果から、モデルを構成するばねの非線形特性が容易に同定でき、その結果を用いて、変動鉛直力下での挙動の推定が可能である。

参考文献

- 1) Koh.C.G. and Kelly,J.M. ; A simple mechanical model for elastomeric bearings used in base isolation, Int. j. mech. sci., 30, (1988), pp.933-943.
- 2) 日本建築学会編; 免震構造設計指針 (第2版), 付録2 積層ゴムの大変形マクロモデル, (1993), pp.545-563.

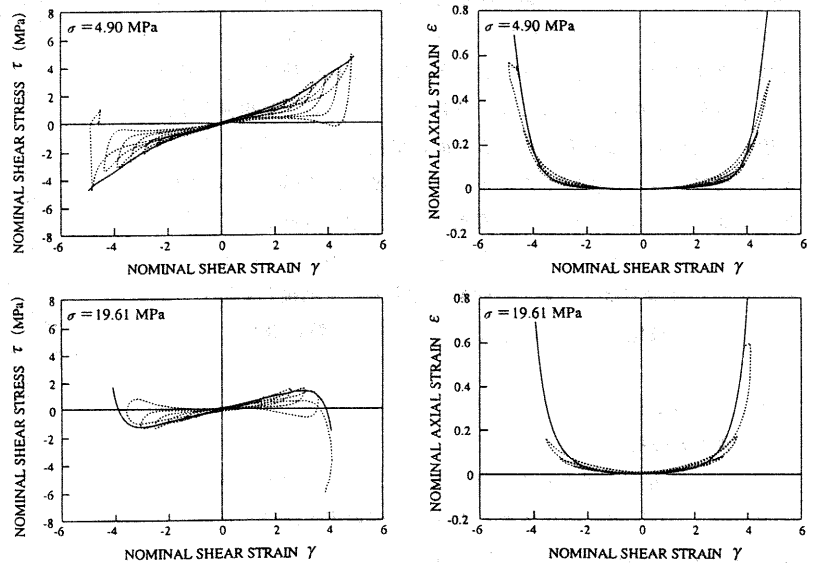


Fig.2 Comparison of Analytical Results (solid line) and Experimental (dashed line) in Lateral Restoring Force Characteristics and Height Drop

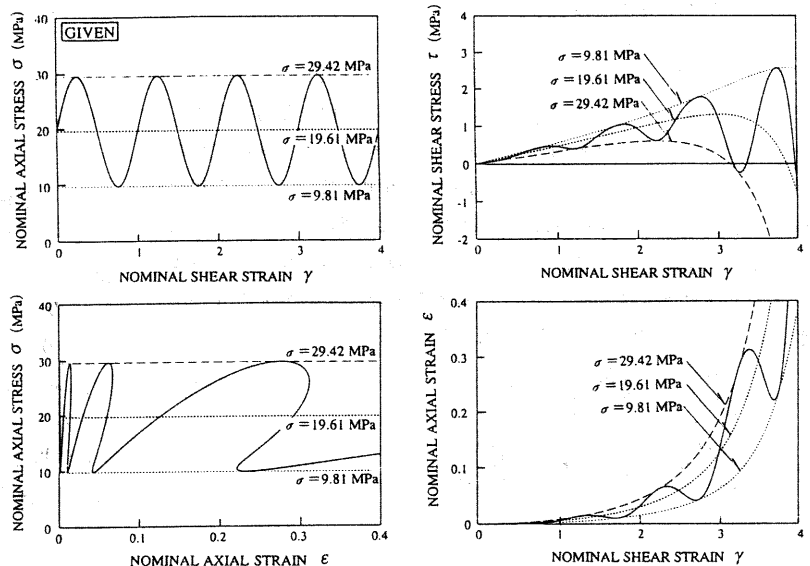


Fig.3 Analytical Prediction of Behavior under Changing Axial Force (In The Case where Lateral Deflection Increases Monotonically and Cyclic Sinusoidal Vertical Load Is Applied)