

標本のとり方および極値分布型が風速の再現期待値に及ぼす影響

Effect of Sampling and Distribution Pattern of Extreme Values on Recurrence Wind Speed

本 郷 剛
中 山 かほる

要 約

東京管区気象台における1991年1月1日～2001年12月31日までの毎正時の風向・風速を用いて、標本のとり方および適用する極値分布型が、再現期待値に与える影響について検討した。

Gumbelの積率法を用いて日最大風速の期待値を求めた場合、ランダムにとった100個(A標本)、300個(B標本)、500個のデータ(C標本)による期待値と全データ(F標本)による期待値にはそれほど大きな相違は見られない。1位データを含む順位、一定間隔100個(D標本)による期待値は、すべての風向でF標本による期待値よりも大きい。上位100個のデータ(E標本)による期待値は、必ずしもF標本による期待値より大きいとは限らない。1日24データのうちの最大風速を基にした標本(G標本)による再現期待値は、全体的にF標本による再現期待値より大きな値を示す。月最大風速を用いたH標本による再現期待値は、他の標本に対し全体的に小さな値を示す。

Weibull分布を用いた場合、2、3の風向でやや違いが見られるものの、A、D、H標本による再現期待値には大きな相違は見られない。しかしながら、E標本による再現期待値はA、D、H標本による再現期待値のいずれよりも大きい値を示す。また、A、D標本ではD標本の風向WNWを除き、すべての風向でWeibull分布による再現期待値よりもGumbel分布による再現期待値の方が大きく、風向によっては3m/sec以上の差が見られる。一方、E、H標本の場合、風向により多少の相違は見られても、分布型による再現期待値間に大きな差は見られない。

目 次

- I. はじめに
- II. 標本の作成
- III. 極値分布について
- IV. 再現期待値計算
- V. 結果の検討
- VI. まとめ

I. はじめに

ある構造物が予想される外力に対して、安全であるかどうかを検討する際に重要となるのは、どのレベルの外力を対象とするかである。言い換えれば、外力の大きさの設定が第1条件となる。その方法として、真っ先に考えられるのは、過去に体験した最大の外力を対象とすることであろう。たとえば、外力として風力を採るならば、これまでに観測された最大の風速であり、雪ならば最大積雪深となる。

しかしながら、最大風速にしろ、最大積雪深にしろ、それは観測された期間中あるいは記録されたものの中で最大であるに過ぎず、それより大きなものが発生する可能性は否定できない。ところで、いま考慮中の外力の大きさが、どの程度のものなのかを推定する方法として、再現期待値という考え方がある。これはこれまでに観測されたデータを基に、極値分布を利用して理論的に、発生する値を予測し、外力の大きさを定義するものであり、現時点で、外力の大きさの決定にもっとも有効な方法と考えられる。

再現期待値は再現期間に対する値として与えられ、再現期間は極値の分布関数が分かれば、一義的に与えられる。極値の分布関数は、対象とする事象により、適合性が大きく変わることが知られている。

本報告では、東京管区気象台(気象庁)での毎正時の風向・風速データを対象に、標本のとり方および適用する極値分布により、再現期待値がどのように変化するかについて検討した結果について報告する。

II. 標本の作成

検討用に用いたデータは、気象庁での1991年1月1日～2001年12月31日の11年間にわたる毎正時の風向・風速記録である。1991年より各気象台において一日3時間ごと8回の観測から、毎正時24回の観測に変わったため、データの整合性を考慮し、短い期間ではあるが、上記の期間の記録を基本データとした。この基本データを基に以下の方法にて第1標本を作製した。

①1日の風速記録24個を風向別に分類し、風向別に日最大風速を求める。この場合、1日で全風向の風が吹くとは限らず、日によっては発生しない風向や1回しか発生しない風向も存在するが、それはそのまま標本として用いた。なお、ここで言う日最大風速は、いわゆる10分間平均風速の日最大値として発表されているものではないことに注意する必要がある。

②仮に、1時にNの風が吹き、2時にNNEの風となり、3時に再びNの風が吹いたとした場合、これらの風が全く異なる現象から生じた独立事象として扱えるかは、大いなる疑問となるところであ

キーワード：再現期待値、極値分布、Gumbel分布、Weibull分布

るが、ここではその検討は無視し、すべてのデータを独立事象と見なした。

③できあがった標本の数は風向によりまちまちであるが、第2標本を作製するために個数をそろえることは行わなかった。

第1標本の1部をTable 1に示す。風向に無関係にその日の最大風速を抽出したものは、第2標本のGに用いた。なお、風向別の標本数はTable 2のとおりである。

第1標本を基に検討に用いる第2標本を以下の方法で作成した。

(A) 日最大風速A標本(ランダム 100 個)・・・風向別全データを時系列に並べ、乱数的に 100 個のサンプルを抽出する。

(B) 日最大風速B標本(ランダム 300 個)・・・風向別全データを時系列に並べ、乱数的に 300 個のサンプルを抽出する。

(C) 日最大風速C標本(ランダム 500 個)・・・風向別全データを時系列に並べ、乱数的に 500 個のサンプルを抽出する。

(D) 日最大風速D標本(順位、一定間隔 100 個)・・・風向別全データを風速の大きい順に並べ、1 位よりサンプル個数が 100 個になるように一定間隔で抽出する。たとえば、東京管区気象台の場合、風向Nでは1位、30位、60位・・・、NNEでは1位、24位、48位・・・のようにサンプルを抽出する。

(E) 日最大風速E標本(上位 100 個)・・・風向別全データを風速の大きい順に並べ、1 位より上位 100 個を抽出する。

(F) 日最大風速F標本(全データ)・・・第1標本をそのまま用いる。

(G) 日最大風速G標本(全風向)・・・1 日の最大風速を、あらためて発生した風向別に振り分けた風速を用いる。

(H) 月最大風速・・・風向別に月最大風速を求め、風速の大きい順に並べ、1 位より上位 100 個を抽出する。

III. 極値分布について

現在極値分布として認められているものは、I 型分布、II 型分布およびIII型分布の3種類である。本報告ではI 型分布およびIII型分布を対象とした。

1. Gumbel 分布

I 型分布はGumbel 分布として知られ、分布関数および確率密度関数は次式で与えられる。

$$F(x) = e^{-e^{-y}} \quad (1)$$

$$f(x) = Ae^{-y-e^{-y}} \quad (2)$$

$$y = A(x-B) \quad (-\infty < x < \infty) \quad (3)$$

y は reduced variate(換算変数、基準化変数)で、次式で与えられる。

$$\frac{y - \mu_y}{\sigma_y} = \frac{x - \mu_x}{\sigma_x} \quad (4)$$

ここで μ_y : y の平均値, σ_y : y の標準偏差

μ_x : x の平均値, σ_x : x の標準偏差

積率法(モーメント法)で μ_y , σ_y を求めると次のようになる。

$$\mu_y = 0.5772 \text{ (Euler定数)} \quad (5)$$

Table 1 Example of Primary Sample

日付	N	日付	NNE	日付	NE	日付	ENE	日付	E
19910101	3.7 18	19910101	0.9 8	19910101	1.4 13	19910101		19910101	
19910102	3.1 16	19910102	0.6 24	19910102	3 21	19910102	1.2 22	19910102	
19910103	4.2 7	19910103	2 18	19910103		19910103	4.5 11	19910103	2.1 16
19910104	1.8 14	19910104		19910104		19910104		19910104	
19910105	2.2 3	19910105	2.7 2	19910105		19910105		19910105	
19910106		19910106		19910106		19910106		19910106	
19910107	3.6 11	19910107	1.1 22	19910107	2.1 18	19910107		19910107	
19910108	4.6 13	19910108	2.4 20	19910108		19910108		19910108	
19910109	5.4 5	19910109		19910109		19910109		19910109	
19910110		19910110		19910110		19910110		19910110	
19910111	4.1 23	19910111	3.5 17	19910111		19910111		19910111	
19910112	5.5 3	19910112	3.7 12	19910112	3.2 9	19910112		19910112	
19910113		19910113		19910113		19910113		19910113	
19910114	4.1 15	19910114	3.2 17	19910114	3.8 22	19910114		19910114	
19910115	4 12	19910115	3.6 22	19910115		19910115		19910115	
19910116	3.5 22	19910116		19910116	1.3 11	19910116	2 1	19910116	2.3 20
19910117	2.4 1	19910117		19910117		19910117	0.7 10	19910117	
19910118		19910118		19910118		19910118		19910118	
19910119	3.4 14	19910119	1.5 9	19910119	2.8 13	19910119	2.6 8	19910119	2.3 2
19910120	2.5 20	19910120	3.4 18	19910120	2.5 17	19910120	1.9 10	19910120	0.4 14
19910121	4.3 19	19910121		19910121		19910121		19910121	
19910122	5.8 3	19910122	2.8 13	19910122	1.5 14	19910122		19910122	
19910123	3.8 24	19910123	3.7 22	19910123		19910123		19910123	
19910124	2.5 5	19910124	3.1 1	19910124	2.6 3	19910124	2.5 12	19910124	
19910125	5.4 19	19910125		19910125		19910125		19910125	2.2 16
19910126		19910126		19910126		19910126		19910126	
19910127	4.3 8	19910127		19910127		19910127		19910127	
19910128	10 15	19910128		19910128		19910128		19910128	
19910129	4 24	19910129		19910129		19910129		19910129	
19910130	4.6 14	19910130		19910130		19910130		19910130	

Table 2 Number of Sample at Each Wind Direction

風向	N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE
標本数	3045	2414	2178	2004	1775	1561	1324	1261
風向	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
標本数	1982	1593	1832	1215	963	1011	1881	3110

$$\sigma_y = \frac{\pi}{\sqrt{6}} = 1.283 \quad (6)$$

一方、再現期間 $T(x)$ と分布関数 $F(x)$ には

$$F(x) = 1 - 1/T(x) \quad (7)$$

の関係がある。ここで、ある再現期間 T に対応する x の値を x_T とすると、(1) ~ (7) 式より

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x_T - \mu_x) + \mu_y = -\ln \left\{ -\ln \left(1 - \frac{1}{T} \right) \right\} \quad (8)$$

が得られる。Gumbel は標本の大きさが十分に大きければ、 μ_x , σ_x を標本の平均値 $\bar{x}$ と標本の標準偏差 S_x に置き換えられるとして、

$$x_T = \bar{x} - 0.450 S_x + 0.780 S_x \left[-\ln \left\{ -\ln \left(1 - \frac{1}{T} \right) \right\} \right] \quad (9)$$

の式を導いている。

2. Weibull 分布

Weibull 分布は、部品や機器の寿命時間の信頼性に対する分布として、Weibull により提案されたものである。気象データについての Weibull 分布の適用は、平均風速の発生頻度分布などに見られるが、極値分布に適用した例は少ない。

Gumbel 分布は全くの理論分布であるために、実際のデータに適合する場合とそうでない場合とがある。むしろ適合するほうが珍しいかも知れない。これに対し、Weibull 分布はその関数形は理論的に導き出されたものであるが、その関数の中の三つのパラメータは実際のデータにより決定される。

Weibull 分布の関数および確率密度関数は

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{(x-\gamma)^m}{\alpha}} \quad (10)$$

$$f(x) = \frac{m}{\alpha} (x-\gamma)^{m-1} e^{-\frac{(x-\gamma)^m}{\alpha}}, \quad x \geq \gamma \quad (11)$$

$$= 0, \quad x < \gamma$$

で与えられる。ここに

m : 形のパラメータ(shape parameter) >0

α : 尺度のパラメータ(scale parameter) >0

γ : 位置のパラメータ(location parameter) >0

である。これより再現期間 $T(x)$ の関数形を求めると、

$$T(x) = \frac{1}{1-F(x)} = e^{\frac{(x-\gamma)^m}{\alpha}} \quad (12)$$

ある再現期間 T に対応する x の値を x_T とすると、 x_T は次式により得られる。

$$x_T = (\alpha \cdot \ln T)^{1/m} + \gamma \quad (13)$$

IV. 再現期待値計算

II. で求めた標本について、再現期待値を計算する。標本は前述のとおり、すべて独立事象であるものと仮定する。

1. Gumbel 分布による再現期待値の計算

それぞれの標本について、平均値、標準偏差を求め、(9)式を用いて各再現期間に対する期待値を計算する。この場合、結果は画一的に決まるため、極値分布の理論分布への適合性を検証するために、極値データとそれに対応する確率値とを確率紙にプロットする。確率紙にデータをプロットする場合、プロット位置を決める式としてここではHazenの方法を用い、風速と基準化変数との関係をグラフにし、その線形近似で近似式を求めている。

Fig.1~2 はG標本について適合性を検証した例である。風向:E S EではGumbel 分布でうまく近似できるが、風向:NEでは高い風速で直線よりずれることが分かる。しかも1データ(風速17.7m/sec)が飛びぬけており、かなり特異な事象によるものと推測できる。しかしながら、本報告では、すべての標本について適合性を検討することは行わず、それぞれの標本の平均値および標準偏差によってのみ、再現期待値を計算した。各標本の平均値および標準偏差をTable 3に示す。

2. Weibull 分布による再現期待値の計算

Weibull 分布により再現期待値を求める場合、三つのパラメータを決定する必要がある。パラメータの値を決定するには、Weibull

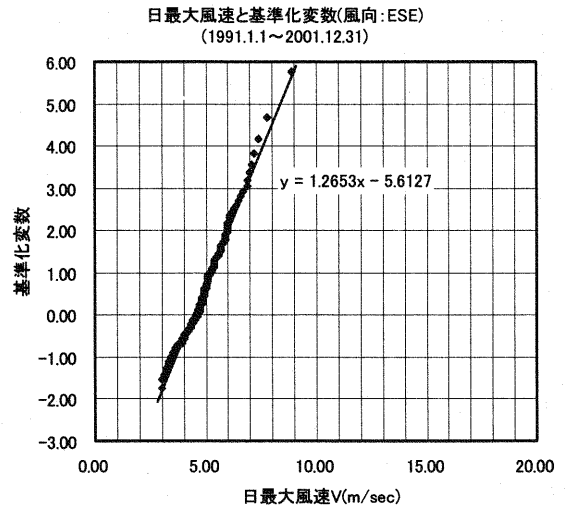


Fig.1 Verification of Data Fitting to Gumbel Distribution (Wind Direction : ESE)

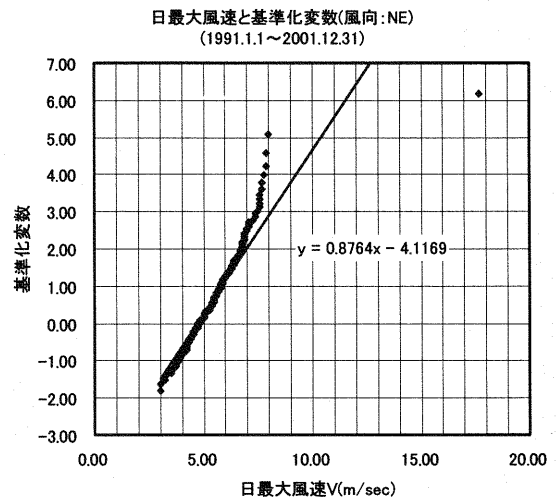


Fig.2 Verification of Data Fitting to Gumbel Distribution (Wind Direction : NE)

Table 3 Values of Average and Standard Deviation of Each Sample

	N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
A 標本	平均値	3.69	3.34	3.39	3.69	2.79	3.08	2.76	3.08	3.94	3.52	3.87	2.21	1.72	2.51	4.65
	標準偏差	1.71	1.64	1.56	1.60	1.53	1.23	1.09	1.23	1.66	1.89	1.82	0.98	0.83	1.72	2.34
B 標本	平均値	3.82	3.17	3.32	3.23	3.02	2.94	2.65	2.59	3.96	3.72	3.93	2.16	1.91	2.11	4.49
	標準偏差	1.67	1.38	1.39	1.57	1.37	1.27	1.05	0.98	1.45	1.81	2.14	1.07	1.20	1.38	2.09
C 標本	平均値	3.73	3.21	3.36	3.34	3.03	2.95	2.78	2.63	4.19	3.78	3.86	2.23	1.82	2.15	4.58
	標準偏差	1.73	1.40	1.62	1.61	1.41	1.25	1.20	0.93	1.51	1.88	1.98	1.05	0.94	1.47	2.17
D 標本	平均値	3.84	3.23	3.39	3.36	3.12	3.01	2.76	2.64	4.11	3.73	4.08	2.33	1.90	2.30	4.59
	標準偏差	2.01	1.47	2.07	1.62	1.47	1.44	1.19	1.01	1.59	1.90	2.15	1.21	1.37	1.73	2.33
E 標本	平均値	8.50	6.86	6.99	6.82	6.21	5.80	5.07	4.53	7.55	7.81	9.10	4.74	4.17	5.89	10.40
	標準偏差	1.30	0.71	1.24	0.59	0.75	0.82	0.56	0.42	0.93	0.94	0.97	1.01	1.41	1.54	1.01
F 標本	平均値	3.73	3.18	3.25	3.31	3.07	2.95	2.72	2.61	4.04	3.65	4.01	2.28	1.84	2.24	4.51
	標準偏差	1.68	1.41	1.56	1.57	1.40	1.31	1.13	0.98	1.51	1.78	2.06	1.09	1.10	1.54	2.15
G 標本	平均値	5.43	5.29	5.35	5.27	5.14	4.89	4.58	4.26	5.18	6.08	6.38	4.93	7.33	6.48	6.13
	標準偏差	1.77	1.37	1.36	1.13	1.03	1.00	0.79	0.74	1.21	1.76	1.87	1.58	2.41	2.23	2.04
H 標本	平均値	7.96	6.45	6.64	6.52	5.90	5.49	4.66	4.16	6.82	7.21	8.70	4.51	3.74	4.87	9.75
	標準偏差	1.66	0.99	1.41	0.79	0.90	1.02	0.89	0.65	1.42	1.36	1.30	1.14	1.60	2.05	1.43

確率紙を用いるのが実用的であり、また適合状態を確認するにも便利である。(12)式の自然対数を2回とると、

$$\ln \ln T(x) = m \ln(x - \gamma) - \ln \alpha \quad (14)$$

が得られる。いま $\ln \ln T(x)$ を Y , $\ln(x - \gamma)$ を X , $-\ln \alpha$ を C とおくと

$$Y = mX + C \quad (15)$$

という形の線形の式に変換できる。これを基に $\ln \ln T(x)$ を縦軸に、 $\ln(x - \gamma)$ を横軸にそれぞれ線形スケールで目盛ることにより、Weibull 確率紙を作成できる。

この Weibull 確率紙にデータをプロットし、直線近似式を求めることにより、形のパラメータ m と尺度のパラメータ α は簡単に求めることができる。一方、位置のパラメータ γ の決定は簡単に行かない。なぜなら、 γ が存在するかどうかはデータをプロットしてみないとわからないからである。

Fig. 3 は A 標本の例であるが、位置のパラメータ γ を 0 と置ける場合の例である。データは近似直線上にほぼ載っている。これより、 m と α は

$$m = 2.5227 \quad (16)$$

$$\alpha = e^{3.5881} = 36.165$$

Fig. 4 は Weibull 確率紙上でデータが直線に載らない場合の例である。このような場合は、基のデータから、ある値を差し引いて再プロットし、確率紙上で直線になるようにしてやる。この差し引いた値が位置のパラメータ γ となる。差し引く値の目安は、プロットするデータの最小値とし、再プロットされた値が上に凹なら、差し引く値を小さくし、上に凸なら、差し引く値を大きくするなどして、trial and error で γ を決定する。

Fig. 4 には $\gamma = 0.7(m/sec)$ とした場合の結果もあわせて示してある。直線近似された式によれば、

$$m = 1.3366 \quad (17)$$

$$\alpha = e^{0.1427} = 1.1534$$

となり、再現期間 T に対応する風速 x_T は次式により得られる。

$$x_T = (\alpha \cdot \ln T)^{1/m} + \gamma = (1.1534 \ln T)^{1/1.3366} + 0.7 \quad (18)$$

本報告では、Weibull 分布は標本 A, D, E, H についてのみ適

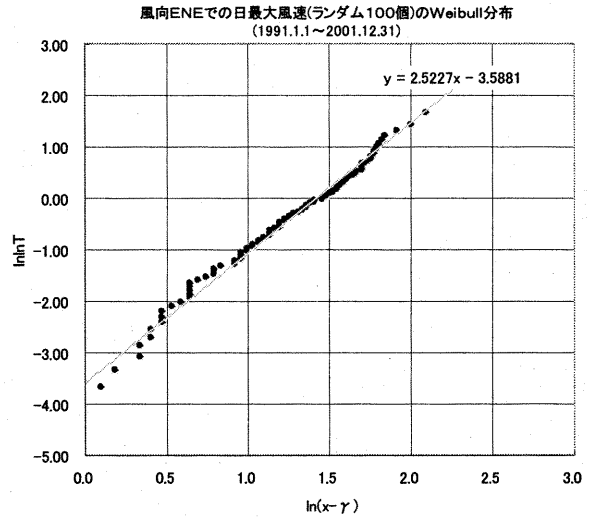


Fig. 3 Verification of Data Fitting to Weibull Distribution (Case of Linear Fitting, Wind Direction : ENE)

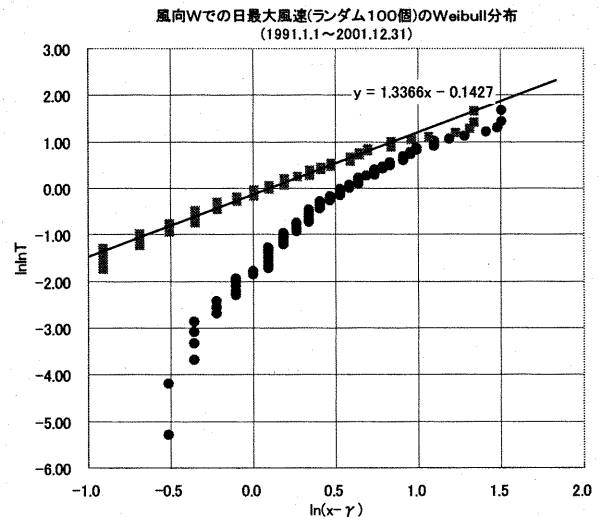


Fig. 4 Verification of Data Fitting to Weibull Distribution (Case of Non-Linear Fitting, Wind Direction : W)

Table 4 Weibull Parameters for Each Sample

		N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
A 標本	m	2.23	2.32	2.24	2.53	1.88	2.92	2.67	2.77	2.46	1.89	1.68	1.74	1.34	1.03	1.93	2.39
	α	24.50	21.57	19.97	36.17	8.50	36.91	20.63	18.87	39.56	19.27	6.82	2.53	1.15	1.58	11.65	51.94
	γ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.1	0.7	0.7	0.7	0	0
D 標本	m	2.02	2.02	2.06	2.35	1.88	1.92	2.58	2.30	2.56	1.87	1.69	1.64	1.11	0.82	1.35	1.46
	α	14.44	9.69	15.52	22.63	7.73	7.38	18.50	7.75	36.17	11.14	9.49	2.92	1.27	1.16	4.94	6.07
	γ	0.5	0.5	0	0	0.5	0.5	0	0.5	0.5	0.5	0.7	0.6	0.7	1.0	0.6	1.5
E 標本	m	1.23	1.32	1.09	2.48	1.13	0.98	0.88	3.80	1.04	1.49	1.59	1.35	1.47	1.70	1.38	0.98
	α	1.28	1.06	0.89	4.97	0.86	0.82	0.50	17.46	0.96	1.71	0.99	1.45	2.35	5.20	2.25	1.01
	γ	7.3	5.9	6.1	5.0	5.4	5.0	4.6	2.5	6.6	6.5	7.7	3.5	2.5	3.5	7.5	9.4
H 標本	m	1.74	2.60	1.26	1.97	1.43	1.35	2.28	1.89	1.65	2.32	2.19	1.12	0.92	1.76	2.10	1.85
	α	6.59	13.55	1.75	2.86	1.68	1.80	6.23	1.52	4.33	17.10	11.36	1.39	1.35	12.34	3.24	7.72
	γ	5.3	4.0	5.2	5.0	4.6	4.1	3.0	2.5	4.2	4.2	6.0	3.2	2.3	1.1	3.9	7.1

Table 5 Difference of Recurrence Wind Speed by Samples Calculated by Gumbel Distribution

	期 間	N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
A 標 本	2(月)	8.36	7.83	7.66	8.08	6.98	6.45	5.74	6.45	8.47	8.68	8.84	4.90	4.00	7.21	7.98	11.05
	6	9.85	9.26	9.02	9.47	8.31	7.52	6.69	7.52	9.92	10.32	10.42	5.75	4.73	8.70	9.50	13.09
	12	10.78	10.15	9.87	10.34	9.15	8.18	7.28	8.18	10.82	11.35	11.41	6.29	5.18	9.64	10.45	14.36
	24	11.70	11.04	10.71	11.21	9.97	8.85	7.87	8.85	11.71	12.37	12.39	6.82	5.63	10.57	11.40	15.63
	36	12.24	11.56	11.20	11.72	10.46	9.24	8.22	9.24	12.24	12.96	12.96	7.13	5.90	11.11	11.95	16.37
B 標 本	2(月)	8.93	7.11	7.22	7.53	6.84	6.26	5.73	5.15	8.17	8.66	9.45	5.50	5.14	6.68	9.45	10.13
	6	10.55	8.35	8.52	8.89	8.05	7.30	6.68	5.98	9.43	10.24	11.18	6.49	6.18	8.04	11.34	11.92
	12	11.57	9.12	9.33	9.75	8.81	7.96	7.28	6.49	10.22	11.23	12.26	7.11	6.84	8.90	12.53	13.04
	24	12.57	9.89	10.14	10.60	9.56	8.61	7.87	7.00	11.01	12.22	13.33	7.73	7.49	9.75	13.71	14.16
	36	13.16	10.33	10.61	11.10	10.00	8.99	8.22	7.30	11.47	12.80	13.96	8.09	7.87	10.25	14.39	14.81
C 標 本	2(月)	8.45	7.04	7.16	7.70	6.73	6.59	5.74	5.36	8.32	8.63	9.87	5.33	4.40	6.65	9.33	10.40
	6	9.95	8.25	8.43	9.09	7.93	7.73	6.68	6.22	9.68	10.22	11.70	6.29	5.23	8.03	11.20	12.28
	12	10.89	9.01	9.23	9.96	8.68	8.44	7.27	6.76	10.54	11.21	12.84	6.89	5.75	8.89	12.38	13.46
	24	11.82	9.77	10.02	10.82	9.42	9.15	7.86	7.29	11.39	12.20	13.98	7.49	6.27	9.75	13.54	14.64
	36	12.36	10.22	10.48	11.33	9.86	9.56	8.20	7.60	11.89	12.77	14.64	7.84	6.58	10.25	14.22	15.32
D 標 本	2(月)	9.34	7.25	9.06	7.79	7.14	6.95	6.02	5.40	8.46	8.93	9.96	5.64	5.65	7.04	10.05	10.97
	6	11.09	8.53	10.86	9.20	8.42	8.20	7.05	6.28	9.85	10.58	11.84	6.69	6.84	8.54	12.10	12.99
	12	12.18	9.33	11.98	10.08	9.22	8.99	7.70	6.83	10.71	11.62	13.00	7.35	7.59	9.48	13.39	14.26
	24	13.27	10.13	13.10	10.96	10.02	9.77	8.34	7.38	11.57	12.64	14.17	8.01	8.33	10.42	14.66	15.52
	36	13.91	10.59	13.76	11.47	10.48	10.22	8.72	7.70	12.07	13.25	14.85	8.39	8.76	10.96	15.41	16.26
E 標 本	2(月)	12.06	8.80	10.38	8.43	8.26	8.04	6.60	5.68	10.10	10.38	11.75	7.50	8.03	10.11	12.72	13.16
	6	13.19	9.42	11.46	8.95	8.92	8.76	7.09	6.04	10.90	11.20	12.60	8.38	9.26	11.44	13.84	14.04
	12	13.90	9.81	12.14	9.27	9.32	9.20	7.39	6.27	11.41	11.71	13.13	8.93	10.02	12.28	14.54	14.59
	24	14.60	10.19	12.81	9.59	9.73	9.65	7.70	6.50	11.91	12.22	13.65	9.48	10.79	13.12	15.24	15.14
	36	15.01	10.42	13.20	9.78	9.97	9.91	7.87	6.63	12.21	12.52	13.96	9.80	11.23	13.60	15.65	15.46
F 標 本	2(月)	8.33	7.04	7.52	7.61	6.91	6.54	5.81	5.29	8.18	8.50	9.65	5.26	4.79	6.45	9.48	10.38
	6	9.79	8.27	8.88	8.97	8.13	7.68	6.80	6.14	9.50	10.04	11.44	6.21	5.73	7.78	11.37	12.26
	12	10.70	9.03	9.73	9.83	8.89	8.39	7.41	6.68	10.32	11.01	12.56	6.80	6.31	8.62	12.56	13.42
	24	11.61	9.80	10.57	10.68	9.65	9.10	8.02	7.21	11.13	11.96	13.68	7.39	6.90	9.46	13.74	14.59
	36	12.14	10.24	11.06	11.17	10.09	9.51	8.38	7.52	11.61	12.53	14.33	7.74	7.24	9.94	14.43	15.27
G 標 本	2(月)	10.27	9.04	9.07	8.36	7.96	7.63	6.74	6.29	8.49	10.90	11.50	9.25	13.93	12.58	12.85	11.71
	6	11.81	10.23	10.26	9.35	8.86	8.50	7.43	6.93	9.54	12.43	13.13	10.63	16.02	14.52	14.81	13.49
	12	12.78	10.98	11.00	9.96	9.42	9.04	7.86	7.33	10.20	13.39	14.14	11.49	17.33	15.74	16.04	14.60
	24	13.73	11.72	11.73	10.57	9.97	9.58	8.29	7.73	10.86	14.34	15.15	12.34	18.64	16.94	17.26	15.70
	36	14.30	12.15	12.16	10.93	10.30	9.90	8.54	7.97	11.24	14.89	15.75	12.84	19.40	17.65	17.98	16.35
H 標 本	2(月)	7.69	6.29	6.41	6.39	5.75	5.32	4.51	4.05	6.59	6.99	8.49	4.32	3.48	4.53	7.71	9.52
	6	9.42	7.32	7.88	7.21	6.69	6.39	5.44	4.73	8.07	8.40	9.84	5.51	5.14	6.67	9.79	11.00
	12	10.37	7.89	8.69	7.67	7.21	6.97	5.95	5.11	8.89	9.19	10.59	6.17	6.07	7.85	10.93	11.83
	24	11.30	8.44	9.48	8.11	7.71	7.54	6.45	5.47	9.68	9.95	11.32	6.80	6.96	9.00	12.04	12.63
	36	11.83	8.76	9.93	8.36	8.00	7.87	6.74	5.68	10.13	10.38	11.73	7.17	7.47	9.66	12.69	13.09

用した。それぞれの標本に対するパラメータの値を Table 4 に示す。表の値は小数点 3 位で 4 捨 5 入している。

V. 結果の検討

1. 標本のとり方が計算結果に及ぼす影響

(1) Gumbel 分布の場合

Gumbel の積率法を用いて、A～H 標本について再現期待値を計算した。A～G 標本は基本が日最大風速であるので、対象の再現

期間の単位は「日」であり、H 標本の単位は「月」である。計算結果を Table 5 に比較して示すが、期間の単位を「月」で統一した。比較を容易にするために、ここでは全データを用いた F 標本を基準とすることにする。

ランダムにデータを探った A, B, C 標本の再現期待値は風向により多少の違いがみられるものの、F 標本の再現期待値とそう大きな違いがみられず、また、値の大小についても、標本間による特徴があまりない。現在のように統計処理ソフトが充実してい

Table 6 Recurrence Wind Speed of Daily Maximum Wind Speed Calculated by Gumbel Distribution

	期 間	N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
日 最 大	2(月)	9.94	8.44	8.76	8.11	8.11	7.65	6.72	7.21	9.36	12.82	11.57	9.07	12.50	11.21	12.63	11.81
	6	11.43	9.57	9.94	9.11	9.14	8.59	7.47	8.09	10.63	14.85	13.24	10.36	14.65	12.92	14.58	13.64
	12	12.36	10.29	10.68	9.73	9.79	9.17	7.94	8.65	11.42	16.13	14.29	11.16	16.00	13.99	15.79	14.78
	24	13.29	10.99	11.42	10.35	10.44	9.75	8.41	9.19	12.22	17.39	15.33	11.97	17.34	15.05	17.00	15.91
	36	13.84	11.41	11.84	10.72	10.81	10.09	8.69	9.52	12.68	18.13	15.93	12.43	18.12	15.67	17.71	16.58

Table 7 Difference of Recurrence Wind Speed by Samples Calculated by Weibull Distribution

	期 間	N	NNE	NE	ENE	E	ESE	SE	SSE	S	SSW	SW	WSW	W	WNW	NW	NNW
A 標 本	2(月)	7.86	6.88	7.16	7.25	6.60	5.58	5.25	4.79	7.91	8.27	8.34	4.52	3.89	6.79	7.42	9.38
	6	8.75	7.63	7.97	7.97	7.49	6.05	5.75	5.22	8.71	9.39	9.45	5.09	4.52	8.12	8.40	10.36
	12	9.25	8.05	8.42	8.38	8.01	6.32	6.02	5.47	9.17	10.03	10.09	5.41	4.90	8.92	8.96	10.92
	24	9.72	8.45	8.85	8.76	8.50	6.56	6.28	5.69	9.59	10.64	10.71	5.72	5.26	9.70	9.49	11.44
	36	9.98	8.67	9.09	8.97	8.77	6.70	6.42	5.81	9.83	10.98	11.05	5.90	5.47	10.16	9.79	11.73
D 標 本	2(月)	8.01	6.70	7.48	6.89	6.75	6.40	5.35	5.00	7.56	8.20	9.37	5.15	5.14	6.97	9.85	10.49
	6	8.96	7.49	8.40	7.63	7.60	7.18	5.87	5.49	8.25	9.25	10.69	5.86	6.22	8.56	11.65	12.09
	12	9.50	7.94	8.93	8.05	8.09	7.63	6.16	5.77	8.64	9.85	11.46	6.28	6.88	9.55	12.73	13.04
	24	10.01	8.36	9.42	8.44	8.55	8.06	6.44	6.03	9.01	10.43	12.19	6.68	7.53	10.53	13.77	13.95
	36	10.29	8.59	9.70	8.65	8.81	8.30	6.59	6.18	9.21	10.75	12.60	6.91	7.91	11.09	14.36	14.47
E 標 本	2(月)	11.16	8.96	9.37	8.37	8.44	8.43	6.85	5.58	10.35	10.18	11.44	7.25	7.14	9.53	12.51	13.63
	6	11.99	9.57	10.17	8.72	9.16	9.38	7.56	5.78	11.33	10.83	12.05	7.97	7.96	10.44	13.47	14.80
	12	12.50	9.94	10.67	8.91	9.60	9.98	8.01	5.89	11.94	11.21	12.40	8.41	8.44	10.97	14.04	15.54
	24	12.99	10.29	11.15	9.09	10.03	10.57	8.48	5.99	12.54	11.57	12.74	8.83	8.91	11.47	14.59	16.27
	36	13.27	10.50	11.44	9.19	10.28	10.92	8.75	6.04	12.89	11.78	12.94	9.07	9.17	11.76	14.90	16.70
H 標 本	2(月)	7.69	6.37	6.37	6.41	5.71	5.28	4.90	4.12	6.65	7.10	8.56	4.20	3.21	4.48	7.83	9.57
	6	9.43	7.42	7.68	7.29	6.76	6.49	5.87	4.80	8.16	8.57	9.95	5.59	5.01	6.89	10.07	11.23
	12	10.28	7.88	8.41	7.71	7.32	7.14	6.32	5.10	8.92	9.23	10.59	6.42	6.24	8.07	11.11	12.03
	24	11.04	8.26	9.11	8.07	7.83	7.76	6.69	5.35	9.59	9.79	11.13	7.23	7.54	9.11	12.01	12.73
	36	11.45	8.46	9.50	8.26	8.11	8.10	6.89	5.48	9.96	10.09	11.42	7.70	8.31	9.68	12.48	13.11

る場合、理論分布へのデータの適合性を検証することも容易であり、Gumbel の積率法を用いて再現期待値を求めようとする場合は、第1標本作成時の全データを用いれば良いといえるが、データの独立性の問題が残る。その意味ではデータのランダム性を考慮し、かつ、データ数の多いC標本が良いともいえる。

また、意図的に第1位のデータをサンプルに入れたD標本による再現期待値は、すべての風向でF標本による再現期待値よりも大きい。また、風向、再現期間により必ずしも言い切れないが、100個のデータ数に限定すると、A標本と後述するE標本による再現期待値の中間的な値となっている。

1日24データのうちの最大風速を基にしたG標本の場合、風向によってはデータ数がかなり少ない。F標本の再現期待値と比較すると、全体的にG標本による再現期待値の方が大きな値を示しているが、風向WSW, W, WNWを除くと、極端に値が違っているわけでない。この3風向で値が違うのは、データ数が極端に少ないことに原因がある。すなわちWSWは12データ、Wは6データ、WNWは14データしかない。このことは、もし、各風向でのデータ数が十分であれば、データの独立性の面から考えて、い

わゆる「日最大風速」を用いて、再現期待値を予測する方がよりよいことを示唆していると考えられる。さらに、日最大風速を用いることは、1990年以前の観測データも利用できることになり、特定風向でのデータ不足を解消することも可能といえる。ちなみに、観測高さが現在とほとんど同じである1977年からの日最大風速を用いた再現期待値を示すと、Table 6のようになる。Table 6とG標本を比較すると、再現期待値にそれほど大きな相違は見られない。やはり、風向WSW, W, WNWで他の標本と大きな差が見られる。他の風向ではデータ数は少なくとも200個以上あり、上記3風向の各々27, 14, 26個のデータ数とは比較にならない。一方、風向SSWでは観測された強風がうまくデータに取り込まれていることが分かる。

月最大風速を用いたH標本による再現期待値は、他の標本に対し全体的に小さな値を示す。これは同じ月の2位以下のデータが無視されることに起因すると考えられる。つまり、ある月で2位以下のデータが、別の月の最大風速よりも大きいことは十分に起こり得、そのことが標本全体として、小さな値のデータから構成される可能性があることを示している。

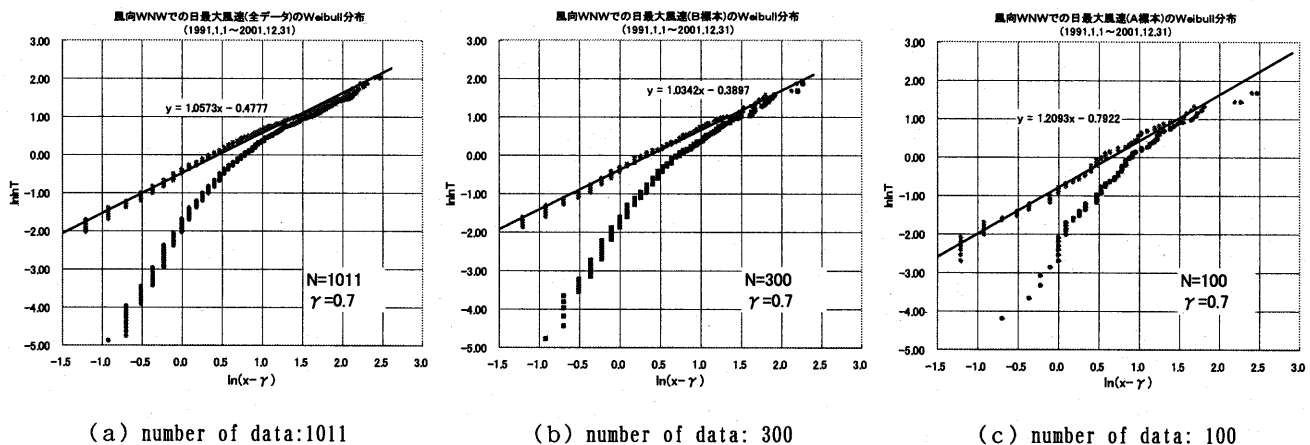


Fig. 5 Variation of Fitting Curve by Number of Data

この中でE標本は特異な標本である。上位100個のデータにしたことは、下位のデータを無視したことになるが、この再現期待値は、必ずしも全データによる期待値より大きいとは限らない。風向によっては、短い再現期間ではE標本のデータによる再現期待値が大きいが、再現期間が長くなるにつれ、その差が縮まり、ついには逆転する場合がある。ただし、データの性質上、全体的にはE標本による再現期待値は、短い再現期間においては全標本中ほぼ最大の値を示す。

(2) Weibull 分布の場合

Weibull 分布の場合、確率紙上でデータの分布への適合性を検討することが重要となるため、ここではデータ個数の多いB, C, F, G標本は対象としなかった。なお、近似直線は最小二乗法で与え、位置のパラメータはできるだけ恣意的なものにならないようにした。計算結果をTable 7に示す。

Table 7より、2, 3の風向でやや違いが見られるものの、A, D, H標本による再現期待値には大きな相違が見られないことが分かる。しかしながら、上位100個のデータを用いたE標本による再現期待値はA, D, H標本による再現期待値のいずれよりも大きい値を示した。これは後述するように、Weibull 分布の場合は、位置のパラメータをうまくコントロールすることにより、近似曲線にデータをフィッティングさせることができるため、上位データを有効に利用できることによる。

2. 極値分布型が計算結果に及ぼす影響

ごく特殊な標本のとり方をしない限り、データ数が十分であれば、同じ極値分布型では再現期待値に大きな相違が現れないことが予想された。次に同じ標本を用いた場合、極値分布型が計算結果に与える影響について検討する。

Table 5 および Table 7 に示した結果を比較すると、A, D標本ではD標本の風向WNWを除き、すべての風向でGumbel 分布による再現期待値が、Weibull 分布による再現期待値よりも大きく、風向によっては3m/sec 以上の差が見られた。一方、E, H標本の場合、風向により多少の相違は見られても、再現期待値に大きな差は見られない。この理由として、A, D標本の特性が考えられる。Gumbel 分布の場合、これらの標本での風速と再現期間（基準化変数）との関係は、大部分の風向でFig. 2のようであり、再現期間が大きくなるにつれて近似曲線よりずれてくる。一方、

Table 8 Difference of Recurrence Wind Speed by Number of Data

	N=1011	N=300	N=100
2(月)	6.66	6.40	6.87
6	8.18	7.88	8.23
12	9.12	8.81	9.05
24	10.05	9.73	9.85
36	10.60	10.27	10.32

Weibull 分布の場合は、近似曲線に載らない場合は、Fig. 4のように位置のパラメータをコントロールすることにより、フィッティングすることが可能となる。そのため、短い再現期間では期待値にそれほど大きな差がなくても、再現期間が長くなるにつれて、その差が大きくなると考えられる。また、E, H標本では、Gumbel 分布でもほとんどFig. 1のような関係になっており、近似曲線上にデータが載っているため、Weibull 分布による再現期待値と差があまりつかなかったものと考えられる。このような違いを少なくするには、Gumbel 分布でも(9)式によってのみ再現期待値を計算するのではなく、データにフィッティングする近似曲線を図上で与えて、図解することが必要となると考えられるが、データ数が多いときはデータのプロットも面倒であり、また、理論分布を使う利点もなくなる。

Gumbel 分布でのデータ個数の違いによる評価と同様に、標本のデータ個数の違いがWeibull 分布による期待値計算に及ぼす影響について検討する。ここではTable 2の風向WNWのデータ1011個を対象とする。Fig. 5は全データ数を用いた場合と、A標本およびB標本での結果を示したものである。再現期待値をTable 8に示す。結果は多少の違いが見られるものの、データ個数に大きく左右されているとは考えにくく、100個程度のデータで十分な結果が得られていると判断できる。

ところで、Weibull 分布では位置のパラメータの設定が重要であることは再三述べているが、位置のパラメータを変化させた場合のフィッティングの様子をFig. 6に示す。 γ の値が大きくなるにつれて近似曲線が寝てくるのが分かる。これは同じ再現期間に対して風速値が大きくなることを意味する。再現期待値をTable 9に示す。結果は位置のパラメータの設定で、再現期待値が大きく

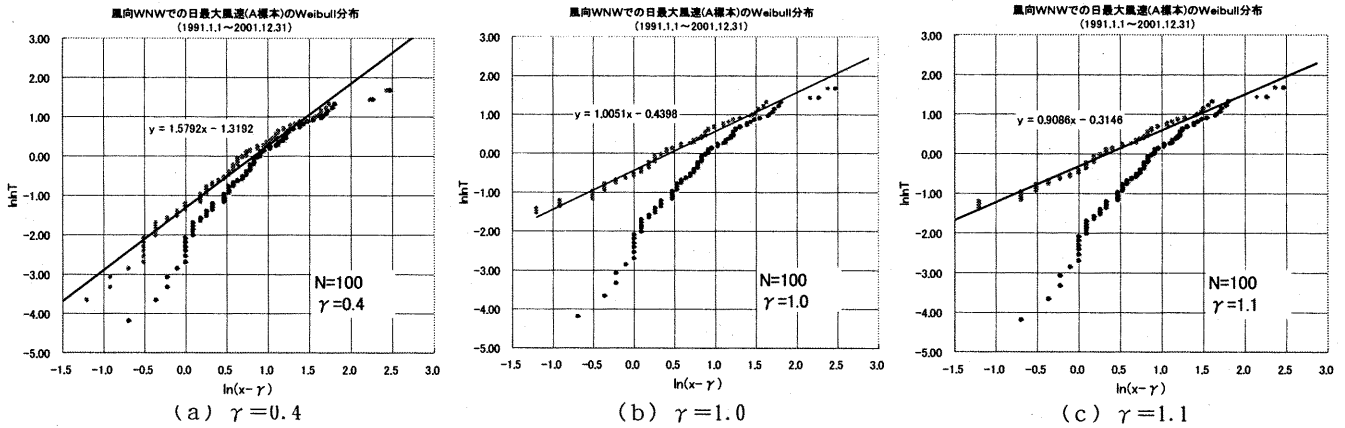


Fig. 6 Variation of Fitting Curve by Location Parameter

変化することを示している。このことはWeibull分布ではデータ個数あるいは標本のとり方よりも、位置のパラメータの設定が結果に対して大きな影響を与えることを意味している。また、図のX軸の定義からも分かるとおり、 $\ln(x-\gamma)$ が0以下ではデータはプロットされないため、位置のパラメータを大きくすることは、結果的には再現期待値計算に使用しているデータ個数を少なくすることになるため、十分な配慮が必要となる。一方、位置のパラメータの設定がうまくできれば、標本の特性を十分に表せるWeibull分布による再現期待値が実用的と考えられる。

VI. まとめ

標本のとり方および適用する極値分布型が、再現期待値に与える影響について検討した。

東京管区気象台における1991年1月1日～2001年12月31日までの毎正時の風向・風速を用いて、風向毎に日最大風速A～G標本および月最大風速標本を作成した。

極値分布型としてGumbel分布とWeibull分布を用い、Gumbel分布には積率法を適用した。求めた再現期待値より、以下のことが分かった。

(1) Gumbel分布の場合、ランダムにデータを採ったA, B, C標本の再現期待値は風向により多少の違いがみられるものの、全データによるF標本の再現期待値とそう大きな違いがみられず、また、値の大小についても、標本間による特徴があまりない。意図的に第1位のデータをサンプルに入れたD標本による再現期待値は、すべての風向でF標本による再現期待値よりも大きく、上位100個のデータによるE標本の再現期待値は、必ずしもF標本による期待値より大きいとは限らない。一方、1日24データのうちの最大風速を基にしたG標本による再現期待値は、全体的にF標本の再現期待値より大きな値を示す。月最大風速を用いたH標本による再現期待値は、他の標本に対し全体的に小さな値を示す。

G標本の結果は各風向でのデータ数が十分であれば、データの独立性の面から考えて、いわゆる「日最大風速」を用いて、再現

Table 9 Difference of Recurrence Wind Speed by Location Parameter γ

	$\gamma=0.4$	$\gamma=0.7$	$\gamma=1.0$	$\gamma=1.1$
2(月)	6.03	6.87	7.30	7.77
6	6.95	8.23	8.99	9.79
12	7.49	9.05	10.06	11.07
24	8.01	9.85	11.11	12.37
36	8.30	10.32	11.73	13.13

期待値を予測する方がよりよいことを示唆している。

(2) Weibull分布の場合、2, 3の風向でやや違いが見られるものの、A, D, H標本による再現期待値には大きな相違は見られない。しかしながら、上位100個のデータを用いたE標本による再現期待値はA, D, H標本による再現期待値のいずれよりも大きい値を示す。また、A, D標本ではD標本の風向WNWを除き、すべての風向でWeibull分布による再現期待値よりもGumbel分布による再現期待値の方が大きく、風向によっては3 m/sec以上の差が見られる。一方、E, H標本の場合、風向により多少の相違は見られても、分布型による再現期待値間に大きな差は見られない。

Weibull分布による再現期待値は、標本のデータ個数にあまり左右されず、位置のパラメータにより大きく影響を受けるため、位置のパラメータの設定に十分な注意を払う必要がある。

(3) Gumbel分布の積率法は、平均値と標準偏差だけで再現期待値が計算できる点に利点があり、Weibull分布による方法は標本の特性を生かせる点に利点がある。

参考文献

- 1) E. J. Gumbel(加瀬滋男訳); 極値理論とその応用, 標準化, Vol. 10, No. 3～11, (1957).
- 2) 石原健二; 気象極値の再現期間について, 気象ノート, 第143号, (1981), pp. 125-142.