

高透磁率フィルムを有した部屋の磁気シールド特性のシミュレーション(その1)

— 2次元で磁性材料が線形透磁率で渦電流損失がない条件での解析法 —

Simulation of Magnetic-Shield Characteristics of a Room with Highly-Permeable Films (Part1)

— The analysis method for two dimensions assuming linear permeability and no eddy current loss in the magnetic material —

笠嶋 善 憲 平 井 淳 一

要 約

近年、透磁率が1万から10万の高透磁率のフィルムが開発され、これが各種磁気シールド対策などに用いられている。しかし、このフィルムを建物のシールド材として用いた場合、この厚さが数十ミクロンメートルと非常に薄いため、従来のFEM解析法では要素数(計算用メッシュ)が膨大となりシミュレーションが不可能である。今回、低透磁率の空間を従来のFEM解析手法である三角形要素に、高透磁率のフィルムを膜形(線状)要素にし、これらを組み合わせた新しいFEM磁界解析の理論を提案し、2次元モデルを用いた数値計算例によりその適用性を検討した。

目 次

- I. はじめに
- II. 解析モデル
- III. 理論解析
- IV. 計算例
- V. おわりに

I. はじめに

近年、土地の有効利用が進み、大電流が流れている送電線、鉄道などの近くにもオフィスや住宅を建設するケースが多くなった。このような建物内では強磁界となっているため、そこで使用される精密電子機器などは重大な影響を受ける。このような場合は、建物・部屋には磁気シールドの対策が必要となる。

一般に磁気シールド対策とは、高透磁率の磁性材料(電磁鋼板、パーマロイ、アモルファスなど)の板やフィルムで対象の建物・部屋を囲むことを言う。この対策の実施において、事前に磁気環境条件、使用材料、そして要求シールド条件を知って、机上で自在に設計できることが望ましい。しかし、現在このシミュレーションはできず、代わりにスケールダウンしたモデル実験を行って設計しているが、このモデル実験も実際のものとの間には完全な相似則がないため確ではない。

現在、FEMを用いた磁界解析は、モータやスピーカなど電磁石を応用した機器の設計に非常に多く利用されている。しかし、上記の建物・部屋の磁気シールドでのこのFEM磁界解析手法の利用は、建物・部屋の寸法が数十メートルであるのに対し、磁性材料の厚さがマイクロメートルオーダーで、その計算要素の寸法がマイクロメートルからメートル程度までとなり、これらを適切に結合させるには莫大な数の要素が必要になるため事実上できない。

今回、この従来のFEM磁界解析手法では解けなかった極めて薄い高透磁率フィルムを用いた磁気シールドルームの特性を解析する新FEM磁界解析手法の基本部分を開発した。その方法は高

透磁率フィルムを一つの要素の一部分と考えて、その分の等価定数を従来のFEM磁界解析の要素係数マトリックス内係数に直接加えて解析するものである。本報告では、この理論とそれを用いた2次元モデルでの計算例を示す。

II. 解析モデル

電流によって発生する磁界中に置いた薄い高透磁率フィルム(以下、磁性材料膜と言う)で構成されたシールドルーム内外の磁界分布シミュレーションモデルをFig. 1に示す。

III. 理論解析

1. 基本方程式

Fig. 1をx y面の2次元とした場合の新FEM磁界解析モデルをFig. 2に示す。Fig. 2では、磁性材料の透磁率は線形で渦電流は考えず全ての要素を三角形メッシュとする。そして、磁性材料膜を含まない要素(P要素)と磁性材料膜を含む要素(T要素)の2種類を考える。このP要素の全部分とT要素の磁性材料膜以外の部分は比較的低い透磁率の領域で、T要素の磁性材料膜部分は高い透磁率であるとする。解析のためのポテンシャルは

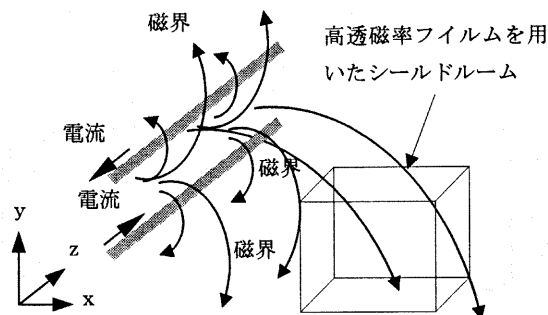


Fig. 1 シールドルーム内外磁界分布モデル
(Magnetic Field around Model Shield Room)

キーワード: シールドルーム, 磁界, 磁性体,
透磁率, 有限要素法

磁位 (磁気スカラーポテンシャル) Ω を用いる。磁界 $\mathbf{H}$ は、磁位 Ω で次式のように定義される。

$$\mathbf{H} = -\text{grad } \Omega \quad (1)$$

磁束密度 $\mathbf{B}$ は、材料のテンソル透磁率 $[\mu]$ と磁界 $\mathbf{H}$ で次式のように表される。

$$\mathbf{B} = [\mu]\mathbf{H} \quad (2)$$

解析は $x-y$ 面の 2 次元場で行うため、(1) 式は次式となる。

$$\begin{aligned} H_x &= -\frac{\partial \Omega}{\partial x} \\ H_y &= -\frac{\partial \Omega}{\partial y} \end{aligned} \quad (3)$$

全体節点方程式は、変分原理に基づいて Fig. 2 の領域の全エネルギー χ を磁位 Ω で表して、それを最小にする条件から求める。この全エネルギー χ は、磁位 Ω の関数であり、 Ω は節点の座標 (x_i, y_i) の関数であるので、結局この χ は関数の関数となる汎関数である。z 軸方向の厚さを単位長とした $x-y$ の全面 S で磁気エネルギーと電流回路のエネルギーの和を積分したもので次式となる。

$$\begin{aligned} \chi &= \iint_S \frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} dx dy \\ &= \frac{1}{2} \iint_S \left[\mu_x \left(\frac{\partial \Omega}{\partial x} \right)^2 + \mu_y \left(\frac{\partial \Omega}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy - \iint_S J_0 \Omega dx dy \end{aligned} \quad (4)$$

ここで μ_x, μ_y は磁性材料の x, y 軸方向の透磁率、 J_0 は強制電流分布である。そして、(4) 式の χ を Fig. 2 の全節点の磁位 Ω_i で偏微分したものを 0 とする次式の条件で全体節点方程式が求まる。

$$\frac{\partial \chi}{\partial \Omega_i} = 0 \quad (i=1, \dots, n) \quad (5)$$

ただし、 n は全節点数

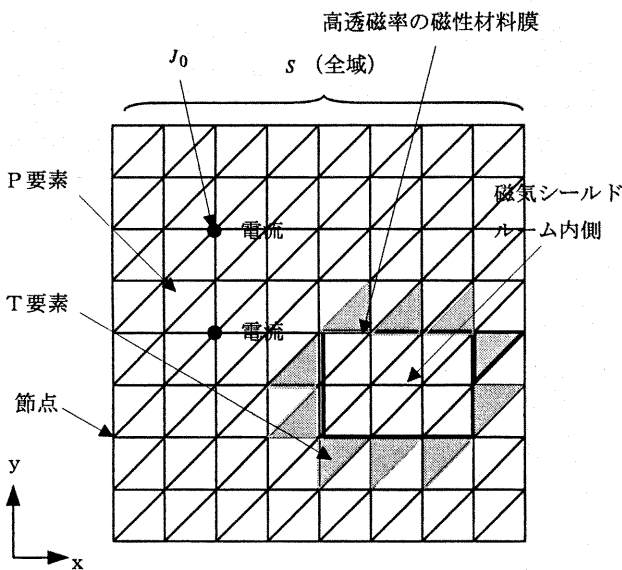


Fig.2 2次元新FEM磁界解析モデル
(Analysis Model for Magnetic Field by New FEM)

一つのP要素内での磁位 $\Omega^{(e)}(x, y)$ は、一次三角要素近似を用いて、その要素の節点 1, 2, 3 の座標 $x_{1e}, y_{1e} (i=1,2,3)$, 磁位 $\Omega_{1e} (i=1,2,3)$ とした場合、次式となる。

$$\Omega^{(e)} = \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1e} & y_{1e} \\ x_{2e} & y_{2e} \\ x_{3e} & y_{3e} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \Omega_{1e} \\ \Omega_{2e} \\ \Omega_{3e} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

(4) 式を各P要素について考える。一つの要素の全エネルギー $\chi^{(e)}$ をその要素を構成する節点の磁位 $\Omega_{ie} (ie=1e,2e,3e)$ で偏微分し、これを次式に示す。

$$\frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial \Omega_{ie}} = \iint_{S^{(e)}} \left[\mu_x \frac{\partial \Omega^{(e)}}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \Omega_{ie}} \left(\frac{\partial \Omega^{(e)}}{\partial x} \right) + \mu_y \frac{\partial \Omega^{(e)}}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \Omega_{ie}} \left(\frac{\partial \Omega^{(e)}}{\partial y} \right) - J_0 \frac{\partial \Omega^{(e)}}{\partial \Omega_{ie}} \right] dx dy \quad (7)$$

(7) 式を計算してP要素の係数マトリックスが得られる。これを次式に示す。(電流源がなければ $K_i^{(e)} = 0$)

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial \Omega_{1e}} \\ \frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial \Omega_{2e}} \\ \frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial \Omega_{3e}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^{(e)} & S_{12}^{(e)} & S_{13}^{(e)} \\ S_{21}^{(e)} & S_{22}^{(e)} & S_{23}^{(e)} \\ S_{31}^{(e)} & S_{32}^{(e)} & S_{33}^{(e)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Omega_{1e} \\ \Omega_{2e} \\ \Omega_{3e} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} K_1^{(e)} \\ K_2^{(e)} \\ K_3^{(e)} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$S_{ij}^{(e)} = \frac{\mu_x c_{ie} c_{je} + \mu_y d_{ie} d_{je}}{4\Delta^{(e)}} \quad (9)$$

$$K_i^{(e)} = \frac{J_0 \Delta^{(e)}}{3} \quad (10)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} c_{ie} &= y_{je} - y_{ke} \\ d_{ie} &= x_{ke} - x_{je} \end{aligned} \right\} \quad (i, j, k \text{ は循環するとする}) \quad (11)$$

$$\Delta^{(e)} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_{1e} & y_{1e} \\ 1 & x_{2e} & y_{2e} \\ 1 & x_{3e} & y_{3e} \end{vmatrix}$$

2. T要素の係数マトリックス

Fig. 2 中でのT要素のうち、 x 軸上に磁性材料膜が位置するものの詳細を Fig. 3 に示す。T要素は α と β の二つの部分から構成されているとする。(Fig. 2 では β 部分の位置によりこのT要素は全部で4種類ある。) すなわち、 α 部分はP要素 (低透磁率材料領域) と同じものであり、 β 部分は高透磁率 (μ_β) の磁性材料が細い幅 Δt の帯状 (2次元だから線状となる。) のものである。そして、このT要素内には強制電流分布はないものとする。

Fig. 3 の節点 1, 2, 3 の磁位を $\Omega_{1e}, \Omega_{2e}, \Omega_{3e}$ とする。ここで、 β 部分の y 軸方向の幅 Δt が非常に小さいので、 α, β 部分の節点 1, 2 (すなわち、磁位 Ω_{1e}, Ω_{2e}) は共通とする。以下に α, β 部分の要素係数マトリックスを別々に求める。

(1) α 部分の係数マトリックス

β 部分 ($\Delta t \times l$) は面積が非常に小さいため、残りの α 部分の要素内磁位 $\Omega^{(\alpha)}$ は P 要素のものとと同じとし、その一次近似式も (6) 式と同様とする。その要素の全エネルギー ($\chi^{(\alpha)}$) をその要素を構成する節点 ie ($ie=1e, 2e, 3e$) の磁位 Ω_{ie} ($ie=1e, 2e, 3e$) で偏微分する。これを次式に示す。

$$\frac{\partial \chi^{(\alpha)}}{\partial \Omega_{ie}} = \iint_{S(\alpha)} \left\{ \mu_{\alpha x} \frac{\partial \Omega^{(\alpha)}}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \Omega_{ie}} \left(\frac{\partial \Omega^{(\alpha)}}{\partial x} \right) + \mu_{\alpha y} \frac{\partial \Omega^{(\alpha)}}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \Omega_{ie}} \left(\frac{\partial \Omega^{(\alpha)}}{\partial y} \right) \right\} dx dy \quad (12)$$

(12) 式を計算して T 要素のうち α 部分の要素係数マトリックスが得られる。これを次式に示す。

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial \chi^{(\alpha)}}{\partial \Omega_{1e}} \\ \frac{\partial \chi^{(\alpha)}}{\partial \Omega_{2e}} \\ \frac{\partial \chi^{(\alpha)}}{\partial \Omega_{3e}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^{(\alpha)} & S_{12}^{(\alpha)} & S_{13}^{(\alpha)} \\ S_{21}^{(\alpha)} & S_{22}^{(\alpha)} & S_{23}^{(\alpha)} \\ S_{31}^{(\alpha)} & S_{32}^{(\alpha)} & S_{33}^{(\alpha)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Omega_{1e} \\ \Omega_{2e} \\ \Omega_{3e} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$S_{ij}^{(\alpha)}$ は (9) 式と同様に求める。

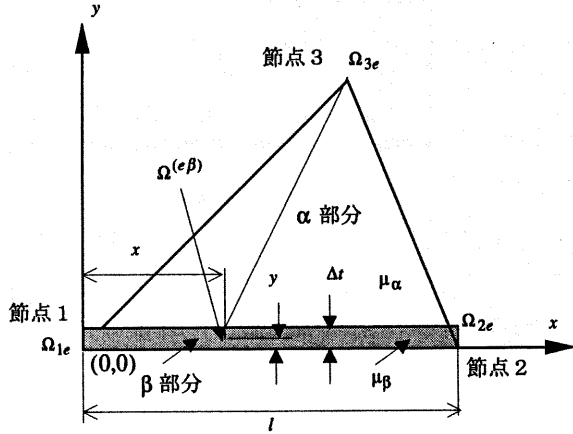


Fig. 3 T要素の詳細
(Detail of T Element)

 (2) β 部分の係数マトリックス

Fig. 3 での β 部分の座標 (x, y) の磁位 $\Omega^{(\beta)}$ は, x, y 軸方向の帯幅 Δt が非常に小さいので次式のように一次式で補間する。

$$\Omega^{(\beta)} = \Omega_{1e} + \frac{x}{l} (\Omega_{2e} - \Omega_{1e}) \quad (14)$$

β 部分の全エネルギー $\chi^{(\beta)}$ をその T 要素の各節点磁位 Ω_{ie} ($ie=1e, 2e, 3e$) での偏微分したものは次式となる。

$$\frac{\partial \chi^{(\beta)}}{\partial \Omega_{ie}} = \iint_{S(\beta)} \left\{ \mu_{\beta x} \frac{\partial \Omega^{(\beta)}}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \Omega_{ie}} \left(\frac{\partial \Omega^{(\beta)}}{\partial x} \right) + \mu_{\beta y} \frac{\partial \Omega^{(\beta)}}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \Omega_{ie}} \left(\frac{\partial \Omega^{(\beta)}}{\partial y} \right) \right\} dx dy \quad (15)$$

(15) 式の各項は (14) 式から以下の式となる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Omega^{(\beta)}}{\partial x} &= \left(-\frac{1}{l} \right) \Omega_{1e} + \left(\frac{1}{l} \right) \Omega_{2e} \\ \frac{\partial \Omega^{(\beta)}}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \Omega_{1e}} \left(\frac{\partial \Omega^{(\beta)}}{\partial x} \right) &= -\frac{1}{l} \\ \frac{\partial}{\partial \Omega_{2e}} \left(\frac{\partial \Omega^{(\beta)}}{\partial x} \right) &= \frac{1}{l} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

他の項は 0 である。

(16), (17) 式を (15) 式に代入して, T 要素の β 部分の要素係数マトリックスが得られる。これを次式に示す。

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial \chi^{(\beta)}}{\partial \Omega_{1e}} \\ \frac{\partial \chi^{(\beta)}}{\partial \Omega_{2e}} \\ \frac{\partial \chi^{(\beta)}}{\partial \Omega_{3e}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}^{(\beta)} & T_{12}^{(\beta)} & T_{13}^{(\beta)} \\ T_{21}^{(\beta)} & T_{22}^{(\beta)} & T_{23}^{(\beta)} \\ T_{31}^{(\beta)} & T_{32}^{(\beta)} & T_{33}^{(\beta)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Omega_{1e} \\ \Omega_{2e} \\ \Omega_{3e} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} T_{11}^{(\beta)} &= \mu_{\beta x} \frac{\Delta t}{l} \\ T_{12}^{(\beta)} &= -\mu_{\beta x} \frac{\Delta t}{l} \\ T_{21}^{(\beta)} &= -\mu_{\beta x} \frac{\Delta t}{l} \\ T_{22}^{(\beta)} &= \mu_{\beta x} \frac{\Delta t}{l} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

他の項は 0 である。

なお, 簡単に (18) 式は次式になる。

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial \chi^{(\beta)}}{\partial \Omega_{1e}} \\ \frac{\partial \chi^{(\beta)}}{\partial \Omega_{2e}} \\ \frac{\partial \chi^{(\beta)}}{\partial \Omega_{3e}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T & -T & 0 \\ -T & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Omega_{1e} \\ \Omega_{2e} \\ \Omega_{3e} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

ただし,

$$T = \frac{\mu_{\beta x} \cdot \Delta t}{l} \quad (21)$$

3. 全体節点方程式

T 要素は α 部分と β 部分から構成されているので, T 要素の係数マトリックスは両者のマトリックス (13), (20) 式を加えて得られる。これを次式に示す。

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial \Omega_{1e}} \\ \frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial \Omega_{2e}} \\ \frac{\partial \chi^{(e)}}{\partial \Omega_{3e}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \chi^{(e\alpha)}}{\partial \Omega_{1e}} + \frac{\partial \chi^{(e\beta)}}{\partial \Omega_{1e}} \\ \frac{\partial \chi^{(e\alpha)}}{\partial \Omega_{2e}} + \frac{\partial \chi^{(e\beta)}}{\partial \Omega_{2e}} \\ \frac{\partial \chi^{(e\alpha)}}{\partial \Omega_{3e}} + \frac{\partial \chi^{(e\beta)}}{\partial \Omega_{3e}} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (22)$$

$$= \begin{bmatrix} S_{11}^{(e\alpha)} + T & S_{12}^{(e\alpha)} - T & S_{13}^{(e\alpha)} \\ S_{21}^{(e\alpha)} - T & S_{22}^{(e\alpha)} + T & S_{23}^{(e\alpha)} \\ S_{31}^{(e\alpha)} & S_{32}^{(e\alpha)} & S_{33}^{(e\alpha)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Omega_{1e} \\ \Omega_{2e} \\ \Omega_{3e} \end{Bmatrix}$$

Fig. 2 の全ての要素で、P要素は(8)式、T要素は(22)式で要素係数マトリクスを作り、(5)式の条件を用いて全体節点第1方程式(右辺が0の方程式)をつくり、これを整理して得られる全体節点第2方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \dots & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} & \dots & H_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ H_{n1} & H_{n1} & \dots & H_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \vdots \\ \Omega_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ \vdots \\ G_n \end{Bmatrix} \quad (23)$$

(23)式の一次連立方程式を解いて得られる全節点の磁位 $\Omega_1 \dots \Omega_n$ に(3)式を適用して磁束密度が求まる。

IV. 計算例

新FEM磁界解析手法での計算例を以下に示す。

高透磁率フィルムを用いたシールドルームのシミュレーションモデルをFig.4に示す。シールドルームの設置場所の電線電流による磁界強度は2.5~3 μ Tであった。シールドルームは、寸法が10m $\times$ 10m $\times$ 3m(高さ)、床(D)が透磁率100の厚さ1mmの鋼板で構成され、電線から一番遠いE側壁を除く全側壁・天井に1枚の厚さ20 μ m、透磁率2,500の高透磁率フィルムを3~1枚貼り付けた(A、B、C面に3、2、1枚貼り付け)。このシールドルームのxy面2次元のシミュレーション結果をFig.5に示す。また、このシールドルーム室内中央xy断面での測定結果をFig.6に示す。

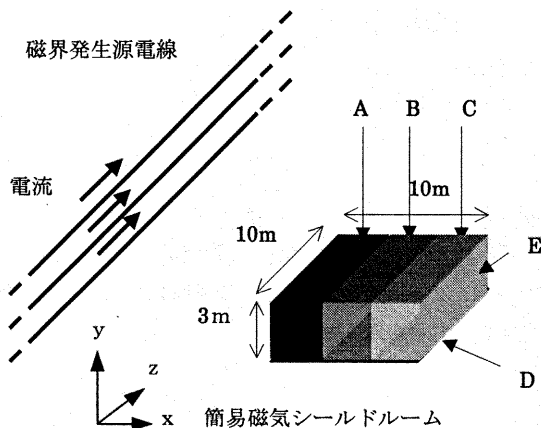


Fig. 4 シミュレーションモデル
(Model for Simulation Analysis)

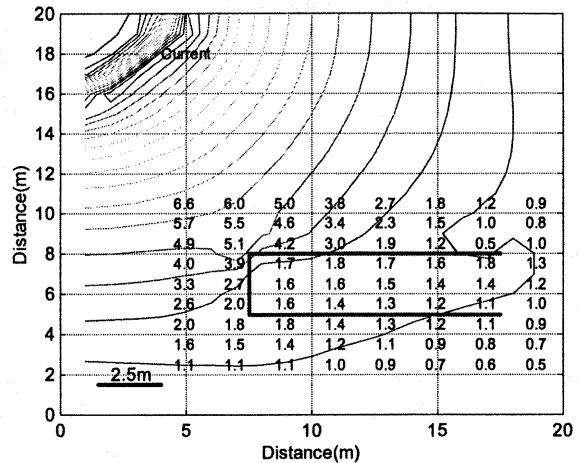


Fig. 5 磁界分布シミュレーション結果(μ T)
(Result of Simulation)

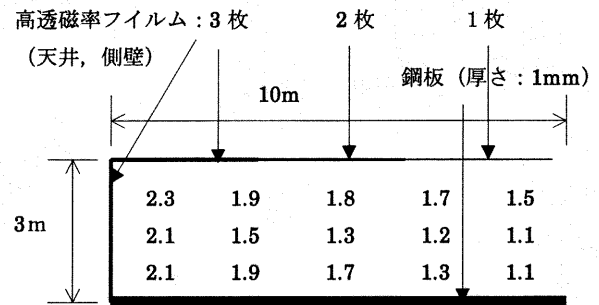


Fig. 6 シールドルーム内磁界測定結果(μ T) (部屋中央xy断面)
(Measurement result of magnetic field in Shield Room)

今回のシミュレーションは、透磁率の非線形要素、渦電流要素が考慮されていないため測定結果と完全な比較はできないが、磁界強度のオーダー、分布性状は概略合っていると考えている。

V. おわりに

この論文で示したFEM磁界解析は、全く新しい手法であり、建設業における建物・部屋などの磁界対策が計算できる画期的なものであると考えられる。

今後は、磁性材料に透磁率の非線形要素、渦電流要素を加え、さらに3次元でのシミュレーション手法を開発していく予定である。

参考文献

- 1) 中田, 高橋; 電気工学の有限要素法 第2版, 森北出版, 1992.
- 2) 藤; 電算機による3次元磁場の計算, 日本物理学会誌, Vol.30, No. 5, (1975), pp363-370.